

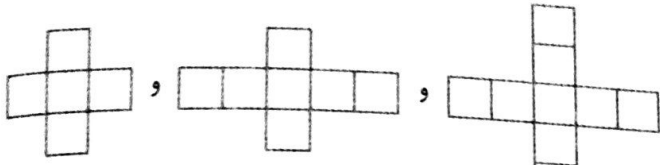
۶۲- طبق الگوی مقابل، در مرحله n ام چند نقطه وجود دارد؟

(۱) $3n - 1$

(۲) $3n + 1$

(۳) $3n + 4$

(۴) $3n - 4$



شکل (۱)

شکل (۲)

شکل (۳)

۶۳- با توجه به الگوی مقابل، تعداد مربع‌ها در شکل بیستم چقدر است؟

(۱) ۴۱

(۲) ۴۳

(۳) ۴۵

(۴) ۴۷

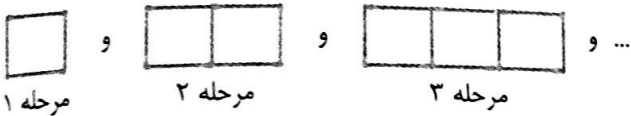
۶۴- با توجه به شکل مقابل، در کدام مرحله تعداد چوب‌کبریت‌ها، ۳۷ می‌باشد؟

(۱) ۱۱

(۲) ۱۲

(۳) ۱۳

(۴) ۱۰



مرحله ۱

مرحله ۲

مرحله ۳

۶۵- جمله بیستم دنباله ۲، ۶، ۱۲، ۲۰، ... کدام است؟

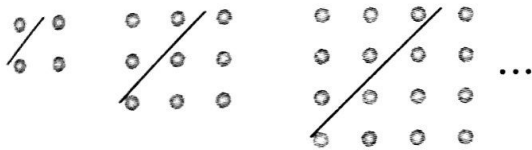
(۴) ۴۲۰

(۳) ۴۱۰

(۲) ۳۹۰

(۱) ۳۸۰

۶۶- در هر شکل تعدادی نقطه بالای خط راست رسم شده، قرار گرفته است. در شکل n ام چند نقطه بالای خط رسم شده قرار دارد؟



(۲) $\frac{n(n-1)}{2}$

(۱) $n(n-1)$

(۴) $\frac{n(n+1)}{2}$

(۳) $n(n+1)$

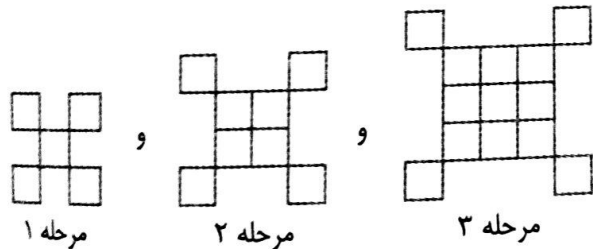
۶۷- تعداد مربع‌های کوچک در کدام مرحله، برابر ۸۵ است؟

(۱) هشتم

(۲) نهم

(۳) هفتم

(۴) ششم



مرحله ۱

مرحله ۲

مرحله ۳

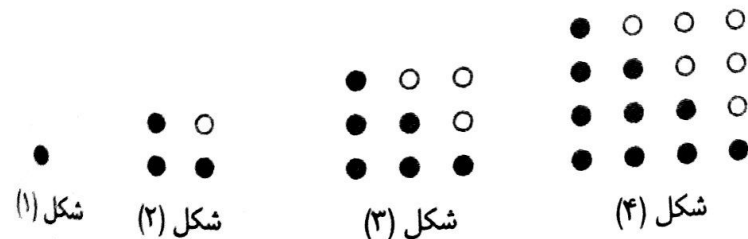
۶۸- با توجه به الگوی مقابل، اختلاف تعداد دایره‌های سیاه و سفید در شکل نوزدهم کدام است؟

(۱) ۱۸

(۲) ۱۹

(۳) ۲۰

(۴) ۲۱



شکل (۱)

شکل (۲)

شکل (۳)

شکل (۴)

۶۹- یک مستطیل کاغذی را در هر مرحله با تازدن نصف می کنیم. تعداد مستطیل های به دست آمده در مرحله n ام چه تعدادی است؟

2^{2n} (۴)

$2n$ (۳)

2^n (۲)

n^2 (۱)

۷۰- در الگوی مقابل، مجموع دایره ها در دو شکل یازدهم و دوازدهم کدام است؟

۱۲۱ (۱)

۱۴۴ (۲)

۱۴۵ (۳)

۱۴۸ (۴)



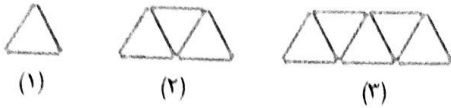
۷۱- با توجه به الگوی مقابل، تعداد چوب کبریت ها در شکل چندم برابر ۵۵ است؟

۱۵ (۲)

۱۴ (۱)

۱۷ (۴)

۱۶ (۳)



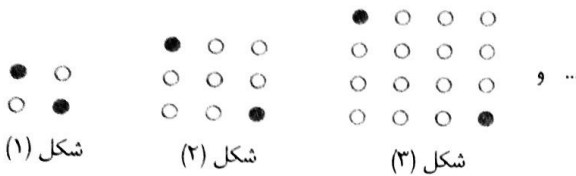
۷۲- تعداد دایره های توخالی در شکل شماره (۱۰) کدام است؟

۱۱۷ (۱)

۱۱۸ (۲)

۱۱۹ (۳)

۱۲۰ (۴)



۷۳- در دنباله ای با جمله عمومی $t_n = \frac{2n-1}{n+1}$ از جمله چندم به بعد مقدار هر یک از جمله ها، بیشتر از یک است؟

هیچ کدام (۴)

چهارم (۳)

سوم (۲)

دوم (۱)

۷۴- اگر جمله عمومی یک الگوی خطی، $C_4 = 17$ و $C_1 = 47$ باشد، جمله چندم این دنباله ۱۲۲ است؟

۲۵ (۴)

۲۴ (۳)

۲۳ (۲)

۲۲ (۱)

۷۵- جمله ششم دنباله $\frac{3}{5}, \frac{4}{8}, \frac{5}{13}, \frac{6}{20}, \dots$ کدام است؟

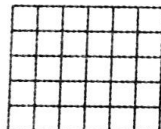
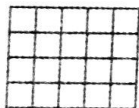
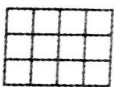
$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{1}{5}$ (۱)

۷۶- اگر جمله عمومی، تعداد مربع های کوچک به صورت $a_n = n^2 + bn + c$ باشد، $b + c$ کدام است؟



شکل (۱)

شکل (۲)

شکل (۳)

۷ (۱)

۹ (۲)

۱۱ (۳)

۱۳ (۴)

۷۷- در یک دنباله خطی با جمله عمومی C_n ، $C_2 + C_3 = 19$ و $C_5 + C_6 = 37$ است. حاصل $C_9 + C_{10}$ کدام است؟

۶۳ (۴)

۶۱ (۳)

۵۹ (۲)

۵۶ (۱)

۷۸- اگر $a_{n+1} = na_n$ باشد و $a_1 = 2$ باشد، $a_4 - a_3$ کدام است؟

۳۶ (۴)

۳۰ (۳)

۱۶ (۲)

۱۲ (۱)

۷۹- اگر $a_{2n-5} = n^2 - n$ باشد، $a_9 - a_7$ چقدر است؟

۱۶ (۴)

۱۴ (۳)

۱۲ (۲)

۹ (۱)

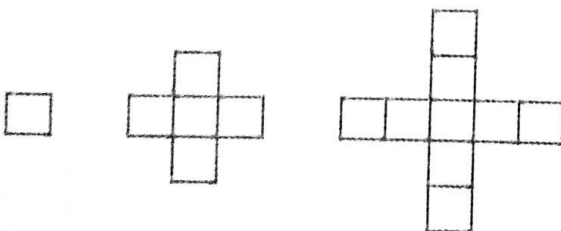
۸۰- با توجه به شکل مقابل، تعداد چوب کبریت ها برابر ۲۴۴ است؟

۱۹ (۱)

۲۰ (۲)

۲۱ (۳)

۲۲ (۴)



۸۱- الگو $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$ باشد، مجموع بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین جمله این دنباله چقدر است؟

۱ (۴)

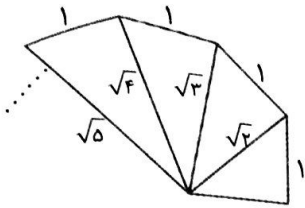
$-\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

صفر (۱)

۸۲- یک سری مثلث قائم‌الزاویه که همگی در یک رأس مشترک بوده و اندازه یک ضلع قائم همه آن‌ها ۱ واحد است، چنان رسم می‌شوند که ضلع قائم مثلث بعدی وتر مثلث قبلی است. مساحت نهمین مثلث کدام است؟

(سراسری تجربی - ۸۸)



$\frac{3}{4}$ (۱)

$\frac{5}{4}$ (۲)

$\sqrt{2}$ (۳)

$\frac{3}{2}$ (۴)

۸۳- مجموع ۴۸ جمله اول دنباله $a_n = \sqrt{n} - \sqrt{n+1}$ کدام است؟

-۷ (۴)

-۶ (۳)

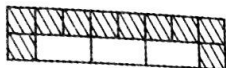
-۵ (۲)

-۴ (۱)

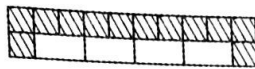
۸۴- با توجه به الگوی زیر، تعداد کاشی‌های تیره به سفید در شکل نوزدهم کدام است؟



شکل (۱)



شکل (۲)



شکل (۳)

۱/۸ (۱)

۱/۹ (۲)

۲/۱ (۳)

۲/۲ (۴)

۸۵- جمله عمومی دنباله‌ای به صورت $t_n = \frac{(2n-1)^{n-1}}{n+2}$ ($n \in \mathbb{N}$) بوده است، چندمین جمله آن (از ابتدای دنباله) عدد طبیعی است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۸۶- رابطه $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$ بین جملات یک دنباله به ازای $n \geq 1$ برقرار است، اگر $u_1 = u_2 = 1$ باشد؛ جمله نهم این دنباله کدام است؟

۳۲ (۴)

۳۳ (۳)

۳۴ (۲)

۳۵ (۱)

۸۷- در دنباله‌ای رابطه $a_n = 2a_{n-1} - 3$ برقرار است. اگر جمله دهم ۱۱ باشد، جمله هشتم چقدر است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۸۸- در دنباله $a_n = \frac{n}{16} + (-\frac{1}{2})^n$ چند جمله منفی وجود دارد؟

(ازاد)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۸۹- دنباله $a_n = \frac{2n-7}{5n-14}$ چند جمله منفی دارد؟

(ازاد غیرپزشکی - ۹۰)

۲ (۲)

۱ (۱)

(۴) بی‌شمار

(۳) صفر

۹۰- کوچک‌ترین جمله دنباله $a_n = (-\frac{3}{4})^{n+1}$ کدام است؟

(ازاد پزشکی)

$(-\frac{3}{4})^2$ (۳)

$(-\frac{3}{4})^3$ (۲)

$(-\frac{3}{4})^4$ (۱)

(۴) صفر

۹۱- با توجه به الگوی مقابل، تعداد دایره توخالی در مرحله یازدهم کدام است؟

۱۰۴ (۱)

۱۰۵ (۲)

۱۰۶ (۳)

۱۰۷ (۴)



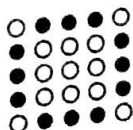
مرحله (۱)



مرحله (۲)



مرحله (۳)



مرحله (۴)

۹۲- با توجه به الگوی ۱, ۲, ۴, ۸, ۹, ۱۸, ... مجموع جملات دهم و یازدهم کدام است؟

- ۷۵ (۱) ۷۶ (۲) ۸۵ (۳) ۸۶ (۴)

۹۳- کوچک‌ترین جمله دنباله با جمله عمومی $a_n = n^2 - 10n + 17$ کدام است؟

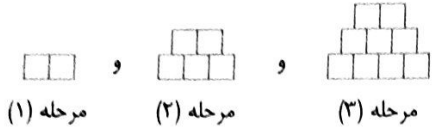
- ۸ (۱) ۱ (۲) -۸ (۳) -۱۰ (۴)

۹۴- اگر $a_n = \frac{n+2}{n+3}$ باشد، حاصل $a_5 \times a_6 \times a_7 \times \dots \times a_{22}$ کدام است؟

- ۰/۱ (۱) ۰/۱۵ (۲) ۰/۲ (۳) ۰/۲۵ (۴)

۹۵- با توجه به شکل مقابل، تعداد مربع‌های کوچک در مرحله هجدهم چقدر است؟

- ۱۷۹ (۱) ۱۸۹ (۲) ۱۷۸ (۳) ۱۸۷ (۴)



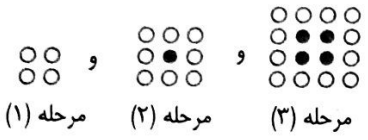
۹۶- جمله دهم دنباله ۱, ۲, ۳, ۵, ۸, ۱۳, ... کدام است؟

- ۷۵ (۱) ۷۹ (۲) ۸۵ (۳) ۸۹ (۴)

۹۷- بزرگ‌ترین جمله دنباله با جمله عمومی $a_n = \frac{14n+13}{7n+2}$ کدام است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۹۸- با توجه به الگوی مقابل، تعداد دایره‌های توپر در مرحله دوازدهم چقدر بیشتر از دایره‌های توخالی است؟



- ۷۳ (۱) ۷۵ (۲) ۷۷ (۳) ۷۹ (۴)

۹۹- اگر $a_n = \frac{(-1)^n + 1}{n+1}$ باشد، اختلاف بزرگ‌ترین جمله از کوچک‌ترین جمله چقدر است؟

- صفر (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) ۱ (۴)

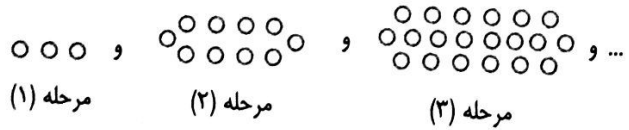
۱۰۰- چند جمله از دنباله $a_n = \frac{12n+20}{3n+2}$ عدد صحیح است؟

- صفر (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۱۰۱- کدام دنباله خطی نیست؟

- (۱) $a_n = (n+2)(n+3) - (n+3)(n+4)$
 (۲) $a_n = (n+2)^2 - (n+1)^2$
 (۳) $a_n = (\sqrt{n}-2)(\sqrt{n}+2)$
 (۴) $a_n = (\sqrt{n}+2)(\sqrt{n}+3)$

۱۰۲- با توجه به الگوی مقابل، تعداد دایره‌ها در مرحله نهم کدام است؟



- ۱۷۱ (۱) ۱۸۱ (۲) ۱۹۱ (۳) ۲۰۱ (۴)

۶۴. گزینه (۲)

دنباله تعداد چوب کبریت‌ها به صورت $۲, ۷, ۱۰, \dots$ می‌باشد که می‌توان نوشت:

$$a_1 = 2(1) + 1, a_2 = 2(2) + 1, a_3 = 2(3) + 1$$

بنابراین: $a_n = 2n + 1$ می‌باشد.

$$2n + 1 = 27 \Rightarrow 2n = 26 \Rightarrow n = 13$$

۶۵. گزینه (۴)

$$a_1 = 1 \times 2, a_2 = 2 \times 2, a_3 = 3 \times 2, a_4 = 4 \times 2$$

$$\Rightarrow a_n = n(n + 1) \Rightarrow a_{20} = 20 \times 21 = 420$$

۶۶. گزینه (۳)

تعداد نقطه‌های بالای خط راست در هر شکل برابر است با:

(۱) در شکل $a_1 = 1$

(۲) در شکل $a_2 = 3 \Rightarrow a_2 = 1, a_3 = 1 + 2$

$a_3 = 1 + 2 + 3, \dots$

(۳) در شکل $a_4 = 6$

برای به دست آوردن تعداد نقطه‌های خط در شکل n ام به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$+ a_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n$$

$$a_n = n + (n - 1) + (n - 2) + \dots + 1$$

$$2a_n = (n + 1) + (n + 1) + (n + 1) + \dots + (n + 1)$$

$$\Rightarrow 2a_n = n \times (n + 1) \Rightarrow a_n = \frac{n \times (n + 1)}{2}$$

۶۷. گزینه (۲)

هر شکل یک دنباله مربعی با ۴ مربع کوچک در هر گوشه آن قرار دارد، بنابراین:

$$a_n = n^2 + 4 \Rightarrow n^2 + 4 = 85 \Rightarrow n^2 = 81 \Rightarrow n = 9$$

۶۸. گزینه (۲)

شکل ۱ $\left\{ \begin{array}{l} \text{دایره سیاه} = ۱ \\ \text{دایره سفید} = ۰ \\ \text{اختلاف} = ۱ - ۰ = ۱ \end{array} \right.$

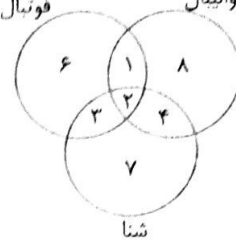
شکل ۲ $\left\{ \begin{array}{l} \text{دایره سیاه} = ۳ \\ \text{دایره سفید} = ۱ \\ \text{اختلاف} = ۳ - ۱ = ۲ \end{array} \right.$

شکل ۳ $\left\{ \begin{array}{l} \text{دایره سیاه} = ۶ \\ \text{دایره سفید} = ۳ \\ \text{اختلاف} = ۶ - ۳ = ۳ \end{array} \right.$

شکل ۴ $\left\{ \begin{array}{l} \text{دایره سیاه} = ۱۰ \\ \text{دایره سفید} = ۶ \\ \text{اختلاف} = ۱۰ - ۶ = ۴ \end{array} \right.$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، اختلاف تعداد دایره سیاه و سفید در هر شکل با شماره شکل برابر است، بنابراین اختلاف تعداد دایره سیاه و سفید در شکل نوزدهم برابر ۱۹ است.

۶۰. گزینه (۱) ابتدا ۲ نفر که عضو هر سه رشته ورزشی هستند را در ناحیه مربوط به خود قرار می‌دهیم. ۳ نفر عضو تیم فوتبال و والیبال هستند که ۲ نفر از آن‌ها عضو هر ۳ رشته هستند، بنابراین ۱ نفر عضو تیم فوتبال و والیبال است و عضو تیم شنا نیست، به همین ترتیب عدد ۳ و ۴ را در ناحیه مربوط به خود قرار می‌دهیم. در این کلاس ۱۲ نفر عضو تیم فوتبال هستند، با توجه به این که ۱ نفر از آن‌ها عضو تیم والیبال، ۳ نفر از آن‌ها عضو تیم شنا و ۲ نفر از آن‌ها هم عضو تیم والیبال و هم شنا هستند، بنابراین ۶ نفر فقط عضو تیم فوتبال هستند؛ به همین ترتیب اعداد ۷ و ۸ را قرار می‌دهیم.



$$7 + 8 + 6 = 21$$

۶۱. گزینه (۲)

اگر a و b هر دو فرد باشند:

$$(-1)^a + (-1)^b = -1 - 1 = -2$$

اگر a و b هر دو زوج باشند:

$$(-1)^a + (-1)^b = 1 + 1 = 2$$

اگر یکی از a و b فرد و دیگری زوج باشد:

$$(-1)^a + (-1)^b = -1 + 1 = 0$$

بنابراین:

$$A = \{-2, 0, 2\}$$

$$2 \leq \frac{x+4}{2} \leq 3 \Rightarrow 4 \leq x+4 \leq 6 \Rightarrow 0 \leq x \leq 2 \Rightarrow B = \{0, 1, 2\}$$

$$A \cup B = \{-2, 0, 2, 1\} \Rightarrow n(A \cup B) = 4$$

۶۲. گزینه (۲)

تعداد نقطه‌ها در هر شکل برابر است با:

(۱) در شکل $a_1 = 4 = 4 + 0 \times 3$

(۲) در شکل $a_2 = 7 = 4 + 1 \times 3$

(۳) در شکل $a_3 = 10 = 4 + 2 \times 3$

$$\Rightarrow a_n = 4 + (n - 1) \times 3 = 4 + 3n - 3 = 3n + 1$$

۶۳. گزینه (۲)

شماره شکل	۱	۲	۳
تعداد مربع	۵	۷	۹

بنابراین جمله عمومی این الگو $a_n = 2n + 3$ می‌باشد، بنابراین:

$$a_{20} = 2(20) + 3 = 43$$

۶۹. گزینه (۲)

چند جمله ابتدایی این دنباله را به دست می آوریم:

- ۲. مرحله اول
- ۴. مرحله دوم \Rightarrow جملات دنباله: ۲, ۴, ۸, ...
- ۸. مرحله سوم

می توانیم جملات دنباله را به صورت زیر نشان دهیم:

دنباله: $2^1, 2^2, 2^3, \dots$

بنابراین جمله n ام یا جمله عمومی این دنباله برابر با 2^n خواهد بود.

۷۰. گزینه (۲)

تعداد دایره ها را در هر شکل به دست می آوریم:

$a_1 = 1$

$a_2 = 3 = 1 + 2$

$a_3 = 6 = 1 + 2 + 3$

$a_4 = 10 = 1 + 2 + 3 + 4$

بنابراین تعداد دایره ها در شکل n ام برابر با: $a_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n$

خواهد بود و با توجه به این که $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$ می شود، بنابراین:

$a_{11} = \frac{11 \times (11+1)}{2} = \frac{11 \times 12}{2} = 11 \times 6 = 66$

$a_{12} = \frac{12 \times (12+1)}{2} = \frac{12 \times 13}{2} = 6 \times 13 = 78$

$\Rightarrow a_{11} + a_{12} = 66 + 78 = 144$

۷۱. گزینه (۱)

۳. چوب کبریت \rightarrow شکل ۱

۷. چوب کبریت \rightarrow شکل ۲

۱۱. چوب کبریت \rightarrow شکل ۳

همان طور که ملاحظه می شود، در هر مرحله، نسبت به مرحله قبل، ۴ چوب کبریت اضافه می شود، بنابراین الگوی آن خطی و به صورت $a_n = 4n - 1$ می باشد.

$4n - 1 = 55 \Rightarrow 4n = 56 \Rightarrow n = 14$

۷۲. گزینه (۳)

الگوی مقابل یک دنباله مربعی است که از یک مرحله جلوتر شروع شده است، بنابراین الگوی آن بدون توجه به دایره های توپر $(n+1)^2$ می باشد. در هر مرحله ۲ دایره توخالی وجود دارد، بنابراین:

$a_n = (n+1)^2 - 2 \Rightarrow a_{10} = (10+1)^2 - 2 = 11^2 - 2 = 121 - 2 = 119$

۷۳. گزینه (۲)

$t_n = \frac{2n-1}{n+1} \Rightarrow n=1 \Rightarrow t_1 = \frac{1}{2} < 1, n=2$

$\Rightarrow t_2 = \frac{3}{4} = 0.75 < 1, n=3 \Rightarrow t_3 = \frac{5}{6} > 1$

جمله دوم برابر با ۱ است و جمله سوم بیشتر از ۱، پس از جمله سوم به بعد مقدار هر جمله بیشتر از یک است.

۷۴. گزینه (۴)

$C_n = an + b \Rightarrow C_4 = 4a + b = 17$

$C_{10} = 10a + b = 47 \Rightarrow C_{10} - C_4$

$\Rightarrow 6a = 30 \Rightarrow a = 5$

$4a + b = 17 \xrightarrow{a=5} 4(5) + b = 17 \Rightarrow b = -3$

$C_n = 5n - 3 = 122 \Rightarrow 5n = 125 \Rightarrow n = 25$

۷۵. گزینه (۱)

جملات دنباله را به صورت زیر می توان نوشت:

$\frac{1+2}{(1)^2+4}, \frac{2+2}{(2)^2+4}, \frac{3+2}{(3)^2+4}, \frac{4+2}{(4)^2+4}$

$a_n = \frac{n+2}{n^2+4}$

بنابراین:

$\Rightarrow a_6 = \frac{6+2}{(6)^2+4} = \frac{8}{40} = \frac{1}{5}$

۷۶. گزینه (۳)

راه اول:

شکل ۱: $3 \times 4 \Rightarrow n$ شکل: $(n+2)(n+3)$

شکل ۲: $4 \times 5 \Rightarrow a_n = (n+2)(n+3) = n^2 + 5n + 6$

شکل ۳: 5×6
 $b = 5$
 $\Rightarrow c = 6 \Rightarrow b + c = 11$

راه دوم:

$n=1 \Rightarrow a_n = 12 = 1 + b + c \Rightarrow b + c = 11$

۷۷. گزینه (۳)

$C_n = an + b$

$C_2 + C_7 = 19 \Rightarrow 2a + b + 7a + b = 19 \Rightarrow 5a + 2b = 19$

$C_5 + C_6 = 27 \Rightarrow 5a + b + 6a + b = 27 \Rightarrow 11a + 2b = 27$

$\Rightarrow 6a = 18 \Rightarrow a = 3$

$5a + 2b = 19 \Rightarrow 15 + 2b = 19 \Rightarrow 2b = 4 \Rightarrow b = 2$

$\Rightarrow C_n = 3n + 2 \Rightarrow C_9 = 3(9) + 2 = 29$

$C_{10} = 3(10) + 2 = 32$

$C_9 + C_{10} = 29 + 32 = 61$



۸۳. گزینه (۳)

$$\begin{aligned}
 & (\sqrt{1} - \sqrt{4}) + (\sqrt{4} - \sqrt{9}) + (\sqrt{9} - \sqrt{16}) \\
 & \quad \text{جمله اول} \quad \quad \quad \text{جمله دوم} \quad \quad \quad \text{جمله سوم} \\
 & + \dots + (\sqrt{47} - \sqrt{48}) + (\sqrt{48} - \sqrt{49}) \\
 & \quad \quad \quad \text{جمله چهل و هفتم} \quad \quad \quad \text{جمله چهل و هشتم} \\
 & = \sqrt{1} - \sqrt{49} = 1 - 7 = -6
 \end{aligned}$$

۸۴. گزینه (۴)

دنباله مربوط به تعداد کاشی‌های تیره $8, 10, 12, \dots$ می‌باشد که جمله عمومی آن $2n + 6$ می‌باشد.

دنباله مربوط به تعداد کاشی‌های سفید $2, 3, 4, \dots$ می‌باشد که جمله عمومی آن $n + 1$ می‌باشد.

بنابراین جمله عمومی نسبت تعداد کاشی‌های تیره به تعداد کاشی‌های سفید $a_n = \frac{2n + 6}{n + 1}$ می‌باشد.

$$a_{19} = \frac{2(19) + 6}{19 + 1} = \frac{44}{20} = 2 \frac{1}{5}$$

۸۵. گزینه (۲)

$$t_n = \frac{(2n - 1)^{n-1}}{n + 2}$$

$$n = 1 \Rightarrow t_1 = \frac{1}{3} \notin \mathbb{N}, n = 2 \Rightarrow t_2 = \frac{1}{4} \notin \mathbb{N}, n = 3$$

$$\Rightarrow t_3 = 5 \in \mathbb{N}$$

بنابراین سومین جمله این دنباله عدد طبیعی است.

۸۶. گزینه (۲)

$$u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$$

$$u_1 = u_2 = 1 \Rightarrow 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, \dots$$

این دنباله معروف به دنباله فیبوناتچی است. دو جمله اول دنباله ۱ است و بقیه جملات از مجموع دو جمله قبل به دست می‌آیند، بنابراین جمله نهم ۳۴ است.

۸۷. گزینه (۲)

$$n = 10 \Rightarrow a_{10} = 2a_9 - 3 \Rightarrow 11 = 2a_9 - 3$$

$$\Rightarrow 2a_9 = 14 \Rightarrow a_9 = 7$$

$$n = 9 \Rightarrow a_9 = 2a_8 - 3 \Rightarrow 7 = 2a_8 - 3$$

$$\Rightarrow 2a_8 = 10 \Rightarrow a_8 = 5$$

۷۸. گزینه (۴)

$$a_2 = 2a_1 \Rightarrow a_2 = 2(2) = 4$$

$$a_3 = 3a_2 \Rightarrow a_3 = 3(4) = 12$$

$$a_4 = 4a_3 = 4(12) = 48$$

$$a_4 - a_3 = 48 - 12 = 36$$

۷۹. گزینه (۲)

$$2n - 5 = 7 \Rightarrow 2n = 12 \Rightarrow n = 6 \Rightarrow a_6 = 6^2 - 6 = 30$$

$$2n - 5 = 9 \Rightarrow 2n = 14 \Rightarrow n = 7 \Rightarrow a_7 = 7^2 - 7 = 42$$

$$a_7 - a_6 = 42 - 30 = 12$$

۸۰. گزینه (۳)

تعداد چوب‌کبریت‌ها به صورت: $4, 16, 28, \dots$

برای به دست آوردن الگو، همان‌طور که ملاحظه می‌شود، در هر مرحله ۱۲ چوب‌کبریت نسبت به مرحله قبل اضافه می‌شود، بنابراین $12n$ می‌نویسیم، اما در مرحله اول، ۴ چوب‌کبریت داریم، بنابراین $8 = 12 - 4 = 8$ الگو به صورت $a_n = 12n - 8$ می‌شود.

$$a_n = 12n - 8 = 244 \Rightarrow 12n = 252 \Rightarrow n = \frac{252}{12} = 21$$

۸۱. گزینه (۳)

$$a_1 = \frac{(-1)^1}{1} \Rightarrow a_1 = -1$$

$$a_2 = \frac{(-1)^2}{2} \Rightarrow a_2 = \frac{1}{2}$$

$$a_3 = \frac{(-1)^3}{3} \Rightarrow a_3 = -\frac{1}{3}$$

$$a_4 = \frac{(-1)^4}{4} \Rightarrow a_4 = \frac{1}{4}$$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود $a_1 = -1$ کوچک‌ترین و $a_2 = \frac{1}{2}$ بزرگ‌ترین جمله این دنباله است.

$$a_1 + a_2 = -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

۸۲. گزینه (۴)

$$\text{مساحت مثلث اول} = \frac{1 \times 1}{2}$$

$$\text{مساحت مثلث دوم} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{2}$$

$$\text{مساحت مثلث سوم} = \frac{1 \times \sqrt{3}}{2}$$

$$\text{مساحت مثلث چهارم} = \frac{1 \times \sqrt{4}}{2}$$

بنابراین مساحت مثلث نهم برابر $\frac{3}{2} = \frac{1 \times \sqrt{9}}{2}$ است.

۸۸. گزینه (۱)

راه اول: با جای گذاری اعداد طبیعی، جملات دنباله را به دست می آوریم:

$$n=1 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{16} - \frac{1}{2} = \frac{-7}{16} < 0$$

$$n=2 \Rightarrow a_2 = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} > 0$$

$$n=3 \Rightarrow a_3 = \frac{3}{16} - \frac{1}{8} = \frac{1}{16} > 0$$

$$n=4 \Rightarrow a_4 = \frac{1}{4} + \frac{1}{16} > 0$$

این دنباله فقط یک جمله منفی دارد.
راه دوم:

$$\frac{2n-7}{8n-14} < 0 \Rightarrow \frac{2n}{10} < n < \frac{35}{10} \quad n \in \mathbb{Z} \rightarrow n = \frac{30}{10} = 3$$

۸۹. گزینه (۱)

راه اول: با جای گذاری اعداد طبیعی جملات a_n را به دست می آوریم:

$$n=1 \Rightarrow a_1 = \frac{-5}{-9} = \frac{5}{9}$$

$$n=2 \Rightarrow a_2 = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$$

$$n=3 \Rightarrow a_3 = \frac{-1}{1} = -1 \Rightarrow a_3 = -1$$

$$n=4 \Rightarrow a_4 = \frac{1}{6}$$

$$n=5 \Rightarrow a_5 = \frac{3}{11}$$

این دنباله فقط یک جمله منفی دارد.
راه دوم:

$$\frac{2n-7}{8n-14} < 0 \Rightarrow \frac{2n}{10} < n < \frac{35}{10} \quad n \in \mathbb{Z} \rightarrow n = \frac{30}{10} = 3$$

۹۰. گزینه (۲)


چند جمله ابتدایی این دنباله را به دست آوریم:

$$a_1 = \left(-\frac{3}{4}\right)^2, a_2 = \left(-\frac{3}{4}\right)^3, a_3 = \left(-\frac{3}{4}\right)^4, \dots$$

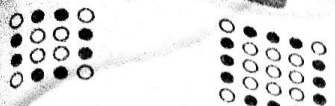
چون جمله عمومی دارای علامت منفی است و توان جملات به ترتیب زوج و فرد می شود، جملات این دنباله به صورت یک در میان منفی هستند، از طرفی کسری که به توان می رسد کوچک تر از یک است، پس هر چه توان زوج بیشتر شود، حاصل کوچک تر و هر چه توان فرد بیشتر شود، حاصل بزرگ تر خواهد شد؛ پس کوچک ترین جمله، اولین جمله با علامت منفی است؛ یعنی $a_2 = \left(-\frac{3}{4}\right)^3$.

۹۱. گزینه (۱)

بدون در نظر گرفتن دایره های توپر، یک الگوی مربعی خواهیم داشت که از یک مرحله جلوتر شروع شده است که الگوی آن $(n+1)^2$ است. با توجه به شکل داریم:



$$(1+1)^2 - 4 \times 0 \quad (2+1)^2 - 4 \times 1$$



$$(3+1)^2 - 4 \times 2 \quad (4+1)^2 - 4 \times 3$$

$$\Rightarrow a_n = (n+1)^2 - 4(n-1) \Rightarrow a_{11} = (11)^2 - 4(10) = 104$$

۹۲. گزینه (۴)

همان طور که ملاحظه می شود، جملات فرد، یک دنباله مربعی و جملات زوج، دو برابر جملات فرد قبل از آن است، بنابراین دنباله به صورت:

۱, ۲, ۴, ۸, ۹, ۱۸, ۱۶, ۳۲, ۲۵, ۵۰, ۳۶

$$a_{10} = 50 \Rightarrow a_{10} + a_{11} = 86$$

$$a_{11} = 36$$

۹۳. گزینه (۳)

$$a_n = n^2 - 10n + 17 \Rightarrow a_n = n^2 - 10n + 25 - 8$$

$$\Rightarrow a_n = (n-5)^2 - 8$$

کمترین جمله دنباله زمانی است که $(n-5)^2 = 0$ باشد؛ یعنی

$n=5$ باشد.

$$a_5 = 5^2 - 10(5) + 17 = -8$$

۹۴. گزینه (۳)

$$a_5 = \frac{7}{8}, a_6 = \frac{8}{9}, a_7 = \frac{9}{10}, \dots, a_{31} = \frac{33}{34}, a_{32} = \frac{34}{35}$$

$$\Rightarrow a_5 \times a_6 \times a_7 \times \dots \times a_{32} = \frac{7}{8} \times \frac{8}{9} \times \frac{9}{10} \times \dots \times \frac{33}{34} \times \frac{34}{35}$$

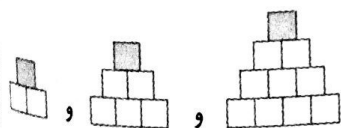
$$\times \dots \times \frac{33}{34} \times \frac{34}{35} = \frac{7}{35} = \frac{1}{5} = 0.2$$

۹۵. گزینه (۲)

اگر در هر مرحله یک مربع بیشتر بود، الگوها به شکل الگوی مثلثی می شد که از یک مرحله جلوتر شروع شده است. می دانیم الگوی مثلثی به صورت $\frac{n(n+1)}{2}$ است، با توجه به این که از

یک مرحله شروع شده است، دنباله به صورت $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$ است

و با توجه به این که از الگوی مثلثی در هر مرحله یک مربع کمتر دارد، $a_n = \frac{(n+1)(n+2)}{2} - 1$ می شود.



$$a_n = \frac{(n+1)(n+2)}{2} - 1 \Rightarrow a_{18} = \frac{(18+1)(18+2)}{2} - 1 = 189$$



توجه شود که جملات فرد همگی صفر و جملات زوج، نزولی است. بنابراین بزرگ‌ترین جمله $\frac{2}{3}$ و کوچک‌ترین آن صفر است.

$$a_2 = \frac{2}{3} \quad a_1 = 0$$

$$a_2 - a_{2k-1} = \frac{2}{3} - 0 = \frac{2}{3}$$

۱۰۰. گزینه (۱)

$$a_n = \frac{12n + 20}{3n + 2} \Rightarrow a_n = \frac{12n + 8 + 12}{3n + 2} = \frac{12n + 8}{3n + 2} + \frac{12}{3n + 2}$$

$$\Rightarrow a_n = 4 + \frac{12}{3n + 2}$$

بنابراین $3n + 2$ باید شمارنده‌های عدد ۱۲ باشد.

$$\text{غ ق ق} \quad 3n + 2 = 6 \Rightarrow n = \frac{4}{3}$$

$$\text{غ ق ق} \quad 3n + 2 = 1 \Rightarrow n = -\frac{1}{3}$$

$$\text{غ ق ق} \quad 3n + 2 = 12 \Rightarrow n = \frac{10}{3}$$

$$\text{غ ق ق} \quad 3n + 2 = 2 \Rightarrow n = 0$$

$$\text{غ ق ق} \quad 3n + 2 = 3 \Rightarrow n = \frac{1}{3}$$

$$\text{غ ق ق} \quad 3n + 2 = 4 \Rightarrow n = \frac{2}{3}$$

توجه کنید که n باید عدد طبیعی باشد.

۱۰۱. گزینه (۴)

$$\text{گزینه (۱): } a_n = (n+2)(n+3) - (n+3)(n+4)$$

$$\Rightarrow a_n = (n^2 + 5n + 6) - (n^2 + 7n + 12)$$

$$\Rightarrow a_n = n^2 + 5n + 6 - n^2 - 7n - 12 = -2n - 6 \quad \text{خطی}$$

$$\text{گزینه (۲): } a_n = (n+2)^2 - (n+1)^2$$

$$\Rightarrow a_n = (n^2 + 4n + 4) - (n^2 + 2n + 1)$$

$$\Rightarrow a_n = n^2 + 4n + 4 - n^2 - 2n - 1 \Rightarrow a_n = 2n + 3 \quad \text{خطی}$$

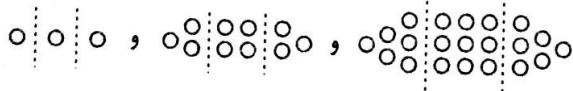
$$\text{گزینه (۳): } a_n = (\sqrt{n}-2)(\sqrt{n}+2) \Rightarrow a_n = (\sqrt{n})^2 - (2)^2$$

$$\Rightarrow a_n = n - 4 \quad \text{خطی}$$

$$\text{گزینه (۴): } a_n = (\sqrt{n}+2)(\sqrt{n+3}) = n + 5\sqrt{n} + 6 \quad \text{غیرخطی}$$

۱۰۲. گزینه (۱)

الگو به صورت زیر است:



۹۶. گزینه (۴)

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، از جمله سوم، هر جمله از مجموع دو جمله قبل به دست می‌آید.

$$a_3 = 3 = 2 + 1, a_4 = 5 = 3 + 2, a_5 = 8 = 5 + 3$$

$$, a_6 = 13 = 8 + 5$$

بنابراین ادامه جملات به صورت: $1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89$ بنابراین $a_{10} = 89$.

۹۷. گزینه (۲)

$$a_n = \frac{14n + 13}{7n + 2} \Rightarrow a_n = \frac{14n + 4 + 9}{7n + 2}$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{14n + 4}{7n + 2} + \frac{9}{7n + 2} \Rightarrow a_n = 2 + \frac{9}{7n + 2}$$

برای آن که بزرگ‌ترین جمله a_n را پیدا کنیم، باید بیشترین مقدار

$\frac{9}{7n + 2}$ را پیدا کنیم و بیشترین مقدار آن کسر، زمانی است که

$7n + 2$ کمترین مقدار خود باشد؛ یعنی $n = 1$.

$$\Rightarrow a_1 = \frac{14(1) + 13}{7(1) + 2} = \frac{27}{9} = 3$$

۹۸. گزینه (۱)

$$\text{مرحله ۱: } \begin{cases} \text{تعداد دایره توخالی} = 4 \\ \text{تعداد دایره توپر} = 0 \end{cases}$$

$$\text{مرحله ۲: } \begin{cases} \text{تعداد دایره توخالی} = 8 \\ \text{تعداد دایره توپر} = 1 \end{cases}$$

$$\text{مرحله ۳: } \begin{cases} \text{تعداد دایره توخالی} = 12 \\ \text{تعداد دایره توپر} = 4 \end{cases}$$

الگوی دایره‌های توخالی $a_n = 4n$ و الگوی دایره‌های توپر

$b_n = (n-1)^2$ می‌باشد، بنابراین در مرحله دوازدهم:

$$\text{تعداد دایره‌های توخالی: } a_{12} = 4(12) = 48$$

$$\Rightarrow 121 - 48 = 73$$

$$\text{تعداد دایره‌های توپر: } b_{12} = (12-1)^2 = 121$$

۹۹. گزینه (۳)

$$a_1 = \frac{(-1)^1 + 1}{1 + 1} = 0$$

$$a_2 = \frac{(-1)^2 + 1}{2 + 1} = \frac{2}{3}$$

$$a_3 = \frac{(-1)^3 + 1}{3 + 1} = 0$$

$$a_4 = \frac{(-1)^4 + 1}{4 + 1} = \frac{2}{5}$$



۱۰۳- کدام یک از دنباله‌های زیر دنباله حسابی است؟

$t_n = n^2 + n$ (۴) $t_n = \frac{1}{n}$ (۳) $t_n = n^2$ (۲) $t_n = 8n + 1$ (۱)

۱۰۴- سه جمله متوالی یک دنباله حسابی می‌باشد، مقدار x کدام است؟ $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{x}$

۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

۱۰۵- در یک دنباله حسابی، جمله دهم برابر ۴۰ و جمله هجدهم برابر ۸۰ است. جمله بیست و یکم این دنباله کدام است؟

۹۰ (۱) ۹۵ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۰۵ (۴)

۱۰۶- در یک دنباله حسابی، مجموع ۱۱ جمله اول چند برابر جمله ششم است؟

۱۰ (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) قابل محاسبه نیست. (۴)

۱۰۷- اگر $2x$ و x^2 و x سه جمله متوالی یک دنباله حسابی با جملات غیر صفر باشد، قدر نسبت این دنباله کدام است؟

۰/۲۵ (۱) ۰/۵ (۲) ۰/۷۵ (۳) ۱ (۴)

۱۰۸- در یک دنباله حسابی حاصل $\frac{3a_4 + a_{12}}{a_5 + a_7}$ کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۹- در یک دنباله حسابی، مجموع چهار جمله اول، ۳۲ و جمله پانزدهم ۵۸ است. جمله بیست و یکم این دنباله چقدر است؟

۸۰ (۱) ۸۲ (۲) ۹۰ (۳) ۹۲ (۴)

۱۱۰- جمله عمومی یک دنباله حسابی $a_n = (k-4)n^2 + (3k-2)n + k^2$ است. جمله ششم این دنباله کدام است؟

۷۲ (۱) ۷۴ (۲) ۷۶ (۳) ۷۸ (۴)

۱۱۱- کدام جمله از دنباله حسابی $\dots, -324, -328$ برابر صفر است؟

(۱) جمله هشتاد و یکم (۲) جمله هشتاد و دوم (۳) جمله هشتاد و سوم (۴) جمله هشتاد و چهارم

۱۱۲- در یک دنباله حسابی اگر $a_4 + a_8 + a_9 = 2a_5 + a_n$ باشد، مقدار n کدام است؟

۱۰ (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴)

۱۱۳- تفاضل جمله دهم از جمله دوازدهم یک دنباله حسابی ۵ و مجموع دو جمله دهم و دوازدهم، ۲۵ است. جمله بیست و یکم این دنباله کدام است؟

(سراسری خارج از کشور)

۳۵ (۱) ۳۶ (۲) ۳۷/۵ (۳) ۳۸/۵ (۴)

۱۱۴- در یک دنباله حسابی $t_5 + t_6 = 3$ و $t_8 + t_9 = -2$ است، حاصل $t_{13} + t_{15}$ چقدر است؟

-۵۵/۶ (۱) -۳۷/۶ (۲) -۵/۶ (۳) -۶۷/۶ (۴)

۱۱۵- چند جمله از دنباله حسابی $t_1 = 170$ و $t_7 = 161$ مثبت است؟

۱۷ (۱) ۱۸ (۲) ۱۹ (۳) ۲۰ (۴)

(آزاد پزشکی - ۹۰)

۱۱۶- اگر $t_n - t_{n-1} = 5$ و $t_7 = -4$ باشد، مقدار t_8 کدام است؟

- ۱۹ (۴) ۱۳ (۳) ۱۱ (۲) ۹ (۱)

۱۱۷- در یک دنباله حسابی، جمله اول برابر ۱۰ و مجموع جملات پنجم و ششم برابر ۱۱ است. جمله چهارم کدام است؟

- ۱۳ (۴) ۱۲ (۳) ۷ (۲) ۶ (۱)

۱۱۸- اگر $t, 2t, t+14$ سه جمله متوالی یک دنباله حسابی با جمله اول t باشند، جمله چهارم آن کدام است؟

- ۴۹ (۴) ۴۳ (۳) ۳۵ (۲) ۲۸ (۱)

(سراسری ریاضی)

۱۱۹- بین اعداد $12-$ و 52 سه واسطه حسابی درج کرده‌ایم مجموع این سه واسطه حسابی چقدر است؟

- ۷۲ (۴) ۶۸ (۳) ۶۴ (۲) ۶۰ (۱)

۱۲۰- در یک سالن همایش، تعداد صندلی‌های هر ردیف، یک دنباله عددی تشکیل می‌دهند. اگر از ردیف جلو شمارش کنیم، ردیف پنجم ۳۹ صندلی و

- ۱۸ (۴) ۱۵ (۳) ۱۰ (۲) ۶ (۱)

(آزاد)

۱۲۱- در یک دنباله حسابی $10 = 3t_4 - t_7 + 2t_1$ است، قدر نسبت این دنباله چقدر است؟

- ۲ (۴) ۲ (۳) $-\frac{5}{4}$ (۲) $\frac{5}{4}$ (۱)

۱۲۲- در دنباله حسابی $5, 10, \dots$ نسبت $\frac{a_7 + a_{11} + a_{22}}{a_7 + a_6 + a_1}$ کدام است؟

- $\frac{7}{3}$ (۴) $\frac{12}{6}$ (۳) ۲ (۲) $\frac{11}{6}$ (۱)

۱۲۳- $15, y, x$ و 4 ، چهار جمله متوالی یک دنباله حسابی می‌باشند. حاصل xy کدام است؟

- ۷۷ (۴) ۷۲ (۳) ۶۰ (۲) ۴۵ (۱)

۱۲۴- در یک دنباله حسابی، جمله سوم و نهم به ترتیب برابر ۶۲ و ۵۰ است. این دنباله چند جمله مثبت دارد؟

- ۳۵ (۴) ۳۴ (۳) ۳۳ (۲) ۳۲ (۱)

۱۲۵- مجموع دو جمله n ام و $(n-1)$ ام دنباله حسابی $2, 4, 6, 8, \dots$ کدام است؟

- $4n + 1$ (۴) $4n$ (۳) $4n - 1$ (۲) $4n - 2$ (۱)

۱۲۶- در دنباله عددی $7, 14, 21, \dots, 105$ چند جمله وجود دارد؟

- ۱۶ (۴) ۱۵ (۳) ۱۴ (۲) ۱۳ (۱)

۱۲۷- اگر a, b و c و $a, b + 2$ و $c + x$ و $a - 1$ ، سه جمله متوالی از دو دنباله حسابی مختلف باشند، مقدار x کدام است؟

- ۶ (۴) ۵ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۱۲۸- در یک دنباله حسابی $t_3 = 7$ است. حاصل $t_1 + t_7 + t_6$ چقدر است؟

- ۲۸ (۴) ۲۱ (۳) ۲۱ (۲) ۷ (۱)

(آزاد)

۱۲۹- زوایای داخلی یک پنج ضلعی محدب، تشکیل دنباله حسابی می‌دهند. اگر اندازه بزرگ‌ترین زاویه 120° باشد، حاصل جمع زاویه کوچک‌تر با زاویه متوسط کدام است؟

- ۱۹۸ (۴) ۲۰۰ (۳) ۲۰۲ (۲) ۲۰۴ (۱)

(سراسری فنی حرفه‌ای - ۹۲)

۱۳۰- چند عدد سه رقمی مضرب ۱۵ وجود دارد؟

- ۳۰ (۴) ۵۹ (۳) ۶۱ (۲) ۶۰ (۱)

۱۳۱- اگر به قدرنسبت یک دنباله حسابی ۲ واحد اضافه کنیم به جمله پنجم دنباله حاصل چند واحد اضافه می‌گردد؟

- ۱۰ (۴) ۸ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۱۳۲ اگر S_{11} مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی باشد و داشته باشیم $S_3 = 17$ و $S_5 = 101$ باشد. جمله نهم این دنباله کدام است؟

- ۹ (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴)

۱۳۳ در یک دنباله حسابی با قدر نسبت مثبت $a_{11} + a_{13} = 2$ این دنباله چند جمله منفی دارد؟

- ۷ (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴)

۱۳۴ در یک دنباله حسابی با قدر نسبت مثبت، مجموع سه جمله اول $27 -$ و حاصل‌ضرب آن‌ها 360 می‌باشد. جمله یازدهم این دنباله چقدر است؟

- ۷۵ (۱) ۸۰ (۲) ۸۵ (۳) ۹۰ (۴)

۱۳۵ جمله هجدهم یک دنباله حسابی 8 و مجموع جمله‌های اول و دوم آن 1 است. جمله هفتم این دنباله برابر چه عددی است؟

- ۴ (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۲ (۴)

۱۳۶ بین دو عدد 2 و 12 سه عدد قرار داده‌ایم که با این دو عدد تشکیل دنباله حسابی بدهید جمله هفتم این دنباله کدام است؟ (جمله اول 2 است.)

- ۱۶ (۱) ۱۷ (۲) ۱۴/۵ (۳) ۱۵/۵ (۴)

۱۳۷ اگر q و p و n و m چهار جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند، به طوری که $mp = nq$ باشد. $\frac{q}{p}$ کدام است؟ (جمله اول دنباله m است و قدرنسبت دنباله مخالف صفر است.)

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۳۸ اگر a_1, a_2, a_n و a_n جملات یک دنباله حسابی باشند، حاصل $d \left(\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_{n-1} a_n} \right)$ کدام است؟ (d قدرنسبت دنباله حسابی است.)

- (۱) $\frac{a_1 a_n}{a_1 - a_n}$ (۲) $\frac{a_1 a_n}{a_n - a_1}$ (۳) $\frac{a_1 - a_n}{a_1 a_n}$ (۴) $\frac{a_n - a_1}{a_1 a_n}$

۱۳۹ در یک دنباله حسابی با قدر نسبت مثبت، مجموع 5 جمله اول برابر 30 و مجموع مجذورات 5 جمله اول برابر 270 است. جمله بیستم این دنباله کدام است؟

- ۵۷ (۱) ۵۸ (۲) ۵۹ (۳) ۶۰ (۴)

۱۴۰ در دو دنباله حسابی به صورت $2, 7, 12, \dots$ و $8, 11, 14, \dots$ چند عدد سه رقمی مشترک وجود دارد؟ (سراسری خارج از کشور ریاضی)

- ۵۸ (۱) ۵۹ (۲) ۶۰ (۳) ۶۱ (۴)

۱۴۱ اعداد $2P - 2, P + 1, 3P - 8$ بدترتیب جملات دوم، هشتم و دهم از یک دنباله حسابی می‌باشند. قدرنسبت دنباله کدام است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۱۴۲ در یک دنباله حسابی با جمله عمومی a_n ، $a_n + a_{n+1} + a_{n+2} = 6n + 9$ می‌باشد. جمله دهم این دنباله کدام است؟

- ۲۱ (۱) ۶۳ (۲) ۶۹ (۳) ۷۱ (۴)

۱۴۳ در دنباله حسابی $\frac{7}{4}, 2, \dots$ جملات t_4, t_8, t_{12}, \dots تشکیل دنباله حسابی دیگری می‌دهند، قدرنسبت این دنباله چقدر است؟

- $-\frac{1}{4}$ (۱) -1 (۲) -4 (۳) $\frac{1}{4}$ (۴)

۱۴۴ اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه تشکیل دنباله حسابی می‌دهند. اگر اندازه یکی از ضلع‌های زاویه قائمه 6 باشد، محیط مثلث کدام است؟ (سراسری فنی حرفه‌ای - ۹۱)

- ۱۷ (۱) ۱۸ (۲) ۲۱ (۳) ۲۴ (۴)

۱۴۵ در دنباله حسابی $\frac{4}{3}, 1, \frac{2}{3}, \dots$ جمله اول را با 3 ، جمله دوم را با 4 ، جمله سوم را با 5 و ... جمع می‌کنیم. جمله هشتم دنباله جدید کدام است؟

- ۱۳ (۱) ۱۴ (۲) $\frac{13}{3}$ (۳) $\frac{14}{3}$ (۴)

$$\frac{ra_7 + a_{17}}{a_5 + a_9} = \frac{r(a_1 + rd) + a_1 + 11d}{a_1 + rd + a_1 + 6d} = \frac{ra_1 + 9d + a_1 + 11d}{ra_1 + 10d}$$

$$= \frac{ra_1 + 20d}{ra_1 + 10d} = \frac{r(ra_1 + 10d)}{ra_1 + 10d} = r$$

گزینه ۱۰۸ (۳)

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 22 \Rightarrow a_1 + a_1 + d + a_1 + rd + a_1 + rd = 22$$

$$\Rightarrow 4a_1 + 2d = 22 \Rightarrow \begin{cases} 2a_1 + rd = 16 \\ a_1 + 14d = 58 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a_1 + rd = 16 \\ -2a_1 - 28d = -116 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -25d = -100 \Rightarrow d = 4 \Rightarrow a_{21} = a_{15} + 6d = 58 + 24 = 82$$

گزینه ۱۰۹ (۲)

همان طور که می دانیم جمله عمومی یک دنباله حسابی از درجه ۱ است، بنابراین ضریب n^2 باید صفر باشد.

$$k - 4 = 0 \Rightarrow k = 4 \Rightarrow a_n = (4 - 4)n^2 + (3(4) - 2)n + 4^2$$

$$a_n = 10n + 16 \Rightarrow a_6 = (10)(6) + 16 = 76$$

گزینه ۱۱۰ (۳)

$$a_1 = -328$$

$$d = 4$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \Rightarrow a_n = -328 + (n - 1)(4)$$

$$\Rightarrow a_n = 4n - 332 = 0 \Rightarrow 4n - 332 = 0 \Rightarrow 4n = 332$$

$$\Rightarrow n = 83$$

گزینه ۱۱۱ (۳)

$$a_4 + a_8 + a_{11} = 2a_5 + a_n$$

$$\Rightarrow a_1 + 3d + a_1 + 7d + a_1 + 10d = 2(a_1 + 4d) + a_n$$

$$\Rightarrow 3a_1 + 18d = 2a_1 + 8d + a_n \Rightarrow a_1 + 10d = a_n$$

$$\Rightarrow a_{11} = a_n \Rightarrow n = 11$$

گزینه ۱۱۲ (۲)

$$a_{12} - a_{10} = 5 \Rightarrow (a_1 + 11d) - (a_1 + 9d) = 5$$

$$\Rightarrow 2d = 5 \Rightarrow d = 2/5$$

$$a_{12} + a_{10} = 25 \Rightarrow (a_1 + 11d) + (a_1 + 9d) = 25$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 20d = 25 \Rightarrow 2a_1 + 20(2/5) = 25$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 50 = 25 \Rightarrow 2a_1 = -25 \Rightarrow a_1 = -12/5$$

$$a_{21} = a_1 + 20d = -12/5 + 20(2/5) = 27/5$$

گزینه ۱۱۳ (۳)

همان طور که ملاحظه می شود هر شکل از یک دنباله مربعی و دو دنباله مثلثی تشکیل شده است، بنابراین:

$$a_n = n^2 + (2 \times \frac{n(n+1)}{2}) \Rightarrow a_n = 2n^2 + n$$

$$\Rightarrow a_9 = 2(9)^2 + 9 = 171$$

گزینه ۱۰۳ (۱) جمله عمومی یک دنباله حسابی همواره یک عبارت درجه اول است، به عبارتی توان n باید ۱ باشد. (توجه شود توان n در گزینه «۳» -۱ است نه ۱)

گزینه ۱۰۴ (۲)

$$2(\frac{1}{4}) = \frac{1}{3} + \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x+3}{3x} \Rightarrow 3x = 2(x+3)$$

$$\Rightarrow 3x = 2x + 6 \Rightarrow x = 6$$

گزینه ۱۰۵ (۲)

راه اول:

$$a_{10} = 40 \Rightarrow a_1 + 9d = 40 \Rightarrow \begin{cases} -a_1 - 9d = -40 \\ a_1 + 17d = 80 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 8d = 40 \Rightarrow d = 5$$

$$a_1 + 9d = 40 \Rightarrow a_1 + 9(5) = 40 \Rightarrow a_1 = -5$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = -5 + (n-1)(5) \Rightarrow a_n = 5n - 10$$

$$a_{21} = 5(21) - 10 = 95$$

راه دوم:

$$a_{18} = a_1 + 17d \Rightarrow d = 5$$

$$a_{21} = a_{18} + 3d \Rightarrow a_{21} = 95$$

گزینه ۱۰۶ (۲)

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{11}}{a_6} = \frac{(a_1 + a_{11}) + (a_2 + a_{10}) + (a_3 + a_9) + (a_4 + a_8) + (a_5 + a_7) + a_6}{a_6}$$

$$\Rightarrow \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{11}}{a_6} = \frac{2a_6 + 2a_6 + 2a_6 + 2a_6 + 2a_6 + a_6}{a_6}$$

$$\frac{11a_6}{a_6} = 11$$

گزینه ۱۰۷ (۳)

$$2x^2 = x + 2x \Rightarrow 2x^2 = 3x \Rightarrow 2x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(2x - 3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow x^2 = \frac{9}{4} \\ x = 0 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$d = x^2 - x = \frac{9}{4} - \frac{3}{2} = \frac{3}{4} = 0.75$$

طبق اطلاعات سؤال $t_5 + t_6 = 11$ و $t_1 = 10$

۱۱۷. گزینه (۲)

است. طبق تعریف جمله عمومی دنباله حسابی داریم:

$$t_5 + t_6 = 11 \Rightarrow (t_1 + 4d) + (t_1 + 5d) = 11$$

$$\Rightarrow 2t_1 + 9d = 11 \xrightarrow{t_1=10} 20 + 9d = 11$$

$$\Rightarrow 9d = -9 \Rightarrow d = -1$$

$$t_3 = t_1 + 2d = 10 + 2(-1) = 7$$

۱۱۸. گزینه (۲)

طبق رابطه بین سه جمله متوالی یک دنباله حسابی داریم:

$$2 \times 21 = t + t + 14 \Rightarrow 42 = 2t + 14 \Rightarrow 2t = 28 \Rightarrow t = 14$$

پس جملات دنباله عبارت‌اند از: ۱۴, ۲۱, ۲۸

با کمی دقت متوجه می‌شویم که قدرنسبت دنباله ۷ است؛ پس:

$$t_4 = 28 + 7 = 35$$

۱۱۹. گزینه (۱)

$$d = \frac{52 - (-12)}{3 + 1} = \frac{64}{4} = 16$$

$$-12, 4, 20, 36, 52$$

$$\text{جمع} = 4 + 20 + 36 = 60$$

طبق اطلاعات سؤال $t_5 = 39$ و $t_8 = 69$

۱۲۰. گزینه (۳)

است. به کمک تعریف جمله عمومی خواهیم داشت:

$$\begin{cases} t_5 = t_1 + 4d = 39 \\ t_8 = t_1 + 7d = 69 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 + 4d = 39 \\ t_1 + 7d = 69 \end{cases}$$

$$5d = 30 \Rightarrow d = 6$$

$$t_1 + 4d = 39 \xrightarrow{d=6} t_1 + 4(6) = 39 \Rightarrow t_1 = 39 - 24 = 15$$

۱۲۱. گزینه (۲)

جمله عمومی دنباله حسابی $t_n = t_1 + (n-1)d$ است؛ پس:

$$2t_1 + t_2 - 3t_3 = 10 \Rightarrow 2t_1 + (t_1 + d) - 3(t_1 + 2d) = 10$$

$$\Rightarrow 2t_1 + t_1 + d - 3t_1 - 6d = 10 \Rightarrow -8d = 10$$

$$\Rightarrow d = \frac{-10}{8} = -\frac{5}{4}$$

۱۲۲. گزینه (۱)

$$\frac{r_{a_{11}}}{a_7 + a_{11} + a_{15}} = \frac{r_{a_{11}}}{r_{a_6}} = \frac{a_{11}}{a_6} = \frac{a_1 + 10d}{a_1 + 5d}$$

$$= \frac{5 + 10(5)}{5 + 5(5)} = \frac{55}{30} = \frac{11}{6}$$

۱۱۴. گزینه (۴)

$$t_5 + t_6 = 3 \Rightarrow (t_1 + 4d) + (t_1 + 5d) = 3 \Rightarrow 2t_1 + 9d = 3$$

$$t_8 + t_9 = -2 \Rightarrow (t_1 + 7d) + (t_1 + 8d) = -2$$

$$\Rightarrow 2t_1 + 15d = -2 \Rightarrow \begin{cases} 2t_1 + 9d = 3 \\ 2t_1 + 15d = -2 \end{cases}$$

$$6d = -5 \Rightarrow d = \frac{-5}{6}$$

روش اول:

$$2t_1 + 9d = 3 \Rightarrow 2t_1 = 3 - 9d = 3 - 9\left(\frac{-5}{6}\right)$$

$$= 3 + \frac{15}{2} = \frac{21}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{21}{4} t_{13} + t_{15}$$

$$= (t_1 + 12d) + (t_1 + 14d) = 2t_1 + 26d$$

$$= 2 \times \frac{21}{4} + 26 \times \frac{-5}{6} = \frac{21}{2} - \frac{65}{3} = -\frac{67}{6}$$

روش دوم:

$$2t_1 + 9d = 3 \Rightarrow 2t_1 = 3 - 9d (*)$$

$$t_{13} + t_{15} = (t_1 + 12d) + (t_1 + 14d) = 2t_1 + 26d$$

$$\xrightarrow{(*)} 3 - 9d + 26d = 3 + 17d = 3 + 17 \times \frac{-5}{6} = \frac{-67}{6}$$

۱۱۵. گزینه (۳)

با استفاده از دو جمله داده شده، جمله عمومی این دنباله را به دست می‌آوریم:

$$d = t_2 - t_1 = 161 - 170 = -9$$

$$t_n = t_1 + (n-1)d \Rightarrow t_n = 170 + (n-1)(-9)$$

$$= 170 - 9n + 9 \Rightarrow a_n = 179 - 9n$$

چون تعداد جملات مثبت را می‌خواهیم، پس تعداد n هایی که در رابطه $t_n > 0$ صدق کند جواب سؤال است. با حل نامعادله درجه اول داریم:

$$179 - 9n > 0 \Rightarrow 9n < 179 \Rightarrow n < \frac{179}{9} \approx 19.88$$

بزرگ‌ترین عدد طبیعی (n) که در رابطه $19.88 < n$ صدق می‌کند،

$n = 19$ است، بنابراین این تصاعد ۱۹ جمله مثبت دارد.

۱۱۶. گزینه (۲)

طبق تعریف قدرنسبت در دنباله حسابی می‌دانیم: $d = t_n - t_{n-1} = 5$ ، بنابراین $d = 5$.

$$t_n = t_1 + (n-1)d$$

$$t_2 = t_1 + d \Rightarrow -4 = t_1 + 5 \Rightarrow t_1 = -9$$

$$t_5 = t_1 + 4d \Rightarrow -9 + 4 \times 5 = -9 + 20 = 11$$

۱۲۲. گزینه (۴)

می‌توانیم این چهار جمله را، چهار جمله اول دنباله حسابی در نظر بگیریم:

$$\begin{aligned} a_4 &= 15 \\ a_1 &= 3 \end{aligned} \Rightarrow d = \frac{a_4 - a_1}{4 - 1} = \frac{15 - 3}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

بنابراین دنباله به صورت ۳، ۷، ۱۱، ۱۵ می‌باشد؛ یعنی $x = 7$ و $y = 11$ و $xy = 77$

۱۲۴. گزینه (۲)

$$\begin{aligned} a_3 &= 62 \\ a_9 &= 50 \end{aligned} \Rightarrow d = \frac{a_9 - a_3}{9 - 3} = \frac{50 - 62}{6} = -2$$

$$a_3 = 62 \Rightarrow a_1 + 2d = 62 \Rightarrow a_1 + 2(-2) = 62 \Rightarrow a_1 = 66$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 66 + (n-1)(-2)$$

$$\Rightarrow a_n = -2n + 68$$

$$a_n > 0 \Rightarrow -2n + 68 > 0 \Rightarrow -2n > -68 \Rightarrow n < 34$$

بنابراین ۳۳ جمله این دنباله مثبت است.

۱۲۵. گزینه (۱)

$$d = 4 - 2 = 2$$

$$t_n = t_1 + (n-1)d \Rightarrow t_n = 2 + (n-1) \times 2$$

$$= 2 + 2n - 2 = 2n \Rightarrow t_n = 2n$$

$$t_{n-1} = 2(n-1) = 2n - 2 \Rightarrow t_n + t_{n-1}$$

$$= 2n + 2n - 2 = 4n - 2$$

۱۲۶. گزینه (۳)

یک دنباله حسابی به جمله اول ۷ و قدرنسبت ۷

داریم. با استفاده از این دو مقدار جمله عمومی این دنباله را به دست می‌آوریم:

$$t_n = t_1 + (n-1)d \xrightarrow{t_1=7, d=7} t_n = 7 + (n-1) \times 7$$

$$= 7 + 7n - 7 = 7n$$

برای پیدا کردن شماره جمله با مقدار ۱۰۵ داریم:

$$t_n = 105 \Rightarrow 105 = 7n \Rightarrow n = 15$$

این دنباله ۱۵ جمله دارد.

۱۲۷. گزینه (۱)

$$a, b, c \Rightarrow 2b = a + c$$

سه جمله متوالی دنباله حسابی

$$a-1, b+2, c+x \Rightarrow 2(b+2) = a-1+c+x$$

سه جمله متوالی دنباله حسابی

$$\begin{aligned} \Rightarrow 2b+4 &= a+c+x-1 \xrightarrow{2b=a+c} a+c+4 \\ &= a+c+x-1 \Rightarrow x-1=4 \Rightarrow x=5 \end{aligned}$$

۱۲۸. گزینه (۲)

روش اول:

$$t_3 = t_1 + 2d = 7$$

$$\begin{aligned} t_1 + t_2 + t_3 &= t_1 + t_1 + d + t_1 + 2d = 3t_1 + 3d \\ &= 3(t_1 + 2d) = 3 \times 7 = 21 \end{aligned}$$

روش دوم:

قانون اندیس‌ها: در یک دنباله حسابی داریم:

$$m + n = p + q \Rightarrow t_m + t_n = t_p + t_q$$

طبق نکته:

$$\Rightarrow \begin{cases} 1+2=3 \Rightarrow t_1+t_2=t_3 & (1) \\ 3+3=6 \Rightarrow t_3+t_3=t_6 \Rightarrow 2t_3=t_6 & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} t_1+t_2+t_6 = t_3+2t_3 = 3t_3 = 3 \times 7 = 21$$

۱۲۹. گزینه (۱)

با توجه به این که مجموع زوایای داخلی n ضلعی محدب برابر است با: $180 \times (n-2)$ ، بنابراین مجموع زوایای داخلی ۵ ضلعی محدب برابر است با: $180 \times (5-2) = 3 \times 180 = 540^\circ$

از طرفی زاویه‌ها تشکیل یک دنباله حسابی می‌دهند و مجموع جملات این دنباله به صورت زیر است:

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 = 540^\circ$$

$$t_1 + t_1 + d + t_1 + 2d + t_1 + 2d + t_1 + 4d = 540^\circ$$

$$\Rightarrow 5t_1 + 10d = 540^\circ \Rightarrow t_1 + 2d = 108^\circ \quad (1)$$

همچنین طبق فرض سؤال، بزرگ‌ترین زاویه برابر با 120° است؛ بنابراین:

$$t_5 = t_1 + 4d \Rightarrow 120 = t_1 + 4d \quad (2)$$

با حل دستگاه معادله‌های (۱) و (۲) داریم:

$$-1 \times \begin{cases} t_1 + 2d = 108 \\ t_1 + 4d = 120 \end{cases}$$

$$rd = 12 \Rightarrow d = 6$$

$$t_1 + 2d = 108 \xrightarrow{d=6} \text{کوچک‌ترین زاویه}$$

$$t_1 + 2(6) = 108 \Rightarrow t_1 = 96$$

بنابراین دنباله زاویه‌ها به صورت زیر است:

مجموع کوچک‌ترین زاویه و زاویه متوسط:

$$96, 102, 108, 114, 120 \Rightarrow 96 + 108 = 204$$

۱۳۰. گزینه (۱)

اعداد سه رقمی مضرب ۵ تشکیل یک دنباله حسابی به صورت زیر می‌دهند:

$$105, 120, \dots, 990$$

قدرنسبت دنباله ۱۵ است؛ بنابراین:

$$t_n = 105 + (n-1)15 = 90 + 15n$$

$$990 = 90 + 15n \Rightarrow 15n = 900 \Rightarrow n = 60$$

عدد ۹۹۰ جمله ۶۰ام دنباله است؛ یعنی دنباله ۶۰ جمله دارد.



گزینه (۳) ۱۳۶

اگر بخواهیم بین دو عدد a, b و m واسطه حسابی درج کنیم داریم:

$$a = 2 \quad b = 12$$

$$d = \frac{b-a}{m+1} = \frac{12-2}{2+1} = \frac{10}{3} = \frac{5}{3}$$

$$t_7 = t_1 + 6d \Rightarrow t_7 = 2 + 6\left(\frac{5}{3}\right) \Rightarrow t_7 = 17$$

گزینه (۳) ۱۳۷

$$m, n, p, q \Rightarrow m, \frac{m+d}{n}, \frac{m+rd}{p}, \frac{m+rd}{q}$$

$$mp = nq \Rightarrow m(m+rd) = (m+d)(m+rd)$$

$$\Rightarrow m^2 + rmd = m^2 + rmd + rd^2 \Rightarrow rd^2 + rmd = 0$$

$$\Rightarrow d(rd + rm) = 0 \Rightarrow rd + rm = 0 \Rightarrow d = -\frac{r}{3}m$$

$$q = m + rd = m + r\left(-\frac{r}{3}\right)m = m - \frac{r^2}{3}m = -m$$

$$p = m + rd = m + r\left(-\frac{r}{3}\right)m = m - \frac{r^2}{3}m = -\frac{1}{3}m$$

$$\frac{q}{p} = \frac{-m}{-\frac{1}{3}m} = 3$$

گزینه (۴) ۱۳۸

$$d\left(\frac{1}{a_1 a_r} + \frac{1}{a_r a_{2r}} + \dots + \frac{1}{a_{n-1} \cdot a_n}\right) = \frac{d}{a_1 a_r} + \frac{d}{a_r a_{2r}}$$

$$+ \dots + \frac{d}{a_{n-1} \cdot a_n} = \frac{a_r - a_1}{a_1 a_r} + \frac{a_r - a_r}{a_r a_{2r}} + \dots + \frac{a_n - a_{n-1}}{a_{n-1} \cdot a_n}$$

$$= \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_r} + \frac{1}{a_r} - \frac{1}{a_{2r}} + \dots + \frac{1}{a_{n-1}} - \frac{1}{a_n}$$

$$= \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_n} = \frac{a_n - a_1}{a_1 a_n}$$

گزینه (۱) ۱۳۹

جملات دنباله را به صورت $a - rd, a - d, a, a + d, a + rd$ در نظر می‌گیریم:

$$a - rd + a - d + a + a + d + a + rd = 20 \Rightarrow 5a = 20 \Rightarrow a = 4$$

$$(4 - rd)^2 + (4 - d)^2 + 4^2 + (4 + d)^2 + (4 + rd)^2 = 270$$

$$\Rightarrow 26 + rd^2 - 2rd + 26 + d^2 - 2d + 26 + 26$$

$$+ 2d + d^2 + 26 + 2d + rd^2 = 270 \Rightarrow 180 + 10d^2 = 270$$

$$\Rightarrow 10d^2 = 90 \Rightarrow d^2 = 9 \Rightarrow d = \pm 3 \Rightarrow d = 3$$

$$a_1 = a - rd = 4 - 2(3) = -2$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = -2 + (n-1)(3) \Rightarrow a_n = 3n - 5$$

$$a_{20} = 2(20) - 5 = 35$$

اگر قدرنسبت جدید را d' بنامیم، طبق اطلاعات سؤال $d' = d + 2$ خواهد بود.

$$t_5 = t_1 + 4d' = a_1 + 4(d+2) = \frac{t_1 + 4d}{t_5} + 8$$

گزینه (۲) ۱۳۲

$$s_5 = a_1 + a_2 + \dots + a_5 = 17 \Rightarrow s_{12} - s_5 = 101 - 17 = 84$$

$$s_{12} = a_1 + a_2 + \dots + a_{12} = 101$$

$$\Rightarrow a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} + a_{11} + a_{12} = 84$$

$$\Rightarrow (a_6 + a_{12}) + (a_7 + a_{11}) + (a_8 + a_{10}) + a_9 = 84$$

$$\Rightarrow 2a_9 + 2a_9 + 2a_9 + a_9 = 84 \Rightarrow 7a_9 = 84 \Rightarrow a_9 = 12$$

گزینه (۱) ۱۳۳

$$a_5 + a_{11} = 0 \Rightarrow a_1 + 4d + a_1 + 10d = 0 \Rightarrow 2a_1 + 14d = 0$$

$$\Rightarrow a_1 + 7d = 0 \Rightarrow a_1 = -7d$$

بنابراین جملات منفی دنباله به صورت زیر می‌باشند:

$$-7d, -6d, -5d, -4d, -3d, -2d, -d$$

گزینه (۴) ۱۳۴

سه جمله اول دنباله را $a - d, a, a + d$ در نظر می‌گیریم، بنابراین:

$$a - d + a + a + d = -27 \Rightarrow 3a = -27 \Rightarrow a = -9$$

بنابراین جملات دنباله به صورت $-9 - d, -9, -9 + d$ می‌باشد.

$$(-9)(-9 - d)(-9 + d) = 360 \Rightarrow -9(81 - d^2) = 360$$

$$\Rightarrow 81 - d^2 = -40 \Rightarrow d^2 = 121 \Rightarrow d = 11 \text{ (قدرنسبت مثبت است)}$$

بنابراین جملات دنباله $11 - 9, -9, -9 + 11, -9, -9 + 11$ می‌باشد.

$$a_1 = -20$$

$$d = 11 \Rightarrow a_{11} = a_1 + 10d = -20 + (10)(11) = 90$$

گزینه (۲) ۱۳۵

$$t_{18} = 8 \Rightarrow t_1 + 17d = 8$$

$$t_1 + t_7 = 1 \Rightarrow t_1 + t_1 + d = 1 \Rightarrow 2t_1 + d = 1$$

$$-2 \times \begin{cases} a_1 + 17d = 8 \\ 2a_1 + d = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a_1 - 34d = -16 \\ 2a_1 + d = 1 \end{cases}$$

$$-33d = -15 \Rightarrow d = \frac{15}{33} = \frac{5}{11}$$

$$2t_1 + d = 1 \xrightarrow{d = \frac{5}{11}} 2t_1 + \frac{5}{11} = 1 \Rightarrow t_1 = \frac{3}{11}$$

$$\Rightarrow t_7 = t_1 + 6d = \frac{3}{11} + 6\left(\frac{5}{11}\right) = \frac{33}{11} = 3$$

۱۴۰. گزینه (۳)

وقتی دو دنباله حسابی داریم، جملات مشترک آن دو دنباله، تشکیل یک دنباله حسابی جدید می‌دهند که قدرنسبت آن ک.م.م قدرنسبت‌های آن دو دنباله است. طبق نکته، قدرنسبت دنباله جملات مشترک برابر ۱۵ و جمله اول آن ۱۷ است.

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 17 + (n-1)(15) \Rightarrow a_n = 15n + 2$$

$$100 \leq a_n \leq 999 \Rightarrow 100 \leq 15n + 2 \leq 999 \Rightarrow 98 \leq 15n \leq 997$$

$$\Rightarrow \frac{98}{15} \leq n \leq \frac{997}{15} \Rightarrow 7 \leq n \leq 66$$

بنابراین تعداد اعداد سه‌رقمی مشترک ۶۰ - ۷ + ۱ = ۶۶ است.

۱۴۱. گزینه (۲)

رابطه (۱) $a_2 = P - 2 \Rightarrow a_1 + d = P - 2$

رابطه (۲) $a_8 = 2P + 1 \Rightarrow a_1 + 7d = 2P + 1$

رابطه (۳) $a_{10} = 3P - 8 \Rightarrow a_1 + 9d = 3P - 8$

(۲) - (۱) $\Rightarrow (a_1 + 7d) - (a_1 + d)$

$= (2P + 1) - (P - 2) \Rightarrow 6d = P + 3$ (۴) رابطه

(۳) - (۲) $\Rightarrow (a_1 + 9d) - (a_1 + 7d) = (3P - 8) - (2P + 1)$

$\Rightarrow 2d = P - 9$ (۵) رابطه $\times 2 \rightarrow 6d = 2P - 18$

(۴), (۵) $\Rightarrow P + 3 = 2P - 18 \Rightarrow 2P = 21 \Rightarrow P = 10.5$

$a_2 = P - 2 \Rightarrow a_2 = 10.5 - 2 = 8.5$

$a_8 = 2P + 1 \Rightarrow a_8 = 2(10.5) + 1 = 22$

$\Rightarrow d = \frac{a_8 - a_2}{8 - 2} = \frac{22 - 8.5}{6} = \frac{13.5}{6} = 2.25$

۱۴۲. گزینه (۱)

$a_n + a_{n+1} + a_{n+2} = 6n + 9 \Rightarrow a_1 + (n-1)d + a_1$

$+ nd + a_1 + (n+1)d = 6n + 9 \Rightarrow a_1 + nd - d + a_1$

$+ nd + a_1 + nd + d = 6n + 9$

$\Rightarrow (3d)n + 3a_1 = 6n + 9$

$\Rightarrow 3d = 6 \Rightarrow d = 2$

$3a_1 = 9 \Rightarrow a_1 = 3$

$a_{10} = a_1 + 9d = 3 + 9(2) = 21$

۱۴۳. گزینه (۲)

$d = t_2 - t_1 = \frac{7}{4} - 2 = -\frac{1}{4}$

$d' = t_8 - t_4 = (t_1 + 7d) - (t_1 + 3d) = 4d = 4(-\frac{1}{4}) = -1$

۱۴۴. گزینه (۳)

با توجه به این که تشکیل یک دنباله حسابی می‌دهند، داریم:

a, b, c دنباله حسابی $\rightarrow rb = a + c \Rightarrow a = rb - c$

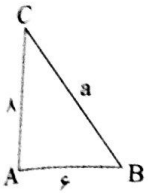
$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = b^2 + 3c$ $a = rb - c \rightarrow (rb - c)^2$

$= b^2 + 3c \Rightarrow rb^2 - 2rb + 3c = b^2 + 3c$

$\Rightarrow rb^2 - 2rb = 0 \Rightarrow rb(b - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ b = 0 \end{cases}$

$\Rightarrow a = rb - c = 2(2) - 6 = -2$

\Rightarrow محیط مثلث: $10 + 8 + 6 = 24$



۱۴۵. گزینه (۱)

دنباله اول: $\frac{2}{3}, 1, \frac{4}{3}, \dots$

دنباله جدید: $\frac{11}{3}, 5, \frac{19}{3}, \dots$

پس در دنباله جدید نیز که یک دنباله حسابی است، که جمله اول $\frac{11}{3}$ و قدرنسبت $\frac{11}{3} - \frac{11}{3} = \frac{4}{3}$ است، حال جمله هشتم این دنباله برابر است با:

$t_8 = t_1 + 7d \Rightarrow t_8 = \frac{11}{3} + 7(\frac{4}{3}) = \frac{11}{3} + \frac{28}{3} = \frac{39}{3} = 13$

۱۴۶. گزینه (۲)

$d = t_2 - t_1 = (5 + \sqrt{2}) - (3 + \sqrt{2}) = 2$

$t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7, t_8, t_9, t_{10}, t_{11}, t_{12}$

چهار جمله سوم چهار جمله دوم چهار جمله اول

$t_{13}, t_{14}, t_{15}, t_{16}, t_{17}, t_{18}, t_{19}, t_{20}, \dots$

چهار جمله پنجم چهار جمله چهارم

$\Rightarrow (t_{13} + t_{14} + t_{15} + t_{16}) - (t_5 + t_6 + t_7 + t_8)$

$= (t_{13} - t_5) + (t_{14} - t_6) + (t_{15} - t_7) + (t_{16} - t_8)$

$= (t_1 + 12d - t_1 - 4d) + (t_1 + 13d - t_1 - 6d)$

$+ (t_1 + 14d - t_1 - 8d) + (t_1 + 15d - t_1 - 10d)$

$= 8d + 8d + 8d + 8d = 32d \xrightarrow{d=2} 32 \times 2 = 64$

۱۴۷. گزینه (۴)

با توجه به سؤال باید $t_{25} + t_{26} + \dots + t_{35}$ را حساب کنیم، مشابه پاسخ سؤال قبل، به جای محاسبه این ۱۱ جمله و مجموع آن‌ها، می‌توانیم تفاضل مجموع ۳۵ جمله اول و مجموع ۲۴ جمله اول را

به دست آوریم؛ یعنی: $S_{35} - S_{24}$

$S_n = \frac{n(n-1)}{2} \Rightarrow S_{35} - S_{24} = \frac{35 \times 34}{2} - \frac{24 \times 23}{2}$

$= 595 - 276 = 319$