

الف  $\frac{1}{3}$  عددی بین ۰ و ۱ است. چهار عدد گویای دیگر از بازه (۰, ۱) بنویسید و جواب خود را با جواب‌های دوستانتان مقایسه کنید.

ب آیا می‌توان بین ۰ و ۱ به هر تعداد دلخواه عدد گویا ارائه کرد؟

پ در مورد متناهی یا نامتناهی بودن اعداد گویای موجود در بازه (۰, ۱) چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

ت در مورد متناهی یا نامتناهی بودن  $Q$  چه می‌توان گفت؟

ث اگر  $A$  دارای یک زیر مجموعه نامتناهی باشد، آنگاه  $A$  یک مجموعه ..... خواهد بود.

تشریح

۱ فرض کنید  $U$  مجموعه تمام مضرب‌های طبیعی عدد ۵ باشد.

الف)  $U$  را با نمایش اعضای آن بنویسید.

ب)  $U$  متناهی است یا نامتناهی؟

پ) یک زیر مجموعه متناهی از  $U$  بنویسید.

ت) دو زیر مجموعه نامتناهی مانند  $C$  و  $D$  از  $U$  بنویسید؛ به طوری که  $C \subseteq D$ .

۲ متناهی یا نامتناهی بودن مجموعه‌های زیر را مشخص کنید.

الف) مجموعه اعداد طبیعی.

ب) مجموعه شمارنده‌های طبیعی عدد ۳۶.

پ) بازه  $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$ .

ت)  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x < 2\}$ .

ث) مجموعه مضرب‌های طبیعی عدد ۱۰۰.

۳ دو مجموعه نامتناهی مثال بزنید که اشتراک آنها مجموعه‌ای متناهی باشد.

۴ حاصل هر یک از مجموعه‌های زیر را با رسم بازه‌های آنها روی یک محور به دست

آورید:

الف)  $(-3, 0) \cup (-2, 5)$

ب)  $(3, +\infty) \cap (6, 10)$

ث)  $(3, +\infty) - [2, 4)$

ج)  $[2, 4) - (3, +\infty)$

۵ مجموعه  $\mathbb{R} - \{3\}$  را روی محور نشان دهید و سپس آن را به صورت اجتماع دو بازه بنویسید.

۶ اگر  $A \subseteq B$  و  $B$  مجموعه‌ای متناهی باشد، آنگاه  $A$  متناهی خواهد بود یا نامتناهی؟

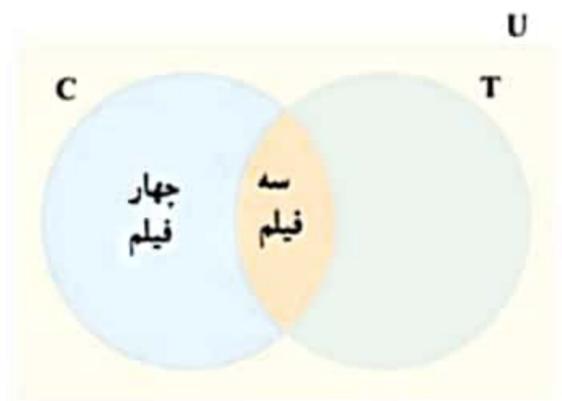
عدد آووگادرو

در شیمی تعداد  $6.022 \times 10^{23}$  عدد از هر ذره (مولکول یا اتم) را یک مول از آن ذره می‌نامند. برای درک میزان بزرگی این عدد، فرض کنیم تعداد مولکول‌های موجود در یک مول آب را که ۱۸ گرم است، بتوانیم مولکول به مولکول بشماریم و کار شمردن هر مولکول آن هم یک ثانیه زمان ببرد. در این صورت کار شمارش نزدیک به  $20$  میلیون میلیارد سال به طول خواهد انجامید که این زمان حدود یک میلیون برابر عمر جهان است!

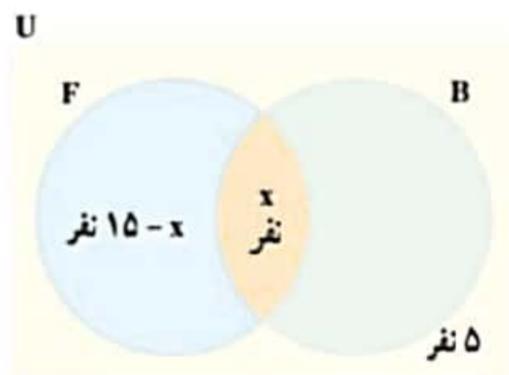
به نظر شما، مجموعه مولکول‌های یک مول مشخص از آب، یک مجموعه متناهی است یا نامتناهی؟



**روش دوم حل:** در نمودار وین نمایش داده شده، دو مجموعه C و T سطح درون U را به چهار ناحیه جداگانه تقسیم کرده‌اند که عدد مربوط به دوتا از نواحی نوشته شده است. با نوشتن اعداد مربوط به دو قسمت دیگر، جواب قسمت‌های (الف) و (ب) را بیابید.



**۲** در یک کلاس ۲۵ نفری، تعداد ۱۵ نفر عضو تیم فوتبال و ۱۱ نفر عضو تیم بسکتبال کلاس هستند. اگر ۵ نفر از دانش‌آموزان این کلاس عضو هیچ یک از این دو تیم نباشند، مشخص کنید چند نفر از آنها عضو هر دو تیم هستند.  
**روش اول حل:** با تکمیل نمودار زیر مقدار x را بیابید.



**روش دوم حل:** چون ۵ نفر عضو هیچ یک از این دو تیم نیستند، پس  $n(B \cup F) = 20$ . حال با نوشتن فرمول  $n(B \cup F)$  می‌توان  $n(B \cap F)$  را به دست آورد.

### تمرین

**۱** IR را به عنوان مجموعه مرجع در نظر بگیرید و سپس متمم هر یک از مجموعه‌های زیر را روی محور نشان دهید.

(الف)  $A = [-2, 2)$  (ب)  $B = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$  (پ)  $C = (0, +\infty)$  (ت)  $D = (-\infty, 1]$

**۲** IN را به عنوان مجموعه مرجع در نظر بگیرید.

(الف) مجموعه‌ای نامتناهی مثل A مثال بزنید که  $A'$  هم نامتناهی باشد.

(ب) مجموعه‌ای نامتناهی مثل B مثال بزنید که  $B'$  متناهی باشد.

(پ) مجموعه‌ای متناهی مثل C مثال بزنید و  $C'$  را به دست آورید.  $C'$  متناهی است یا نامتناهی؟

۳ اگر  $n(A) = 15$ ،  $n(A \cap B) = 5$  و  $n(A \cup B) = 30$  آنگاه  $n(B)$  را محاسبه کنید.

۴ فرض کنیم  $A$  و  $B$  زیر مجموعه‌هایی از مجموعه مرجع  $U$  باشند، به طوری که  $n(U) = 100$ ،

$n(A) = 60$ ،  $n(B) = 40$  و  $n(A \cap B) = 20$  مطلوب است :

(الف)  $n(A \cup B)$  (ب)  $n(A \cap B')$  (پ)  $n(A' \cap B)$  (ت)  $n(A' \cap B')$

۵ در یک کلاس ۳۱ نفری، تعداد ۱۴ نفر از دانش‌آموزان عضو گروه سرود و ۱۹ نفر آنها عضو

گروه تئاترند. اگر ۵ نفر از دانش‌آموزان این کلاس عضو هر دو گروه باشند، مطلوب است :

(الف) تعداد دانش‌آموزانی که فقط عضو گروه سرودند.

(ب) تعداد دانش‌آموزانی که عضو هیچ یک از این دو گروه نیستند.



۶ در یک نظرسنجی از ۱۱۰ مشتری یک فروشگاه زنجیره‌ای، مشخص شد که ۷۰ نفر

آنها در یک ماه گذشته از محصولات شرکت  $A$  و ۵۷ نفرشان از محصولات شرکت  $B$  خرید

کرده‌اند. همچنین ۳۲ نفر از آنان نیز اعلام کردند که در این مدت از هر دو شرکت خرید

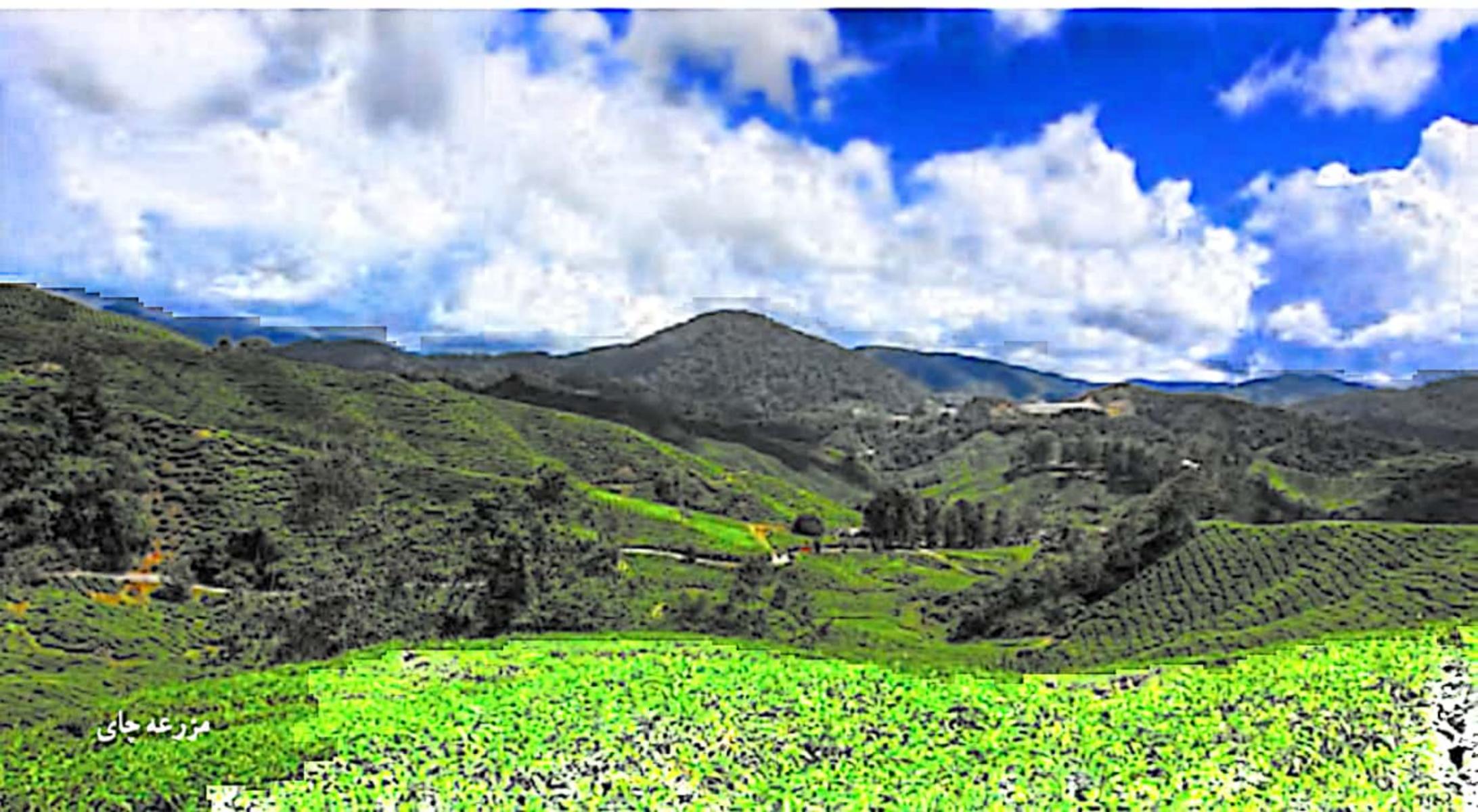
کرده‌اند. چه تعداد از این ۱۱۰ نفر در یک ماه گذشته :

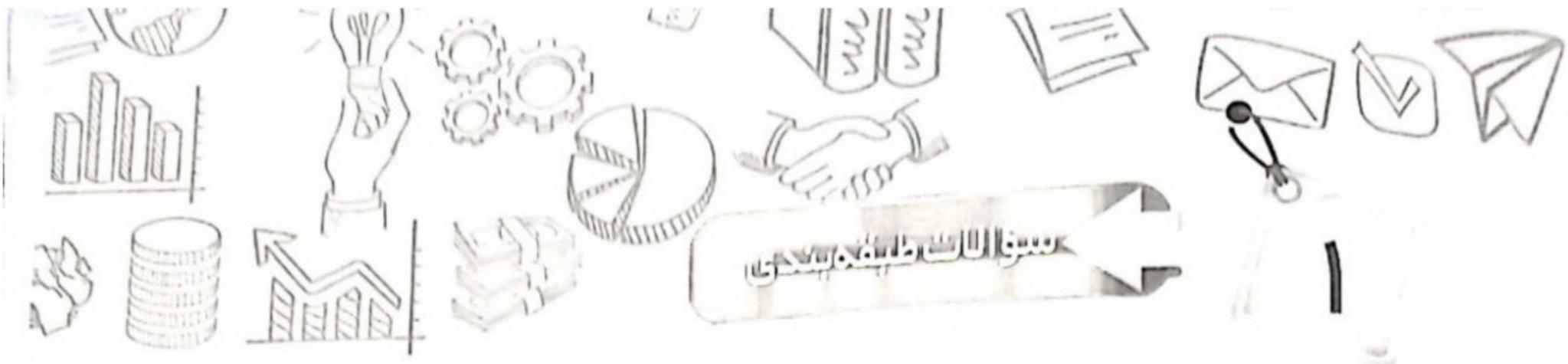
(الف) دست کم از یکی از این دو شرکت خرید کرده‌اند.

(ب) فقط از شرکت  $A$  خرید کرده‌اند.

(پ) دقیقاً از یکی از این دو شرکت خرید کرده‌اند.

(ت) از هیچ یک از این دو شرکت خرید نکرده‌اند.





- ۱- کدام حکم نادرست است؟  
 $NUW = W$  (۱)  
 $Z \subset Q$  (۲)  
 $W - N = \emptyset$  (۳)  
 $W \cap Z = W$  (۴)
- ۲- کدام عبارت درست نیست؟  
 (۱) جمع دو عدد طبیعی، عدد طبیعی است.  
 (۲) ضرب دو عدد طبیعی، عدد طبیعی است.  
 (۳) تعداد صفحات کتاب ریاضی دهم  
 (۴) میزان وزن یک انسان
- ۳- کدام یک از عبارات زیر بیانگر یک عدد طبیعی نیست؟  
 (۱) تماشاگران یک بازی فوتبال  
 (۲) تعداد برگ‌های یک درخت در بهار  
 (۳) تعدادی از اعداد حسابی که عدد طبیعی نیستند، جزء کدام دسته از اعداد نیستند؟  
 (۱) اعداد گویا  
 (۲)  $W$   
 (۳) اعداد حقیقی  
 (۴) اعداد فرد
- ۴- کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟  
 (۱) کوچکترین عدد اول از دو برابر کوچکترین عدد طبیعی بزرگتر است.  
 (۲) تقسیم دو عدد اول ضربدر عددی اول، عدد طبیعی نیست.  
 (۳) ضرب دو عدد اول تقسیم بر عدد اول، عدد طبیعی نیست.  
 (۴) تفاضل دو عدد اول با عدد ۳ می‌تواند عدد اول طبیعی باشد.
- ۵- کدام گزینه صحیح نیست؟  
 (۱) مجموعه شامل اعداد گنگ و گویا اعداد حقیقی‌اند.  
 (۲) اعداد حقیقی یا گنگ هستند یا گویا.  
 (۳) هر کسر با مخرج غیرصفر لزوماً عددی گویا نیست.  
 (۴) اگر  $x$  عدد طبیعی باشد، آن‌گاه هر عدد طبیعی مثل  $\sqrt{x}$  عددی گنگ است.
- ۶- کدام گزینه صحیح است؟  
 (۱) مجموع هر دو عدد گنگ عددی گنگ خواهد بود.  
 (۲) حاصل ضرب دو عدد گنگ عددی گنگ خواهد بود.  
 (۳) حاصل تقسیم هر عدد گنگ بر هر عدد گویای غیرصفر، حتماً عددی گنگ خواهد بود.  
 (۴) رادیکال به فرجه ۳ مکعب هر عدد گنگ می‌تواند عددی گنگ نباشد.
- ۷- کدام گزینه درست نیست؟  
 (۱) مجموعه اعداد طبیعی و قرینه اعداد طبیعی و عدد صفر، اعداد صحیح را تشکیل می‌دهند.  
 (۲) مجموعه اعداد حسابی همان مجموع اعداد صحیح نامنفی است.  
 (۳) مجموع اعدادی که نه مثبت‌اند و نه منفی با اعداد طبیعی همان اعداد صحیح نامثبت هستند.  
 (۴) مجموعه اعداد حسابی و قرینه اعداد طبیعی  $Z$  است.
- ۸- چه تعداد از جملات زیر صحیح نیست؟  
 الف) بین هر دو عدد صحیح حداقل یک عدد صحیح وجود دارد.  
 ب) مربع هر عدد با مربع قرینه آن عدد برابر است.  
 پ) اعداد صحیح همان قرینه اعداد حسابی به همراه اعداد طبیعی هستند.
- ۹- (۱) صفر  
 (۲) یک  
 (۳) دو  
 (۴) سه

- ۱۰- کدام گزینه صحیح است؟ (k یک عدد طبیعی است.)  
 (۱) هر عدد صحیح فرد منفی را می توان به صورت  $2k + 1$  نشان داد.  
 (۲) قرینه هر عدد طبیعی زوج را می توان به صورت  $2k$  نشان داد.  
 (۳) هر عدد طبیعی فرد را می توان به صورت  $2k + 1$  نشان داد.  
 (۴) هر عدد حسابی زوج را می توان به صورت  $2k$  نشان داد.
- ۱۱- کدام گزینه صحیح نیست؟  
 (۱) قرینه قرینه اعداد صحیح منفی، قرینه اعداد طبیعی است.  
 (۲) اعداد گویا از تقسیم یک عدد طبیعی بر یک عدد صحیح به دست می آید.  
 (۳) اعداد گویا از تقسیم یک عدد صحیح بر یک عدد طبیعی به دست می آید.  
 (۴) همیشه بین دو عدد گویا حداقل یک عدد گویای دیگر نیز وجود دارد.
- ۱۲- اگر  $A = \{x \in \mathbb{Z}, \frac{6}{x} \in \mathbb{Z}\}$  باشد، تعداد عضوهای مجموعه A کدام است؟  
 (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸
- ۱۳- اگر  $A = \{3x + 1 | x \in \mathbb{Z}\}$  باشد، کدام یک عضو مجموعه A نیست؟  
 (۱) -۱۶ (۲) -۲۶ (۳) -۵۶ (۴) -۸۶
- ۱۴- اگر  $A = \{2^x \times 5^y | x, y \in \mathbb{W}, x + y = 4\}$  باشد، مجموع عضوهای مجموعه A کدام است؟  
 (۱) ۲۹۰ (۲) ۳۹۰ (۳) ۹۳۱ (۴) ۱۰۳۱
- ۱۵- اگر  $A = \{x^2 - x | x \in \mathbb{P}, \frac{3x+1}{2} \geq x+2\}$  باشد، کدام یک عضو مجموعه A نیست؟ (منظور از P اعداد اول است.)  
 (۱) ۲۰ (۲) ۴۲ (۳) ۷۲ (۴) ۱۱۰
- ۱۶- اگر  $A = \{a, b, c, d\}$  و  $B = \{a, e, d\}$  باشد، به جای X چند مجموعه متفاوت می توان قرار داد به طوری که  $A \cap B \subseteq X \subseteq A \cup B$ ؟  
 (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۲



- ۱۷- کدام توصیف برای مجموعه  $\{x | x > 2\}$  مناسب است؟  
 (۱) مجموعه اعداد کسری و بزرگتر از ۲  
 (۲) مجموعه اعداد حقیقی و بزرگتر از ۲  
 (۳) مجموعه اعداد کسری و صحیح بزرگتر از ۲  
 (۴)  $\{3, 4, 5, \dots\}$
- ۱۸- اگر  $A = \{x | -1 < x < 2\}$  و  $B = \{x | -2 < x < 2\}$  باشند،  $A \cap B$  کدام است؟  
 (۱)  $\{x | -1 \leq x < 2\}$   
 (۲)  $\{x | -1 < x < 2\}$   
 (۳)  $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$   
 (۴)  $\{x | -2 \leq x < -1\}$
- ۱۹- اگر  $A = \{x | x < 1\}$  و  $B = \{x | x > -1\}$ ، آن گاه  $A \cap B$  کدام مجموعه است؟  
 (۱)  $\{x | -1 < x < 1\}$   
 (۲)  $\{x | -1 < x \leq 1\}$   
 (۳)  $\{x | x > 1\}$   
 (۴)  $\{x | x < 1\}$
- ۲۰- اگر  $A = (-5, 2]$  و  $B = (-2, 7]$  باشد،  $(A \cap B) \cup (A - B)$  کدام است؟  
 (۱)  $(-2, 2]$   
 (۲)  $(-2, 2)$   
 (۳)  $(-5, 2]$   
 (۴)  $(3, 7)$
- ۲۱- اگر  $A = (-\infty, 2]$ ،  $B = [-5, 2)$  و  $C = (-4, +\infty)$  باشد،  $B - (A \cap C)$  را می توان به صورت بازه  $[a, b]$  نوشت،  $b - a$  کدام است؟  
 (۱) ۱  
 (۲) ۲  
 (۳) ۳  
 (۴) ۴
- ۲۲- اگر  $A = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$  و  $B = \{x | x \in \mathbb{N} - 1, n \in \mathbb{N}\}$  و  $B \subset A$ ، آن گاه  $B$  چند عضو دارد؟  
 (۱) ۶  
 (۲) ۷  
 (۳) ۲۹  
 (۴) ۳۰
- ۲۳- اگر  $U = (-\infty, 10]$  مجموعه مرجع  $A = [-3, 10]$  و  $B = [-5, 7]$  باشد،  $U - (A - B)$  کدام است؟  
 (۱)  $(-\infty, -2]$   
 (۲)  $(-\infty, -2)$   
 (۳)  $(-\infty, 7]$   
 (۴)  $(-\infty, 7)$
- ۲۴- اگر  $A = \{x \in \mathbb{R} | -2x + 5 \leq -1\}$  و  $B = \{x \in \mathbb{R} | -7 \leq 2x + 1 \leq 5\}$  باشد،  $A \cap B$  کدام است؟  
 (۱)  $[-4, +\infty)$   
 (۲)  $[2, +\infty)$   
 (۳)  $\{2\}$   
 (۴)  $\emptyset$
- ۲۵- اگر  $A_n = [\frac{1}{n}, n]$  باشد،  $A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap \dots \cap A_{10}$  کدام است؟  
 (۱)  $A_2$   
 (۲)  $A_{10}$   
 (۳)  $A_{10} - A_2$   
 (۴)  $\emptyset$
- ۲۶- اگر  $A = [0, 2)$ ،  $B = [2, +\infty)$  و  $C = (0, \frac{5}{2})$  باشد،  $(A \cap B) - C$  کدام است؟  
 (۱)  $(\frac{5}{2}, 2)$   
 (۲)  $(\frac{5}{2}, 2)$   
 (۳)  $(0, 2)$   
 (۴)  $(0, 2]$
- ۲۷- اگر عدد ۲ به بازه  $[-i + 1, 2i - 7]$  تعلق داشته باشد، آن گاه:  
 (۱)  $i \geq -1$   
 (۲)  $-1 \leq i < 2$   
 (۳)  $i > 2$   
 (۴)  $1 \leq i \leq 2$
- ۲۸- اگر  $A_n = (\frac{-2}{n}, \frac{n-2}{n})$  به صورت بازه باشد، مجموعه  $(A_3 \cup A_6) - A_3$  برابر کدام بازه است؟  
 (۱)  $(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$   
 (۲)  $(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$   
 (۳)  $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$   
 (۴)  $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$



(سراسری ریاضی - ۹۲)

۲۹- اگر  $A_i = [-i, \frac{9-i}{2}]$  و  $i \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$  آن‌گاه  $(A_1 \cap A_2) - (A_2 \cap A_3)$  کدام است؟

(۴)  $\phi$

(۳)  $[-1, 1]$

(۲)  $[-2, -1] \cup [1, 2]$

(۱)  $[-2, -1] \cup (1, 2]$

۳۰- اگر  $A_n = [(-1)^n, n+1]$  باشد،  $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4$  کدام است؟

(۴)  $[1, 4]$

(۳)  $[-1, 4]$

(۲)  $[1, 2]$

(۱)  $[-1, 2]$

این تکالیف به همراه ۱۰ مثال برای مجموعه متناهی و ۱۰ مثال برای مجموعه نامتناهی ثبت شود.  
برای تست‌ها حتما پاسخ تشریحی درج شو.



۳۱- کدام یک از مجموعه‌های زیر نامتناهی است؟

(۱) مجموعه اعداد اول کوچک‌تر از ۹۲۶۵

(۲) مجموعه اعداد صحیح ۶۷۵ رقمی

(۳) مجموعه اعداد اعشاری بین ۶/۳۰/۲

(۴) مجموعه اعداد صحیح مربع کامل و کوچک‌تر از ۹۹۹۲

۳۲-

اگر  $A$  و  $B$  هر دو مجموعه‌های نامتناهی باشند، کدام گزینه درست نیست؟

(۱)  $A \cap B$  ممکن است متناهی باشد

(۲)  $A - B$  لزوماً نامتناهی است.

(۳)  $A' \cup B'$  ممکن است نامتناهی باشد.

(۴)  $A \cup B$  لزوماً نامتناهی است.

۳۳-

کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

(۱)  $\{x | x \in \mathbb{Z}, x^2 > 2000\}$

(۲)  $\{x | x \in \mathbb{Z}, x^2 < 2000\}$

(۳)  $\{x | x \in \mathbb{Z}, x > 2000\}$

(۴)  $\{x | x \in \mathbb{Z}, x < 2000\}$

۳۴-

چه تعداد از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

الف)  $A = \{x \in \mathbb{Z} | x \in (-\infty, 6] \cap [-2, +\infty)\}$

ب) مجموعه تمام مثلث‌های قائم‌الزاویه با دو ضلع به طول ۱ و ۲

ب)  $B = \{x \in \mathbb{Z} | \frac{12}{x} \in \mathbb{Z}\}$

ت)  $C = \{x \in \mathbb{Z} | 2^x \leq 16\}$

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۳۵-

اگر مجموعه  $A$  متناهی و مجموعه  $B$  نامتناهی باشد، در چه صورت حتماً مجموعه‌ای نامتناهی خواهیم داشت؟

(۱)  $A - B$

(۲)  $B - A$

(۳)  $A \cap B$

(۴) هیچ کدام

۳۶-

کدام مجموعه متناهی است؟

(۱) تعداد خطوط گذرنده از مبدأ

(۲) تعداد نقاط موجود در یک برگه کاغذ

(۳) تعداد موهای سر یک انسان

(۴) تعداد مضارب طبیعی عدد ۱۲

۳۷-

کدام مجموعه متناهی است؟

(۱)  $(N \cup Z) - W$

(۲)  $W - N$

(۳)  $Z \cap N$

(۴)  $R - Q$

۳۸-

کدام مجموعه با پایان است؟

(۱)  $Z - W$

(۲)  $W \cap N$

(۳)  $Z \cap W$

(۴)  $W - N$