

کدام حکم نادرست است؟

(-۱)

$NUW = W$ (۱)

$Z \subset Q$ (۲)

$W \cap Z = W$ (۳)

$W - N = \emptyset$ (۴)

کدام عبارت درست نیست؟

(-۲)

(۱) جمع دو عدد طبیعی، عدد طبیعی است.

(۳) ضرب دو عدد طبیعی، عدد طبیعی است.

(۲) تفریق دو عدد طبیعی، عدد طبیعی است.

(۴) هیچ کدام

کدام یک از عبارات زیر بیانگر یک عدد طبیعی نیست؟

(-۳)

(۱) تعداد صفحات کتاب ریاضی دهم

(۳) میزان وزن یک انسان

(۲) تماشاگران یک بازی فوتبال

(۴) تعداد برگ‌های یک درخت در بهار

تعدادی از اعداد حسابی که عدد طبیعی نیستند، جزء کدام دسته از اعداد نیستند؟

(-۴)

(۱) اعداد گویا

W (۲)

(۳) اعداد حقیقی

(۴) اعداد فرد

کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟

(-۵)

(۱) کوچکترین عدد اول از دو برابر کوچکترین عدد طبیعی بزرگتر است.

(۳) ضرب دو عدد اول تقسیم بر عدد اول، عدد طبیعی نیست.

(۲) تقسیم دو عدد اول ضربدر عددی اول، عدد طبیعی نیست.

(۴) تفاضل دو عدد اول با عدد ۳ می‌تواند عدد اول طبیعی باشد.

کدام گزینه صحیح نیست؟

(-۶)

(۱) مجموعه شامل اعداد گنگ و گویا اعداد حقیقی‌اند.

(۳) هر کسر با مخرج غیرصفر لزوماً عددی گویا نیست.

(۲) اعداد حقیقی یا گنگ هستند یا گویا.

(۴) اگر x عدد طبیعی باشد، آن‌گاه هر عدد طبیعی مثل \sqrt{x} عددی گنگ است.

کدام گزینه صحیح است؟

(-۷)

(۱) مجموع هر دو عدد گنگ عددی گنگ خواهد بود.

(۲) حاصل ضرب دو عدد گنگ عددی گنگ خواهد بود.

(۳) حاصل تقسیم هر عدد گنگ بر هر عدد گویای غیرصفر، حتماً عددی گنگ خواهد بود.

(۴) رادیکال به فرجه ۳ مکعب هر عدد گنگ می‌تواند عددی گنگ نباشد.

کدام گزینه درست نیست؟

(-۸)

(۱) مجموعه اعداد طبیعی و قرینه اعداد طبیعی و عدد صفر، اعداد صحیح را تشکیل می‌دهند.

(۲) مجموعه اعداد حسابی همان مجموع اعداد صحیح نامنفی است.

(۳) مجموع اعدادی که نه مثبت‌اند و نه منفی با اعداد طبیعی همان اعداد صحیح نامثبت هستند.

(۴) مجموعه اعداد حسابی و قرینه اعداد طبیعی Z است.

چه تعداد از جملات زیر صحیح نیست؟

(-۹)

(الف) بین هر دو عدد صحیح حداقل یک عدد صحیح وجود دارد.

(ب) مربع هر عدد با مربع قرینه آن عدد برابر است.

(پ) اعداد صحیح همان قرینه اعداد حسابی به همراه اعداد طبیعی هستند.

(۴) سه

(۳) دو

(۲) یک

(۱) صفر

کدام گزینه صحیح است؟ (k یک عدد طبیعی است.)

(۱) هر عدد صحیح فرد منفی را می توان به صورت $2k + 1$ نشان داد.

(۲) قرینه هر عدد طبیعی زوج را می توان به صورت $2k$ نشان داد.

(۳) هر عدد طبیعی فرد را می توان به صورت $2k + 1$ نشان داد.

کدام گزینه صحیح نیست؟

(۱) قرینه قرینه اعداد صحیح منفی، قرینه اعداد طبیعی است.

(۲) اعداد گویا از تقسیم یک عدد طبیعی بر یک عدد صحیح به دست می آید.

(۳) اعداد گویا از تقسیم یک عدد صحیح بر یک عدد طبیعی به دست می آید. (۴) همیشه بین دو عدد گویا حداقل یک عدد گویای دیگر نیز وجود دارد.

اگر $A = \{x \in \mathbb{Z}, \frac{6}{x} \in \mathbb{Z}\}$ باشد، تعداد عضوهای مجموعه A کدام است؟

- (۱) ۳
- (۲) ۴
- (۳) ۶
- (۴) ۸

اگر $A = \{3x + 1 | x \in \mathbb{Z}\}$ باشد، کدام یک عضو مجموعه A نیست؟

- (۱) -۱۶
- (۲) -۲۶
- (۳) -۵۶
- (۴) -۸۶

اگر $A = \{2^x \times 5^y | x, y \in \mathbb{W}, x + y = 4\}$ باشد، مجموع عضوهای مجموعه A کدام است؟

- (۱) ۲۹۰
- (۲) ۳۹۰
- (۳) ۹۳۱
- (۴) ۱۰۳۱

اگر $A = \{x^2 - x | x \in \mathbb{P}, \frac{3x+1}{2} \geq x + 3\}$ باشد، کدام یک عضو مجموعه A نیست؟ (منظور از P اعداد اول است.)

- (۱) ۲۰
- (۲) ۴۲
- (۳) ۷۲
- (۴) ۱۱۰

اگر $A = \{a, b, c, d\}$ و $B = \{a, e, d\}$ باشد، به جای X چند مجموعه متفاوت می توان قرار داد به طوری که $A \cap B \subseteq X \subseteq A \cup B$ ؟

- (۱) ۴
- (۲) ۸
- (۳) ۱۶
- (۴) ۲



۱۷- کدام توصیف برای مجموعه $\{x | x > 2\}$ مناسب است؟

- (۱) مجموعه اعداد کسری و بزرگتر از ۲
 (۲) مجموعه اعداد حقیقی و بزرگتر از ۲
 (۳) مجموعه اعداد کسری و صحیح بزرگتر از ۲
 (۴) $\{3, 4, 5, \dots\}$

۱۸- اگر $A = \{x | -1 < x < 3\}$ و $B = \{x | -2 < x < 2\}$ باشند، $A \cap B$ کدام است؟

- (۱) $\{x | -1 \leq x < 2\}$
 (۲) $\{x | -1 < x < 2\}$
 (۳) $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$
 (۴) $\{x | -2 \leq x < -1\}$

۱۹- اگر $A = \{x | x < 1\}$ و $B = \{x | x > -1\}$ ، آن‌گاه $A \cap B$ کدام مجموعه است؟

- (۱) $\{x | -1 < x < 1\}$
 (۲) $\{x | -1 < x \leq 1\}$
 (۳) $\{x | x > 1\}$
 (۴) $\{x | x < 1\}$

۲۰- اگر $A = (-5, 2]$ و $B = (-2, 7]$ باشد، $(A \cap B) \cup (A - B)$ کدام است؟

- (۱) $(-2, 3]$
 (۲) $[-2, 2)$
 (۳) $(-5, 3]$
 (۴) $[3, 7)$

۲۱- اگر $A = (-\infty, 2]$ ، $B = [-5, 2)$ و $C = (-4, +\infty)$ باشد، $B - (A \cap C)$ را می‌توان به صورت بازه $[a, b]$ نوشت، $b - a$ کدام است؟

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴

۲۲- اگر $A = \{1, 2, 3, \dots, 30\}$ و $B = \{x | x \in \mathbb{Z}n - 1, n \in \mathbb{N}\}$ و $B \subset A$ ، آن‌گاه B چند عضو دارد؟

- (۱) ۶
 (۲) ۷
 (۳) ۲۹
 (۴) ۳۰

۲۳- اگر $U = (-\infty, 10]$ مجموعه مرجع $A = [-3, 10]$ و $B = [-5, 7]$ باشد، $U - (A - B)$ کدام است؟

- (۱) $(-\infty, -3]$
 (۲) $(-\infty, -3)$
 (۳) $(-\infty, 7]$
 (۴) $(-\infty, 7)$

۲۴- اگر $A = \{x \in \mathbb{R} | -3x + 5 \leq -1\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} | -7 \leq 2x + 1 \leq 5\}$ باشد، $A \cap B$ کدام است؟

- (۱) $[-4, +\infty)$
 (۲) $[2, +\infty)$
 (۳) $\{2\}$
 (۴) \emptyset

۲۵- اگر $A_n = [\frac{1}{n}, n)$ باشد، $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \dots \cap A_n$ کدام است؟

- (۱) A_2
 (۲) A_1
 (۳) $A_1 - A_2$
 (۴) \emptyset

۲۶- اگر $A = [0, 3)$ ، $B = [2, +\infty)$ و $C = (0, \frac{5}{4})$ باشد، $(A \cap B) - C$ کدام است؟

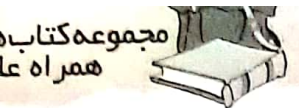
- (۱) $(\frac{5}{4}, 3)$
 (۲) $[\frac{5}{4}, 3)$
 (۳) $(0, 2)$
 (۴) $(0, 2]$

۲۷- اگر عدد ۲ به بازه $[-i + 1, 3i - 7]$ تعلق داشته باشد، آن‌گاه:

- (۱) $i \geq -1$
 (۲) $-1 \leq i < 3$
 (۳) $i > 3$
 (۴) $1 \leq i \leq 3$

۲۸- اگر $A_n = (\frac{-2}{n}, \frac{n-2}{n})$ به صورت بازه باشد، مجموعه $(A_3 \cup A_6) - A_3$ برابر کدام بازه است؟

- (۱) $(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$
 (۲) $(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$
 (۳) $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$
 (۴) $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$



(نموداری ریاضی - ۹۲)

سبب‌یابی، اصول و سبب‌یابی

۲۹- اگر $i \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ و $A_i = [-i, \frac{9-i}{2}]$ ، آن‌گاه $(A_4 \cap A_5) - (A_1 \cap A_7)$ کدام است؟

- ۱) $[-2, -1] \cup (1, 2]$ ۲) $[-2, -1] \cup [1, 2]$ ۳) $[-1, 1]$ ۴) ϕ
- ۳۰- اگر $A_n = [(-1)^n, n+1]$ باشد، $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4$ کدام است؟
- ۱) $[-1, 2]$ ۲) $[1, 2]$ ۳) $[-1, 4]$ ۴) $[1, 4]$

۳۱- کدام یک از مجموعه‌های زیر نامتناهی است؟

(۱) مجموعه اعداد اول کوچکتر از ۹۲۶۵

(۳) مجموعه اعداد صحیح ۶۷۵ رقمی

(۲) مجموعه اعداد اعشاری بین $۰/۳$ / $۰/۴$

(۴) مجموعه اعداد صحیح مربع کامل و کوچکتر از ۹۹۹۲

۳۲- اگر A و B هر دو مجموعه‌های نامتناهی باشند، کدام گزینه درست نیست؟

(۱) $A \cap B$ ممکن است متناهی باشد.

(۳) $A' \cup B'$ ممکن است نامتناهی باشد.

(۲) $A - B$ لزوماً نامتناهی است.

(۴) $A \cup B$ لزوماً نامتناهی است.

۳۳- کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

(۱) $\{x | x \in \mathbb{Z}, x^2 > 2000\}$

(۳) $\{x | x \in \mathbb{Z}, x > 2000\}$

(۲) $\{x | x \in \mathbb{Z}, x^2 < 2000\}$

(۴) $\{x | x \in \mathbb{Z}, x < 2000\}$

۳۴- چه تعداد از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

الف) $A = \{x \in \mathbb{Z} | x \in (-\infty, 6] \cap [-2, +\infty)\}$

پ) $B = \{x \in \mathbb{Z} | \frac{12}{x} \in \mathbb{Z}\}$

ب) مجموعه تمام مثلث‌های قائم‌الزاویه با دو ضلع به طول ۱ و ۳

ت) $C = \{x \in \mathbb{Z} | 2^x \leq 16\}$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۳۵- اگر مجموعه A متناهی و مجموعه B نامتناهی باشد، در چه صورت حتماً مجموعه‌ای نامتناهی خواهیم داشت؟

(۴) هیچ کدام

(۳) $A \cap B$

(۲) $B - A$

(۱) $A - B$

۳۶- کدام مجموعه متناهی است؟

(۱) تعداد خطوط گذرنده از مبدأ

(۳) تعداد موهای سر یک انسان

(۲) تعداد نقاط موجود در یک برگه کاغذ

(۴) تعداد مضارب طبیعی عدد ۱۲

۳۷- کدام مجموعه متناهی است؟

(۱) $(\mathbb{N} \cup \mathbb{Z}) - \mathbb{W}$

(۲) $\mathbb{W} - \mathbb{N}$

(۳) $\mathbb{Z} \cap \mathbb{N}$

(۴) $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$

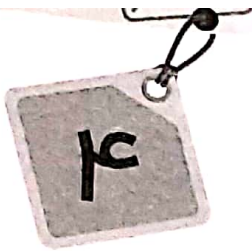
۳۸- کدام مجموعه با پایان است؟

(۱) $\mathbb{Z} - \mathbb{W}$

(۲) $\mathbb{W} \cap \mathbb{N}$

(۳) $\mathbb{Z} \cap \mathbb{W}$

(۴) $\mathbb{W} - \mathbb{N}$



سؤالات طبقه‌بندی



۳۹- اگر مجموعه اعداد اول یک رقمی و B مجموعه اعداد فرد یک رقمی باشد، آن‌گاه $A \cap B$ چند عضو دارد؟

- ۱ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۴۰- از ۴۲ نفر دانش‌آموزان یک کلاس، ۱۷ نفر در المپیاد ریاضی، ۱۴ نفر در المپیاد شیمی و ۳ نفر در هر دو المپیاد شرکت کرده‌اند. چند نفر در هیچ‌کدام از این دو المپیاد شرکت نکرده‌اند؟

- ۱۴ (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۷ (۴)

۴۱- اگر $A = \{a, b, c\}$ و $B = \{b, c, d\}$ باشد، آن‌گاه $n(A \cup B)$ چقدر است؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۴۲- اگر $k \in \mathbb{N}$ و $A_k = \{k, k+1, k+2, k+3\}$ باشد، آن‌گاه $A_3 \cap A_4 \cap A_5$ چند عضو دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۴۳- تعداد عضوهای مجموعه‌های $A - B$ ، $B - A$ و $A \cup B$ به ترتیب ۲۰، ۳۰ و ۶۵ است. $n(A) + n(B)$ کدام است؟

- ۷۰ (۱) ۷۵ (۲) ۸۰ (۳) ۸۵ (۴)

۴۴- اگر $k \in \mathbb{N}$ و $A_k = \{k, k+1, k+2, k+3\}$ باشد، آن‌گاه $A_3 \cup A_4 \cup A_5$ چند عضو دارد؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

۴۵- از مجموعه $\{1, 2, \dots, 20\}$ چه تعداد از اعداد نه مضرب ۳ و نه مضرب ۵ هستند؟

- ۱۰ (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴)

۴۶- در یک مهمانی ۲۰ نفر به بازی فوتبال، ۱۵ نفر به بازی والیبال و ۳ نفر به هر دو بازی علاقمند هستند. حداقل چند نفر به هر یک از دو بازی علاقه دارند؟

- ۳۲ (۱) ۳۵ (۲) ۳۸ (۳) ۳۹ (۴)

۴۷- در بین اعداد طبیعی یک رقمی، تعداد اعدادی که اول نباشند یا مضرب ۳ باشند، کدام است؟

- ۸ (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴)

۴۸- اگر $n(A) = x$ ، $n(A') = y$ باشد و بدانیم $n(B) = \frac{x}{y}$ است، $n(B')$ کدام است؟ (A و B دو مجموعه جدا می‌باشند).

- ۱ (۱) $\frac{x}{y}$ (۲) $\frac{x}{y} + y$ (۳) $x + \frac{y}{y}$ (۴)

۴۹- متمم مجموعه $(A - (A - B)) \cup (A \cap B)'$ کدام است؟

- A (۱) B' (۲) $A' \cup B'$ (۳) \emptyset (۴)

۵۰- اگر $A = \{2x - 1 \mid x \in \mathbb{N}, x^2 < 20\}$ ، $B = \{2x + 1 \mid x \in A\}$ باشد، آن‌گاه تعداد عضوهای مجموعه $A \cap B$ کدام است؟

- ۱ (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴ (۴)

۵۱- اگر $n(A) = ۶۰$ ، $n(B) = ۳n(A)$ و $n(U) = ۱۰۰$ باشد، مقدار $\frac{n(B)}{n(A')}$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{۵}{۸}$ (۲) $\frac{۵}{۱۲}$ (۳) $\frac{۵}{۴}$ (۴) $\frac{۴}{۵}$ (۴)



۵۲- اگر $n(B') = 2n(A) = 40$ و $n(A \cap B) = 10$ و $n(U) = 50$ باشد، مقدار $n(A \cup B)$ کدام است؟

- ۵۰ (۱) ۳۰ (۲) ۲۰ (۳) ۶۰ (۴)

۵۳- با توجه به جدول آمار دانشجویان یک دانشکده، چه تعداد از این دانشجویان «تهرانی یا پسر» نیستند؟

جنسیت \ اهل	دختر	پسر
	تهران	۵۰۰
شهرستان	۳۰۰	۶۰۰

- ۳۰۰ (۱)
۶۰۰ (۲)
۱۷۰۰ (۳)
۲۰۰۰ (۴)

۵۴- کارمندان اداره‌ای مطابق جدول زیر توزیع شده‌اند. چه تعداد از کارمندان این اداره مرد هستند یا تحصیلات دانشگاهی دارند؟

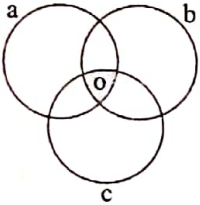
جنسیت \ تحصیلات	زن	مرد
	دانشگاهی	۱۰
دیپلم	۸	۱۲

- ۶۲ (۱)
۴۲ (۲)
۵۰ (۳)
۳۰ (۴)

۵۵- اگر $U = \{1, 2, 3, \dots, 30\}$ ، مجموعه اعداد اول دو رقمی و B مجموعه مقسوم علیه عدد ۲۴ باشد، در این صورت $n(A \cap B)'$ چقدر است؟

- ۳۰ (۱) ۲۹ (۲) ۳۱ (۳) ۲۰ (۴)

۵۶- در نمودار زیر، مجموعه‌های a ، b و c به ترتیب مضارب ۷، ۹ و ۱۲ را مشخص می‌کنند. قسمت هاشورخورده، بیان گر کدام یک از عددهای زیر می‌تواند باشد؟



- ۶۳ (۱)
۱۹ (۲)
۱۳۶ (۳)
۲۵۲ (۴)

۵۷- اگر $n(A) = 2n(B) = 3n(A \cap B)$ باشد، $\frac{n(A - B)}{n(B - A)}$ کدام است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴)

۵۸- متمم مجموعه $[B - (A - B)] \cup [(A - B) - B]$ کدام است؟

- A' (۱) B' (۲) $A' \cup B'$ (۳) $A' \cap B'$ (۴)

۵۹- اگر $n(A' - B') = 8$ ، $n(A - B') = 5$ ، $n(A \cup B) = 19$ باشد، $n(B' - A')$ کدام است؟

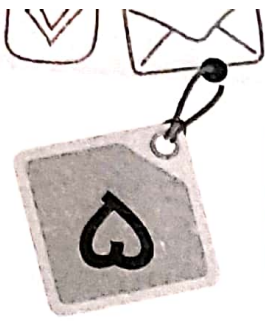
- ۶ (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۱ (۴)

۶۰- در یک کلاس ۱۲ نفر عضو تیم فوتبال، ۱۵ نفر عضو تیم والیبال و ۱۶ نفر عضو تیم شنا، ۳ نفر عضو تیم‌های فوتبال و والیبال، ۵ نفر عضو تیم‌های فوتبال و شنا و ۶ نفر عضو تیم‌های والیبال و شنا و ۲ نفر عضو هر سه رشته ورزشی هستند. در این کلاس چند نفر فقط عضو یک رشته ورزشی هستند؟

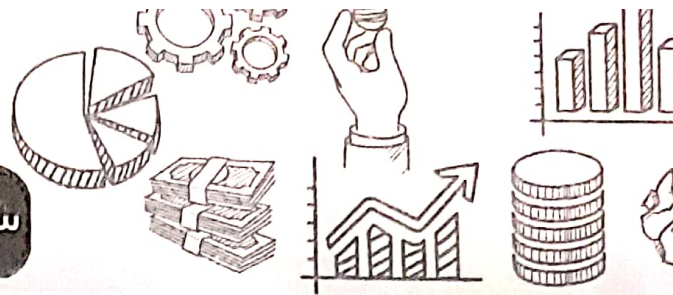
- ۲۱ (۱) ۲۲ (۲) ۲۳ (۳) ۲۴ (۴)

۶۱- اگر $A = \{(-1)^a + (-1)^b \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ و $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, 2 \leq \frac{x+4}{3} \leq 3\}$ باشد، تعداد عضوهای مجموعه $A \cup B$ کدام است؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) بی‌شمار (۴)



سوالات طبقه‌بندی



۶۲- طبق الگوی مقابل، در مرحله n ام چند نقطه وجود دارد؟



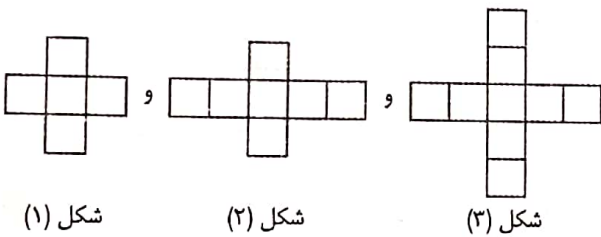
(۱) $3n - 1$

(۲) $3n + 1$

(۳) $3n + 4$

(۴) $3n - 4$

۶۳- با توجه به الگوی مقابل، تعداد مربع‌ها در شکل بیستم چقدر است؟



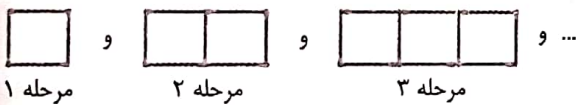
(۱) ۴۱

(۲) ۴۳

(۳) ۴۵

(۴) ۴۷

۶۴- با توجه به شکل مقابل، در کدام مرحله تعداد چوب‌کبریت‌ها، ۳۷ می‌باشد؟



(۱) ۱۱

(۲) ۱۲

(۳) ۱۳

(۴) ۱۰

۶۵- جمله بیستم دنباله $۲, ۶, ۱۲, ۲۰, \dots$ کدام است؟

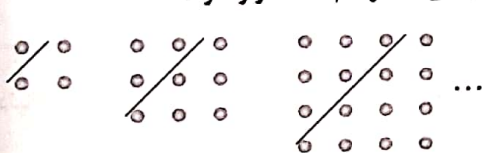
(۴) ۴۲۰

(۳) ۴۱۰

(۲) ۳۹۰

(۱) ۳۸۰

۶۶- در هر شکل تعدادی نقطه بالای خط راست رسم شده، قرار گرفته است. در شکل n ام چند نقطه بالای خط رسم شده قرار دارد؟



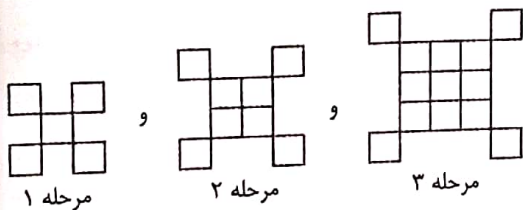
(۲) $\frac{n(n-1)}{2}$

(۱) $n(n-1)$

(۴) $\frac{n(n+1)}{2}$

(۳) $n(n+1)$

۶۷- تعداد مربع‌های کوچک در کدام مرحله، برابر ۸۵ است؟



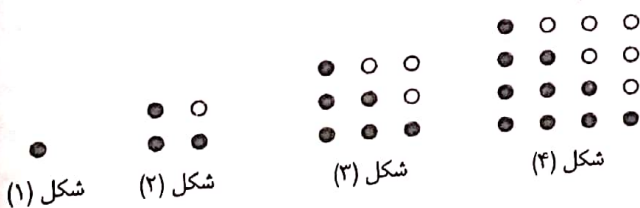
(۱) هشتم

(۲) نهم

(۳) هفتم

(۴) ششم

۶۸- با توجه به الگوی مقابل، اختلاف تعداد دایره‌های سیاه و سفید در شکل نوزدهم کدام است؟



(۱) ۱۸

(۲) ۱۹

(۳) ۲۰

(۴) ۲۱



۶۹- یک مستطیل کاغذی را در هر مرحله با تازدن نصف می‌کنیم. تعداد مستطیل‌های به دست آمده در مرحله n ام چه تعدادی است؟

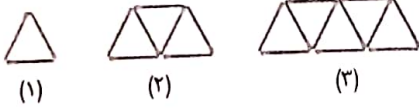
- (۱) n^2 (۲) 2^n (۳) $2n$ (۴) 2^{2n}

۷۰- در الگوی مقابل، مجموع دایره‌ها در دو شکل یازدهم و دوازدهم کدام است؟

- (۱) ۱۲۱ (۲) ۱۴۴ (۳) ۱۴۵ (۴) ۱۴۸

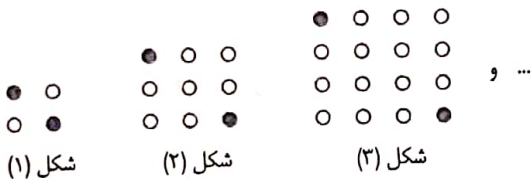


۷۱- با توجه به الگوی مقابل، تعداد چوب‌کبریت‌ها در شکل چندم برابر ۵۵ است؟



- (۱) ۱۴ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴) ۱۷

۷۲- تعداد دایره‌های توخالی در شکل شماره (۱۰) کدام است؟



- (۱) ۱۱۷ (۲) ۱۱۸ (۳) ۱۱۹ (۴) ۱۲۰

۷۳- در دنباله‌ای با جمله عمومی $t_n = \frac{2n-1}{n+1}$ از جمله چندم به بعد مقدار هر یک از جمله‌ها، بیشتر از یک است؟

- (۱) دوم (۲) سوم (۳) چهارم (۴) هیچ‌کدام

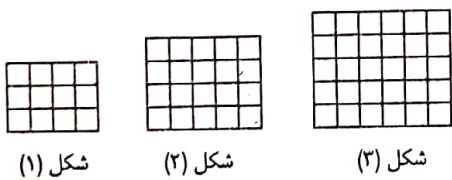
۷۴- اگر جمله عمومی یک الگوی خطی، $C_4 = ۱۷$ و $C_{10} = ۴۷$ باشد، جمله چندم این دنباله ۱۲۲ است؟

- (۱) ۲۲ (۲) ۲۳ (۳) ۲۴ (۴) ۲۵

۷۵- جمله ششم دنباله $\frac{3}{5}, \frac{4}{8}, \frac{5}{13}, \frac{6}{20}, \dots$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۷۶- اگر جمله عمومی، تعداد مربع‌های کوچک به صورت $a_n = n^2 + bn + c$ باشد، $b + c$ کدام است؟



- (۱) ۷ (۲) ۹ (۳) ۱۱ (۴) ۱۳

۷۷- در یک دنباله خطی با جمله عمومی C_n ، $C_7 + C_7 = ۱۹$ و $C_5 + C_6 = ۳۷$ است. حاصل $C_9 + C_{10}$ کدام است؟

- (۱) ۵۶ (۲) ۵۹ (۳) ۶۱ (۴) ۶۳

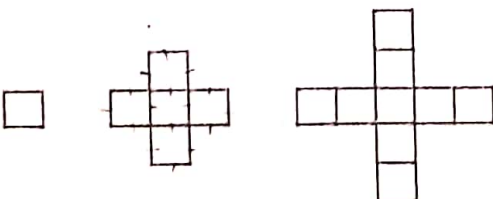
۷۸- اگر $a_{n+1} = na_n$ باشد و $a_1 = ۲$ باشد، $a_4 - a_3$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۳۰ (۴) ۳۶

۷۹- اگر $a_{2n-5} = n^2 - n$ باشد، $a_9 - a_7$ چقدر است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴) ۱۶

۸۰- با توجه به شکل مقابل، در کدام مرحله، تعداد چوب‌کبریت‌ها برابر ۲۴۴ است؟

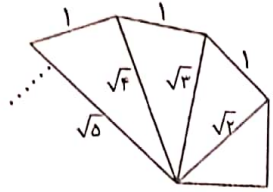


- (۱) ۱۹ (۲) ۲۰ (۳) ۲۱ (۴) ۲۲

۸۱- الگو $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$ باشد، مجموع بزرگترین و کوچکترین جمله این دنباله چقدر است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۸۲- یک سری مثلث قائم الزاویه که همگی در یک رأس مشترک بوده و اندازه یک ضلع قائم همه آن‌ها ۱ واحد است، چنان رسم می‌شوند که ضلع قائم مثلث بعدی وتر مثلث قبلی است. مساحت نهمین مثلث کدام است؟

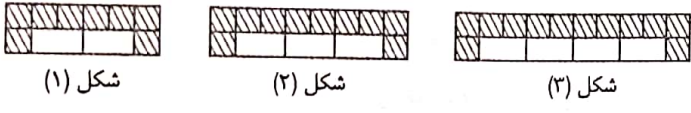


- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{5}{4}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۸۳- مجموع ۴۸ جمله اول دنباله $a_n = \sqrt{n} - \sqrt{n+1}$ کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۵ (۳) -۶ (۴) -۷

۸۴- با توجه به الگوی زیر، تعداد کاشی‌های تیره به سفید در شکل نوزدهم کدام است؟



- (۱) ۱/۸ (۲) ۱/۹ (۳) ۲/۱ (۴) ۲/۲

۸۵- جمله عمومی دنباله‌ای به صورت $t_n = \frac{(2n-1)^{n-1}}{n+2}$ ($n \in \mathbb{N}$) بوده است، چندمین جمله آن (از ابتدای دنباله) عدد طبیعی است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۸۶- رابطه $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$ بین جملات یک دنباله به ازای $n \geq 1$ برقرار است، اگر $u_1 = u_2 = 1$ باشد؛ جمله نهم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۳۵ (۲) ۳۴ (۳) ۳۳ (۴) ۳۲

۸۷- در دنباله‌ای رابطه $a_n = 2a_{n-1} - 3$ برقرار است. اگر جمله دهم ۱۱ باشد، جمله هشتم چقدر است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۸۸- در دنباله $a_n = \frac{n}{16} + (-\frac{1}{2})^n$ چند جمله منفی وجود دارد؟ (ازاد)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

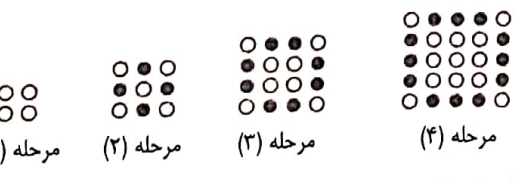
۸۹- دنباله $a_n = \frac{2n-7}{5n-14}$ چند جمله منفی دارد؟ (ازاد غیربزشکی - ۹۰)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) بی‌شمار

۹۰- کوچکترین جمله دنباله $a_n = (-\frac{3}{7})^{n+1}$ کدام است؟ (ازاد پزشکی)

- (۱) $(-\frac{3}{7})^4$ (۲) $(-\frac{3}{7})^3$ (۳) $(-\frac{3}{7})^2$ (۴) صفر

۹۱- با توجه به الگوی مقابل، تعداد دایره توخالی در مرحله یازدهم کدام است؟



- (۱) ۱۰۴ (۲) ۱۰۵ (۳) ۱۰۶ (۴) ۱۰۷

Handwritten calculations and notes at the bottom of the page, including a large number '۲۴' and some scribbles.



۹۲- با توجه به الگوی ۱, ۲, ۴, ۸, ۹, ۱۸, ... مجموع جملات دهم و یازدهم کدام است؟

- ۷۵ (۱) ۷۶ (۲) ۸۵ (۳) ۸۶ (۴)

۹۳- کوچکترین جمله دنباله با جمله عمومی $a_n = n^2 - 10n + 17$ کدام است؟

- ۸ (۱) ۱ (۲) -۸ (۳) -۱۰ (۴)

۹۴- اگر $a_n = \frac{n+2}{n+3}$ باشد، حاصل $a_5 \times a_6 \times a_7 \times \dots \times a_{32}$ کدام است؟

- ۰/۱ (۱) ۰/۱۵ (۲) ۰/۲ (۳) ۰/۲۵ (۴)

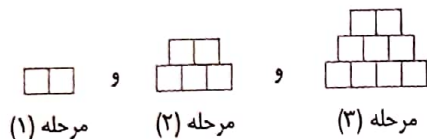
۹۵- با توجه به شکل مقابل، تعداد مربعهای کوچک در مرحله هجدهم چقدر است؟

۱۷۹ (۱)

۱۸۹ (۲)

۱۷۸ (۳)

۱۸۷ (۴)



۹۶- جمله دهم دنباله ۱, ۲, ۳, ۵, ۸, ۱۳, ... کدام است؟

- ۷۵ (۱) ۷۹ (۲) ۸۵ (۳) ۸۹ (۴)

۹۷- بزرگترین جمله دنباله با جمله عمومی $a_n = \frac{14n+13}{7n+2}$ کدام است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

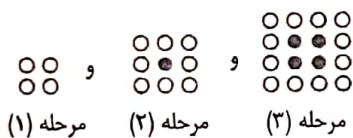
۹۸- با توجه به الگوی مقابل، تعداد دایرههای توپر در مرحله دوازدهم چقدر بیشتر از دایرههای توخالی است؟

۷۳ (۱)

۷۵ (۲)

۷۷ (۳)

۷۹ (۴)



۹۹- اگر $a_n = \frac{(-1)^n + 1}{n+1}$ باشد، اختلاف بزرگترین جمله از کوچکترین جمله چقدر است؟

- صفر (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) ۱ (۴)

۱۰۰- چند جمله از دنباله $a_n = \frac{12n+20}{3n+2}$ عدد صحیح است؟

- صفر (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۱۰۱- کدام دنباله خطی نیست؟

$a_n = (n+2)^2 - (n+1)^2$ (۲)

$a_n = (n+2)(n+3) - (n+3)(n+4)$ (۱)

$a_n = (\sqrt{n}+2)(\sqrt{n}+3)$ (۴)

$a_n = (\sqrt{n}-2)(\sqrt{n}+2)$ (۳)

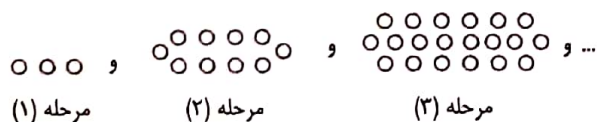
۱۰۲- با توجه به الگوی مقابل، تعداد دایرهها در مرحله نهم کدام است؟

۱۷۱ (۱)

۱۸۱ (۲)

۱۹۱ (۳)

۲۰۱ (۴)





سوالات طبقه بندی

۶

۱۰۳- کدام یک از دنباله های زیر دنباله حسابی است؟

- $t_n = n^2 + n$ (۴) $t_n = \frac{1}{n}$ (۳) $t_n = n^2$ (۲) $t_n = 8n + 1$ (۱)

۱۰۴- سه جمله متوالی یک دنباله حسابی می باشد، مقدار x کدام است؟ $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{x}$

- ۸ (۴) ۷ (۳) ۶ (۲) ۵ (۱)

۱۰۵- در یک دنباله حسابی، جمله دهم برابر ۴۰ و جمله هجدهم برابر ۸۰ است. جمله بیست و یکم این دنباله کدام است؟

- ۱۰۵ (۴) ۱۰۰ (۳) ۹۵ (۲) ۹۰ (۱)

۱۰۶- در یک دنباله حسابی، مجموع ۱۱ جمله اول چند برابر جمله ششم است؟

- قابل محاسبه نیست. (۴) ۱۲ (۳) ۱۱ (۲) ۱۰ (۱)

۱۰۷- اگر $2x$ و x^2 و x سه جمله متوالی یک دنباله حسابی با جملات غیر صفر باشد، قدر نسبت این دنباله کدام است؟

- ۱ (۴) 0.75 (۳) 0.5 (۲) 0.25 (۱)

۱۰۸- در یک دنباله حسابی حاصل $\frac{3a_4 + a_{12}}{a_5 + a_7}$ کدام است؟

- ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۱۰۹- در یک دنباله حسابی، مجموع چهار جمله اول، ۳۲ و جمله پانزدهم ۵۸ است. جمله بیست و یکم این دنباله چقدر است؟

- ۹۲ (۴) ۹۰ (۳) ۸۲ (۲) ۸۰ (۱)

۱۱۰- جمله عمومی یک دنباله حسابی $a_n = (k-4)n^2 + (3k-2)n + k^2$ است. جمله ششم این دنباله کدام است؟

- ۷۸ (۴) ۷۶ (۳) ۷۴ (۲) ۷۲ (۱)

۱۱۱- کدام جمله از دنباله حسابی $\dots, -324, -328$ برابر صفر است؟

- جمله هشتاد و یکم (۱) جمله هشتاد و دوم (۲) جمله هشتاد و سوم (۳) جمله هشتاد و چهارم (۴)

۱۱۲- در یک دنباله حسابی اگر $a_4 + a_8 + a_9 = 2a_5 + a_n$ باشد، مقدار n کدام است؟

- ۱۰ (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴)

۱۱۳- تفاضل جمله دهم از جمله دوازدهم یک دنباله حسابی ۵ و مجموع دو جمله دهم و دوازدهم، ۲۵ است. جمله بیست و یکم این دنباله کدام است؟ (سراسری خارج از کشور)

- ۳۵ (۱) ۳۶ (۲) $37/5$ (۳) $38/5$ (۴)

۱۱۴- در یک دنباله حسابی $t_5 + t_6 = 3$ و $t_8 + t_9 = -2$ است، حاصل $t_{13} + t_{15}$ چقدر است؟

- $-\frac{55}{6}$ (۱) $-\frac{37}{6}$ (۲) $-\frac{5}{6}$ (۳) $-\frac{67}{6}$ (۴)

۱۱۵- چند جمله از دنباله حسابی $t_1 = 170$ و $t_7 = 161$ مثبت است؟

- ۱۷ (۱) ۱۸ (۲) ۱۹ (۳) ۲۰ (۴)

(آزاد بزرگسالی - ۹۰)

۱۱۶ ✓ اگر $t_n - t_{n-1} = 5$ و $t_2 = -4$ باشد، مقدار t_5 کدام است؟

- ۹ (۱) ۱۱ (۲) ۱۳ (۳) ۱۹ (۴)

(ازاد)

۱۱۷ در یک دنباله حسابی، جمله اول برابر ۱۰ و مجموع جملات پنجم و ششم برابر ۱۱ است. جمله چهارم کدام است؟

- ۶ (۱) ۷ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴)

۱۱۸ ✓ اگر $t, 2t, t + 14$ سه جمله متوالی یک دنباله حسابی با جمله اول t باشند، جمله چهارم آن کدام است؟

- ۲۸ (۱) ۳۵ (۲) ۴۳ (۳) ۴۹ (۴)

(سراسری ریاضی)

۱۱۹ بین اعداد -12 و 52 سه واسطه حسابی درج کرده‌ایم مجموع این سه واسطه حسابی چقدر است؟

- ۶۰ (۱) ۶۴ (۲) ۶۸ (۳) ۷۲ (۴)

۱۲۰ در یک سالن همایش، تعداد صندلی‌های هر ردیف، یک دنباله عددی تشکیل می‌دهند. اگر از ردیف جلو شمارش کنیم، ردیف پنجم ۳۹ صندلی و

ردیف دهم ۶۹ صندلی دارد. اولین ردیف این سالن چند صندلی دارد؟

- ۶ (۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۱۸ (۴)

(ازاد)

۱۲۱ در یک دنباله حسابی $10 = 3t_4 - t_2 + 2t_1$ است، قدر نسبت این دنباله چقدر است؟

- $\frac{5}{4}$ (۱) $-\frac{5}{4}$ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴)

۱۲۲ ✓ در دنباله حسابی $5, 10, \dots$ نسبت $\frac{a_7 + a_{11} + a_{15}}{a_7 + a_8 + a_{10}}$ کدام است؟

- $\frac{11}{6}$ (۱) ۲ (۲) $\frac{12}{6}$ (۳) $\frac{7}{3}$ (۴)

۱۲۳ $15, y, x$ و 3 ، چهار جمله متوالی یک دنباله حسابی می‌باشند. حاصل xy کدام است؟

- ۴۵ (۱) ۶۰ (۲) ۷۲ (۳) ۷۷ (۴)

۱۲۴ ✓ در یک دنباله حسابی، جمله سوم و نهم به ترتیب برابر ۶۲ و ۵۰ است. این دنباله چند جمله مثبت دارد؟

- ۳۲ (۱) ۳۳ (۲) ۳۴ (۳) ۳۵ (۴)

۱۲۵ مجموع دو جمله n ام و $(n-1)$ ام دنباله حسابی $2, 4, 6, 8, \dots$ کدام است؟

- $4n - 2$ (۱) $4n - 1$ (۲) $4n$ (۳) $4n + 1$ (۴)

۱۲۶ در دنباله عددی $7, 14, 21, \dots, 105$ چند جمله وجود دارد؟

- ۱۳ (۱) ۱۴ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴)

۱۲۷ اگر a, b و c و $a + x, b + 2$ و $a - 1$ ، سه جمله متوالی از دو دنباله حسابی مختلف باشند، مقدار x کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

(ازاد)

۱۲۸ ✓ در یک دنباله حسابی $t_3 = 7$ است. حاصل $t_1 + t_2 + t_6$ چقدر است؟

- ۷ (۱) ۲۱ (۲) ۱۴ (۳) ۲۸ (۴)

۱۲۹ زوایای داخلی یک پنج ضلعی محدب، تشکیل دنباله حسابی می‌دهند. اگر اندازه بزرگ‌ترین زاویه 120° باشد، حاصل جمع زاویه کوچک‌تر با زاویه

(سراسری فنی حرفه‌ای - ۹۲)

متوسط کدام است؟

- ۲۰۴ (۱) ۲۰۲ (۲) ۲۰۰ (۳) ۱۹۸ (۴)

۱۳۰ چند عدد سه رقمی مضرب ۱۵ وجود دارد؟

- ۶۰ (۱) ۶۱ (۲) ۵۹ (۳) ۳۰ (۴)

۱۳۱ ✓ اگر به قدرنسبت یک دنباله حسابی ۲ واحد اضافه کنیم به جمله پنجم دنباله حاصل چند واحد اضافه می‌گردد؟

- ۱ (صفر) (۱) ۲ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴)

۱۳۲- اگر S_n مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی باشد و داشته باشیم $S_8 = 17$ و $S_{12} = 101$ باشد، جمله نهم این دنباله کدام است؟

- ۹ (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴)

۱۳۳- در یک دنباله حسابی با قدر نسبت مثبت $a_8 + a_{11} = 0$ ، این دنباله چند جمله منفی دارد؟

- ۷ (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴)

۱۳۴- در یک دنباله حسابی با قدر نسبت مثبت، مجموع سه جمله اول -27 و حاصل ضرب آن‌ها 360 می‌باشد، جمله یازدهم این دنباله چقدر است؟

- ۷۵ (۱) ۸۰ (۲) ۸۵ (۳) ۹۰ (۴)

۱۳۵- جمله هجدهم یک دنباله حسابی 8 و مجموع جمله‌های اول و دوم آن 1 است. جمله هفتم این دنباله برابر چه عددی است؟

- ۴ (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۲ (۴)

۱۳۶- بین دو عدد 2 و 12 سه عدد قرار داده‌ایم که با این دو عدد تشکیل دنباله حسابی بدهید جمله هفتم این دنباله کدام است؟ (جمله اول 2 است.)

- ۱۶ (۱) ۱۷ (۲) ۱۴/۵ (۳) ۱۵/۵ (۴)

۱۳۷- اگر q و p و n و m چهار جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند، به طوری که $mp = nq$ باشد، $\frac{q}{p}$ کدام است؟ (جمله اول دنباله m است و قدر نسبت دنباله مخالف صفر است.)

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۳۸- اگر a_1, a_2, \dots, a_n جملات یک دنباله حسابی باشند، حاصل $d \left(\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_{n-1} a_n} \right)$ کدام است؟ (d قدر نسبت دنباله حسابی است.)

- (۱) $\frac{a_1 a_n}{a_1 - a_n}$ (۲) $\frac{a_1 a_n}{a_n - a_1}$ (۳) $\frac{a_1 - a_n}{a_1 a_n}$ (۴) $\frac{a_n - a_1}{a_1 a_n}$

۱۳۹- در یک دنباله حسابی با قدر نسبت مثبت، مجموع 5 جمله اول برابر 30 و مجموع مجذورات 5 جمله اول برابر 270 است. جمله بیستم این دنباله کدام است؟

- ۵۷ (۱) ۵۸ (۲) ۵۹ (۳) ۶۰ (۴)

۱۴۰- در دو دنباله حسابی به صورت $2, 7, 12, \dots$ و $8, 11, 14, \dots$ چند عدد سه رقمی مشترک وجود دارد؟ (سراسری خارج از کشور ریاضی)

- ۵۸ (۱) ۵۹ (۲) ۶۰ (۳) ۶۱ (۴)

۱۴۱- اعداد $1 - 2P, P + 1, 2P - 8$ به ترتیب جملات دوم، هشتم و دهم از یک دنباله حسابی می‌باشند. قدر نسبت دنباله کدام است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۱۴۲- در یک دنباله حسابی با جمله عمومی a_n ، $a_n + a_{n+1} + a_{n+2} = 6n + 9$ می‌باشد. جمله دهم این دنباله کدام است؟

- ۲۱ (۱) ۶۳ (۲) ۶۹ (۳) ۷۱ (۴)

۱۴۳- در دنباله حسابی $\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \dots$ جملات t_4, t_8, t_{12}, \dots تشکیل دنباله حسابی دیگری می‌دهند، قدر نسبت این دنباله چقدر است؟

- $-\frac{1}{4}$ (۱) -1 (۲) -4 (۳) $\frac{1}{4}$ (۴)

۱۴۴- اضلاع یک مثلث قائم الزاویه تشکیل دنباله حسابی می‌دهند. اگر اندازه یکی از ضلع‌های زاویه قائمه 6 باشد، محیط مثلث کدام است؟

(سراسری فنی حرفه‌ای - ۹۱)

- ۱۷ (۱) ۱۸ (۲) ۲۱ (۳) ۲۴ (۴)

۱۴۵- در دنباله حسابی $\frac{1}{3}, 1, \frac{4}{3}, \dots$ جمله اول را 3 ، جمله دوم را 4 ، جمله سوم را 5 و ... جمع می‌کنیم. جمله هشتم دنباله جدید کدام است؟

- ۱۳ (۱) ۱۴ (۲) $\frac{13}{3}$ (۳) $\frac{14}{3}$ (۴)

۱۴۶- در یک دنباله حسابی $t_1 = 3 + \sqrt{2}$ و $t_7 = 5 + \sqrt{2}$ است، مجموع چهار جمله چهارم چقدر از مجموع چهار جمله دوم بیشتر است؟

(ازاد ریاضی - ۸۹)

- ۸ (۱) ۶۴ (۲) ۱۶ (۳) ۳۲ (۴)

۱۴۷- مجموع n جمله از یک دنباله عددی به صورت $S_n = \frac{n(n-3)}{4}$ است. مجموع جملاتی از این دنباله که از جمله بیست و پنجم شروع و به جمله

(سراسری تجربی)

سی و پنجم ختم می‌شوند، کدام است؟

- ۱۳۹ (۱) ۱۴۵ (۲) ۱۴۸ (۳) ۱۵۴ (۴)

۱۴۸- مجموع n جمله اول از یک دنباله عددی به صورت $S_n = \frac{n(n-15)}{6}$ است. در این دنباله مجموع جملات با شروع از جمله هفتم تا جمله هجدهم

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۰)

کدام است؟

- ۹ (۱) $\frac{29}{3}$ (۲) $\frac{49}{3}$ (۳) ۱۸ (۴)

۱۴۹- اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای با مساحت $\frac{1}{5}$ تشکیل دنباله حسابی داده‌اند. محیط این مثلث چقدر است؟

- ۶ (۱) $\frac{6}{25}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{2}{25}$ (۴)

۱۵۰- در یک دنباله حسابی، مجموع ۵ جمله اول، $\frac{1}{3}$ مجموع پنج جمله بعدی است. جمله دوم چند برابر جمله اول است؟

(سراسری خارج از کشور تجربی - ۹۱)

- $\frac{3}{2}$ (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۵۱- جمله اول و هفتم یک دنباله عددی ۱۱ و ۳۵ است. در دنباله عددی مفروضی بین اعداد ۳۸ و ۱۳ چند واسطه عددی می‌توان قرار داد (جمله اول ۳۸

باشد) تا جمله چهارم دو دنباله برابر شوند؟

- ۳ (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴)



۵. گزینه (۴) در گزینه اول کلمه «بزرگ‌تر» غلط است، چون کوچک‌ترین عدد طبیعی ۱ است که ۲ برابر آن می‌شود ۲ که دقیقاً «برابر» با کوچک‌ترین عدد اول یعنی ۲ است.
برای گزینه‌های «۲» و «۳» مثال نقضی می‌آوریم:
گزینه «۲»: تقسیم ۷ بر ۵ و دوباره ضربدر ۵ می‌شود ۷ که عدد طبیعی است.
گزینه «۳»: حاصل ضرب ۷ در ۵ و دوباره تقسیم بر ۵ می‌شود ۷، که ۷ یک عدد طبیعی است.
گزینه «۴»: تفاضل ۷ با ۲ می‌شود ۵ و تفاضل ۵ با ۳ نیز می‌شود ۲ که هم عددی اول است و هم عددی طبیعی و چون از کلمه «می‌تواند» استفاده شده است، پس گزینه «۴» صحیح است.

۶. گزینه (۲) مثال نقضی برای تأیید نادرستی گزینه «۴» می‌آوریم، مثلاً عدد ۴ که $\sqrt{4} = 2$ است و گنگ نیست.
گزینه‌های «۱» و «۲» صحیح هستند. مثالی برای تأیید گزینه «۳» می‌آوریم: عدد $\frac{\sqrt{2}}{2}$ که گویا نیست این گزینه را تأیید می‌کند.

۷. گزینه (۳) برای رد گزینه‌های «۱» و «۲» مثال نقض می‌آوریم: مثال نقض گزینه «۱» دو عدد $\sqrt{2}$ و $-\sqrt{2}$ که مجموعشان عدد صفر می‌شود و گنگ نیستند و مثال نقض گزینه «۲» نیز دو عدد $\sqrt{2}$ و $\sqrt{8}$ است که حاصل ضربشان $\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$ است و گنگ نیستند و گزینه «۴» همیشه عددی گنگ است، چون رادیکال به فرجه ۳ و مکعب، دو عمل عکس یکدیگرند و زمانی که بر روی هر عدد اعمال شوند حاصل همان عدد اولیه خواهد بود.

۸. گزینه (۳) چون صفر تنها عدد نه مثبت و نه منفی است، پس مجموعش با اعداد طبیعی همان اعداد صحیح و نامنفی می‌شود، پس گزینه «۳» غلط است و بقیه گزینه‌ها صحیح است.

۹. گزینه (۲) گزینه «۱»: غلط است و مثال نقض مربوط به آن: دو عدد صحیح ۱ و ۲ است که بین آن‌ها هیچ عدد صحیحی وجود ندارد.
گزینه «۲»: همیشه صحیح است، چون اعداد منفی و اعداد مثبت هر دو، زمانی که به توان ۲ می‌رسند اعداد مثبت می‌شوند $(-a)^2 = a^2$.
گزینه «۳»: نیز صحیح است، چون قرینه اعداد حسابی همان اعداد صحیح منفی و عدد صفر هستند. (چون قرینه عدد صفر خودش می‌شود). این اعداد به علاوه اعداد طبیعی همان اعداد صحیح هستند.



پیدا کردن اعداد

۱. گزینه (۴)
 $N \subset W \subset Z \subset Q$: $N \cup W = W, W \cap Z = W, W - N = \{0\}$

{0} با مجموعه تهی یعنی {} فرق دارد.

۲. گزینه (۲) تفریق دو عدد طبیعی می‌تواند عدد طبیعی نباشد و بنابر نکته زیر مثلاً $5 - 3 = 2$ که $3 - 2$ عدد طبیعی نیست.

نکته (۱) برای رد هر جمله یا هر عبارتی کافی است یک مثال برای رد آن جمله بیاورید و به مثالی که برای رد یک عبارت به کار می‌رود، مثال نقض می‌گویند.
(۲) مجموع و حاصل ضرب دو عدد طبیعی حتماً عدد طبیعی است، ولی تفاضل و تقسیم دو عدد طبیعی می‌تواند عدد طبیعی نباشد. اصطلاحاً گفته می‌شود اعداد طبیعی نسبت به جمع و ضرب بسته هستند.

۳. گزینه (۳) بنابر نکته ذکر شده در سؤال قبل مثال نقضی برای رد گزینه «۳» بیان می‌کنیم. مثلاً جرم انسانی $58/5$ کیلوگرم است که عدد $58/5$ عدد طبیعی نیست، چون اعداد طبیعی به اندازه ۱ واحد با هم اختلاف دارند؛ یعنی عدد ۵۸ یا عدد ۵۷ می‌توانند اعداد طبیعی باشند و عدد $58/5$ نمی‌تواند عدد طبیعی باشد.

۴. گزینه (۴) که این عدد جز اعداد فرد نیست. تنها عددی که حسابی است و طبیعی نیست عدد صفر است.

۱۰. گزینه (۳)

با توجه به این که اگر k عدد صحیح باشد هر عدد زوج را به صورت $2k$ و هر عدد فرد را به صورت $2k + 1$ می توانیم نشان دهیم، بنابراین:

الف) به دلیل طبیعی بودن k نمی تواند اعداد منفی فرد را نشان دهد.
ب) نیز قرینه هر عدد طبیعی زوج عدد صحیح منفی است که به دلیل طبیعی بودن k نمی تواند اعداد منفی زوج را نشان دهد.
پ) نیز چون صفر عددی حسابی و زوج است، ولی به دلیل طبیعی بودن k نمی توان عدد صفر را به صورت $2k$ نشان داد؛ پس گزینه «۳» صحیح است.

۱۱. گزینه (۲)

گزینه های «۱» و «۴» صحیح می باشند.
بین گزینه های «۲» و «۳» از نظر محتوای ریاضی فرق است، تقسیم اعداد طبیعی بر اعداد صحیح از نظر محتوایی معنی ندارد. مثلاً معنی ندارد کسر $\frac{2}{-3}$ را به صورت تقسیم ۲ بر ۳ - تعریف کرد، زیرا عدد ۲ را نمی توان به ۳ قسمت منفی تقسیم کرد، ولی همین کسر را به صورت تقسیم ۲ - بر ۳ می توان تعریف کرد؛ یعنی دو واحد در جهت منفی محور x ها. پس ۲ - را می توان به ۳ تقسیم کرد. مشکل این جاست که هیچ عددی را نمی توان به یک عدد منفی یا عدد صفر تقسیم کرد.

۱۲. گزینه (۴)

مجموعه A شامل شماره های صحیح عدد ۶ است.

$$A = \{1, 2, 3, 6, -1, -2, -3, -6\} \Rightarrow n(A) = 8$$

۱۳. گزینه (۱)

$$3x + 1 = -16 \Rightarrow 3x = -17 \Rightarrow x = -\frac{17}{3} \notin \mathbb{Z}$$

$$3x + 1 = -26 \Rightarrow 3x = -27 \Rightarrow x = -9 \in \mathbb{Z}$$

$$3x + 1 = -56 \Rightarrow 3x = -57 \Rightarrow x = -19 \in \mathbb{Z}$$

$$3x + 1 = -86 \Rightarrow 3x = -87 \Rightarrow x = -29 \in \mathbb{Z}$$

۱۴. گزینه (۴)

$$\begin{cases} x=0 \\ y=4 \end{cases} \Rightarrow 2^0 \times 5^4 = 625, \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases} \Rightarrow 2^1 \times 5^3 = 250$$

$$\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow 2^2 \times 5^2 = 100, \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow 2^3 \times 5^1 = 40$$

$$\begin{cases} x=4 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow 2^4 \times 5^0 = 16 \Rightarrow A = \{625, 250, 100, 40, 16\}$$

$$625 + 250 + 100 + 40 + 16 = 1031$$

۱۵. گزینه (۳)

$$\frac{3x+1}{2} \geq x+3 \Rightarrow 3x+1 \geq 2x+6 \Rightarrow x \geq 5$$

$$\Rightarrow x = 5, 7, 11, 13, \dots$$

$$\Rightarrow A = \{5^2 - 5, 7^2 - 7, 11^2 - 11, 13^2 - 13, \dots\}$$

$$\Rightarrow A = \{20, 42, 110, 156, \dots\}$$

بنابراین، ۷۲ عضو این مجموعه نیست.

۱۶. گزینه (۲)

$$A \cap B = \{a, d\}$$

$$A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$$

با توجه به آن که $A \cap B \subseteq X$ ، بنابراین مجموعه X الزاماً باید شامل عضوهای a و d باشد و با توجه به این که $x \subseteq A \cup B$ ، مجموعه x می تواند شامل عضوهای b و c و e باشد یا نباشد، بنابراین تعداد مجموعه های متفاوت x برابر تعداد زیرمجموعه های مجموعه $\{b, c, e\}$ یعنی $2^3 = 8$.

۱۷. گزینه (۲)

وقتی هیچ اطلاعاتی و محدودیتی از این که x عضو کدام مجموعه (اعداد طبیعی یا حسابی یا ...) است، وجود ندارد باید x را جزء اعداد حقیقی در نظر بگیرید.

$$A = \{x \mid x > 2\}$$

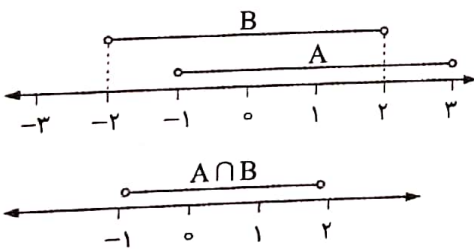
۱۸. گزینه (۲)

$$A = \{x \mid -1 < x < 2\}$$

$$B = \{x \mid -2 < x < 2\}$$

و چون هیچ اطلاعاتی از مجموعه اعداد x نداده است، پس x عضو اعداد حقیقی است، بنابراین:

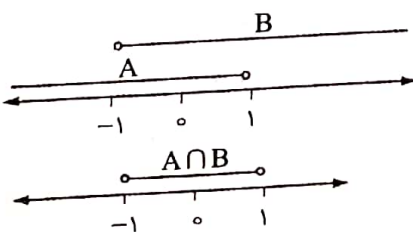
$$\Rightarrow A \cap B = \{x \mid -1 < x < 2\}$$



۱۹. گزینه (۱)

$$A = \{x \mid x < 1\}, B = \{x \mid x > -1\}$$

و چون هیچ اطلاعاتی از مجموعه x نداده است، پس x عضو اعداد حقیقی است؛ بنابراین:



$$\Rightarrow A \cap B = \{x \mid -1 < x < 1\}$$



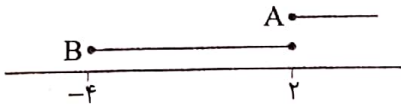
۲۴. گزینه (۳)

$$-2x + 5 \leq -1 \Rightarrow -2x \leq -6 \Rightarrow x \geq 3 \Rightarrow A = [3, +\infty)$$

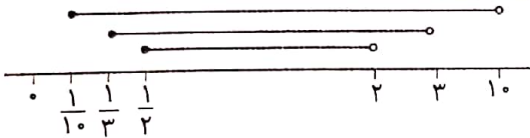
$$-7 \leq 2x + 1 \leq 5 \Rightarrow -8 \leq 2x \leq 4 \Rightarrow -4 \leq x \leq 2$$

$$\Rightarrow B = [-4, 2]$$

$$A \cap B = \{3\}$$



۲۵. گزینه (۱)



$$A_r = \left[\frac{1}{r}, 2\right)$$

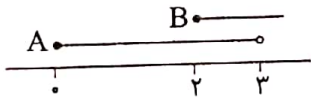
$$A_3 = \left[\frac{1}{3}, 2\right)$$

⋮

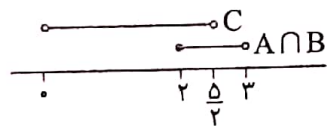
$$A_1 = [1, 10)$$

$$A_r \subseteq A_3 \subseteq \dots \subseteq A_1 \Rightarrow A_r \cap A_3 \cap A_1 = A_r$$

۲۶. گزینه (۳)



$$\Rightarrow A \cap B = [2, 2)$$



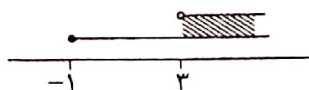
$$\Rightarrow A \cap B = \left[\frac{5}{2}, 3\right)$$

۲۷. گزینه (۳)

$$-i + 1 \leq 2 \Rightarrow -i \leq 1 \Rightarrow i \geq -1$$

$$2 < 2i - 7 \Rightarrow 9 < 2i \Rightarrow i > 3$$

بین دو جواب اشتراک می‌گیریم؛ یعنی: $i > 3$



۲۰. گزینه (۳)



$$A \cap B = (-2, 3]$$

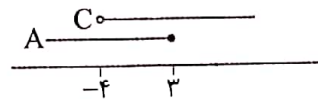
$$A - B = (-5, -2]$$

$$(A \cap B) \cup (A - B) = (-5, 3]$$

$$(A \cap B) \cup (A - B) = A$$

هم می‌توان گفت جواب، بازه A یعنی $(-5, 3]$ است.

۲۱. گزینه (۱)



$$\Rightarrow A \cap C = (-4, 3]$$

$$\Rightarrow B - (A \cap C) = [-5, -4]$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} a = -5 \\ b = -4 \end{matrix} \Rightarrow b - a = (-4) - (-5) = 1$$

۲۲. گزینه (۲)

$$A = \{1, 2, \dots, 30\}$$

$$n = 1 \Rightarrow x = 3$$

$$n = 2 \Rightarrow x = 7$$

$$n = 3 \Rightarrow x = 11$$

$$n = 4 \Rightarrow x = 15$$

$$n = 5 \Rightarrow x = 19$$

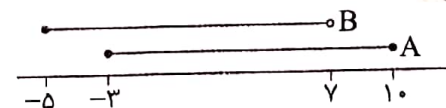
$$n = 6 \Rightarrow x = 23$$

$$n = 7 \Rightarrow x = 27$$

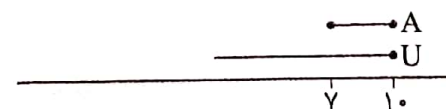
$$n = 8 \Rightarrow x = 31 \notin A$$

مجموعه B کلاً ۷ عضو دارد.

۲۳. گزینه (۴)



$$\Rightarrow A - B = [7, 10]$$



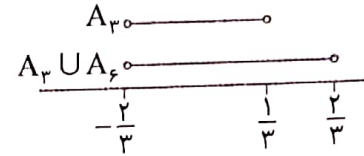
$$\Rightarrow U - A = (-\infty, 7)$$

گزینه ۲۸ (۴)

$$A_3 = \left(-\frac{2}{3}, \frac{3-2}{3}\right) \Rightarrow A_3 = \left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$$

$$A_6 = \left(\frac{-2}{6}, \frac{6-2}{6}\right) \Rightarrow A_6 = \left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

$$A_3 \cup A_6 = \left(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$$



$$(A_3 \cup A_6) - A_3 = \left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

گزینه ۲۹ (۱)

$$A_2 = [-2, 2/5] \Rightarrow A_2 \cap A_5 = [-2, 2]$$

$$A_5 = [-5, 2]$$

$$A_1 = [-1, 4] \Rightarrow A_1 \cap A_7 = [-1, 1]$$

$$A_7 = [-7, 1]$$

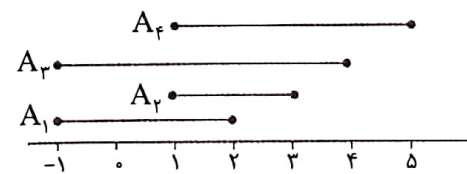
$$(A_2 \cap A_5) - (A_1 \cap A_7) = [-2, 2] - [-1, 1]$$

$$= [-2, -1) \cup (1, 2]$$

گزینه ۳۰ (۲)

$$A_n = [(-1)^n, n+1] \Rightarrow \begin{cases} A_1 = [-1, 2] \\ A_2 = [1, 3] \\ A_3 = [-1, 4] \\ A_4 = [1, 5] \end{cases}$$

$$\Rightarrow A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 = [1, 2]$$



گزینه ۳۱ (۲)

گزینه «۱» متناهی است، چون از بالا محدود به ۹۲۶۵ و از پایین نیز محدود به ۲ است.

گزینه‌های «۳» و «۴» نیز محدود هستند. بین گزینه «۳» در محدوده اعداد صحیح ۶۷۵ رقمی است و گزینه «۴» نیز از پایین محدود به ۱ و از بالا محدود به ۹۹۹۲ است، ولی در گزینه «۲» علی‌رغم این که از پایین و بالا محدود است، ولی بی‌نهایت عدد اعشاری بین ۰/۶ و ۴/۳ وجود دارد، پس مجموعه نامتناهی است.

گزینه ۳۲ (۲)

تفاضل دو مجموعه نامتناهی ممکن است متناهی یا نامتناهی باشد، مانند:

$$A = \{1, 2, 3, \dots\} \\ B = \{2, 3, \dots\} \Rightarrow A - B = \{1\} \text{ متناهی}$$

$$A = \{1, 2, 3, 4, \dots\} \\ B = \{2, 4, 6, \dots\} \Rightarrow A - B = \{1, 3, 5, \dots\} \text{ نامتناهی}$$

گزینه ۳۳ (۲)

$$44^2 = 1936, 45^2 = 2025$$

گزینه «۱»: $\{45, 46, 47, \dots\}$ نامتناهی است.

گزینه «۲»:

$$x^2 < 2000 \Rightarrow -\sqrt{2000} < x < \sqrt{2000} \\ \Rightarrow \{-44, -43, \dots, 0, 1, 2, \dots, 43, 44\}$$

یک مجموعه متناهی است.

گزینه «۳»: $\{2001, 2002, 2003, \dots\}$ مجموعه نامتناهی است.

گزینه «۴»: $\{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, 1998, 1999\}$ مجموعه نامتناهی است.

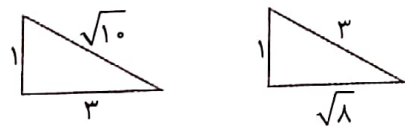
گزینه ۳۴ (۳)

مجموعه A برابر است با:

$$A = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\cap \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$$

$$\Rightarrow A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\} \text{ متناهی است.}$$



در مورد مجموعه مثلث‌های قائم‌الزاویه، ۳ می‌تواند ضلع قائم باشد یا می‌تواند وتر باشد، پس دو مثلث وجود دارد، بنابراین مجموعه B متناهی است.

$$B = \{-12, -6, -4, -3, -2, -1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

مجموعه B، ۱۲ شماره‌های صحیح عدد ۱۲ می‌باشد که یک مجموعه متناهی است. مجموعه C به‌ازای تمام اعداد صحیح کوچک‌تر از ۴، $2^x \leq 16$ خواهد شد، بنابراین یک مجموعه نامتناهی است.

$$C = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

گزینه ۳۵ (۲)

چون اگر از هر مجموعه نامتناهی تعداد متناهی عضو کم کنیم، باز هم مجموعه نامتناهی است.



گزینه ۴۳ (۳)

$$n(A - B) + n(B - A) + n(A \cap B) = n(A \cup B)$$

$$20 + 30 + n(A \cap B) = 65 \Rightarrow n(A \cap B) = 15$$

$$n(A) = n(A - B) + n(A \cap B) = 20 + 15 = 35$$

$$n(B) = n(B - A) + n(A \cap B) = 30 + 15 = 45$$

$$n(A) + n(B) = 35 + 45 = 80$$

گزینه ۴۴ (۲)

$$A_3 = \{3, 4, 5, 6\}$$

$$A_4 = \{4, 5, 6, 7\} \Rightarrow A_3 \cup A_4 \cup A_5 = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$A_5 = \{5, 6, 7, 8\}$$

گزینه ۴۵ (۲)

$$n(U) = 20$$

$$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\} \Rightarrow n(A) = 6$$

$$B = \{5, 10, 15, 20\} \Rightarrow n(B) = 4$$

$$A \cup B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 5, 10, 20\} \Rightarrow n(A \cup B) = 9$$

$$n(A' \cap B') = n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B) = 20 - 9 = 11$$

گزینه ۴۶ (۱)

$$n(A) = 20 \Rightarrow \text{افراد علاقمند به بازی فوتبال}$$

$$n(B) = 15 \Rightarrow \text{افراد علاقمند به بازی والیبال}$$

$$n(A \cap B) = 3 \Rightarrow \text{افراد علاقمند به بازی فوتبال و والیبال}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = 20 + 15 - 3 = 32$$

گزینه ۴۷ (۴)

$$U = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$$

$$A = \{1, 4, 6, 8, 9\}, B = \{3, 6, 9\} \Rightarrow A \cap B = \{6, 9\}$$

$$n(A) = 5, n(B) = 3, n(A \cap B) = 2$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 5 + 3 - 2 = 6$$

گزینه ۴۸ (۳)

$$n(A) + n(A') = n(U) \Rightarrow n(U) = x + y$$

$$n(B) + n(B') = n(U) \Rightarrow \frac{x}{y} + n(B') = x + y$$

$$\Rightarrow n(B') = x + y - \frac{x}{y} \Rightarrow n(B') = \frac{x}{y} + y$$

گزینه ۳۶ (۳) تعداد موهای سر انسان زیاد است، ولی بالاخره قابل شمارش است، ولی گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» جزء نمونه‌های مشهور مجموعه‌های نامتناهی هستند.

گزینه ۳۷ (۲)

گزینه «۱»: نامتناهی است.
گزینه «۲»: برابر با مجموعه $\{0\}$ است که متناهی است.
گزینه «۳»: نامتناهی است، زیرا $Z \cap N = N$ (تفاضل و اشتراک دو مجموعه نامتناهی می‌تواند نامتناهی باشد).
گزینه «۴»: نیز مجموعه اعداد گنگ است که نامتناهی است.

گزینه ۳۸ (۴)

گزینه «۱»: بی‌پایان است.
گزینه «۲»: بی‌پایان است.
گزینه «۳»: بی‌پایان است.
گزینه «۴»: باپایان است.

گزینه ۳۹ (۲)

$$A = \{2, 3, 5, 7\} \Rightarrow A \cap B = \{3, 5, 7\}$$

$$B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

گزینه ۴۰ (۱)

$$n(U) = 42$$

$$n(A) = 17 \text{ ریاضی}$$

$$n(B) = 14 \text{ شیمی}$$

$$n(A \cap B) = 3$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 17 + 14 - 3 = 28$$

$$n(A' \cap B') = n(U) - n(A \cup B) = 42 - 28 = 14$$

گزینه ۴۱ (۲)

$$A \cup B = \{a, b, c\} \cup \{b, c, d\} = \{a, b, c, d\}$$

لذا $A \cup B$ ، ۴ عضو دارد.

گزینه ۴۲ (۲)

$$A_3 = \{3, 4, 5, 6\}$$

$$A_4 = \{4, 5, 6, 7\} \Rightarrow A_3 \cap A_4 \cap A_5 = \{5, 6\}$$

$$A_5 = \{5, 6, 7, 8\}$$

۵۵. گزینه (۱)

$$U = \{1, 2, 3, 4, \dots, 30\}$$

$$A = \{11, 13, 17, 19, 23, 29\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

$$A \cap B = \{\} = \emptyset$$

$$(A \cap B)' = U$$

$$n(A \cap B)' = 30$$

نقطه مورد نظر اشتراک a و b و c است؛ یعنی

۵۶. گزینه (۴)

کوچکترین مضرب مشترک 9 و 12 ، لذا با تبدیل آن‌ها به اعداد اول داریم:

$$12 = 3 \times 2^2, 9 = 3^2, 7 = 7^1$$

$$m.p.m: 3^2 \times 2^2 \times 7 = 252$$

بنابراین منحنی مورد نظر 252 یا سایر مضارب صحیح آن است.

۵۷. گزینه (۳)

$$\frac{n(A - B)}{n(B - A)} = \frac{n(A) - n(A \cap B)}{n(B) - n(A \cap B)} = \frac{2n(A \cap B) - n(A \cap B)}{\frac{2}{3}n(A \cap B) - n(A \cap B)}$$

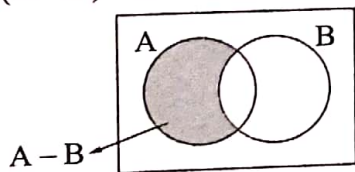
$$= \frac{2n(A \cap B)}{\frac{1}{3}n(A \cap B)} = 6$$

۵۸. گزینه (۴)

همان طور که ملاحظه می‌شود، دو مجموعه $A - B$ و B دو مجموعه جدا از هم می‌باشند، بنابراین:

$$B - (A - B) = B$$

$$(A - B) - B = A - B$$



بنابراین:

$$[B - (A - B)] \cup [(A - B) - B] = B \cup (A - B) = A \cup B$$

متمم $A \cup B$ به صورت مقابل است:

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

۵۹. گزینه (۱)

می‌دانیم $B' - A' = A - B$ و $A - B' = A \cap B$ ، $A' - B' = B - A$ می‌باشد، بنابراین:

$$n(B - A) = 8$$

$$n(A \cap B) = 5$$

$$n(A \cup B) = 19$$

$$m(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A) = n(A \cup B)$$

$$n(A - B) + 5 + 8 = 19 \Rightarrow n(A - B) = 6 \Rightarrow n(B' - A') = 6$$

۴۹. گزینه (۴)

$$A - (A - B) = A \cap B$$

$$\Rightarrow (A - (A - B)) \cup (A \cap B)' = (A \cap B) \cup (A \cap B)' = U$$

$$U' = \emptyset$$

بنابراین متمم آن \emptyset است.

۵۰. گزینه (۳)

$$x^2 < 20 \Rightarrow x = 1, 2, 3, 4 \Rightarrow A = \{1, 2, 5, 7\}$$

$$B = \{2x + 1 \mid x \in \{1, 2, 5, 7\}\} \Rightarrow B = \{3, 7, 11, 15\}$$

$$\Rightarrow A \cap B = \{3, 7\} \Rightarrow n(A \cap B) = 2$$

۵۱. گزینه (۱)

می‌دانیم: $n(B) + n(B') = n(U)$

$$n(A) = 60, n(B') = 2n(B), n(U) = 100$$

$$\Rightarrow n(B) + 2n(B) = 2n(B) = 100 \Rightarrow n(B) = 25$$

$$n(A') = n(U) - n(A) = 100 - 60 = 40$$

$$\frac{n(B)}{n(A')} = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$$

۵۲. گزینه (۳)

$$n(A) = 20, n(B') = 40, n(A \cap B) = 10$$

$$n(U) = 50 \Rightarrow n(B) = 50 - 40 = 10$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 20 + 10 - 10 = 20$$

۵۳. گزینه (۱)

تعداد دانشجویان تهرانی: $n(A) = 500 + 600 = 1100$

تعداد دانشجویان پسر: $n(B) = 600 + 600 = 1200$

تعداد دانشجویان پسر تهرانی: $n(A \cap B) = 600$

تعداد دانشجویان تهرانی یا پسران:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$= 1100 + 1200 - 600 = 1700 \Rightarrow n((A \cup B)') = 2000 - 1700 = 300$$

۵۴. گزینه (۲)

تعداد کارمند مرد: $n(A) = 20 + 12 = 32$

تعداد کارمندان با تحصیلات دانشگاهی: $n(B) = 10 + 20 = 30$

تعداد کارمندان مرد با تحصیلات دانشگاهی: $n(A \cap B) = 20$

تعداد کارمندان مرد یا کارمندان دارای تحصیلات دانشگاهی:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = 32 + 30 - 20 = 42$$



۶۴. گزینه (۲)

دنباله تعداد چوب کبریت‌ها به صورت $۴, ۷, ۱۰, \dots$ می‌باشد، که می‌توان نوشت:

$$a_1 = 3(1) + 1, a_2 = 3(2) + 1, a_3 = 3(3) + 1$$

بنابراین: $a_n = 3n + 1$ می‌باشد.

$$3n + 1 = 37 \Rightarrow 3n = 36 \Rightarrow n = 12$$

۶۵. گزینه (۴)

$$a_1 = 1 \times 2, a_2 = 2 \times 3, a_3 = 3 \times 4, a_4 = 4 \times 5$$

$$\Rightarrow a_n = n(n+1) \Rightarrow a_{20} = 20 \times 21 = 420$$

۶۶. گزینه (۴)

تعداد نقطه‌های بالای خط راست در هر شکل برابر است با:

(۱) در شکل: $a_1 = 1$

(۲) در شکل: $a_2 = 3 \Rightarrow a_1 = 1, a_2 = 1 + 2$

$a_3 = 1 + 2 + 3, \dots$

(۳) در شکل: $a_3 = 6$

برای به دست آوردن تعداد نقطه‌های خط در شکل n ام به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$a_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n$$

$$+ a_n = n + (n-1) + (n-2) + \dots + 1$$

$$2a_n = (n+1) + (n+1) + (n+1) + \dots + (n+1)$$

$$\Rightarrow 2a_n = n \times (n+1) \Rightarrow a_n = \frac{n \times (n+1)}{2}$$

۶۷. گزینه (۲)

هر شکل یک دنباله مربعی با ۴ مربع کوچک در هر گوشه آن قرار دارد، بنابراین:

$$a_n = n^2 + 4 \Rightarrow n^2 + 4 = 85 \Rightarrow n^2 = 81 \Rightarrow n = 9$$

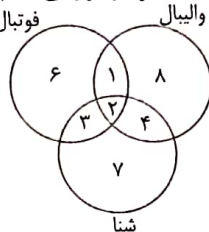
۶۸. گزینه (۲)

- | | | |
|-------|---|-----------------------|
| شکل ۱ | } | دایره سیاه = ۱ |
| | | دایره سفید = ۰ |
| | | اختلاف = $1 - 0 = 1$ |
| شکل ۲ | } | دایره سیاه = ۳ |
| | | دایره سفید = ۱ |
| | | اختلاف = $3 - 1 = 2$ |
| شکل ۳ | } | دایره سیاه = ۶ |
| | | دایره سفید = ۳ |
| | | اختلاف = $6 - 3 = 3$ |
| شکل ۴ | } | دایره سیاه = ۱۰ |
| | | دایره سفید = ۶ |
| | | اختلاف = $10 - 6 = 4$ |

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، اختلاف تعداد دایره سیاه و سفید در هر شکل با شماره شکل برابر است، بنابراین اختلاف تعداد دایره سیاه و سفید در شکل نوزدهم برابر ۱۹ است.

ابتدا ۲ نفر که عضو هر سه رشته ورزشی هستند

را در ناحیه مربوط به خود قرار می‌دهیم. ۳ نفر عضو تیم فوتبال و والیبال هستند که ۲ نفر آن‌ها عضو هر ۳ رشته هستند، بنابراین ۱ نفر عضو تیم فوتبال و والیبال است و عضو تیم شنا نیست، به همین ترتیب عدد ۳ و ۴ را در ناحیه مربوط به خود قرار می‌دهیم. در این کلاس ۱۲ نفر عضو تیم فوتبال هستند، با توجه به این که ۱ نفر از آن‌ها عضو تیم والیبال، ۳ نفر از آن‌ها عضو تیم شنا و ۲ نفر از آن‌ها هم عضو تیم والیبال و هم شنا هستند، بنابراین ۶ نفر فقط عضو تیم فوتبال هستند؛ به همین ترتیب اعداد ۷ را قرار می‌دهیم.



$$7 + 8 + 6 = 21$$

۶۹. گزینه (۲)

اگر a و b هر دو فرد باشند:

$$(-1)^a + (-1)^b = -1 - 1 = -2$$

اگر a و b هر دو زوج باشند:

$$(-1)^a + (-1)^b = 1 + 1 = 2$$

اگر یکی از a و b فرد و دیگری زوج باشد:

$$(-1)^a + (-1)^b = -1 + 1 = 0$$

بنابراین:

$$A = \{-2, 0, 2\}$$

$$2 \leq \frac{x+4}{2} \leq 3 \Rightarrow 4 \leq x+4 \leq 6 \Rightarrow 0 \leq x \leq 2 \Rightarrow B = \{0, 1, 2\}$$

$$A \cup B = \{-2, 0, 2, 1\} \Rightarrow n(A \cup B) = 4$$

۶۲. گزینه (۲)

تعداد نقطه‌ها در هر شکل برابر است با:

(۱) در شکل: $a_1 = 4 = 4 + 0 \times 3$

(۲) در شکل: $a_2 = 7 = 4 + 1 \times 3$

(۳) در شکل: $a_3 = 10 = 4 + 2 \times 3$

$$\Rightarrow a_n = 4 + (n-1) \times 3 = 4 + 3n - 3 = 3n + 1$$

۶۳. گزینه (۲)

شماره شکل	۱	۲	۳
تعداد مربع	۵	۷	۹

بنابراین جمله عمومی این الگو $a_n = 2n + 3$ می‌باشد، بنابراین:

$$a_{20} = 2(20) + 3 = 43$$

گزینه ۷۳ (۲)

$$t_n = \frac{2n-1}{n+1} \Rightarrow n=1 \Rightarrow t_1 = \frac{1}{2} < 1, n=2$$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{3}{4} = 1 = 1, n=3 \Rightarrow t_3 = \frac{5}{4} > 1$$

جمله دوم برابر با ۱ است و جمله سوم بیشتر از ۱، پس از جمله سوم به بعد مقدار هر جمله بیشتر از یک است.

گزینه ۷۴ (۴)

$$C_n = an + b \Rightarrow C_4 = 4a + b = 17$$

$$C_{10} = 10a + b = 47 \Rightarrow C_{10} - C_4$$

$$\Rightarrow 6a = 30 \Rightarrow a = 5$$

$$4a + b = 17 \xrightarrow{a=5} 4(5) + b = 17 \Rightarrow b = -3$$

$$C_n = 5n - 3 = 122 \Rightarrow 5n = 125 \Rightarrow n = 25$$

گزینه ۷۵ (۱)

جملات دنباله را به صورت زیر می توان نوشت:

$$\frac{1+2}{(1)^2+4}, \frac{2+2}{(2)^2+4}, \frac{3+2}{(3)^2+4}, \frac{4+2}{(4)^2+4}$$

$$a_n = \frac{n+2}{n^2+4} \quad \text{بنابراین:}$$

$$\Rightarrow a_6 = \frac{6+2}{(6)^2+4} = \frac{8}{40} = \frac{1}{5}$$

گزینه ۷۶ (۳)

راه اول:

$$1 \text{ شکل: } 3 \times 4 \Rightarrow n \text{ شکل: } (n+2)(n+3)$$

$$2 \text{ شکل: } 4 \times 5 \Rightarrow a_n = (n+2)(n+3) = n^2 + 5n + 6$$

$$3 \text{ شکل: } 5 \times 6$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} b=5 \\ c=6 \end{matrix} \Rightarrow b+c=11$$

راه دوم:

$$n=1 \Rightarrow a_n = 12 = 1 + b + c \Rightarrow b + c = 11$$

گزینه ۷۷ (۳)

$$C_n = an + b$$

$$C_7 + C_7 = 19 \Rightarrow 2a + b + 3a + b = 19 \Rightarrow 5a + 2b = 19$$

$$C_5 + C_6 = 37 \Rightarrow 5a + b + 6a + b = 37 \Rightarrow 11a + 2b = 37$$

$$\Rightarrow 6a = 18 \Rightarrow a = 3$$

$$5a + 2b = 19 \Rightarrow 15 + 2b = 19 \Rightarrow 2b = 4 \Rightarrow b = 2$$

$$\Rightarrow C_n = 3n + 2 \Rightarrow C_9 = 3(9) + 2 = 29$$

$$C_{10} = 3(10) + 2 = 32$$

$$c_9 + c_{10} = 29 + 32 = 61$$

گزینه ۶۹ (۲)

چند جمله ابتدایی این دنباله را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} 2: \text{مرحله اول} \\ 4: \text{مرحله دوم} \Rightarrow \text{جملات دنباله: } 2, 4, 8, \dots \\ 8: \text{مرحله سوم} \end{cases}$$

می توانیم جملات دنباله را به صورت زیر نشان دهیم:

$$\text{دنباله: } 2^1, 2^2, 2^3, \dots$$

بنابراین جمله n ام یا جمله عمومی این دنباله برابر با 2^n خواهد بود.

گزینه ۷۰ (۲)

تعداد دایره ها را در هر شکل به دست می آوریم:

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 3 = 1 + 2$$

$$a_3 = 6 = 1 + 2 + 3$$

$$a_4 = 10 = 1 + 2 + 3 + 4$$

بنابراین تعداد دایره ها در شکل n ام برابر با: $a_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n$

خواهد بود و با توجه به این که $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$ می شود، بنابراین:

$$a_{11} = \frac{11 \times (11+1)}{2} = \frac{11 \times 12}{2} = 11 \times 6 = 66$$

$$a_{12} = \frac{12 \times (12+1)}{2} = \frac{12 \times 13}{2} = 6 \times 13 = 78$$

$$\Rightarrow a_{11} + a_{12} = 66 + 78 = 144$$

گزینه ۷۱ (۱)

۳ چوب کبریت \rightarrow شکل ۱

۷ چوب کبریت \rightarrow شکل ۲

۱۱ چوب کبریت \rightarrow شکل ۳

همان طور که ملاحظه می شود، در هر مرحله، نسبت به مرحله قبل، ۴ چوب کبریت اضافه می شود، بنابراین الگوی آن خطی و به صورت

$a_n = 4n - 1$ می باشد.

$$4n - 1 = 55 \Rightarrow 4n = 56 \Rightarrow n = 14$$

گزینه ۷۲ (۳)

الگوی مقابل یک دنباله مربعی است که از یک مرحله جلوتر شروع شده است، بنابراین الگوی آن بدون توجه به دایره های توپر $(n+1)^2$ می باشد.

در هر مرحله ۲ دایره توخالی وجود دارد، بنابراین:

$$a_n = (n+1)^2 - 2 \Rightarrow a_{10} = (10+1)^2 - 2 = 11^2 - 2$$

$$= 121 - 2 = 119$$



۸۳. گزینه (۳)

$$(\sqrt{1} - \sqrt{4}) + (\sqrt{4} - \sqrt{9}) + (\sqrt{9} - \sqrt{16})$$

جمله اول جمله دوم جمله سوم

$$+ \dots + (\sqrt{47} - \sqrt{48}) + (\sqrt{48} - \sqrt{49})$$

جمله چهل و هفتم جمله چهل و هشتم

$$= \sqrt{1} - \sqrt{49} = 1 - 7 = -6$$

۸۴. گزینه (۴)

دنباله مربوط به تعداد کاشی‌های تیره $8, 10, 12, \dots$ می‌باشد که جمله

عمومی آن $2n + 6$ می‌باشد.

دنباله مربوط به تعداد کاشی‌های سفید $2, 3, 4, \dots$ می‌باشد که جمله

عمومی آن $n + 1$ می‌باشد.

بنابراین جمله عمومی نسبت تعداد کاشی‌های تیره به تعداد کاشی‌های

سفید $a_n = \frac{2n + 6}{n + 1}$ می‌باشد.

$$a_{19} = \frac{2(19) + 6}{19 + 1} = \frac{44}{20} = 2 \frac{1}{5}$$

۸۵. گزینه (۲)

$$t_n = \frac{(2n-1)^{n-1}}{n+2}$$

$$n=1 \Rightarrow t_1 = \frac{1}{3} \notin \mathbb{N}, n=2 \Rightarrow t_2 = \frac{3}{4} \notin \mathbb{N}, n=3$$

$$\Rightarrow t_3 = 5 \in \mathbb{N}$$

بنابراین سومین جمله این دنباله عدد طبیعی است.

۸۶. گزینه (۲)

$$u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$$

$$u_1 = u_2 = 1 \Rightarrow 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, \dots$$

این دنباله معروف به دنباله فیبوناتچی است. دو جمله اول دنباله ۱ است

و بقیه جملات از مجموع دو جمله قبل به دست می‌آیند، بنابراین جمله

نهم ۳۴ است.

۸۷. گزینه (۲)

$$n=10 \Rightarrow a_{10} = 2a_9 - 3 \Rightarrow 11 = 2a_9 - 3$$

$$\Rightarrow 2a_9 = 14 \Rightarrow a_9 = 7$$

$$n=9 \Rightarrow a_9 = 2a_8 - 3 \Rightarrow 7 = 2a_8 - 3$$

$$\Rightarrow 2a_8 = 10 \Rightarrow a_8 = 5$$

۷۸. گزینه (۴)

$$a_2 = 2a_1 \Rightarrow a_2 = 2(2) = 4$$

$$a_3 = 3a_2 \Rightarrow a_3 = 3(4) = 12$$

$$a_4 = 4a_3 = 4(12) = 48$$

$$a_4 - a_3 = 48 - 12 = 36$$

۷۹. گزینه (۲)

$$2n - 5 = 7 \Rightarrow 2n = 12 \Rightarrow n = 6 \Rightarrow a_6 = 6^2 - 6 = 30$$

$$2n - 5 = 9 \Rightarrow 2n = 14 \Rightarrow n = 7 \Rightarrow a_7 = 7^2 - 7 = 42$$

$$a_7 - a_6 = 42 - 30 = 12$$

۸۰. گزینه (۳)

تعداد چوب کبریت‌ها به صورت: $4, 16, 28, \dots$

برای به دست آوردن الگو، همان‌طور که ملاحظه می‌شود، در هر مرحله

۱۲ چوب کبریت نسبت به مرحله قبل اضافه می‌شود، بنابراین $12n$

می‌نویسیم، اما در مرحله اول، ۴ چوب کبریت داریم، بنابراین

$$12 - 4 = 8 = a_n = 12n - 8 \text{ به صورت}$$

$$a_n = 12n - 8 = 244 \Rightarrow 12n = 252 \Rightarrow n = \frac{252}{12} = 21$$

۸۱. گزینه (۳)

$$a_1 = \frac{(-1)^1}{1} \Rightarrow a_1 = -1$$

$$a_2 = \frac{(-1)^2}{2} \Rightarrow a_2 = \frac{1}{2}$$

$$a_3 = \frac{(-1)^3}{3} \Rightarrow a_3 = -\frac{1}{3}$$

$$a_4 = \frac{(-1)^4}{4} \Rightarrow a_4 = \frac{1}{4}$$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود $a_1 = -1$ کوچک‌ترین و $a_2 = \frac{1}{2}$ بزرگ‌ترین جمله این دنباله است.

$$a_1 + a_2 = -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

۸۲. گزینه (۴)

$$\text{مساحت مثلث اول} = \frac{1 \times 1}{2}$$

$$\text{مساحت مثلث دوم} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{2}$$

$$\text{مساحت مثلث سوم} = \frac{1 \times \sqrt{3}}{2}$$

$$\text{مساحت مثلث چهارم} = \frac{1 \times \sqrt{4}}{2}$$

بنابراین مساحت مثلث نهم برابر $\frac{3}{2}$ است.

۸۸. گزینه (۱)

راه اول: با جای گذاری اعداد طبیعی، جملات دنباله را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} n=1 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{16} - \frac{1}{2} = \frac{-7}{16} < 0 \\ n=2 \Rightarrow a_2 = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} > 0 \\ n=3 \Rightarrow a_3 = \frac{3}{16} - \frac{1}{8} = \frac{1}{16} > 0 \\ n=4 \Rightarrow a_4 = \frac{1}{4} + \frac{1}{16} > 0 \end{cases}$$

این دنباله فقط یک جمله منفی دارد.
راه دوم:

$$\frac{2n-7}{5n-14} < 0 \Rightarrow \frac{2n}{10} < n < \frac{35}{10} \xrightarrow{n \in \mathbb{Z}} n = \frac{30}{10} = 3$$

۸۹. گزینه (۱)

راه اول: با جای گذاری اعداد طبیعی جملات a_n را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} n=1 \Rightarrow a_1 = \frac{-5}{-9} = \frac{5}{9} \\ n=2 \Rightarrow a_2 = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4} \\ n=3 \Rightarrow a_3 = \frac{-1}{1} = -1 \Rightarrow a_3 = -1 \\ n=4 \Rightarrow a_4 = \frac{1}{6} \\ n=5 \Rightarrow a_5 = \frac{2}{11} \end{cases}$$

این دنباله فقط یک جمله منفی دارد.
راه دوم:

$$\frac{2n-7}{5n-14} < 0 \Rightarrow \frac{28}{10} < n < \frac{35}{10} \xrightarrow{n \in \mathbb{Z}} n = \frac{30}{10} = 3$$

۹۰. گزینه (۲)

چند جمله ابتدایی این دنباله را به دست آوریم:

$$a_1 = \left(-\frac{3}{7}\right)^2, a_2 = \left(-\frac{3}{7}\right)^3, a_3 = \left(-\frac{3}{7}\right)^4, \dots$$

چون جمله عمومی دارای علامت منفی است و توان جملات به ترتیب زوج و فرد می شود، جملات این دنباله به صورت یک در میان منفی هستند، از طرفی کسری که به توان می رسد کوچک تر از یک است، پس هرچه توان زوج بیشتر شود، حاصل کوچک تر و هرچه توان فرد بیشتر شود، حاصل بزرگ تر خواهد شد؛ پس کوچک ترین جمله، اولین جمله با علامت منفی است؛ یعنی $a_2 = \left(-\frac{3}{7}\right)^3$.

۹۱. گزینه (۱)

بدون در نظر گرفتن دایره های توپر، یک الگوی مربعی خواهیم داشت که از یک مرحله جلوتر شروع شده است که الگوی آن $(n+1)^2$ است. با توجه به شکل داریم:

$$\begin{matrix} \circ \circ & \circ \circ \circ \\ \circ \circ & \circ \circ \circ \\ \circ \circ & \circ \circ \circ \end{matrix}$$

$$(1+1)^2 - 4 \times 0 \quad (2+1)^2 - 4 \times 1$$



$$(3+1)^2 - 4 \times 2 \quad (4+1)^2 - 4 \times 3$$

$$\Rightarrow a_n = (n+1)^2 - 4(n-1) \Rightarrow a_{11} = (11)^2 - 4(10) = 104$$

۹۲. گزینه (۴)

همان طور که ملاحظه می شود، جملات فرد، یک دنباله مربعی و جملات زوج، دو برابر جملات فرد قبل از آن است، بنابراین دنباله به صورت:

۱, ۲, ۴, ۸, ۹, ۱۸, ۱۶, ۳۲, ۲۵, ۵۰, ۳۶

$$a_{10} = 50 \Rightarrow a_{10} + a_{11} = 86$$

$$a_{11} = 36$$

۹۳. گزینه (۳)

$$a_n = n^2 - 10n + 17 \Rightarrow a_n = n^2 - 10n + 25 - 8$$

$$\Rightarrow a_n = (n-5)^2 - 8$$

کمترین جمله دنباله زمانی است که $(n-5)^2 = 0$ باشد؛ یعنی $n=5$ باشد.

$$a_5 = 5^2 - 10(5) + 17 = -8$$

۹۴. گزینه (۳)

$$a_5 = \frac{7}{8}, a_6 = \frac{8}{9}, a_7 = \frac{9}{10}, \dots, a_{31} = \frac{33}{34}, a_{32} = \frac{34}{35}$$

$$\Rightarrow a_5 \times a_6 \times a_7 \times \dots \times a_{32} = \frac{7}{8} \times \frac{8}{9} \times \frac{9}{10} \times \dots \times \frac{33}{34} \times \frac{34}{35}$$

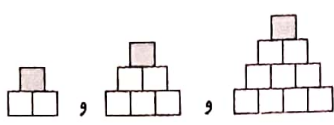
$$\times \dots \times \frac{33}{34} \times \frac{34}{35} = \frac{7}{35} = \frac{1}{5} = 0.2$$

۹۵. گزینه (۲)

اگر در هر مرحله یک مربع بیشتر بود، الگوها به شکل الگوی مثلثی می شد که از یک مرحله جلوتر شروع شده است. می دانیم الگوی مثلثی به صورت $\frac{n(n+1)}{2}$ است، با توجه به این که از

یک مرحله شروع شده است، دنباله به صورت $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$ است

و با توجه به این که از الگوی مثلثی در هر مرحله یک مربع کمتر دارد، $a_n = \frac{(n+1)(n+2)}{2} - 1$ می شود.



$$a_n = \frac{(n+1)(n+2)}{2} - 1 \Rightarrow a_{18} = \frac{(18+1)(18+2)}{2} - 1 = 189$$



توجه شود که جملات فرد همگی صفر و جملات زوج، نزولی است، بنابراین بزرگ‌ترین جمله $\frac{2}{3}$ و کوچک‌ترین آن صفر است.

$$a_2 = \frac{2}{3} \quad a_1 = 0$$

$$a_2 - a_{2k-1} = \frac{2}{3} - 0 = \frac{2}{3}$$

۱۰۰. گزینه (۱)

$$a_n = \frac{12n + 20}{3n + 2} \Rightarrow a_n = \frac{12n + 8 + 12}{3n + 2} = \frac{12n + 8}{3n + 2} + \frac{12}{3n + 2}$$

$$\Rightarrow a_n = 4 + \frac{12}{3n + 2}$$

بنابراین $3n + 2$ باید شمارنده‌های عدد ۱۲ باشد.

$$3n + 2 = 6 \Rightarrow n = \frac{4}{3} \quad \text{غ ق ق}$$

$$3n + 2 = 1 \Rightarrow n = -\frac{1}{3} \quad \text{غ ق ق}$$

$$3n + 2 = 12 \Rightarrow n = \frac{10}{3} \quad \text{غ ق ق}$$

$$3n + 2 = 2 \Rightarrow n = 0 \quad \text{غ ق ق}$$

$$3n + 2 = 3 \Rightarrow n = \frac{1}{3} \quad \text{غ ق ق}$$

$$3n + 2 = 4 \Rightarrow n = \frac{2}{3} \quad \text{غ ق ق}$$

توجه کنید که n باید عدد طبیعی باشد.

۱۰۱. گزینه (۴)

(۱) گزینه: $a_n = (n+2)(n+3) - (n+3)(n+4)$

$$\Rightarrow a_n = (n^2 + 5n + 6) - (n^2 + 7n + 12)$$

$$\Rightarrow a_n = n^2 + 5n + 6 - n^2 - 7n - 12 = -2n - 6 \quad \text{خطی}$$

(۲) گزینه: $a_n = (n+2)^2 - (n+1)^2$

$$\Rightarrow a_n = (n^2 + 4n + 4) - (n^2 + 2n + 1)$$

$$\Rightarrow a_n = n^2 + 4n + 4 - n^2 - 2n - 1 \Rightarrow a_n = 2n + 3 \quad \text{خطی}$$

(۳) گزینه: $a_n = (\sqrt{n} - 2)(\sqrt{n} + 2) \Rightarrow a_n = (\sqrt{n})^2 - (2)^2$

$$\Rightarrow a_n = n - 4 \quad \text{خطی}$$

(۴) گزینه: $a_n = (\sqrt{n+2})(\sqrt{n+3}) = n + 5\sqrt{n} + 6$ غیر خطی

۱۰۲. گزینه (۱)

الگو به صورت زیر است:



همان‌طور که ملاحظه می‌شود، از جمله

۹۶. گزینه (۴)

سوم، هر جمله از مجموع دو جمله قبل به دست می‌آید.

$$a_3 = 3 = 2 + 1, a_4 = 5 = 3 + 2, a_5 = 8 = 5 + 3$$

$$, a_6 = 13 = 8 + 5$$

بنابراین ادامه جملات به صورت: ۱, ۲, ۳, ۵, ۸, ۱۳, ۲۱, ۳۴, ۵۵, ۸۹

بنابراین $a_{10} = 89$.

۹۷. گزینه (۲)

$$a_n = \frac{14n + 13}{7n + 2} \Rightarrow a_n = \frac{14n + 4 + 9}{7n + 2}$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{14n + 4}{7n + 2} + \frac{9}{7n + 2} \Rightarrow a_n = 2 + \frac{9}{7n + 2}$$

برای آن که بزرگ‌ترین جمله a_n را پیدا کنیم، باید بیشترین مقدار

$\frac{9}{7n + 2}$ را پیدا کنیم و بیشترین مقدار آن کسر، زمانی است که

$7n + 2$ کمترین مقدار خود باشد؛ یعنی $n = 1$.

$$\Rightarrow a_1 = \frac{14(1) + 13}{7(1) + 2} = \frac{27}{9} = 3$$

۹۸. گزینه (۱)

مرحله ۱: $\begin{cases} \text{تعداد دایره توخالی} = 4 \\ \text{تعداد دایره توپر} = 0 \end{cases}$

مرحله ۲: $\begin{cases} \text{تعداد دایره توخالی} = 8 \\ \text{تعداد دایره توپر} = 1 \end{cases}$

مرحله ۳: $\begin{cases} \text{تعداد دایره توخالی} = 12 \\ \text{تعداد دایره توپر} = 4 \end{cases}$

الگوی دایره‌های توخالی $a_n = 4n$ و الگوی دایره‌های توپر

$b_n = (n-1)^2$ می‌باشد، بنابراین در مرحله دوازدهم:

$$a_{12} = 4(12) = 48 \quad \text{تعداد دایره‌های توخالی}$$

$$\Rightarrow 121 - 48 = 73$$

$$b_{12} = (12-1)^2 = 121 \quad \text{تعداد دایره‌های توپر}$$

۹۹. گزینه (۳)

$$a_1 = \frac{(-1)^1 + 1}{1 + 1} = 0$$

$$a_2 = \frac{(-1)^2 + 1}{2 + 1} = \frac{2}{3}$$

$$a_3 = \frac{(-1)^3 + 1}{3 + 1} = 0$$

$$a_4 = \frac{(-1)^4 + 1}{4 + 1} = \frac{2}{5}$$

گزینه ۱۰۸ (۲)

$$\frac{ra_4 + a_{12}}{a_5 + a_7} = \frac{r(a_1 + 3d) + a_1 + 11d}{a_1 + 4d + a_1 + 6d} = \frac{ra_1 + 9d + a_1 + 11d}{2a_1 + 10d}$$

$$= \frac{ra_1 + 20d}{2a_1 + 10d} = \frac{r(a_1 + 10d)}{2a_1 + 10d} = r$$

گزینه ۱۰۹ (۲)

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 22 \Rightarrow a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + a_1 + 3d = 22$$

$$\Rightarrow 4a_1 + 6d = 22 \Rightarrow \begin{cases} 2a_1 + 3d = 11 \\ a_1 + 1.5d = 5.5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a_1 + 3d = 11 \\ -2a_1 - 2.5d = -11 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -5d = -10 \Rightarrow d = 2 \Rightarrow a_{21} = a_{15} + 6d = 58 + 12 = 70$$

گزینه ۱۱۰ (۳)

همان طور که می دانیم جمله عمومی یک دنباله حسابی از درجه ۱ است، بنابراین ضریب n^2 باید صفر باشد.

$$k - 4 = 0 \Rightarrow k = 4 \Rightarrow a_n = (4 - 4)n^2 + (3(4) - 2)n + 4^2$$

$$a_n = 10n + 16 \Rightarrow a_6 = (10)(6) + 16 = 76$$

گزینه ۱۱۱ (۳)

$$a_1 = -328$$

$$d = 4$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \Rightarrow a_n = -328 + (n - 1)(4)$$

$$\Rightarrow a_n = 4n - 332 = 0 \Rightarrow 4n - 332 = 0 \Rightarrow 4n = 332$$

$$\Rightarrow n = 83$$

گزینه ۱۱۲ (۲)

$$a_4 + a_8 + a_{12} = 2a_5 + a_n$$

$$\Rightarrow a_1 + 3d + a_1 + 7d + a_1 + 11d = 2(a_1 + 4d) + a_n$$

$$\Rightarrow 3a_1 + 21d = 2a_1 + 8d + a_n \Rightarrow a_1 + 13d = a_n$$

$$\Rightarrow a_{11} = a_n \Rightarrow n = 11$$

گزینه ۱۱۳ (۳)

$$a_{12} - a_{10} = 5 \Rightarrow (a_1 + 11d) - (a_1 + 9d) = 5$$

$$\Rightarrow 2d = 5 \Rightarrow d = 2.5$$

$$a_{12} + a_{10} = 25 \Rightarrow (a_1 + 11d) + (a_1 + 9d) = 25$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 20d = 25 \Rightarrow 2a_1 + 20(2.5) = 25$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 50 = 25 \Rightarrow 2a_1 = -25 \Rightarrow a_1 = -12.5$$

$$a_{21} = a_1 + 20d = -12.5 + 20(2.5) = 37.5$$

همان طور که ملاحظه می شود هر شکل از یک دنباله مربعی و دو دنباله مثلثی تشکیل شده است، بنابراین:

$$a_n = n^2 + (2 \times \frac{n(n+1)}{2}) \Rightarrow a_n = 2n^2 + n$$

$$\Rightarrow a_9 = 2(9)^2 + 9 = 171$$

گزینه ۱۰۳ (۱)

جمله عمومی یک دنباله حسابی همواره یک عبارت درجه اول است، به عبارتی توان n باید ۱ باشد. (توجه شود توان n در گزینه «۳»، -۱ است نه ۱)

گزینه ۱۰۴ (۲)

$$2(\frac{1}{x}) = \frac{1}{3} + \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{x+3}{3x} \Rightarrow 3x = 2(x+3)$$

$$\Rightarrow 3x = 2x + 6 \Rightarrow x = 6$$

گزینه ۱۰۵ (۲)

راه اول:

$$a_{10} = 40 \Rightarrow a_1 + 9d = 40 \Rightarrow \begin{cases} -a_1 - 9d = -40 \\ a_1 + 17d = 80 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a_1 - 9d = -40 \\ a_1 + 17d = 80 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 8d = 40 \Rightarrow d = 5$$

$$a_1 + 9d = 40 \Rightarrow a_1 + 9(5) = 40 \Rightarrow a_1 = -5$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = -5 + (n-1)(5) \Rightarrow a_n = 5n - 10$$

$$a_{21} = 5(21) - 10 = 95$$

راه دوم:

$$a_{18} = a_{10} + 8d \Rightarrow d = 5$$

$$a_{21} = a_{18} + 3d \Rightarrow a_{21} = 95$$

گزینه ۱۰۶ (۲)

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{11}}{a_6} = \frac{(a_1 + a_{11}) + (a_2 + a_{10}) + (a_3 + a_9) + (a_4 + a_8) + (a_5 + a_7) + a_6}{a_6}$$

$$\Rightarrow \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{11}}{a_6} = \frac{2a_6 + 2a_6 + 2a_6 + 2a_6 + 2a_6 + a_6}{a_6}$$

$$\frac{11a_6}{a_6} = 11$$

گزینه ۱۰۷ (۳)

$$2x^2 = x + 2x \Rightarrow 2x^2 = 3x \Rightarrow 2x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(2x - 3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow x^2 = \frac{9}{4} \\ x = 0 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$d = x^2 - x = \frac{9}{4} - \frac{3}{2} = \frac{3}{4} = 0.75$$



طبق اطلاعات سؤال $t_1 = 10$ و $t_5 + t_6 = 11$

۱۱۷. گزینه (۲)

است. طبق تعریف جمله عمومی دنباله حسابی داریم:

$$t_5 + t_6 = 11 \Rightarrow (t_1 + 4d) + (t_1 + 5d) = 11$$

$$\Rightarrow 2t_1 + 9d = 11 \xrightarrow{t_1=10} 20 + 9d = 11$$

$$\Rightarrow 9d = -9 \Rightarrow d = -1$$

$$t_4 = t_1 + 3d = 10 + 3(-1) = 7$$

۱۱۸. گزینه (۲)

طبق رابطه بین سه جمله متوالی یک دنباله حسابی داریم:

$$2 \times 21 = t + t + 14 \Rightarrow 42 = 2t + 14 \Rightarrow 2t = 28 \Rightarrow t = 14$$

پس جملات دنباله عبارت‌اند از: ۱۴، ۲۱، ۲۸

با کمی دقت متوجه می‌شویم که قدرنسبت دنباله ۷ است؛ پس:

$$t_7 = 28 + 7 = 35$$

۱۱۹. گزینه (۱)

$$d = \frac{52 - (-12)}{3 + 1} = \frac{64}{4} = 16$$

$$-12, 4, 20, 36, 52$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$\text{جمع} = 4 + 20 + 36 = 60$$

طبق اطلاعات سؤال $t_5 = 39$ و $t_{10} = 69$

۱۲۰. گزینه (۳)

است. به کمک تعریف جمله عمومی خواهیم داشت:

$$\begin{cases} t_5 = t_1 + 4d = 39 \\ t_{10} = t_1 + 9d = 69 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 + 4d = 39 \\ t_1 + 9d = 69 \end{cases}$$

$$5d = 30 \Rightarrow d = 6$$

$$t_1 + 4d = 39 \xrightarrow{d=6} t_1 + 4(6) = 39 \Rightarrow t_1 = 39 - 24 = 15$$

۱۲۱. گزینه (۲)

جمله عمومی دنباله حسابی $t_n = t_1 + (n-1)d$ است؛ پس:

$$2t_1 + t_7 - 3t_4 = 10 \Rightarrow 2t_1 + (t_1 + d) - 3(t_1 + 3d) = 10$$

$$\Rightarrow 2t_1 + t_1 + d - 3t_1 - 9d = 10 \Rightarrow -8d = 10$$

$$\Rightarrow d = \frac{-10}{8} = -\frac{5}{4}$$

۱۲۲. گزینه (۱)

$$\frac{2a_{11}}{a_2 + a_{11} + a_{22}} = \frac{2a_{11}}{2a_6} = \frac{a_{11}}{a_6} = \frac{a_1 + 10d}{a_1 + 5d}$$

$$= \frac{5 + 10(5)}{5 + 5(5)} = \frac{55}{30} = \frac{11}{6}$$

۱۱۴. گزینه (۴)

$$t_5 + t_6 = 3 \Rightarrow (t_1 + 4d) + (t_1 + 5d) = 3 \Rightarrow 2t_1 + 9d = 3$$

$$t_8 + t_9 = -2 \Rightarrow (t_1 + 7d) + (t_1 + 8d) = -2$$

$$\Rightarrow 2t_1 + 15d = -2 \Rightarrow \begin{cases} 2t_1 + 9d = 3 \\ 2t_1 + 15d = -2 \end{cases}$$

$$6d = -5 \Rightarrow d = -\frac{5}{6}$$

روش اول:

$$2t_1 + 9d = 3 \Rightarrow 2t_1 = 3 - 9d = 3 - 9(-\frac{5}{6})$$

$$= 3 + \frac{15}{2} = \frac{21}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{21}{4}t_{13} + t_{15}$$

$$= (t_1 + 12d) + (t_1 + 14d) = 2t_1 + 26d$$

$$= 2 \times \frac{21}{4} + 26 \times \frac{-5}{6} = \frac{21}{2} - \frac{65}{3} = -\frac{67}{6}$$

روش دوم:

$$2t_1 + 9d = 3 \Rightarrow 2t_1 = 3 - 9d (*)$$

$$t_{13} + t_{15} = (t_1 + 12d) + (t_1 + 14d) = 2t_1 + 26d$$

$$\xrightarrow{(*)} 3 - 9d + 26d = 3 + 17d = 3 + 17 \times \frac{-5}{6} = \frac{-67}{6}$$

۱۱۵. گزینه (۳)

با استفاده از دو جمله داده شده، جمله عمومی این دنباله را به دست می‌آوریم:

$$d = t_7 - t_1 = 161 - 170 = -9$$

$$t_n = t_1 + (n-1)d \Rightarrow t_n = 170 + (n-1)(-9)$$

$$= 170 - 9n + 9 \Rightarrow a_n = 179 - 9n$$

چون تعداد جملات مثبت را می‌خواهیم، پس تعداد n ‌هایی که در رابطه $t_n > 0$ صدق کند جواب سؤال است. با حل نامعادله درجه اول داریم:

$$179 - 9n > 0 \Rightarrow 9n < 179 \Rightarrow n < \frac{179}{9} \approx 19/88$$

بزرگ‌ترین عدد طبیعی (n) که در رابطه $n < 19/88$ صدق می‌کند،

$n = 19$ است، بنابراین این تصاعد ۱۹ جمله مثبت دارد.

۱۱۶. گزینه (۲)

طبق تعریف قدرنسبت در دنباله حسابی

$$d = 5 \text{ بنابراین } d = t_n - t_{n-1} = 5$$

$$t_n = t_1 + (n-1)d$$

$$t_7 = t_1 + d \Rightarrow -4 = t_1 + 5 \Rightarrow t_1 = -9$$

$$t_5 = t_1 + 4d \Rightarrow -9 + 4 \times 5 = -9 + 20 = 11$$

۱۲۳. گزینه (۴)

می‌توانیم این چهار جمله را، چهار جمله اول دنباله حسابی در نظر بگیریم:

$$\begin{aligned} a_4 = 15 \\ a_1 = 3 \end{aligned} \Rightarrow d = \frac{a_4 - a_1}{4 - 1} = \frac{15 - 3}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

بنابراین دنباله به صورت ۳، ۷، ۱۱، ۱۵ می‌باشد؛ یعنی $x = 7$ و $y = 11$

و $xy = 77$

۱۲۴. گزینه (۲)

$$\begin{aligned} a_3 = 62 \\ a_9 = 50 \end{aligned} \Rightarrow d = \frac{a_9 - a_3}{9 - 3} = \frac{50 - 62}{6} = -2$$

$$a_3 = 62 \Rightarrow a_1 + 2d = 62 \Rightarrow a_1 + 2(-2) = 62 \Rightarrow a_1 = 66$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 66 + (n-1)(-2)$$

$$\Rightarrow a_n = -2n + 68$$

$$a_n > 0 \Rightarrow -2n + 68 > 0 \Rightarrow -2n > -68 \Rightarrow n < 34$$

بنابراین ۳۳ جمله این دنباله مثبت است.

۱۲۵. گزینه (۱)

$$d = 4 - 2 = 2$$

$$t_n = t_1 + (n-1)d \Rightarrow t_n = 2 + (n-1) \times 2$$

$$= 2 + 2n - 2 = 2n \Rightarrow t_n = 2n$$

$$t_{n-1} = 2(n-1) = 2n - 2 \Rightarrow t_n + t_{n-1}$$

$$= 2n + 2n - 2 = 4n - 2$$

۱۲۶. گزینه (۳)

یک دنباله حسابی به جمله اول ۷ و قدرنسبت ۷

داریم. با استفاده از این دو مقدار جمله عمومی این دنباله را به دست می‌آوریم:

$$t_n = t_1 + (n-1)d \xrightarrow{t_1=7, d=7} t_n = 7 + (n-1) \times 7$$

$$= 7 + 7n - 7 = 7n$$

برای پیدا کردن شماره جمله با مقدار ۱۰۵ داریم:

$$t_n = 105 \Rightarrow 105 = 7n \Rightarrow n = 15$$

این دنباله ۱۵ جمله دارد.

۱۲۷. گزینه (۳)

$$a, b, c \Rightarrow 2b = a + c$$

سه جمله متوالی دنباله حسابی

$$a-1, b+2, c+x \Rightarrow 2(b+2) = a-1 + c+x$$

سه جمله متوالی دنباله حسابی

$$\Rightarrow 2b + 4 = a + c + x - 1 \xrightarrow{2b=a+c} a + c + 4$$

$$= a + c + x - 1 \Rightarrow x - 1 = 4 \Rightarrow x = 5$$

۱۲۸. گزینه (۲)

روش اول:

$$t_7 = t_1 + 6d = 7$$

$$t_1 + t_7 + t_6 = t_1 + t_1 + d + t_1 + 5d = 3t_1 + 6d$$

$$= 3(t_1 + 2d) = 3 \times 7 = 21$$

روش دوم:

قانون اندیس‌ها: در یک دنباله حسابی داریم:

$$m + n = p + q \Rightarrow t_m + t_n = t_p + t_q$$

طبق نکته:

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 + 2 = 3 \Rightarrow t_1 + t_2 = t_3 & (1) \\ 3 + 3 = 6 \Rightarrow t_3 + t_3 = t_6 \Rightarrow 2t_3 = t_6 & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} t_1 + t_2 + t_6 = t_3 + 2t_3 = 3t_3$$

$$= 3 \times 7 = 21$$

۱۲۹. گزینه (۱)

با توجه به این که مجموع زوایای داخلی n ضلعی محدب برابر است با:

$$180 \times (n-2), \text{ بنابراین مجموع زوایای داخلی } 5 \text{ ضلعی محدب برابر}$$

$$\text{است با: } (5-2) \times 180 = 3 \times 180 = 540^\circ$$

از طرفی زاویه‌ها تشکیل یک دنباله حسابی می‌دهند و مجموع جملات

این دنباله به صورت زیر است:

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 = 540^\circ$$

$$t_1 + t_1 + d + t_1 + 2d + t_1 + 3d + t_1 + 4d = 540^\circ$$

$$\Rightarrow 5t_1 + 10d = 540^\circ \Rightarrow t_1 + 2d = 108^\circ \quad (1)$$

همچنین طبق فرض سؤال، بزرگ‌ترین زاویه برابر با 120° است؛ بنابراین:

$$t_5 = t_1 + 4d \Rightarrow 120 = t_1 + 4d \quad (2)$$

با حل دستگاه معادله‌های (۱) و (۲) داریم:

$$-1 \times \begin{cases} t_1 + 2d = 108 \\ t_1 + 4d = 120 \end{cases}$$

$$\underline{t_1 + 4d = 120}$$

$$2d = 12 \Rightarrow d = 6$$

$$t_1 + 2d = 108 \xrightarrow{d=6} \text{کوچک‌ترین زاویه}$$

$$t_1 + 2(6) = 108 \Rightarrow t_1 = 96$$

بنابراین دنباله زاویه‌ها به صورت زیر است:

مجموع کوچک‌ترین زاویه و زاویه متوسط:

$$96, 102, 108, 114, 120 \Rightarrow 96 + 108 = 204$$

۱۳۰. گزینه (۱)

اعداد سه رقمی مضرب ۵ تشکیل یک دنباله حسابی به صورت زیر

$$105, 120, \dots, 990$$

می‌دهند:

قدرنسبت دنباله ۱۵ است؛ بنابراین:

$$t_n = 105 + (n-1)15 = 90 + 15n$$

$$990 = 90 + 15n \Rightarrow 15n = 900 \Rightarrow n = 60$$

عدد ۹۹۰ جمله ۶۰ام دنباله است؛ یعنی دنباله ۶۰ جمله دارد.



گزینه (۲) ۱۳۶

اگر بخواهیم بین دو عدد a, b و m واسطه حسابی درج کنیم داریم:

$$a = 2 \quad \circ \quad \circ \quad \circ \quad b = 12$$

$$d = \frac{b-a}{m+1} = \frac{12-2}{3+1} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2.5$$

$$t_v = t_1 + 6d \Rightarrow t_v = 2 + 6(2.5) \Rightarrow t_v = 17$$

گزینه (۳) ۱۳۷

$$m, n, p, q \Rightarrow m, \underbrace{m+d}_n, \underbrace{m+2d}_p, \underbrace{m+3d}_q$$

$$mp = nq \Rightarrow m(m+2d) = (m+d)(m+3d)$$

$$\Rightarrow m^2 + 2md = m^2 + 4md + 3d^2 \Rightarrow 3d^2 + 2md = 0$$

$$\Rightarrow d(3d + 2m) = 0 \Rightarrow 3d + 2m = 0 \Rightarrow d = -\frac{2}{3}m$$

$$q = m + 3d = m + 3(-\frac{2}{3}m) = m - 2m = -m$$

$$p = m + 2d = m + 2(-\frac{2}{3}m) = m - \frac{4}{3}m = -\frac{1}{3}m$$

$$\frac{q}{p} = \frac{-m}{-\frac{1}{3}m} = 3$$

گزینه (۴) ۱۳۸

$$d(\frac{1}{a_1 a_r} + \frac{1}{a_r a_r} + \dots + \frac{1}{a_{n-1} a_n}) = \frac{d}{a_1 a_r} + \frac{d}{a_r a_r}$$

$$+ \dots + \frac{d}{a_{n-1} a_n} = \frac{a_r - a_1}{a_1 a_r} + \frac{a_r - a_r}{a_r a_r} + \dots + \frac{a_n - a_{n-1}}{a_{n-1} a_n}$$

$$= \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_r} + \frac{1}{a_r} - \frac{1}{a_r} + \dots + \frac{1}{a_{n-1}} - \frac{1}{a_n}$$

$$= \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_n} = \frac{a_n - a_1}{a_1 a_n}$$

گزینه (۱) ۱۳۹

جملات دنباله را به صورت $a-2d, a-d, a, a+d, a+2d$ در نظر می‌گیریم:

$$a-2d + a-d + a + a+d + a+2d = 30 \Rightarrow 5a = 30 \Rightarrow a = 6$$

$$(6-2d)^2 + (6-d)^2 + 6^2 + (6+d)^2 + (6+2d)^2 = 270$$

$$\Rightarrow 36 + 4d^2 - 24d + 36 + d^2 + 36 + d^2 + 36 + 24d + 36 + 4d^2 = 270$$

$$+ 24d + d^2 + 36 + 24d + 4d^2 = 270 \Rightarrow 180 + 10d^2 = 270$$

$$\Rightarrow 10d^2 = 90 \Rightarrow d^2 = 9 \Rightarrow d = \pm 3 \Rightarrow d = 3$$

$$a_1 = a - 2d = 6 - 2(3) = 0$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 0 + (n-1)(3) \Rightarrow a_n = 3n - 3$$

$$a_{r_1} = 3(20) - 3 = 57$$

اگر قدرنسبت جدید را d' بنامیم، طبق

اطلاعات سؤال $d' = d + 2$ خواهد بود.

$$t_5 = t_1 + 4d' = a_1 + 4(d+2) = \underbrace{t_1 + 4d}_8 + 8$$

گزینه (۴) ۱۳۲

$$S_5 = a_1 + a_2 + \dots + a_5 = 17$$

$$S_{12} = a_1 + a_2 + \dots + a_{12} = 101 \Rightarrow S_{12} - S_5 = 101 - 17 = 84$$

$$\Rightarrow a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} + a_{11} + a_{12} = 84$$

$$\Rightarrow (a_6 + a_{12}) + (a_7 + a_{11}) + (a_8 + a_{10}) + a_9 = 84$$

$$\Rightarrow 2a_9 + 2a_9 + 2a_9 + a_9 = 84 \Rightarrow 7a_9 = 84 \Rightarrow a_9 = 12$$

گزینه (۱) ۱۳۳

$$a_5 + a_{11} = 0 \Rightarrow a_1 + 4d + a_1 + 10d = 0 \Rightarrow 2a_1 + 14d = 0$$

$$\Rightarrow a_1 + 7d = 0 \Rightarrow a_1 = -7d$$

بنابراین جملات منفی دنباله به صورت زیر می‌باشند:

$$-7d, -6d, -5d, -4d, -3d, -2d, -d$$

گزینه (۴) ۱۳۴

سه جمله اول دنباله را $a-d, a, a+d$ در نظر می‌گیریم، بنابراین:

$$a-d + a + a+d = -27 \Rightarrow 3a = -27 \Rightarrow a = -9$$

بنابراین جملات دنباله به صورت $-9-d, -9, -9+d$ می‌باشد.

$$(-9)(-9-d)(-9+d) = 360 \Rightarrow -9(81-d^2) = 360$$

$$\Rightarrow 81-d^2 = -40 \Rightarrow d^2 = 121 \Rightarrow d = 11 \text{ (قدرنسبت مثبت است)}$$

بنابراین جملات دنباله $-9-11, -9, -9+11$ یعنی $-20, -9, 2$ می‌باشد.

$$a_1 = -20 \Rightarrow a_{11} = a_1 + 10d = -20 + (10)(11) = 90$$

$$d = 11$$

گزینه (۲) ۱۳۵

$$t_{18} = 8 \Rightarrow t_1 + 17d = 8$$

$$t_1 + t_2 = 1 \Rightarrow t_1 + t_1 + d = 1 \Rightarrow 2t_1 + d = 1$$

$$-2 \times \begin{cases} a_1 + 17d = 8 \\ 2a_1 + d = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a_1 - 34d = -16 \\ 2a_1 + d = 1 \end{cases}$$

$$-33d = -15 \Rightarrow d = \frac{15}{33} = \frac{5}{11}$$

$$2t_1 + d = 1 \xrightarrow{d=\frac{5}{11}} 2t_1 + \frac{5}{11} = 1 \Rightarrow t_1 = \frac{3}{11}$$

$$\Rightarrow t_v = t_1 + 6d = \frac{3}{11} + 6(\frac{5}{11}) = \frac{33}{11} = 3$$

۱۴۴. گزینه (۴) با توجه به این که اضلاع مثلث قائم الزاویه تشکیل یک دنباله حسابی می‌دهند، داریم:

$$a, b, c \xrightarrow{\text{دنباله حسابی}} 2b = a + c \Rightarrow a = 2b - c$$

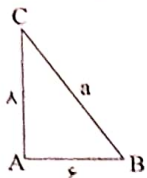
$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = b^2 + 36 \xrightarrow{a=2b-c} (2b-c)^2 = b^2 + 36$$

$$= b^2 + 36 \Rightarrow 4b^2 - 24b + 36 = b^2 + 36$$

$$\Rightarrow 3b^2 - 24b = 0 \Rightarrow 3b(b-8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = 8 \text{ ق.ق.} \\ b = 0 \text{ غ.ق.} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = 2b - c = 2(8) - 6 = 10$$

\Rightarrow محیط مثلث: $10 + 8 + 6 = 24$



دنباله اول: $\frac{2}{3}, 1, \frac{4}{3}, \dots$

دنباله جدید: $\frac{11}{3}, 5, \frac{19}{3}, \dots$

پس در دنباله جدید نیز که یک دنباله حسابی است، که جمله اول $\frac{11}{3}$ و قدرنسبت $\frac{4}{3} = 5 - \frac{11}{3}$ است، حال جمله هشتم این دنباله برابر است با:

$$t_8 = t_1 + 7d \Rightarrow t_8 = \frac{11}{3} + 7\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{11}{3} + \frac{28}{3} = \frac{39}{3} = 13$$

$$d = t_2 - t_1 = (5 + \sqrt{2}) - (3 + \sqrt{2}) = 2$$

$t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7, t_8, t_9, t_{10}, t_{11}, t_{12}$
چهار جمله سوم چهار جمله دوم چهار جمله اول

$t_{13}, t_{14}, t_{15}, t_{16}, t_{17}, t_{18}, t_{19}, t_{20}, \dots$
چهار جمله پنجم چهار جمله چهارم

$$\Rightarrow (t_{13} + t_{14} + t_{15} + t_{16}) - (t_5 + t_6 + t_7 + t_8)$$

$$= (t_{13} - t_5) + (t_{14} - t_6) + (t_{15} - t_7) + (t_{16} - t_8)$$

$$= (t_1 + 12d - t_1 - 4d) + (t_1 + 13d - t_1 - 6d)$$

$$+ (t_1 + 14d - t_1 - 6d) + (t_1 + 15d - t_1 - 7d)$$

$$= 8d + 8d + 8d + 8d = 32d \xrightarrow{d=2} 32 \times 2 = 64$$

با توجه به سؤال باید $t_{25} + t_{26} + \dots + t_{35}$ را حساب کنیم، مشابه پاسخ سؤال قبل، به جای محاسبه این ۱۱ جمله و مجموع آن‌ها، می‌توانیم تفاضل مجموع ۳۵ جمله اول و مجموع ۲۴ جمله اول را به دست آوریم؛ یعنی: $S_{35} - S_{24}$

$$S_n = \frac{n(n-3)}{4} \Rightarrow S_{35} - S_{24} = \frac{35 \times 32}{4} - \frac{24 \times 21}{4}$$

$$= 280 - 126 = 154$$

۱۴۰. گزینه (۳)

وقتی دو دنباله حسابی داریم، جملات مشترک آن دو دنباله، تشکیل یک دنباله حسابی جدید می‌دهند که قدرنسبت آن ک.م.م قدرنسبت‌های آن دو دنباله است. طبق نکته، قدرنسبت دنباله جملات مشترک برابر ۱۵ و جمله اول آن ۱۷ است.

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 17 + (n-1)(15) \Rightarrow a_n = 15n + 2$$

$$100 \leq a_n \leq 999 \Rightarrow 100 \leq 15n + 2 \leq 999 \Rightarrow 98 \leq 15n \leq 997$$

$$\Rightarrow \frac{98}{15} \leq n \leq \frac{997}{15} \Rightarrow 7 \leq n \leq 66$$

بنابراین تعداد اعداد سه رقمی مشترک $66 - 7 + 1 = 60$ است.

۱۴۱. گزینه (۲)

رابطه (۱) $a_7 = P - 2 \Rightarrow a_1 + d = P - 2$

رابطه (۲) $a_8 = 2P + 1 \Rightarrow a_1 + 7d = 2P + 1$

رابطه (۳) $a_{10} = 3P - 8 \Rightarrow a_1 + 9d = 3P - 8$

$(2) - (1) \Rightarrow (a_1 + 7d) - (a_1 + d)$

$= (2P + 1) - (P - 2) \Rightarrow 6d = P + 3$ (۴) رابطه

$(3) - (2) \Rightarrow (a_1 + 9d) - (a_1 + 7d) = (3P - 8) - (2P + 1)$

$\Rightarrow 2d = P - 9 \xrightarrow{\times 3} 6d = 3P - 27$ (۵) رابطه

$(4), (5) \Rightarrow P + 3 = 3P - 27 \Rightarrow 2P = 30 \Rightarrow P = 15$

$a_7 = P - 2 \Rightarrow a_7 = 15 - 2 = 13$

$a_8 = 2P + 1 \Rightarrow a_8 = 2(15) + 1 = 31$

$\Rightarrow d = \frac{a_8 - a_7}{8 - 7} = \frac{31 - 13}{1} = 18$

۱۴۲. گزینه (۱)

$a_n + a_{n+1} + a_{n+2} = 6n + 9 \Rightarrow a_1 + (n-1)d + a_1$

$+ nd + a_1 + (n+1)d = 6n + 9 \Rightarrow a_1 + nd - \cancel{d} + a_1$

$+ nd + a_1 + nd + \cancel{d} = 6n + 9$

$\Rightarrow (3d)n + 3a_1 = 6n + 9$

$\Rightarrow 3d = 6 \Rightarrow d = 2$

$3a_1 = 9 \Rightarrow a_1 = 3$

$a_{10} = a_1 + 9d = 3 + 9(2) = 21$

۱۴۳. گزینه (۲)

$d = t_2 - t_1 = \frac{7}{4} - 2 = -\frac{1}{4}$

$d' = t_8 - t_4 = (t_1 + 7d) - (t_1 + 3d) = 4d = 4\left(-\frac{1}{4}\right) = -1$



گزینه ۱۵۲ (۴)

$$\frac{t_2}{t_6} = \frac{r}{r^6} = \frac{r^6}{r^6} = r^2 = 9$$

گزینه ۱۵۳ (۴)

$$q = \frac{1}{-\frac{1}{3}} = -\frac{1}{3} \cdot a = -\frac{1}{3}$$

$$a_n = a_1 q^{n-1} = (-\frac{1}{3})(-\frac{1}{3})^{n-1} = (-\frac{1}{3})^n$$

گزینه ۱۵۴ (۴)

$$r = \frac{27}{81} = \frac{1}{3} \Rightarrow t_n = tr^{n-1} = 81 \times (\frac{1}{3})^{n-1} = \frac{81}{3^{n-1}}$$

۲, ۳, ...

گزینه ۱۵۵ (۳)

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{2}{2}$$

$$a_2 = a_1 q^2 = 2(\frac{2}{2})^2 = 2 \times \frac{9}{4} = \frac{9}{2} = 4.5$$

گزینه ۱۵۶ (۲)

$$a_{10} = \frac{1}{64} \Rightarrow a_1 q^9 = \frac{1}{64} \Rightarrow a_1 (\frac{1}{4})^9 = \frac{1}{64}$$

$$q = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{\frac{1}{64}}{\frac{1}{4^9}} = \frac{4^9}{64} = 4^{12}$$

گزینه ۱۵۷ (۳)

$$a_2 - a_1 = 6 \Rightarrow a_1 q^2 - a_1 q = 6$$

$$\Rightarrow a_1 (\frac{1}{9} - \frac{1}{3}) = 6 \Rightarrow a_1 (\frac{1}{9} - \frac{3}{9}) = 6$$

$$a_1 (\frac{-2}{9}) = 6 \Rightarrow a_1 = -27$$

گزینه ۱۵۸ (۲)

$$\frac{a_2}{a_8} = \frac{12}{96} \Rightarrow \frac{a_1 q}{a_1 q^7} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{1}{q^6} = \frac{1}{8} \Rightarrow q^6 = 8 \Rightarrow q = 2$$

$$q_5 = 12 \Rightarrow a_1 q^4 = 12 \Rightarrow a_1 (2)^4 = 12 \Rightarrow a_1 = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

$$a_n = a_1 q^{n-1} \Rightarrow (\frac{3}{4})(2)^{n-1} = 288 \Rightarrow 2^{n-1} = 288 \times \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow 2^{n-1} = 512 \Rightarrow 2^{n-1} = 2^9 \Rightarrow n-1 = 9 \Rightarrow n = 10$$

گزینه ۱۴۸ (۴)

برای پاسخ به سؤال باید $a_6 + a_8 + \dots + a_{18}$ را حساب کنیم:

$$\frac{t_1 + t_2 + \dots + t_6 + t_7 + t_8 + \dots + t_{18}}{S_6} = \frac{S_{18}}{S_6}$$

$$t_7 + t_8 + \dots + t_{18} = S_{18} - S_6$$

در نتیجه:

$$S_{11} = \frac{n(n-1)}{6} \Rightarrow S_{18} - S_6 = \frac{18 \times 17}{6} - \frac{6 \times 5}{6}$$

$$= 9 + 9 = 18$$

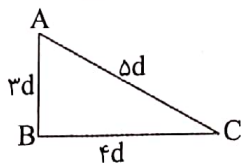
گزینه ۱۴۹ (۱)

اضلاع مثلث را $a-d, a, a+d$ در نظر می‌گیریم (بزرگ‌ترین ضلع وتر است)، بنابراین:

$$(a-d)^2 + a^2 = (a+d)^2 \Rightarrow a^2 + d^2 - 2ad + a^2$$

$$= a^2 + d^2 + 2ad \Rightarrow a^2 = 2ad \Rightarrow a = 2d$$

بنابراین اضلاع مثلث به صورت $\frac{rd}{2}, rd, \frac{3rd}{2}$ می‌باشد.



$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \times BC \Rightarrow 1/5 = \frac{1}{2} (rd)(rd)$$

$$\Rightarrow 2 = 12rd^2 \Rightarrow d^2 = \frac{1}{6} \Rightarrow d = \frac{1}{\sqrt{6}}$$

بنابراین اضلاع مثلث $\frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{3}{\sqrt{6}}$ می‌باشد، بنابراین محیط آن ۶ می‌باشد.

$$\frac{2}{\sqrt{6}} + \frac{2}{\sqrt{6}} + \frac{3}{\sqrt{6}} = 6$$

گزینه ۱۵۰ (۳)

$$\frac{2a_2}{(a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5)} = \frac{2a_8}{(a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10})}$$

$$\Rightarrow 5a_2 = \frac{1}{3}(5a_8) \Rightarrow a_8 = 3a_2 \Rightarrow a_1 + 7d = 2(a_1 + 7d)$$

$$\Rightarrow a_1 + 7d = 3a_1 + 6d \Rightarrow d = 2a_1$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_1 + d}{a_1} = \frac{a_1 + 2a_1}{a_1} = \frac{3a_1}{a_1} = 3$$

گزینه ۱۵۱ (۴)

$$a_5 - a_1 = 6d \Rightarrow 25 - 11 = 6d \Rightarrow d > 2$$

$$a_4 = a_4' \Rightarrow a_4 = 11 + 3 \times 2 = a_4' + 2d'$$

$$\Rightarrow 23 = 28 + 2d' \Rightarrow d' = -5$$

$$-5 = \frac{b-a}{n+1} \Rightarrow -5 = \frac{13-28}{n+1} \Rightarrow n = 4$$