

کد اجرا: نامشخص

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۴/۲۴

نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۹۸ دقیقه

نام آزمون: بی نام

دبیرستان دخترانه علوی واحد

شرق

۱ اگر اشتراک دو بازه  $(x^2 + 2, 8)$  و  $(3, 2x + 1)$  تهی باشد، آنگاه  $x$  کدام است؟

۲ فرض کنید  $u = \{a, b, c, d, e\}$  مجموعه مرجع باشد و  $A = \{a, e\}$  و  $B = \{b, c\}$ ؛ حاصل عبارتهای زیر را بدست آورید.

الف)  $A'$       ب)  $B'$       پ)  $A \cap B'$       ت)  $A' \cup B$       ث)  $A - B'$

۳ مجموعه‌های  $R - (-1, 1)$  و  $R - [0, 1)$  را به صورت اجتماع دو بازه بنویسید.

۴ اگر  $n(A) = 10$  و  $n(A \cap B) = 3$  و  $n(A \cup B) = 14$  باشد، آنگاه  $n(B)$  را بدست آورید؟

۵ مجموعه‌های زیر را بدست آورده و متناهی یا نامتناهی بودن هر کدام را مشخص کنید.

$$A = [-3, +\infty) \quad B = (-\infty, 3] \quad C = [3, +\infty) \quad D = (-\infty, 5]$$

الف)  $A \cap B$       ب)  $A \cup B$       پ)  $B - C$

ت)  $D \cup B$       ث)  $D - B$       ج)  $B \cup C$

۶ در یک مدرسه ۱۲۲ نفری، ۸۲ نفر ساعت در دست دارند و ۷۹ نفر عینک می‌زنند که ۵۴ نفر هم عینک می‌زنند و هم ساعت در دست دارند.

چند نفر:

الف) حداقل یکی از دو مورد را استفاده می‌کنند؟

ب) فقط ساعت در دست دارند؟

پ) دقیقاً یکی از دو مورد را استفاده می‌کنند؟

ت) نه ساعت می‌بندند و نه عینک می‌زنند؟

۷ فرض کنیم  $A$  و  $B$  زیر مجموعه‌هایی از مجموعه مرجع  $U$  باشد بطوریکه  $n(u) = 120$ ،  $n(A) = 75$ ،  $n(B) = 50$ ،  $n(A \cap B) = 35$

مطلوب است:

الف)  $n(A \cup B)$       ب)  $n(A \cap B')$

پ)  $n(A' \cap B)$       ت)  $n(A' \cap B')$

۸ در یک کلاس ۳۱ نفری، تعداد ۱۴ نفر از دانش‌آموزان عضو گروه سرود و ۱۹ نفر آنها عضو گروه تئاترند. اگر ۵ نفر از دانش‌آموزان این کلاس

عضو هر دو گروه باشند، مطلوب است:

الف) تعداد دانش‌آموزانی که فقط عضو گروه سرودند.

ب) تعداد دانش‌آموزانی که عضو هیچ‌یک از این دو گروه نیستند.

۹ مکان تقریبی عدد  $3 - 2\sqrt{2}$  را روی محور اعداد مشخص کنید؟

۱۰ طرف دوم تساوی‌های زیر را بنویسید.

الف)  $W - N$       ب)  $R \cap Q'$       پ)  $Z \cap W$       ت)  $Q' \cap Z$

۱۱ مجموعه  $\mathbb{R} - \{3\}$  را روی محور نشان دهید و سپس آن را به صورت اجتماع دو بازه بنویسید.

۱۲ اگر مجموعه اعداد صحیح مجموعه مرجع باشد و داشته باشیم  $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, x \leq -4\}$  و  $B = \{-3, -2, -1\}$ ؛ حاصل  $A' - B$

کدام یک از مجموعه اعداد خواهد بود؟

۱۳ فرض کنید  $A = [-3, 2)$  و  $B = (-1, 3]$  و  $\mathbb{R}$  مجموعه مرجع باشد؛ حاصل  $(A \cap B)'$  را به صورت بازه بدست بیاورید.

۱۴ اگر  $A_n = \left[ \frac{-3}{n}, \frac{n-1}{2} \right)$  باشد، آنگاه حاصل  $A_1 \cup (A_2 \cap A_3)$  را بدست آورید و تعداد اعداد صحیح در بازه‌ی بدست آمده را معین

کنید.

۱۵ اگر  $n(A) = 15$ ،  $n(A \cap B) = 5$  و  $n(A \cup B) = 30$  آنگاه  $n(B)$  را محاسبه کنید.

۱۶ حاصل هر یک از مجموعه‌های زیر را با رسم بازه‌های آنها روی یک محور به دست آورید.

- (الف)  $(-3, 0) \cup (-2, 5]$  (ب)  $(-\infty, 6] \cap (2, 9)$   
 (پ)  $(3, +\infty) \cap (6, 10]$  (ت)  $(-\infty, 1) \cup [1, +\infty)$   
 (ث)  $(3, +\infty) - [2, 4)$  (ج)  $[2, 4) - (3, +\infty)$

۱۷ متناهی یا نامتناهی بودن هر یک از مجموعه‌های زیر را مشخص کنید:

- (الف)  $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 5\}$  (ب) مجموعه کتاب‌های کمک آموزشی  
 (ت) مجموعه اعداد طبیعی کوچکتر از ۷ (ث) مجموعه مداد های جهان  
 (ج)  $\mathbb{Z} - \mathbb{W}$   
 (پ)  $\left[-3, \frac{1}{2}\right)$

مجموعه مورچه‌های هر شهر (ج)

۱۸ با توجه به دو بازه  $A = (-5, 3]$  و  $B = (-2, 1)$  حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید و به صورت بازه بنویسید.

- (الف)  $A \cap B$  (ب)  $A \cup B$  (ج)  $A - B$  (د)  $B - A$

۱۹ به موارد زیر پاسخ دهید.

اگر  $U$  مجموعه مرجع و  $A$  مجموعه دلخواهی باشد، حاصل عبارت مقابل را بیابید.

$$(U - A') \cap (A' \cap A)'$$

۲۰ اگر  $\mathbb{R}$  را مجموعه مرجع در نظر بگیریم و داشته باشیم  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 3\}$

،  $A'$  را به صورت بازه نمایش دهید.

۲۱ با فرض  $U = \{a, b, c, d, e, f\}$  به عنوان مجموعه مرجع و  $A = \{a, b, c\}$  و  $B = \{c, d, f\}$ ، درستی روابط زیر را نشان دهید:

- (الف)  $A - B = A \cap B'$   
 (ب)  $(A')' = A$   
 (پ)  $(A \cup B)' = A' \cap B'$   
 (ت)  $(A \cap B)' = A' \cup B'$   
 (ث)  $A - A' = A$

۲۲ درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

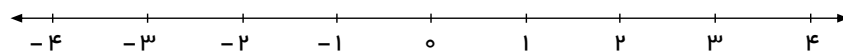
(الف) اگر  $A$  و  $B$  نامتناهی باشند،  $A \cap B$  می‌تواند متناهی باشد.

(ب) اگر  $A \cap B$  نامتناهی باشد،  $A$  و  $B$  هر دو نامتناهی هستند.

(پ) اگر  $A$  متناهی و  $B$  نامتناهی باشد آنگاه  $B - A$  متناهی است.

(ت) اگر  $A$  نامتناهی و  $B$  متناهی باشد آنگاه  $A \cup B$  متناهی است.

۲۳ مکان تقریبی هر یک از اعداد زیر را روی محور مشخص کنید.  $\frac{1}{3}$ ،  $3.7$ ،  $\sqrt{12}$ ،  $\frac{-\sqrt{12}}{3}$ ،  $\frac{\pi}{2}$ ،  $\frac{2}{-3}$



۲۴ درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید:

- (الف)  $\sqrt{5} \in \mathbb{Q}$  (ب)  $\{0\} \in \mathbb{N}$  (پ)  $\frac{3}{2} \in \mathbb{Q}'$   
 (ت)  $\frac{-\sqrt{5}}{2} \in \mathbb{Q}$  (ث)  $\frac{\pi}{16} \in \mathbb{Q}'$  (ج)  $3.9 \in \mathbb{Z}$

۲۵ درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

(الف)  $Q \cap Q' = \{0\}$  (ب)  $Z - W = \{\dots, -3, -2, -1\}$

(پ)  $\sqrt{17} \in \mathbb{Q}$  (ت)  $\sqrt{16} \in \mathbb{Q}'$

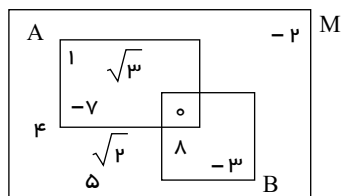
۲۶ درستی یا نادرستی هر یک از روابط زیر را تعیین کنید.

$$5\frac{3}{7} \in [5,1, 5,9)$$

$$-\frac{1}{5} \in [-4, 0]$$

$$(1 + \sqrt{2}) \in [\frac{1}{2}, 2)$$

$$\frac{17}{6} \notin (2,5, 3,5]$$



۲۷ نمودار ون را در نظر بگیرید و هر یک از مجموعه‌های زیر را با اعضا مشخص کنید.

$$B' \text{ و } A'$$

$$(A \cap B)'$$

$$(A \cup B)'$$

$$A' - B'$$

۲۸ فرض کنیم  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  مجموعه مرجع باشد و  $A = \{1, 2, 3\}$  و  $B = \{2, 4\}$ . جدول‌های زیر را کامل کنید و بنویسید از هر قسمت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

$(A')'$
{ }

$$\Rightarrow (A')' = \dots$$

$A \cup B$	$(A \cup B)'$	$A' \cap B'$
{ }	{ }	{ }

$$\Rightarrow \dots = \dots$$

$A \cap B$	$(A \cap B)'$	$A' \cup B'$
{ }	{ }	{ }

$\Rightarrow \dots = \dots$

$A - B$	$A - (A \cap B)$	$A \cap B'$
{ }	{ }	{ }

$\Rightarrow \dots = \dots$

۲۹ در هر مورد، جای خالی را با یک کلمه یا عدد مناسب، کامل کنید.

طول بازه  $(-۳, ۷)$  برابر ..... است.

۳۰ در یک کلاس ۳۲ نفره، ۱۸ نفر عضو گروه سرود، ۱۵ نفر عضو گروه تئاتر و ۵ نفر عضو هیچ‌یک از این دو گروه نیستند. تعداد نفراتی را که فقط عضو یکی از این دو گروه هستند، به دست آورید.

۳۱ اگر  $A \subseteq B$  باشد آنگاه کدام گزینه همواره درست است؟

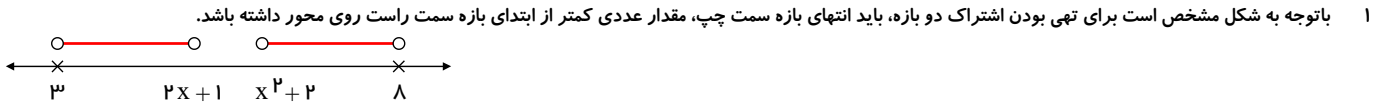
(۱)  $A' = B'$  (۲)  $B' \subseteq A'$  (۳)  $A' - B' = \phi$  (۴)  $A' \cup B' = U$

۳۲ در یک کلاس ۳۷ نفری ۱۷ نفر عضو گروه آموزشی و ۲۵ نفر عضو گروه فرهنگی هستند. اگر ۳ نفر عضو هیچ‌یک از این دو گروه نباشند، تعیین کنید چند نفر هم عضو گروه آموزشی و هم عضو گروه فرهنگی هستند؟

۳۳ مجموعه  $\mathbb{R} - \{-۱, ۴\}$  را به صورت اجتماعی از بازه‌ها بنویسید.

۳۴ مجموعه  $\mathbb{R} - (-۱, ۴)$  را روی محور نشان دهید و آن را به صورت اجتماعی از دو بازه بنویسید.

۳۵ در یک کلاس ۲۵ نفری، تعداد ۱۵ نفر عضو تیم فوتبال و ۱۱ نفر عضو تیم بسکتبال کلاس هستند. اگر ۵ نفر از دانش‌آموزان این کلاس عضو هیچ‌یک از این دو تیم نباشند؛ مشخص کنید چند نفر از آنها عضو هر دو تیم هستند.



بنابراین:

$$\begin{aligned} x^2 + 2 > 2x + 1 &\Rightarrow x^2 - 2x + 2 - 1 > 0 \\ \Rightarrow x^2 - 2x + 1 > 0 &\Rightarrow (x - 1)^2 > 0 \\ 2x + 1 > 3 &\Rightarrow x > 1 \\ 8 > x^2 + 2 &\Rightarrow x^2 < 6 \Rightarrow -\sqrt{6} < x < \sqrt{6} \end{aligned} \Rightarrow 1 < x < \sqrt{6}$$

۲

اگر  $M$  مجموعه مرجع باشد متمم مجموعه  $A$  را به صورت  $M - A$  تعریف می‌کنیم و با  $A'$  نشان می‌دهیم.

الف)  $A' = \{b, c, d\}$

ب)  $B' = \{a, d, e\}$

پ)  $A \cap B' = \{a, e\} \cap \{a, d, e\} = \{a, e\}$

ت)  $A' \cup B = \{b, c, d\} \cup \{b, c\} = \{b, c, d\}$

ث)  $A - B' = \{a, e\} - \{a, d, e\} = \emptyset$

۳

الف)  $R - [0, 1) = (-\infty, 0) \cup [1, +\infty)$

ب)  $R - (-1, 1) = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

۴ طبق رابطه‌ی تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه داریم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$14 = 10 + n(B) - 3 \Rightarrow n(B) = 14 - 10 + 3 = 7$$

۵

الف) نامتناهی  $A \cap B = [-3, 3]$

ب) نامتناهی  $A \cup B = (-\infty, 5)$

پ) نامتناهی  $B - C = (-\infty, 3)$

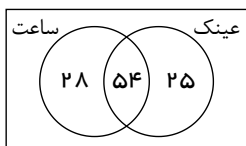
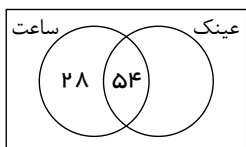
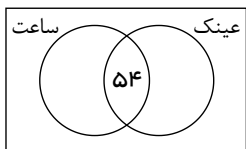
ت) نامتناهی  $D \cup B = (-\infty, 5]$

ث) نامتناهی  $D - B = (3, 5]$

ج) نامتناهی  $B \cup C = (-\infty, +\infty) = R$

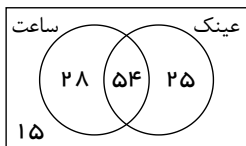
۶

باتوجه به نمودار ون:



۸۲ نفر ساعت دارند که ۵۴ نفرشان عینک هم می‌زنند و  $82 - 54 = 28$  نفر فقط ساعت دارند.

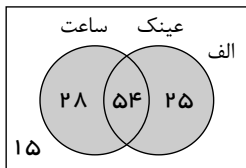
۷۹ نفر عینک می‌زنند که ۵۴ نفرشان ساعت هم دارند و  $79 - 54 = 25$  نفر فقط عینک می‌زنند.



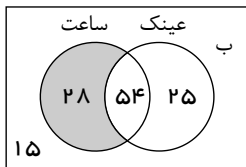
$$28 + 54 + 25 = 107$$

مجموع کسانی که ساعت، عینک یا هر دو را دارند ۱۰۷ نفر است که از ۱۲۲ نفر ۱۵ نفر باقی می‌مانند که نه ساعت دارند نه عینک می‌زنند.

الف)  $25 + 28 + 54 = 107$  حداقل یکی یعنی یا ساعت یا عینک یا هر دو

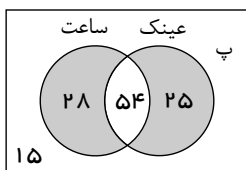


ب) ۲۸

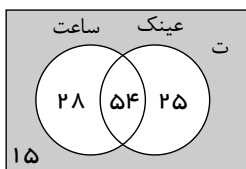


$$28 + 25 = 53 \text{ (پ)}$$

دقیقاً یکی از دو مورد یعنی یا ساعت یا عینک فقط یک کدام (نه هر دو)

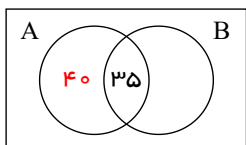


ت) ۱۵ نفر

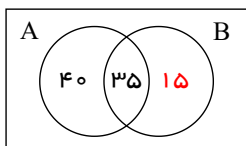


۷ با توجه به نمودار ون داریم:

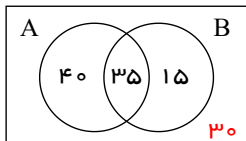
۱- از آنجا که  $n(A) = 75$  است و  $n(A \cap B) = 35$  نتیجه می‌گیریم که  $A$ ، ۴۰ عضو دارد که در  $(A \cap B)$  نیست.



۲- با استدلال مشابه برای  $B$  داریم:

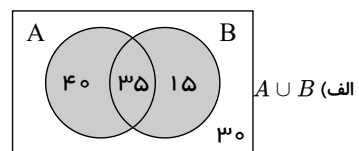


۳- از  $90 = 40 + 35 + 15 = n(u)$  نتیجه می‌گیریم ۳۰ عضو مجموعه‌ی مرجع در هیچ یک از مجموعه‌های  $A$  و  $B$  یا اکثرشان نیستند.

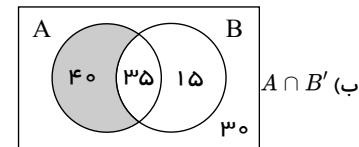


با توجه به نمودار ون:

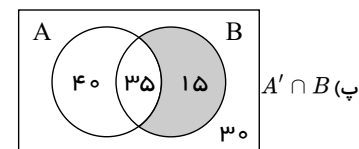
الف)  $n(A \cup B) = 90$



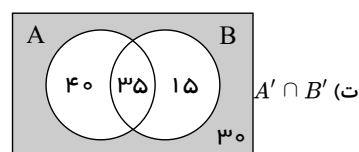
ب)  $n(A \cap B') = 40$



پ)  $n(A' \cap B) = 15$



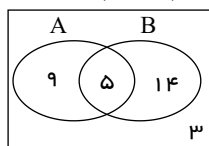
ت)  $n(A' \cap B') = 30$



۸ می‌دانیم:  $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$   
اگر گروه سرود را  $A$  و گروه تئاتر را  $B$  بنامیم، داریم:

فقط سرود  $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 14 - 5 = 9$

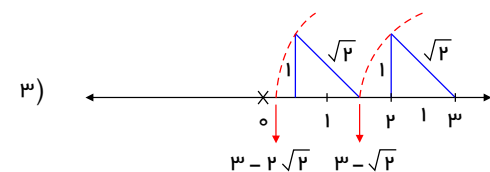
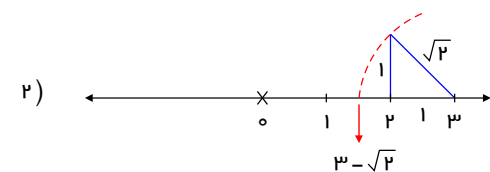
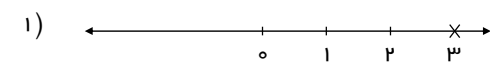
فقط تئاتر  $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 19 - 5 = 14$



الف)  $n(A - B) = 9$

ب)  $n(U) - n(A \cup B) = 31 - (9 + 5 + 14) = 31 - 28 = 3$

۹ می‌خواهیم روی محور اعداد محل تقریبی  $3 - 2\sqrt{2}$  را مشخص کنیم. باید ابتدا ۳ واحد روی محور جلو رفته و سپس  $2\sqrt{2}$  واحد به عقب برگردیم. بنا بر قضیه فیثاغورس طول وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ای که اضلاع قائمه‌اش ۱ واحد باشد،  $\sqrt{2}$  واحد است. همچنین می‌دانیم  $2\sqrt{2}$  برابر است با  $\sqrt{2} - \sqrt{2}$  بنابراین در طی سه مرحله داریم:



$$N = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$Q = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in Z, n \neq 0 \right\}$$

مجموعه اعدادی که نمی‌توان آن‌ها را به صورت نسبت دو عدد صحیح نشان داد

$$R = Q \cup Q'$$

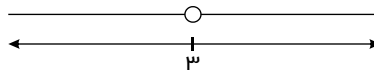
الف)  $\{0\}$

ب)  $Q'$

پ)  $W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

ت)  $\emptyset$  یا  $\{ \}$

۱۱



$$(-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$$

۱۲

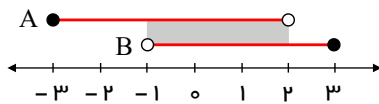
$$A = \{\dots, -6, -5, -4\} \rightarrow A' = \{-3, -2, -1, 0, 1, \dots\}$$

$$A' - B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\} - \{-3, -2, -1\} = \{0, 1, 2, \dots\} = W$$

مجموعه اعداد حسابی

۱۳

باتوجه به محور اعداد داریم:



$$A \cap B = (-1, 2) \Rightarrow (A \cap B)' = (-\infty, -1] \cup [2, +\infty)$$

۱۴ باتوجه به معلومات سوال ابتدا  $A_1, A_2, A_3$  را تشکیل می‌دهیم:

$$A_1 = \left[ \frac{-3}{1}, \frac{1-1}{2} \right) = [-3, 0)$$

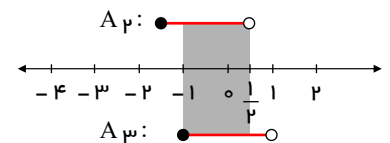
$$A_2 = \left[ \frac{-3}{2}, \frac{2-1}{2} \right) = \left[ \frac{-3}{2}, \frac{1}{2} \right)$$

$$A_3 = \left[ \frac{-3}{3}, \frac{3-1}{2} \right) = [-1, 1)$$

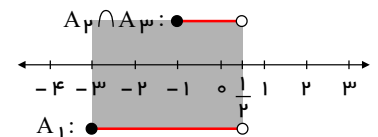
$$A_2 \cap A_3 = \left[ -1, \frac{1}{2} \right)$$

$$A_1 \cup (A_2 \cap A_3) = \left[ -3, \frac{1}{2} \right)$$

حال  $A_2 \cap A_3$  را با استفاده از محور بدست می‌آوریم:



و اجتماع آن را با  $A_1$  رسم می‌کنیم:



اعداد صحیح موجود در این بازه عبارتند از:  $0, -1, -2, -3$

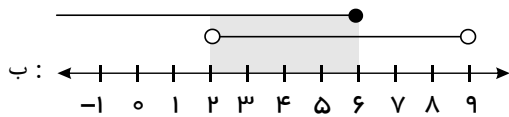
$\Leftarrow$  در این بازه ۴ عدد صحیح موجود است.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \quad \text{۱۵ می‌دانیم:}$$

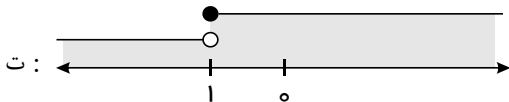
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 30 = 15 + n(B) - 5 \Rightarrow n(B) = 30 - 15 + 5 = 20$$

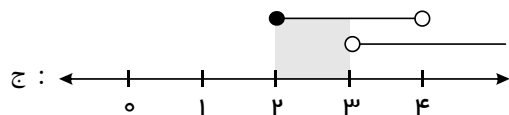




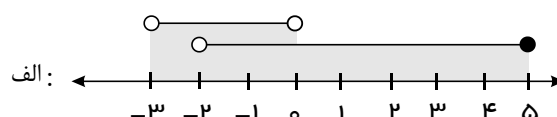
$(2, 6]$



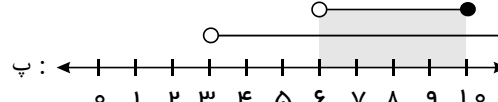
$\mathbb{R}$



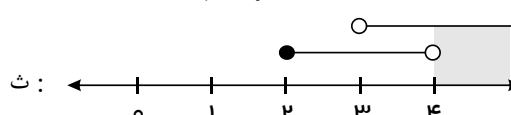
$[2, 3]$



$(-3, 5]$



$(6, 10]$



$[4, +\infty)$

۱۷

الف)  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  متناهی

ب) متناهی

پ)  $\mathbb{Z} - \mathbb{W} = \{\dots, -3, -2, -1\}$  نامتناهی

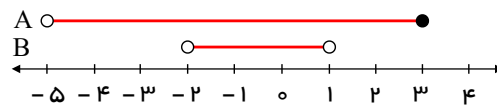
ت)  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  متناهی

ث) متناهی: دقت کنید بزرگ بودن یک عدد یا سخت بودن شمارش آن به معنای نامتناهی بودن آن عدد نیست.

ج) نامتناهی: تمام بازه‌های اعداد حقیقی نامتناهی هستند.

چ) متناهی: باتوجه به توضیحات مورد ث، تعداد مورچه‌های هر شهر، هر قدر زیاد هم که باشد در نهایت عددی مشخص است.

۱۸ باتوجه به شکل داریم:



۱۹

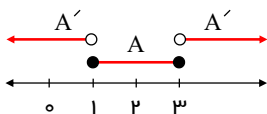
$(U - A') \cap (A' \cap A)' = (U \cap A) \cap (\emptyset)' = A \cap U = A$

$A' = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1 \text{ یا } x > 3\}$

$A' = (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$

$A = [1, 3]$

$A' = (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$



$A' = (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$

$$\begin{cases} U = \{a, b, c, d, e, f\} \\ A = \{a, b, c\} \Rightarrow A' = \{d, e, f\} \\ B = \{c, d, f\} \Rightarrow B' = \{a, b, e\} \end{cases}$$

۲۰ راه اول: ابتدا باتوجه به  $A$ ،  $A'$  را به صورت زیر می‌نویسیم:

و سپس آن را به صورت بازه نمایش می‌دهیم:

راه دوم: ابتدا  $A$  را به صورت بازه می‌نویسیم:

سپس  $A'$  را بدست می‌آوریم:

راه سوم: با توجه به محور اعداد:

۲۱

$$\text{الف) } \left\{ \begin{array}{l} A - B = \{a, b, c\} - \{c, d, f\} = \{a, b\} \\ A \cap B' = \{a, b, c\} \cap \{a, b, e\} = \{a, b\} \end{array} \right\} \Rightarrow A - B = A \cap B'$$

$$\text{ب) } A' = \{d, e, f\} \Rightarrow (A')' = \{a, b, c\} = A \Rightarrow (A')' = A$$

$$\text{پ) } \left. \begin{array}{l} (A \cup B)' = (\{a, b, c, d, f\})' = \{e\} \\ A' \cap B' = \{d, e, f\} \cap \{a, b, e\} = \{e\} \end{array} \right\} \Rightarrow (A \cup B)' = A' \cap B'$$

$$\text{ت) } (A \cap B)' = (\{a, b, c\} \cap \{c, d, f\})' = (\{c\})' = \{a, b, d, e, f\}$$

$$A' \cup B' = \{d, e, f\} \cup \{a, b, e\} = \{a, b, d, e, f\} \Rightarrow (A \cap B)' = A' \cup B'$$

$$\text{ث) } \{a, b, c\} - \{d, e, f\} = \{a, b, c\} \Rightarrow A - A' = A$$

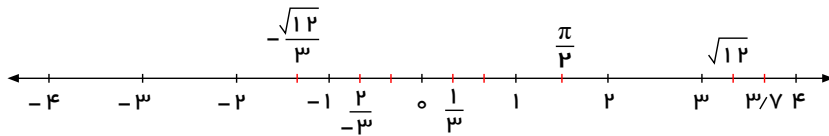
۲۲ الف) درست

ب) درست:  $A \cap B$  زیرمجموعه  $A$  و  $B$  است و وقتی نامتناهی باشد، پس هر دو مجموعه نامتناهی است.

پ) نادرست: کم کردن یک مجموعه متناهی از یک مجموعه نامتناهی، آن را متناهی نمی‌کند.

ت) نادرست: از اجتماع یک مجموعه متناهی با یک مجموعه نامتناهی همواره مجموعه‌ای نامتناهی به وجود می‌آید.

۲۳



$$\sqrt{12} \sim 3,4 \quad \frac{-\sqrt{12}}{3} \sim \frac{-3,4}{3} \sim -1,1 \quad \frac{\pi}{2} \sim \frac{3,14}{2} \sim 1,57$$

۲۴

$$N = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$Q = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in Z, n \neq 0 \right\}$$

مجموعه اعدادی که نتوانی آن‌ها را به صورت نسبت دو عدد صحیح نشان داد

$$R = Q \cup Q'$$

الف) نادرست:  $\sqrt{5}$  را نمی‌توان به صورت نسبت دو عدد صحیح با مخرج غیر صفر نشان داد.

ب) نادرست:  $N = \{1, 2, 3, \dots\}$

پ) نادرست: یک عدد گویا است و جزء اعداد گویا ( $Q$ ) به حساب می‌آید.

ت) نادرست:  $\sqrt{5}$  عددی گنگ است و  $\frac{-\sqrt{5}}{2}$  که نسبت  $-\sqrt{5}$  به ۲ است نسبت عددی گنگ به عددی صحیح است؛ پس  $\frac{-\sqrt{5}}{2}$  گویا نیست.

ث) صحیح: می‌دانیم  $\pi$  عددی گنگ است پس تمامی نسبت‌های آن نیز گنگ است و  $\frac{\pi}{16}$  عددی گنگ به شمار می‌آید.

ج) نادرست: با توجه به  $Z = \{\dots, -1, 0, 1, \dots\}$ ؛  $9/3$  عددی اعشاری است و جزء مجموعه اعداد صحیح نیست.

۲۵

$$N = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$Q = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in Z, n \neq 0 \right\}$$

مجموعه اعدادی که نتوانی آن‌ها را به صورت نسبت دو عدد صحیح نشان داد

$$R = Q \cup Q'$$

الف) نادرست: با توجه به تعریف داریم که  $Q$  مجموعه اعدادی است که بتوان آن‌ها را به صورت نسبت دو عدد صحیح نمایش داد و  $Q'$  مجموعه اعدادی است که نتوان آن‌ها را به صورت نسبت دو عدد صحیح نشان داد پس اشتراک این دو مجموعه تهی است و  $\{0\}$  نادرست است (عدد صفر جزء  $Q'$  نیست)

ب) درست

پ) نادرست: عددی است که نمی‌توان به صورت نسبت دو عدد صحیح نشان داد پس جزء اعداد گنگ ( $Q'$ ) به شمار می‌آید.

ت) نادرست: از آنجایی که می‌دانیم جذر ۱۶ دو عدد  $+4$  و  $-4$  می‌شود و هر دو اعداد صحیح هستند پس  $\sqrt{16}$  عددی صحیح است.

درست

درست

نادرست

نادرست

$$B = \{0, 8, -3\} A = \{1, \sqrt{3}, -7, 0\}$$

$$A' = \{-2, 4, \sqrt{2}, 5, 8, -3\}$$

$$B' = \{-2, \sqrt{3}, 1, -7, \sqrt{2}, 4, 5\}$$

$$(A \cap B)' = \{-2, \sqrt{3}, 1, -7, 4, \sqrt{2}, 5, 8, -3\}$$

$$(A \cup B)' = \{-2, 4, \sqrt{2}, 5\}$$

$$A' - B' = \{8, -3\}$$

$(A')'$
$\{1, 2, 3\}$

$$\Rightarrow (A')' = A$$

$A \cup B$	$(A \cup B)'$	$A' \cap B'$
$\{1, 2, 3, 4\}$	$\{5\}$	$\{5\}$

$$\Rightarrow (A \cup B)' = A' \cap B'$$

$A \cap B$	$(A \cap B)'$	$A' \cup B'$
$\{2\}$	$\{1, 3, 4, 5\}$	$\{1, 3, 4, 5\}$

$$\Rightarrow (A \cap B)' = A' \cup B'$$

$A - B$	$A - (A \cap B)$	$A \cap B'$
$\{1, 3\}$	$\{1, 3\}$	$\{1, 3\}$

$$\Rightarrow A - B = A - (A \cap B) = A \cap B'$$

۱۰

$$n(A \cup B) = n(U) - n(A' \cap B') = 32 - 5 = 27$$

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 18 + 15 - 27 = 6$$

$$n[(A - B) \cup (B - A)] = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 27 - 6 = 21$$

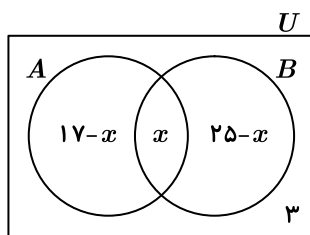
گزینه ۲ ۳۱

نام

$$n(A \cup B) = 37 - 3 = 34$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\rightarrow 34 = 17 + 25 - n(A \cap B) \rightarrow n(A \cap B) = 8$$



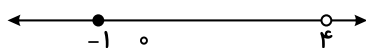
$$(17 - x) + x + (25 - x) = 37 - 3$$

$$-x = 34 - 42 \rightarrow x = 8$$

روش دوم: حل به کمک رسم نمودار ون

$$\mathbb{R} - \{-1, 4\} = (-\infty, -1) \cup (-1, 4) \cup (4, +\infty)$$

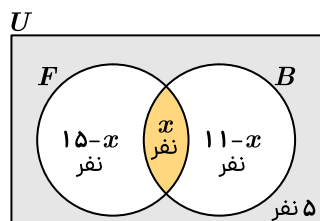
$$\mathbb{R} - (-1, 4] = (-\infty, -1] \cup (4, +\infty)$$



۳۳

۳۴

۳۵



$$15 - x + x + 11 - x + 5 = 25 \Rightarrow x = 6$$

روش اول حل: با رسم نمودار ون، مقدار  $x$  را می‌یابیم.

روش دوم حل: چون ۵ نفر عضو هیچ‌یک از این دو تیم نیستند، پس  $n(B \cup F) = 20$ . حال با نوشتن فرمول  $n(B \cup F) = n(B) + n(F) - n(B \cap F)$  را به دست آورد.

$$n(B \cup F) = n(B) + n(F) - n(B \cap F) \Rightarrow 20 = 11 + 15 - x \Rightarrow x = 6 \Rightarrow n(B \cap F) = 6$$