



۱۰۳- کدام یک از دنباله‌های زیر دنباله حسابی است؟

$t_n = n^2 + n$  (۴)       $t_n = \frac{1}{n}$  (۳)       $t_n = n^2$  (۲)       $t_n = 8n + 1$  (۱)

۱۰۴- سه جمله متوالی یک دنباله حسابی می‌باشد، مقدار  $x$  کدام است؟  $\frac{1}{3}$  و  $\frac{1}{4}$  و  $\frac{1}{x}$

۵ (۱)      ۶ (۲)      ۷ (۳)      ۸ (۴)

۱۰۵- در یک دنباله حسابی، جمله دهم برابر ۴۰ و جمله هجدهم برابر ۸۰ است. جمله بیست و یکم این دنباله کدام است؟

۹۰ (۱)      ۹۵ (۲)      ۱۰۰ (۳)      ۱۰۵ (۴)

۱۰۶- در یک دنباله حسابی، مجموع ۱۱ جمله اول چند برابر جمله ششم است؟

۱۰ (۱)      ۱۱ (۲)      ۱۲ (۳)      قابل محاسبه نیست. (۴)

۱۰۷- اگر  $2x$  و  $x^2$  و  $x$  سه جمله متوالی یک دنباله حسابی با جملات غیر صفر باشد، قدر نسبت این دنباله کدام است؟

۰/۲۵ (۱)      ۰/۵ (۲)      ۰/۷۵ (۳)      ۱ (۴)

۱۰۸- در یک دنباله حسابی حاصل  $\frac{3a_4 + a_{12}}{a_5 + a_7}$  کدام است؟

۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۱۰۹- در یک دنباله حسابی، مجموع چهار جمله اول، ۳۲ و جمله پانزدهم ۵۸ است. جمله بیست و یکم این دنباله چقدر است؟

۸۰ (۱)      ۸۲ (۲)      ۹۰ (۳)      ۹۲ (۴)

۱۱۰- جمله عمومی یک دنباله حسابی  $a_n = (k-4)n^2 + (3k-2)n + k^2$  است. جمله ششم این دنباله کدام است؟

۷۲ (۱)      ۷۴ (۲)      ۷۶ (۳)      ۷۸ (۴)

۱۱۱- کدام جمله از دنباله حسابی  $\dots, -324, -328$  برابر صفر است؟

(۱) جمله هشتاد و یکم      (۲) جمله هشتاد و دوم      (۳) جمله هشتاد و سوم      (۴) جمله هشتاد و چهارم

۱۱۲- در یک دنباله حسابی اگر  $a_4 + a_8 + a_9 = 2a_5 + a_n$  باشد، مقدار  $n$  کدام است؟

۱۰ (۱)      ۱۱ (۲)      ۱۲ (۳)      ۱۳ (۴)

۱۱۳- تفاضل جمله دهم از جمله دوازدهم یک دنباله حسابی ۵ و مجموع دو جمله دهم و دوازدهم، ۲۵ است. جمله بیست و یکم این دنباله کدام است؟

(سراسری خارج از کشور)

۳۵ (۱)      ۳۶ (۲)      ۳۷/۵ (۳)      ۳۸/۵ (۴)

۱۱۴- در یک دنباله حسابی  $t_5 + t_6 = 3$  و  $t_8 + t_9 = -2$  است، حاصل  $t_{13} + t_{15}$  چقدر است؟

-۵۵/۶ (۱)      -۳۷/۶ (۲)      -۵/۶ (۳)      -۶۷/۶ (۴)

۱۱۵- چند جمله از دنباله حسابی  $t_1 = 170$  و  $t_7 = 161$  مثبت است؟

۱۷ (۱)      ۱۸ (۲)      ۱۹ (۳)      ۲۰ (۴)

(آزاد پزشکی - ۹۰)

۱۱۶- اگر  $t_n - t_{n-1} = 5$  و  $t_7 = -4$  باشد، مقدار  $t_8$  کدام است؟

- ۱۹ (۴) ۱۳ (۳) ۱۱ (۲) ۹ (۱)

(آزاد)

۱۱۷- در یک دنباله حسابی، جمله اول برابر ۱۰ و مجموع جملات پنجم و ششم برابر ۱۱ است. جمله چهارم کدام است؟

- ۱۳ (۴) ۱۲ (۳) ۷ (۲) ۶ (۱)

۱۱۸- اگر  $t + 14, 21, t$  سه جمله متوالی یک دنباله حسابی با جمله اول  $t$  باشند، جمله چهارم آن کدام است؟

- ۴۹ (۴) ۴۳ (۳) ۳۵ (۲) ۲۸ (۱)

(سراسری ریاضی)

۱۱۹- بین اعداد  $12-$  و  $52$  سه واسطه حسابی درج کرده‌ایم مجموع این سه واسطه حسابی چقدر است؟

- ۷۲ (۴) ۶۸ (۳) ۶۴ (۲) ۶۰ (۱)

۱۲۰- در یک سالن همایش، تعداد صندلی‌های هر ردیف، یک دنباله عددی تشکیل می‌دهند. اگر از ردیف جلو شمارش کنیم، ردیف پنجم ۳۹ صندلی و ردیف دهم ۶۹ صندلی دارد. اولین ردیف این سالن چند صندلی دارد؟

- ۱۸ (۴) ۱۵ (۳) ۱۰ (۲) ۶ (۱)

(آزاد)

۱۲۱- در یک دنباله حسابی  $10 = 3t_4 - t_7 + 2t_1$  است، قدر نسبت این دنباله چقدر است؟

- ۲ (۴) ۲ (۳)  $-\frac{5}{4}$  (۲)  $\frac{5}{4}$  (۱)

۱۲۲- در دنباله حسابی  $1, 5, \dots$  نسبت  $\frac{a_7 + a_{11} + a_{15}}{a_7 + a_6 + a_1}$  کدام است؟

- $\frac{7}{3}$  (۴)  $\frac{12}{6}$  (۳) ۲ (۲)  $\frac{11}{6}$  (۱)

۱۲۳-  $15, y, x$  و  $4$ ، چهار جمله متوالی یک دنباله حسابی می‌باشند. حاصل  $xy$  کدام است؟

- ۷۷ (۴) ۷۲ (۳) ۶۰ (۲) ۴۵ (۱)

۱۲۴- در یک دنباله حسابی، جمله سوم و نهم به ترتیب برابر ۶۲ و ۵۰ است. این دنباله چند جمله مثبت دارد؟

- ۳۵ (۴) ۳۴ (۳) ۳۳ (۲) ۳۲ (۱)

۱۲۵- مجموع دو جمله  $n$  ام و  $(n-1)$  ام دنباله حسابی  $2, 4, 6, 8, \dots$  کدام است؟

- $4n + 1$  (۴)  $4n$  (۳)  $4n - 1$  (۲)  $4n - 2$  (۱)

۱۲۶- در دنباله عددی  $1, 7, 14, 21, \dots, 105$  چند جمله وجود دارد؟

- ۱۶ (۴) ۱۵ (۳) ۱۴ (۲) ۱۳ (۱)

۱۲۷- اگر  $a, b$  و  $c$  و  $a, b + 2$  و  $c + x$  و  $a - 1$ ، سه جمله متوالی از دو دنباله حسابی مختلف باشند، مقدار  $x$  کدام است؟

- ۶ (۴) ۵ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۱۲۸- در یک دنباله حسابی  $t_3 = 7$  است. حاصل  $t_1 + t_2 + t_6$  چقدر است؟

- ۲۸ (۴) ۲۱ (۳) ۲۱ (۲) ۷ (۱)

(آزاد)

۱۲۹- زوایای داخلی یک پنج ضلعی محدب، تشکیل دنباله حسابی می‌دهند. اگر اندازه بزرگ‌ترین زاویه  $120^\circ$  باشد، حاصل جمع زاویه کوچک‌تر با زاویه متوسط کدام است؟

- ۱۹۸ (۴) ۲۰۰ (۳) ۲۰۲ (۲) ۲۰۴ (۱)

(سراسری فنی حرفه‌ای - ۹۲)

۱۳۰- چند عدد سه رقمی مضرب ۱۵ وجود دارد؟

- ۳۰ (۴) ۵۹ (۳) ۶۱ (۲) ۶۰ (۱)

۱۳۱- اگر به قدرنسبت یک دنباله حسابی ۲ واحد اضافه کنیم به جمله پنجم دنباله حاصل چند واحد اضافه می‌گردد؟

- ۱۰ (۴) ۸ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۱۳۲ اگر  $S_{11}$  مجموع  $n$  جمله اول یک دنباله حسابی باشد و داشته باشیم  $S_3 = 17$  و  $S_5 = 10$  باشد. جمله نهم این دنباله کدام است؟

- ۹ (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴)

۱۳۳ در یک دنباله حسابی با قدر نسبت مثبت  $a_{11} + a_{13} = 2$  این دنباله چند جمله منفی دارد؟

- ۷ (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴)

۱۳۴ در یک دنباله حسابی با قدر نسبت مثبت، مجموع سه جمله اول  $27 -$  و حاصل‌ضرب آن‌ها  $360$  می‌باشد. جمله یازدهم این دنباله چقدر است؟

- ۷۵ (۱) ۸۰ (۲) ۸۵ (۳) ۹۰ (۴)

۱۳۵ جمله هجدهم یک دنباله حسابی  $8$  و مجموع جمله‌های اول و دوم آن  $1$  است. جمله هفتم این دنباله برابر چه عددی است؟

- ۴ (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۲ (۴)

۱۳۶ بین دو عدد  $2$  و  $12$  سه عدد قرار داده‌ایم که با این دو عدد تشکیل دنباله حسابی بدهید جمله هفتم این دنباله کدام است؟ (جمله اول  $2$  است.)

- ۱۶ (۱) ۱۷ (۲) ۱۴/۵ (۳) ۱۵/۵ (۴)

۱۳۷ اگر  $q$  و  $p$  و  $n$  و  $m$  چهار جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند، به طوری که  $mp = nq$  باشد.  $\frac{q}{p}$  کدام است؟ (جمله اول دنباله  $m$  است و قدرنسبت دنباله مخالف صفر است.)

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۳۸ اگر  $a_1, a_2, a_n$  و  $a_n$  جملات یک دنباله حسابی باشند، حاصل  $d \left( \frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_{n-1} a_n} \right)$  کدام است؟ ( $d$  قدرنسبت دنباله حسابی است.)

- (۱)  $\frac{a_1 a_n}{a_1 - a_n}$  (۲)  $\frac{a_1 a_n}{a_n - a_1}$  (۳)  $\frac{a_1 - a_n}{a_1 a_n}$  (۴)  $\frac{a_n - a_1}{a_1 a_n}$

۱۳۹ در یک دنباله حسابی با قدر نسبت مثبت، مجموع  $5$  جمله اول برابر  $30$  و مجموع مجذورات  $5$  جمله اول برابر  $270$  است. جمله بیستم این دنباله کدام است؟

- ۵۷ (۱) ۵۸ (۲) ۵۹ (۳) ۶۰ (۴)

۱۴۰ در دو دنباله حسابی به صورت  $2, 7, 12, \dots$  و  $8, 11, 14, \dots$  چند عدد سه رقمی مشترک وجود دارد؟ (سراسری خارج از کشور ریاضی)

- ۵۸ (۱) ۵۹ (۲) ۶۰ (۳) ۶۱ (۴)

۱۴۱ اعداد  $2P - 2, P + 1, 3P - 8$  بدترتیب جملات دوم، هشتم و دهم از یک دنباله حسابی می‌باشند. قدرنسبت دنباله کدام است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۱۴۲ در یک دنباله حسابی با جمله عمومی  $a_n$ ،  $a_n + a_{n+1} + a_{n+2} = 6n + 9$  می‌باشد. جمله دهم این دنباله کدام است؟

- ۲۱ (۱) ۶۳ (۲) ۶۹ (۳) ۷۱ (۴)

۱۴۳ در دنباله حسابی  $\frac{7}{4}, 2, \dots$  جملات  $t_4, t_8, t_{12}, \dots$  تشکیل دنباله حسابی دیگری می‌دهند، قدرنسبت این دنباله چقدر است؟

- $-\frac{1}{4}$  (۱)  $-1$  (۲)  $-4$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)

۱۴۴ اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه تشکیل دنباله حسابی می‌دهند. اگر اندازه یکی از ضلع‌های زاویه قائمه  $6$  باشد، محیط مثلث کدام است؟ (سراسری فنی حرفه‌ای - ۹۱)

- ۱۷ (۱) ۱۸ (۲) ۲۱ (۳) ۲۴ (۴)

۱۴۵ در دنباله حسابی  $\frac{4}{3}, 1, \frac{2}{3}, \dots$  جمله اول را با  $3$ ، جمله دوم را با  $4$ ، جمله سوم را با  $5$  و ... جمع می‌کنیم. جمله هشتم دنباله جدید کدام است؟

- ۱۳ (۱) ۱۴ (۲)  $\frac{13}{3}$  (۳)  $\frac{14}{3}$  (۴)

$$\frac{ra_7 + a_{17}}{a_5 + a_9} = \frac{r(a_1 + rd) + a_1 + 11d}{a_1 + rd + a_1 + 6d} = \frac{ra_1 + 9d + a_1 + 11d}{ra_1 + 10d}$$

$$= \frac{ra_1 + 20d}{ra_1 + 10d} = \frac{r(ra_1 + 10d)}{ra_1 + 10d} = r$$

گزینه ۱۰۸ (۳)

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 22 \Rightarrow a_1 + a_1 + d + a_1 + rd + a_1 + rd = 22$$

$$\Rightarrow 4a_1 + 2d = 22 \Rightarrow \begin{cases} 2a_1 + rd = 16 \\ a_1 + 14d = 58 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a_1 + rd = 16 \\ -2a_1 - 28d = -116 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -25d = -100 \Rightarrow d = 4 \Rightarrow a_{21} = a_{15} + 6d = 58 + 24 = 82$$

گزینه ۱۰۹ (۲)

همان طور که می دانیم جمله عمومی یک دنباله حسابی از درجه ۱ است، بنابراین ضریب  $n^2$  باید صفر باشد.

$$k - 4 = 0 \Rightarrow k = 4 \Rightarrow a_n = (4 - 4)n^2 + (3(4) - 2)n + 4^2$$

$$a_n = 10n + 16 \Rightarrow a_6 = (10)(6) + 16 = 76$$

گزینه ۱۱۰ (۳)

$$a_1 = -328$$

$$d = 4$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \Rightarrow a_n = -328 + (n - 1)(4)$$

$$\Rightarrow a_n = 4n - 332 = 0 \Rightarrow 4n - 332 = 0 \Rightarrow 4n = 332$$

$$\Rightarrow n = 83$$

گزینه ۱۱۱ (۳)

گزینه ۱۱۲ (۲)

$$a_7 + a_8 + a_9 = 2a_5 + a_n$$

$$\Rightarrow a_1 + rd + a_1 + 2d + a_1 + 3d = 2(a_1 + rd) + a_n$$

$$\Rightarrow 3a_1 + 5d = 2a_1 + 2rd + a_n \Rightarrow a_1 + 10d = a_n$$

$$\Rightarrow a_{11} = a_n \Rightarrow n = 11$$

گزینه ۱۱۳ (۳)

$$a_{12} - a_{10} = 5 \Rightarrow (a_1 + 11d) - (a_1 + 9d) = 5$$

$$\Rightarrow 2d = 5 \Rightarrow d = 2/5$$

$$a_{12} + a_{10} = 25 \Rightarrow (a_1 + 11d) + (a_1 + 9d) = 25$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 20d = 25 \Rightarrow 2a_1 + 20(2/5) = 25$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 50 = 25 \Rightarrow 2a_1 = -25 \Rightarrow a_1 = -12/5$$

$$a_{21} = a_1 + 20d = -12/5 + 20(2/5) = 27/5$$

همان طور که ملاحظه می شود هر شکل از یک دنباله مربعی و دو دنباله مثلثی تشکیل شده است، بنابراین:

$$a_n = n^2 + (2 \times \frac{n(n+1)}{2}) \Rightarrow a_n = 2n^2 + n$$

$$\Rightarrow a_9 = 2(9)^2 + 9 = 171$$

گزینه ۱۰۳ (۱)

جمله عمومی یک دنباله حسابی همواره یک عبارت درجه اول است، به عبارتی توان  $n$  باید ۱ باشد. (توجه شود توان  $n$  در گزینه «۳» -۱ است نه ۱)

گزینه ۱۰۴ (۲)

$$2(\frac{1}{4}) = \frac{1}{3} + \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x+3}{3x} \Rightarrow 3x = 2(x+3)$$

$$\Rightarrow 3x = 2x + 6 \Rightarrow x = 6$$

گزینه ۱۰۵ (۲)

راه اول:

$$a_{10} = 40 \Rightarrow a_1 + 9d = 40 \Rightarrow \begin{cases} -a_1 - 9d = -40 \\ a_1 + 17d = 80 \end{cases}$$

$$a_{18} = 80 \Rightarrow a_1 + 17d = 80$$

$$\Rightarrow 8d = 40 \Rightarrow d = 5$$

$$a_1 + 9d = 40 \Rightarrow a_1 + 9(5) = 40 \Rightarrow a_1 = -5$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = -5 + (n-1)(5) \Rightarrow a_n = 5n - 10$$

$$a_{21} = 5(21) - 10 = 95$$

راه دوم:

$$a_{18} = a_1 + 17d \Rightarrow d = 5$$

$$a_{21} = a_{18} + 3d \Rightarrow a_{21} = 95$$

گزینه ۱۰۶ (۲)

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{11}}{a_6} = \frac{(a_1 + a_{11}) + (a_2 + a_{10}) + (a_3 + a_9) + (a_4 + a_8) + (a_5 + a_7) + a_6}{a_6}$$

$$\Rightarrow \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{11}}{a_6} = \frac{2a_6 + 2a_6 + 2a_6 + 2a_6 + 2a_6 + a_6}{a_6}$$

$$\frac{11a_6}{a_6} = 11$$

گزینه ۱۰۷ (۱)

$$2x^2 = x + 2x \Rightarrow 2x^2 = 3x \Rightarrow 2x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(2x - 3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow x^2 = \frac{9}{4} \\ x = 0 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$d = x^2 - x = \frac{9}{4} - \frac{3}{2} = \frac{3}{4} = 0.75$$

طبق اطلاعات سؤال  $t_5 + t_6 = 11$  و  $t_1 = 10$

۱۱۷. گزینه (۲)

است. طبق تعریف جمله عمومی دنباله حسابی داریم:

$$t_5 + t_6 = 11 \Rightarrow (t_1 + 4d) + (t_1 + 5d) = 11$$

$$\Rightarrow 2t_1 + 9d = 11 \xrightarrow{t_1=10} 20 + 9d = 11$$

$$\Rightarrow 9d = -9 \Rightarrow d = -1$$

$$t_3 = t_1 + 2d = 10 + 2(-1) = 7$$

۱۱۸. گزینه (۲)

طبق رابطه بین سه جمله متوالی یک دنباله حسابی داریم:

$$2 \times 21 = t + t + 14 \Rightarrow 42 = 2t + 14 \Rightarrow 2t = 28 \Rightarrow t = 14$$

پس جملات دنباله عبارت‌اند از: ۱۴، ۲۱، ۲۸

با کمی دقت متوجه می‌شویم که قدرنسبت دنباله ۷ است؛ پس:

$$t_4 = 28 + 7 = 35$$

۱۱۹. گزینه (۱)

$$d = \frac{52 - (-12)}{3 + 1} = \frac{64}{4} = 16$$

$$-12, 4, 20, 36, 52$$

$$\text{جمع} = 4 + 20 + 36 = 60$$

طبق اطلاعات سؤال  $t_5 = 39$  و  $t_8 = 69$

۱۲۰. گزینه (۳)

است. به کمک تعریف جمله عمومی خواهیم داشت:

$$\begin{cases} t_5 = t_1 + 4d = 39 \\ t_8 = t_1 + 7d = 69 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 + 4d = 39 \\ t_1 + 7d = 69 \end{cases}$$

$$5d = 30 \Rightarrow d = 6$$

$$t_1 + 4d = 39 \xrightarrow{d=6} t_1 + 4(6) = 39 \Rightarrow t_1 = 39 - 24 = 15$$

۱۲۱. گزینه (۲)

جمله عمومی دنباله حسابی  $t_n = t_1 + (n-1)d$  است؛ پس:

$$2t_1 + t_7 - 3t_4 = 10 \Rightarrow 2t_1 + (t_1 + 6d) - 3(t_1 + 3d) = 10$$

$$\Rightarrow 2t_1 + t_1 + 6d - 3t_1 - 9d = 10 \Rightarrow -8d = 10$$

$$\Rightarrow d = \frac{-10}{8} = -\frac{5}{4}$$

۱۲۲. گزینه (۱)

$$\frac{r_{a_{11}}}{a_7 + a_{11} + a_{15}} = \frac{r_{a_{11}}}{r_{a_6}} = \frac{a_{11}}{a_6} = \frac{a_1 + 10d}{a_1 + 5d}$$

$$= \frac{5 + 10(5)}{5 + 5(5)} = \frac{55}{30} = \frac{11}{6}$$

۱۱۴. گزینه (۴)

$$t_5 + t_6 = 3 \Rightarrow (t_1 + 4d) + (t_1 + 5d) = 3 \Rightarrow 2t_1 + 9d = 3$$

$$t_8 + t_9 = -2 \Rightarrow (t_1 + 7d) + (t_1 + 8d) = -2$$

$$\Rightarrow 2t_1 + 15d = -2 \Rightarrow \begin{cases} 2a_1 + 9d = 3 \\ 2a_1 + 15d = -2 \end{cases}$$

$$6d = -5 \Rightarrow d = \frac{-5}{6}$$

روش اول:

$$2t_1 + 9d = 3 \Rightarrow 2t_1 = 3 - 9d = 3 - 9\left(\frac{-5}{6}\right)$$

$$= 3 + \frac{15}{2} = \frac{21}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{21}{4} t_{13} + t_{15}$$

$$= (t_1 + 12d) + (t_1 + 14d) = 2t_1 + 26d$$

$$= 2 \times \frac{21}{4} + 26 \times \frac{-5}{6} = \frac{21}{2} - \frac{65}{3} = -\frac{67}{6}$$

روش دوم:

$$2t_1 + 9d = 3 \Rightarrow 2t_1 = 3 - 9d (*)$$

$$t_{13} + t_{15} = (t_1 + 12d) + (t_1 + 14d) = 2t_1 + 26d$$

$$\xrightarrow{(*)} 3 - 9d + 26d = 3 + 17d = 3 + 17 \times \frac{-5}{6} = \frac{-67}{6}$$

۱۱۵. گزینه (۳)

با استفاده از دو جمله داده شده، جمله عمومی این دنباله را به دست می‌آوریم:

$$d = t_7 - t_1 = 161 - 170 = -9$$

$$t_n = t_1 + (n-1)d \Rightarrow t_n = 170 + (n-1)(-9)$$

$$= 170 - 9n + 9 \Rightarrow a_n = 179 - 9n$$

چون تعداد جملات مثبت را می‌خواهیم، پس تعداد  $n$ ‌هایی که در رابطه  $t_n > 0$  صدق کند جواب سؤال است. با حل نامعادله درجه اول داریم:

$$179 - 9n > 0 \Rightarrow 9n < 179 \Rightarrow n < \frac{179}{9} \approx 19.88$$

بزرگ‌ترین عدد طبیعی ( $n$ ) که در رابطه  $19.88 < n$  صدق می‌کند،

$n = 19$  است، بنابراین این تصاعد ۱۹ جمله مثبت دارد.

۱۱۶. گزینه (۲)

طبق تعریف قدرنسبت در دنباله حسابی می‌دانیم:  $d = t_n - t_{n-1} = 5$ ، بنابراین  $d = 5$ .

$$t_n = t_1 + (n-1)d$$

$$t_7 = t_1 + d \Rightarrow -4 = t_1 + 5 \Rightarrow t_1 = -9$$

$$t_5 = t_1 + 4d \Rightarrow -9 + 4 \times 5 = -9 + 20 = 11$$

۱۲۲. گزینه (۴)

می‌توانیم این چهار جمله را، چهار جمله اول دنباله حسابی در نظر بگیریم:

$$\begin{aligned} a_4 &= 15 \\ a_1 &= 3 \end{aligned} \Rightarrow d = \frac{a_4 - a_1}{4 - 1} = \frac{15 - 3}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

بنابراین دنباله به صورت ۳، ۷، ۱۱، ۱۵ می‌باشد؛ یعنی  $x = 7$  و  $y = 11$  و  $xy = 77$

۱۲۴. گزینه (۲)

$$\begin{aligned} a_3 &= 62 \\ a_9 &= 50 \end{aligned} \Rightarrow d = \frac{a_9 - a_3}{9 - 3} = \frac{50 - 62}{6} = -2$$

$$\begin{aligned} a_3 &= 62 \Rightarrow a_1 + 2d = 62 \Rightarrow a_1 + 2(-2) = 62 \Rightarrow a_1 = 66 \\ a_n &= a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 66 + (n-1)(-2) \\ &\Rightarrow a_n = -2n + 68 \end{aligned}$$

$$a_n > 0 \Rightarrow -2n + 68 > 0 \Rightarrow -2n > -68 \Rightarrow n < 34$$

بنابراین ۳۳ جمله این دنباله مثبت است.

۱۲۵. گزینه (۱)

$$d = 4 - 2 = 2$$

$$\begin{aligned} t_n &= t_1 + (n-1)d \Rightarrow t_n = 2 + (n-1) \times 2 \\ &= 2 + 2n - 2 = 2n \Rightarrow t_n = 2n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_{n-1} &= 2(n-1) = 2n - 2 \Rightarrow t_n + t_{n-1} \\ &= 2n + 2n - 2 = 4n - 2 \end{aligned}$$

۱۲۶. گزینه (۳)

یک دنباله حسابی به جمله اول ۷ و قدرنسبت ۷  $d = 14 - 7 = 7$  داریم. با استفاده از این دو مقدار جمله عمومی این دنباله را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} t_n &= t_1 + (n-1)d \xrightarrow{t_1=7, d=7} t_n = 7 + (n-1) \times 7 \\ &= 7 + 7n - 7 = 7n \end{aligned}$$

برای پیدا کردن شماره جمله با مقدار ۱۰۵ داریم:

$$t_n = 105 \Rightarrow 105 = 7n \Rightarrow n = 15$$

این دنباله ۱۵ جمله دارد.

۱۲۷. گزینه (۱)

$$a, b, c \Rightarrow 2b = a + c$$

سه جمله متوالی دنباله حسابی

$$a-1, b+2, c+x \Rightarrow 2(b+2) = a-1+c+x$$

سه جمله متوالی دنباله حسابی

$$\begin{aligned} &\Rightarrow 2b + 4 = a + c + x - 1 \xrightarrow{2b=a+c} a + c + 4 \\ &= a + c + x - 1 \Rightarrow x - 1 = 4 \Rightarrow x = 5 \end{aligned}$$

۱۲۸. گزینه (۲)

روش اول:

$$\begin{aligned} t_3 &= t_1 + 2d = 7 \\ t_1 + t_2 + t_3 &= t_1 + t_1 + d + t_1 + 2d = 3t_1 + 3d \\ &= 3(t_1 + 2d) = 3 \times 7 = 21 \end{aligned}$$

روش دوم:

قانون اندیس‌ها: در یک دنباله حسابی داریم:

$$m + n = p + q \Rightarrow t_m + t_n = t_p + t_q$$

طبق نکته:

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 + 2 = 3 \Rightarrow t_1 + t_2 = t_3 & (1) \\ 3 + 3 = 6 \Rightarrow t_3 + t_3 = t_6 \Rightarrow 2t_3 = t_6 & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} t_1 + t_2 + t_6 = t_3 + 2t_3 = 3t_3 = 3 \times 7 = 21$$

۱۲۹. گزینه (۱)

با توجه به این که مجموع زوایای داخلی  $n$  ضلعی محدب برابر است با  $180 \times (n-2)$ ، بنابراین مجموع زوایای داخلی ۵ ضلعی محدب برابر است با:  $(5-2) \times 180 = 3 \times 180 = 540^\circ$

از طرفی زاویه‌ها تشکیل یک دنباله حسابی می‌دهند و مجموع جملات این دنباله به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 &= 540^\circ \\ t_1 + t_1 + d + t_1 + 2d + t_1 + 2d + t_1 + 4d &= 540^\circ \\ \Rightarrow 5t_1 + 10d &= 540^\circ \Rightarrow t_1 + 2d = 108^\circ & (1) \end{aligned}$$

همچنین طبق فرض سؤال، بزرگ‌ترین زاویه برابر با  $120^\circ$  است؛ بنابراین:

$$t_5 = t_1 + 4d \Rightarrow 120 = t_1 + 4d \quad (2)$$

با حل دستگاه معادله‌های (۱) و (۲) داریم:

$$-1 \times \begin{cases} t_1 + 2d = 108 \\ t_1 + 4d = 120 \end{cases}$$

$$rd = 12 \Rightarrow d = 6$$

$$t_1 + 2d = 108 \xrightarrow{d=6} \text{کوچک‌ترین زاویه}$$

$$t_1 + 2(6) = 108 \Rightarrow t_1 = 96$$

بنابراین دنباله زاویه‌ها به صورت زیر است:

مجموع کوچک‌ترین زاویه و زاویه متوسط:

$$96, 102, 108, 114, 120 \Rightarrow 96 + 108 = 204$$

۱۳۰. گزینه (۱)

اعداد سه رقمی مضرب ۵ تشکیل یک دنباله حسابی به صورت زیر می‌دهند:

$$105, 120, \dots, 990$$

قدرنسبت دنباله ۱۵ است؛ بنابراین:

$$t_n = 105 + (n-1)15 = 90 + 15n$$

$$990 = 90 + 15n \Rightarrow 15n = 900 \Rightarrow n = 60$$

عدد ۹۹۰ جمله ۶۰ام دنباله است؛ یعنی دنباله ۶۰ جمله دارد.



گزینه ۱۳۶ (۳)

اگر بخواهیم بین دو عدد  $a, b$  و  $m$  واسطه حسابی درج کنیم داریم:

$$a = 2 \quad b = 17$$

$$d = \frac{b-a}{m+1} = \frac{17-2}{2+1} = \frac{15}{3} = 5$$

$$t_7 = t_1 + 6d \Rightarrow t_7 = 2 + 6(5) \Rightarrow t_7 = 32$$

گزینه ۱۳۷ (۳)

$$m, n, p, q \Rightarrow m, \frac{m+d}{n}, \frac{m+rd}{p}, \frac{m+rd}{q}$$

$$mp = nq \Rightarrow m(m+rd) = (m+d)(m+rd)$$

$$\Rightarrow m^2 + rmd = m^2 + rmd + rd^2 \Rightarrow rd^2 + rmd = 0$$

$$\Rightarrow d(rd + rm) = 0 \Rightarrow rd + rm = 0 \Rightarrow d = -\frac{r}{3}m$$

$$q = m + rd = m + r(-\frac{r}{3}m) = m - \frac{r^2}{3}m = -m$$

$$p = m + rd = m + r(-\frac{r}{3}m) = m - \frac{r^2}{3}m = -\frac{1}{3}m$$

$$\frac{q}{p} = \frac{-m}{-\frac{1}{3}m} = 3$$

گزینه ۱۳۸ (۴)

$$d(\frac{1}{a_1 a_r} + \frac{1}{a_r a_{2r}} + \dots + \frac{1}{a_{n-1} a_n}) = \frac{d}{a_1 a_r} + \frac{d}{a_r a_{2r}}$$

$$+ \dots + \frac{d}{a_{n-1} a_n} = \frac{a_r - a_1}{a_1 a_r} + \frac{a_r - a_r}{a_r a_{2r}} + \dots + \frac{a_n - a_{n-1}}{a_{n-1} a_n}$$

$$= \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_r} + \frac{1}{a_r} - \frac{1}{a_{2r}} + \dots + \frac{1}{a_{n-1}} - \frac{1}{a_n}$$

$$= \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_n} = \frac{a_n - a_1}{a_1 a_n}$$

گزینه ۱۳۹ (۱)

جملات دنباله را به صورت  $a - rd, a - d, a, a + d, a + rd$  در نظر می‌گیریم:

$$a - rd + a - d + a + a + d + a + rd = 30 \Rightarrow 5a = 30 \Rightarrow a = 6$$

$$(6 - rd)^2 + (6 - d)^2 + 6^2 + (6 + d)^2 + (6 + rd)^2 = 270$$

$$\Rightarrow 36 + rd^2 - 2rd + 36 + d^2 - 2d + 36 + 36$$

$$+ 2d + d^2 + 36 + 2d + rd^2 = 270 \Rightarrow 180 + 10d^2 = 270$$

$$\Rightarrow 10d^2 = 90 \Rightarrow d^2 = 9 \Rightarrow d = \pm 3 \Rightarrow d = 3$$

$$a_1 = a - rd = 6 - 2(3) = 0$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 0 + (n-1)(3) \Rightarrow a_n = 3n - 3$$

$$a_{20} = 2(20) - 3 = 37$$

اگر قدرنسبت جدید را  $d'$  بنامیم، طبق اطلاعات سؤال  $d' = d + 2$  خواهد بود.

$$t_5 = t_1 + 4d' = a_1 + 4(d+2) = \frac{t_1 + 4d}{t_5} + 8$$

گزینه ۱۳۲ (۲)

$$s_5 = a_1 + a_2 + \dots + a_5 = 17 \Rightarrow s_{12} - s_5 = 101 - 17 = 84$$

$$s_{12} = a_1 + a_2 + \dots + a_{12} = 101$$

$$\Rightarrow a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} + a_{11} + a_{12} = 84$$

$$\Rightarrow (a_6 + a_{12}) + (a_7 + a_{11}) + (a_8 + a_{10}) + a_9 = 84$$

$$\Rightarrow 2a_9 + 2a_9 + 2a_9 + a_9 = 84 \Rightarrow 7a_9 = 84 \Rightarrow a_9 = 12$$

گزینه ۱۳۳ (۱)

$$a_5 + a_{11} = 0 \Rightarrow a_1 + 4d + a_1 + 10d = 0 \Rightarrow 2a_1 + 14d = 0$$

$$\Rightarrow a_1 + 7d = 0 \Rightarrow a_1 = -7d$$

بنابراین جملات منفی دنباله به صورت زیر می‌باشند:

$$-7d, -6d, -5d, -4d, -3d, -2d, -d$$

گزینه ۱۳۴ (۴)

سه جمله اول دنباله را  $a - d, a, a + d$  در نظر می‌گیریم، بنابراین:

$$a - d + a + a + d = -27 \Rightarrow 3a = -27 \Rightarrow a = -9$$

بنابراین جملات دنباله به صورت  $-9 - d, -9, -9 + d$  می‌باشد.

$$(-9)(-9 - d)(-9 + d) = 360 \Rightarrow -9(81 - d^2) = 360$$

$$\Rightarrow 81 - d^2 = -40 \Rightarrow d^2 = 121 \Rightarrow d = 11 \text{ (قدرنسبت مثبت است)}$$

بنابراین جملات دنباله  $11 - 9, -9, -9 + 11, -9, -9 + 11$  می‌باشد.

$$a_1 = -20$$

$$d = 11 \Rightarrow a_{11} = a_1 + 10d = -20 + (10)(11) = 90$$

گزینه ۱۳۵ (۲)

$$t_{18} = 8 \Rightarrow t_1 + 17d = 8$$

$$t_1 + t_7 = 1 \Rightarrow t_1 + t_1 + d = 1 \Rightarrow 2t_1 + d = 1$$

$$-2 \times \begin{cases} a_1 + 17d = 8 \\ 2a_1 + d = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a_1 - 34d = -16 \\ 2a_1 + d = 1 \end{cases}$$

$$-33d = -15 \Rightarrow d = \frac{15}{33} = \frac{5}{11}$$

$$2t_1 + d = 1 \xrightarrow{d = \frac{5}{11}} 2t_1 + \frac{5}{11} = 1 \Rightarrow t_1 = \frac{3}{11}$$

$$\Rightarrow t_7 = t_1 + 6d = \frac{3}{11} + 6(\frac{5}{11}) = \frac{33}{11} = 3$$

۱۴۰. گزینه (۳)

وقتی دو دنباله حسابی داریم، جملات مشترک آن دو دنباله، تشکیل یک دنباله حسابی جدید می‌دهند که قدرنسبت آن ک.م.م قدرنسبت‌های آن دو دنباله است. طبق نکته، قدرنسبت دنباله جملات مشترک برابر ۱۵ و جمله اول آن ۱۷ است.

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 17 + (n-1)(15) \Rightarrow a_n = 15n + 2$$

$$100 \leq a_n \leq 999 \Rightarrow 100 \leq 15n + 2 \leq 999 \Rightarrow 98 \leq 15n \leq 997$$

$$\Rightarrow \frac{98}{15} \leq n \leq \frac{997}{15} \Rightarrow 7 \leq n \leq 66$$

بنابراین تعداد اعداد سه‌رقمی مشترک ۶۰ - ۷ + ۱ = ۶۶ است.

۱۴۱. گزینه (۲)

رابطه (۱)  $a_1 + d = P - 2$

رابطه (۲)  $a_1 + 7d = 2P + 1$

رابطه (۳)  $a_1 + 9d = 2P - 8$

(۲) - (۱)  $\Rightarrow (a_1 + 7d) - (a_1 + d)$

$= (2P + 1) - (P - 2) \Rightarrow 6d = P + 3$  (۴) رابطه

(۳) - (۲)  $\Rightarrow (a_1 + 9d) - (a_1 + 7d) = (2P - 8) - (2P + 1)$

$\Rightarrow 2d = P - 9 \xrightarrow{\times 2} 6d = 2P - 18$  (۵) رابطه

(۴), (۵)  $\Rightarrow P + 3 = 2P - 18 \Rightarrow 2P = 21 \Rightarrow P = 10.5$

$a_1 + d = P - 2 \Rightarrow a_1 = 10.5 - 2 = 8.5$

$a_1 + 7d = 2P + 1 \Rightarrow a_1 = 2(10.5) + 1 = 22$

$\Rightarrow d = \frac{a_1 - a_2}{1 - 2} = \frac{22 - 8.5}{-1} = 13.5$

۱۴۲. گزینه (۱)

$a_n + a_{n+1} + a_{n+2} = 6n + 9 \Rightarrow a_1 + (n-1)d + a_1$

$+ nd + a_1 + (n+1)d = 6n + 9 \Rightarrow a_1 + nd - d + a_1$

$+ nd + a_1 + nd + d = 6n + 9$

$\Rightarrow (3d)n + 3a_1 = 6n + 9$

$\Rightarrow 3d = 6 \Rightarrow d = 2$

$3a_1 = 9 \Rightarrow a_1 = 3$

$a_{10} = a_1 + 9d = 3 + 9(2) = 21$

۱۴۳. گزینه (۲)

$d = t_2 - t_1 = \frac{7}{4} - 2 = -\frac{1}{4}$

$d' = t_8 - t_7 = (t_1 + 7d) - (t_1 + 6d) = d = 4(-\frac{1}{4}) = -1$

۱۴۴. گزینه (۳)

با توجه به این که دنباله حسابی می‌دهند، داریم:

تشکیل یک دنباله حسابی می‌دهند، داریم:  $rb = a + c \Rightarrow a = rb - c$

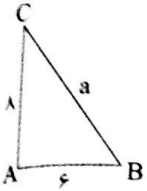
$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = b^2 + 36 \Rightarrow a = rb - c$

$= b^2 + 36 \Rightarrow rb^2 - 2rb + 36 = b^2 + 36$

$\Rightarrow rb^2 - 2rb = 0 \Rightarrow rb(b-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = 2 \text{ ق.ق.} \\ b = 0 \text{ غ.ق.} \end{cases}$

$\Rightarrow a = rb - c = 2(2) - 6 = -2$

$\Rightarrow 10 + 8 + 6 = 24$



۱۴۵. گزینه (۱)

دنباله اول:  $\frac{2}{3}, 1, \frac{4}{3}, \dots$

دنباله جدید:  $\frac{11}{3}, 5, \frac{19}{3}, \dots$

پس در دنباله جدید نیز که یک دنباله حسابی است، که جمله اول  $\frac{11}{3}$  و قدرنسبت  $\frac{11}{3} - \frac{11}{3} = \frac{4}{3}$  است، حال جمله هشتم این دنباله برابر است با:

$t_8 = t_1 + 7d \Rightarrow t_8 = \frac{11}{3} + 7(\frac{4}{3}) = \frac{11}{3} + \frac{28}{3} = \frac{39}{3} = 13$

۱۴۶. گزینه (۲)

$d = t_2 - t_1 = (5 + \sqrt{2}) - (3 + \sqrt{2}) = 2$

$t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7, t_8, t_9, t_{10}, t_{11}, t_{12}$

چهار جمله سوم، چهار جمله دوم، چهار جمله اول

$t_{13}, t_{14}, t_{15}, t_{16}, t_{17}, t_{18}, t_{19}, t_{20}, \dots$

چهار جمله پنجم، چهار جمله چهارم

$\Rightarrow (t_{13} + t_{14} + t_{15} + t_{16}) - (t_5 + t_6 + t_7 + t_8)$

$= (t_{13} - t_5) + (t_{14} - t_6) + (t_{15} - t_7) + (t_{16} - t_8)$

$= (t_1 + 12d - t_1 - 4d) + (t_1 + 13d - t_1 - 6d)$

$+ (t_1 + 14d - t_1 - 8d) + (t_1 + 15d - t_1 - 10d)$

$= 8d + 8d + 8d + 8d = 32d \xrightarrow{d=2} 32 \times 2 = 64$

۱۴۷. گزینه (۴)

با توجه به سؤال باید  $t_{25} + t_{26} + \dots + t_{35}$  را حساب کنیم، مشابه پاسخ سؤال قبل، به جای محاسبه این ۱۱ جمله و مجموع آن‌ها، می‌توانیم تفاضل مجموع ۳۵ جمله اول و مجموع ۲۴ جمله اول را

به دست آوریم؛ یعنی:  $S_{35} - S_{24}$

$S_n = \frac{n(n-1)}{2} \Rightarrow S_{35} - S_{24} = \frac{35 \times 34}{2} - \frac{24 \times 23}{2}$

$= 595 - 276 = 319$