

سوالات طبقه‌بندی

۱- کدام حکم نادرست است؟
 $NUW = W$

۲- $Z \subset Q$

۳- $W \cap Z = W$

۴- $W - N = \emptyset$

۲- کدام عبارت درست نیست؟
 ۱) جمع دو عدد طبیعی، عدد طبیعی است.
 ۲) ضرب دو عدد طبیعی، عدد طبیعی است.

۳) تفریق دو عدد طبیعی، عدد طبیعی است.
 ۴) هیچ کدام

۳- کدام یک از عبارات زیر بیانگر یک عدد طبیعی نیست؟
 ۱) تعداد صفحات کتاب ریاضی دهم
 ۲) میزان وزن یک انسان

۳) تماشاگران یک بازی فوتبال
 ۴) تعداد برگ‌های یک درخت در بهار

۴- تعدادی از اعداد حسابی که عدد طبیعی نیستند، جزء کدام دسته از اعداد نیستند؟
 ۱) اعداد گویا
 ۲) W

۳) اعداد حقیقی
 ۴) اعداد فرد

۵- کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟
 ۱) کوچکترین عدد اول از دو برابر کوچکترین عدد طبیعی بزرگتر است.
 ۲) ضرب دو عدد اول تقسیم بر عدد اول، عدد طبیعی نیست.

۲) تقسیم دو عدد اول ضربدر عددی اول، عدد طبیعی نیست.
 ۴) تفاضل دو عدد اول با عدد ۳ می‌تواند عدد اول طبیعی باشد.

۶- کدام گزینه صحیح نیست؟
 ۱) مجموعه شامل اعداد گنگ و گویا اعداد حقیقی‌اند.
 ۲) هر کسر با مخرب غیرصفر لزوماً عددی گویا نیست.

۲) اعداد حقیقی یا گنگ هستند یا گویا.
 ۴) اگر X عدد طبیعی باشد، آن‌گاه هر عدد طبیعی مثل \sqrt{X} عددی گنگ است.

۷- کدام گزینه صحیح است؟
 ۱) مجموع هر دو عدد گنگ عددی گنگ خواهد بود.
 ۲) حاصل ضرب دو عدد گنگ عددی گنگ خواهد بود.

۳) حاصل تقسیم هر عدد گنگ بر هر عدد گویای غیرصفر، حتماً عددی گنگ خواهد بود.
 ۴) رادیکال به فرجهٔ ۳ مکعب هر عدد گنگ می‌تواند عددی گنگ نباشد.

۸- کدام گزینه درست نیست؟
 ۱) مجموعه اعداد طبیعی و قرینه اعداد طبیعی و عدد صفر، اعداد صحیح را تشکیل می‌دهند.
 ۲) مجموعه اعداد حسابی همان مجموع اعداد صحیح نامنفی است.
 ۳) مجموع اعدادی که نه مثبت‌اند و نه منفی با اعداد طبیعی همان اعداد صحیح نامثبت هستند.
 ۴) مجموعه اعداد حسابی و قرینه اعداد طبیعی Z است.

۹- چه تعداد از جملات زیر صحیح نیست؟
 الف) بین هر دو عدد صحیح حداقل یک عدد صحیح وجود دارد.
 ب) مربع هر عدد با مربع قرینه آن عدد برابر است.
 پ) اعداد صحیح همان قرینه اعداد حسابی به همراه اعداد طبیعی هستند.
 ۱) صفر
 ۲) یک
 ۳) دو
 ۴) سه

۱۰- کدام گزینه صحیح است؟ (k یک عدد طبیعی است.)

- (۱) هر عدد صحیح فرد منفی را می توان به صورت $2k + 1$ نشان داد.
(۲) قرینه هر عدد طبیعی زوج را می توان به صورت $2k$ نشان داد.
(۳) هر عدد طبیعی فرد را می توان به صورت $2k + 1$ نشان داد.
(۴) هر عدد حسابی زوج را می توان به صورت $2k$ نشان داد.

۱۱- کدام گزینه صحیح نیست؟

- (۱) قرینه قرینه اعداد صحیح منفی، قرینه اعداد طبیعی است.
(۲) اعداد گویا از تقسیم یک عدد طبیعی بر یک عدد صحیح به دست می آید.
(۳) اعداد گویا از تقسیم یک عدد صحیح بر یک عدد طبیعی به دست می آید.
(۴) همیشه بین دو عدد گویا حداقل یک عدد گویای دیگر نیز وجود دارد.

۱۲- اگر $A = \{x \in \mathbb{Z}, \frac{6}{x} \in \mathbb{Z}\}$ باشد، تعداد عضوهای مجموعه A کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۱۳- اگر $A = \{3x + 1 \mid x \in \mathbb{Z}\}$ باشد، کدام یک عضو مجموعه A نیست؟

- (۱) -۱۶ (۲) -۲۶ (۳) -۵۶ (۴) -۸۶

۱۴- اگر $A = \{2^x \times 5^y \mid x, y \in \mathbb{W}, x + y = 4\}$ باشد، مجموع عضوهای مجموعه A کدام است؟

- (۱) ۲۹۰ (۲) ۳۹۰ (۳) ۹۳۱ (۴) ۱۰۳۱

۱۵- اگر $A = \{x^2 - x \mid x \in \mathbb{P}, \frac{3x+1}{2} \geq x+3\}$ باشد، کدام یک عضو مجموعه A نیست؟ (منظور از P اعداد اول است.)

- (۱) ۲۰ (۲) ۴۲ (۳) ۷۲ (۴) ۱۱۰

۱۶- اگر $A = \{a, b, c, d\}$ و $B = \{a, e, d\}$ باشد، به جای X چند مجموعه متفاوت می توان قرار داد به طوری که $A \cap B \subseteq X \subseteq A \cup B$ ؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۲



سوالات طبقه‌بندی



- ۱۷- کدام توصیف برای مجموعه $\{x | x > 2\}$ مناسب است؟
 (۱) مجموعه اعداد کسری و بزرگتر از ۲
 (۲) مجموعه اعداد حقیقی و بزرگتر از ۲
 (۳) مجموعه اعداد کسری و صحیح بزرگتر از ۲
 (۴) $\{3, 4, 5, \dots\}$
- ۱۸- اگر $A = \{x | -1 < x < 3\}$ و $B = \{x | -2 < x < 2\}$ باشند، $A \cap B$ کدام است؟
 (۱) $\{x | -1 \leq x < 2\}$
 (۲) $\{x | -1 < x < 2\}$
 (۳) $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$
 (۴) $\{x | -2 \leq x < -1\}$
- ۱۹- اگر $A = \{x | x < 1\}$ و $B = \{x | x > -1\}$ ، آن‌گاه $A \cap B$ کدام مجموعه است؟
 (۱) $\{x | -1 < x < 1\}$
 (۲) $\{x | -1 < x \leq 1\}$
 (۳) $\{x | x > 1\}$
 (۴) $\{x | x < 1\}$
- ۲۰- اگر $A = (-5, 2]$ و $B = (-2, 7]$ باشد، $(A \cap B) \cup (A - B)$ کدام است؟
 (۱) $(-2, 2]$
 (۲) $(-2, 3)$
 (۳) $(-5, 2]$
 (۴) $(3, 7)$
- ۲۱- اگر $A = (-\infty, 3]$ ، $B = [-5, 2]$ و $C = (-4, +\infty)$ باشد، $B - (A \cap C)$ را می‌توان به صورت بازه $[a, b]$ نوشت، $b - a$ کدام است؟
 (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴
- ۲۲- اگر $A = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$ و $B = \{x | x \in 4n - 1, n \in \mathbb{N}\}$ ، $B \subset A$ و آن‌گاه B چند عضو دارد؟
 (۱) ۶
 (۲) ۷
 (۳) ۲۹
 (۴) ۳۰
- ۲۳- اگر $U = (-\infty, 10]$ مجموعه مرجع $A = [-3, 10]$ و $B = [-5, 7]$ باشد، $U - (A - B)$ کدام است؟
 (۱) $(-\infty, -3]$
 (۲) $(-\infty, -3)$
 (۳) $(-\infty, 7]$
 (۴) $(-\infty, 7)$
- ۲۴- اگر $A = \{x \in \mathbb{R} | -2x + 5 \leq -1\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} | -7 \leq 2x + 1 \leq 5\}$ باشد، $A \cap B$ کدام است؟
 (۱) $[-4, +\infty)$
 (۲) $[2, +\infty)$
 (۳) $\{2\}$
 (۴) \emptyset
- ۲۵- اگر $A_n = [\frac{1}{n}, n]$ باشد، $A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap \dots \cap A_n$ کدام است؟
 (۱) A_2
 (۲) A_1
 (۳) $A_1 - A_2$
 (۴) \emptyset
- ۲۶- اگر $A = [0, 2]$ ، $B = [2, +\infty)$ و $C = (0, \frac{5}{7})$ باشد، $(A \cap B) - C$ کدام است؟
 (۱) $(\frac{5}{7}, 2)$
 (۲) $(\frac{5}{7}, 2]$
 (۳) $(0, 2)$
 (۴) $(0, 2]$
- ۲۷- اگر عدد z به بازه $[-i + 1, 2i - 7]$ تعلق داشته باشد، آن‌گاه:
 (۱) $i \geq -1$
 (۲) $-1 \leq i < 3$
 (۳) $i > 3$
 (۴) $1 \leq i \leq 3$
- ۲۸- اگر $A_n = (\frac{-2}{n}, \frac{n-2}{n})$ به صورت بازه باشد، مجموعه $(A_3 \cup A_6) - A_3$ برابر کدام بازه است؟
 (۱) $(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$
 (۲) $[-\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$
 (۳) $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$
 (۴) $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}]$



۵. گزینه (۴)

در گزینه اول کلمه «بزرگ‌تر» غلط است. چون کوچک‌ترین عدد طبیعی ۱ است که ۲ برابر آن می‌شود ۲ که دقیقاً «برابر» با کوچک‌ترین عدد اول یعنی ۲ است. برای گزینه‌های «۲» و «۳» مثال نقضی می‌آوریم: گزینه «۲»: تقسیم ۷ بر ۵ و دوباره ضربدر ۵ می‌شود ۷ که عدد طبیعی است. گزینه «۳»: حاصل ضرب ۷ در ۵ و دوباره تقسیم بر ۵ می‌شود ۷، که ۷ یک عدد طبیعی است. گزینه «۴»: تفاضل ۷ با ۲ می‌شود ۵ و تفاضل ۵ با ۳ نیز می‌شود ۲ که هم عددی اول است و هم عددی طبیعی و چون از کلمه «می‌تواند» استفاده شده است، پس گزینه «۴» صحیح است.

۶. گزینه (۴)

مثال نقضی برای تأیید نادرستی گزینه «۴» می‌آوریم، مثلاً عدد ۴ که $\sqrt{4} = 2$ است و گنگ نیست. گزینه‌های «۱» و «۲» صحیح هستند. مثالی برای تأیید گزینه «۳» می‌آوریم: عدد $\frac{\sqrt{2}}{2}$ که گویا نیست این گزینه را تأیید می‌کند.

۷. گزینه (۲)

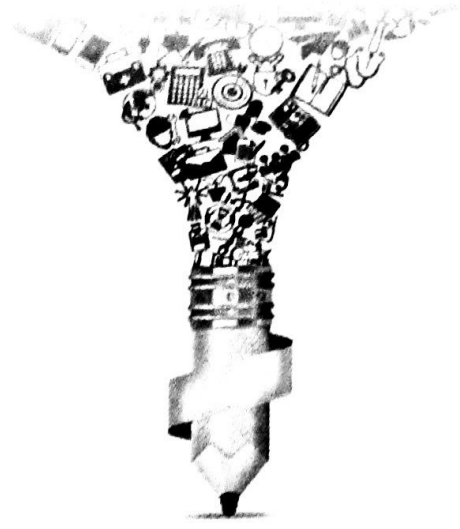
برای رد گزینه‌های «۱» و «۲» مثال نقض می‌آوریم: مثال نقض گزینه «۱» دو عدد $\sqrt{2}$ و $-\sqrt{2}$ که مجموعشان عدد صفر می‌شود و گنگ نیستند و مثال نقض گزینه «۲» نیز دو عدد $\sqrt{2}$ و $\sqrt{2}$ است که حاصل ضربشان $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = \sqrt{4} = 2$ است و گنگ نیستند و گزینه «۴» همیشه عددی گنگ است، چون رادیکال به فرجه ۳ و مکعب، دو عمل عکس یکدیگرند و زمانی که بر روی هر عدد اعمال شوند حاصل همان عدد اولیه خواهد بود.

۸. گزینه (۳)

چون صفر تنها عدد نه مثبت و نه منفی است، پس مجموعش با اعداد طبیعی همان اعداد صحیح و نامنفی می‌شود، پس گزینه «۳» غلط است و بقیه گزینه‌ها صحیح است.

۹. گزینه (۲)

گزینه «۱»: غلط است و مثال نقض مربوط به آن: دو عدد صحیح ۱ و ۲ است که بین آن‌ها هیچ عدد صحیحی وجود ندارد. گزینه «۲»: همیشه صحیح است، چون اعداد منفی و اعداد مثبت هر دو، زمانی که به توان ۲ می‌رسند اعداد مثبت می‌شوند $(-a)^2 = a^2$. گزینه «۳»: نیز صحیح است، چون قرینه اعداد حسابی همان اعداد صحیح منفی و عدد صفر هستند. (چون قرینه عدد صفر خودش می‌شود). این اعداد به علاوه اعداد طبیعی همان اعداد صحیح هستند.



۱. گزینه (۴)

$N \subset W \subset Z \subset Q$: پس $N \cup W = W$, $W \cap Z = W$, $W - N = \{0\}$
 $\{0\}$ با مجموعه تهی یعنی $\{\}$ فرق دارد.

۲. گزینه (۲)

تفریق دو عدد طبیعی می‌تواند عدد طبیعی نباشد و بنابر نکته زیر مثلاً $2 - 5 = -3$ که عدد طبیعی نیست.



نکته
 ۱) برای رد هر جمله یا هر عبارتی کافی است یک مثال برای رد آن جمله بیاورید و به مثالی که برای رد یک عبارت به کار می‌رود، مثال نقض می‌گویند.
 ۲) مجموع و حاصل ضرب دو عدد طبیعی حتماً عدد طبیعی است، ولی تفاضل و تقسیم دو عدد طبیعی می‌تواند عدد طبیعی نباشد. اصطلاحاً گفته می‌شود اعداد طبیعی نسبت به جمع و ضرب بسته هستند.

۳. گزینه (۳)

بنابر نکته ذکر شده در سؤال قبل مثال نقضی برای رد گزینه «۳» بیان می‌کنیم. مثلاً جرم انسانی $58/5$ کیلوگرم است که عدد $58/5$ عدد طبیعی نیست، چون اعداد طبیعی به اندازه ۱ واحد با هم اختلاف دارند؛ یعنی عدد ۵۸ یا عدد ۵۷ می‌تواند اعداد طبیعی باشند و عدد $58/5$ نمی‌تواند عدد طبیعی باشد.

۴. گزینه (۴)

که این عدد جز اعداد فرد نیست. تنها عددی که حسابی است و طبیعی نیست عدد صفر است.

۱۰. گزینه (۳)

با توجه به این که اگر k عدد صحیح باشد هر عدد زوج را به صورت $2k$ و هر عدد فرد را به صورت $2k+1$ می توانیم نشان دهیم، بنابراین:

(الف) به دلیل طبیعی بودن k نمی تواند اعداد منفی فرد را نشان دهد.
(ب) نیز گزینه هر عدد طبیعی زوج عدد صحیح منفی است که به دلیل طبیعی بودن k نمی تواند اعداد منفی زوج را نشان دهد.

(پ) نیز چون صفر عددی حسابی و زوج است، ولی به دلیل طبیعی بودن k نمی توان عدد صفر را به صورت $2k$ نشان داد؛ پس گزینه «۳» صحیح است.

۱۱. گزینه (۲)

گزینه های «۱» و «۴» صحیح می باشند.

بین گزینه های «۲» و «۳» از نظر محتوای ریاضی فرق است، تقسیم اعداد طبیعی بر اعداد صحیح از نظر محتوایی معنی ندارد. مثلاً معنی ندارد کسر $\frac{2}{3}$ را به صورت تقسیم ۲ بر ۳- تعریف کرد، زیرا عدد ۲

را نمی توان به ۳ قسمت منفی تقسیم کرد، ولی همین کسر را به صورت تقسیم ۲- بر ۳ می توان تعریف کرد؛ یعنی دو واحد در جهت منفی محور x ها. پس ۲- را می توان به ۳ تقسیم کرد. مشکل این جاست که هیچ عددی را نمی توان به یک عدد منفی یا عدد صفر تقسیم کرد.

۱۲. گزینه (۴)

مجموعه A شامل شماره های صحیح عدد

۶ است.

$$A = \{1, 2, 3, 6, -1, -2, -3, -6\} \Rightarrow n(A) = 8$$

۱۳. گزینه (۱)

$$3x + 1 = -16 \Rightarrow 3x = -17 \Rightarrow x = -\frac{17}{3} \notin \mathbb{Z}$$

$$3x + 1 = -26 \Rightarrow 3x = -27 \Rightarrow x = -9 \in \mathbb{Z}$$

$$3x + 1 = -56 \Rightarrow 3x = -57 \Rightarrow x = -19 \in \mathbb{Z}$$

$$3x + 1 = -86 \Rightarrow 3x = -87 \Rightarrow x = -29 \in \mathbb{Z}$$

۱۴. گزینه (۲)

$$\begin{cases} x=0 \\ y=4 \end{cases} \Rightarrow 2^0 \times 5^4 = 625, \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases} \Rightarrow 2^1 \times 5^3 = 250$$

$$\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow 2^2 \times 5^2 = 100, \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow 2^3 \times 5^1 = 40$$

$$\begin{cases} x=4 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow 2^4 \times 5^0 = 16 \Rightarrow A = \{625, 250, 100, 40, 16\}$$

$$625 + 250 + 100 + 40 + 16 = 1031$$

۱۵. گزینه (۳)

$$\frac{3x+1}{2} \geq x+3 \Rightarrow 3x+1 \geq 2x+6 \Rightarrow x \geq 5$$

$$\Rightarrow x = 5, 7, 11, 13, \dots$$

$$\Rightarrow A = \{5^2 - 5, 7^2 - 7, 11^2 - 11, 13^2 - 13, \dots\}$$

$$\Rightarrow A = \{20, 42, 110, 156, \dots\}$$

بنابراین، ۷۲ عضو این مجموعه نیست.

$$A \cap B = \{a, d\}$$

$$A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$$

۱۶. گزینه (۲)

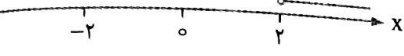
با توجه به آن که $A \cap B \subseteq X$ ، بنابراین مجموعه X الزاماً باید شامل

عضوهای d و a باشد و با توجه به این که $X \subseteq A \cup B$ ، مجموعه X می تواند شامل عضوهای b و c و e باشد یا نباشد، بنابراین تعداد مجموعه های متفاوت X برابر تعداد زیرمجموعه های مجموعه $\{b, c, e\}$ یعنی $2^3 = 8$.

۱۷. گزینه (۲)

وقتی هیچ اطلاعاتی و محدودیتی از این که X عضو کدام مجموعه (اعداد طبیعی یا حسابی یا ...) است، وجود ندارد باید X را جزء اعداد حقیقی در نظر بگیرید.

$$A = \{x \mid x > 2\}$$



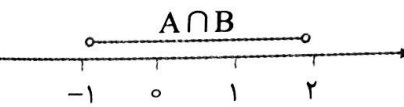
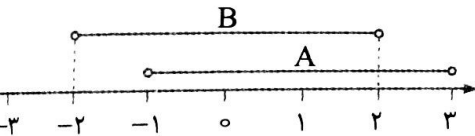
۱۸. گزینه (۲)

$$A = \{x \mid -1 < x < 3\}$$

$$B = \{x \mid -2 < x < 2\}$$

و چون هیچ اطلاعاتی از مجموعه اعداد X نداده است، پس X عضو اعداد حقیقی است، بنابراین:

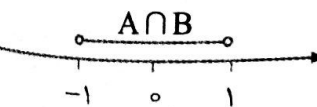
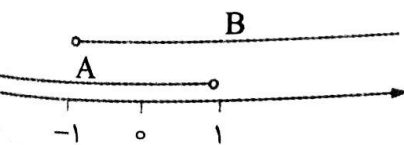
$$\Rightarrow A \cap B = \{x \mid -1 < x < 2\}$$



۱۹. گزینه (۱)

$$A = \{x \mid x < 1\}, B = \{x \mid x > -1\}$$

و چون هیچ اطلاعاتی از مجموعه X نداده است، پس X عضو اعداد حقیقی است؛ بنابراین:



$$\Rightarrow A \cap B = \{x \mid -1 < x < 1\}$$

گزینه ۲۴ (۳)

$$-3x + 5 \leq -1 \Rightarrow -3x \leq -6 \Rightarrow x \geq 2 \Rightarrow A = [2, +\infty)$$

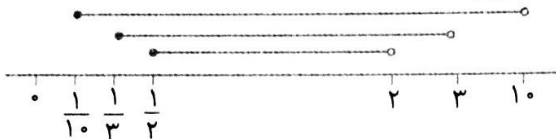
$$-7 \leq 2x + 1 \leq 5 \Rightarrow -8 \leq 2x \leq 4 \Rightarrow -4 \leq x \leq 2$$

$$\Rightarrow B = [-4, 2]$$

$$A \cap B = \{2\}$$



گزینه ۲۵ (۱)



$$A_1 = \left[\frac{1}{10}, 2\right)$$

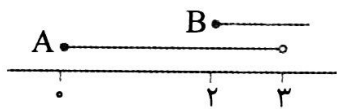
$$A_2 = \left[\frac{1}{3}, 3\right)$$

⋮

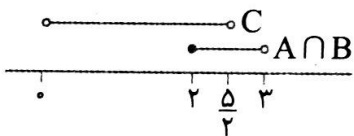
$$A_3 = \left[\frac{1}{2}, 10\right)$$

$$A_1 \subseteq A_2 \subseteq \dots \subseteq A_3 \Rightarrow A_1 \cap A_2 \cap A_3 = A_1$$

گزینه ۲۶ (۲)



$$\Rightarrow A \cap B = [2, 3)$$



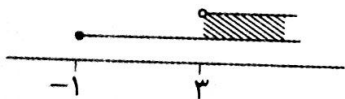
$$\Rightarrow A \cap B = \left[\frac{5}{2}, 3\right)$$

گزینه ۲۷ (۳)

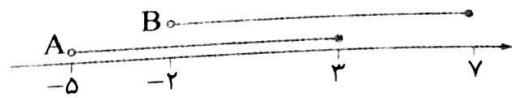
$$-i + 1 \leq 2 \Rightarrow -i \leq 1 \Rightarrow i \geq -1$$

$$2 < 2i - 7 \Rightarrow 9 < 2i \Rightarrow i > 3$$

بین دو جواب اشتراک می‌گیریم؛ یعنی: $i > 3$



گزینه ۲۰ (۳)



$$A \cap B = (-2, 3]$$

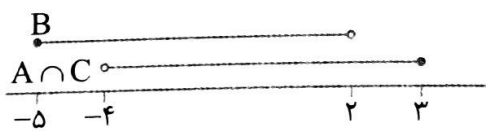
$$A - B = (-5, -2]$$

$$(A \cap B) \cup (A - B) = (-5, 3]$$

$$(A \cap B) \cup (A - B) = A$$

هم می‌توان گفت جواب، بازه A یعنی $[-5, 3]$ است.

گزینه ۲۱ (۱)



$$\Rightarrow A \cap C = (-4, 3]$$

$$\Rightarrow B - (A \cap C) = [-5, -4]$$

$$\begin{aligned} a &= -5 \\ \Rightarrow b - a &= (-4) - (-5) = 1 \\ b &= -4 \end{aligned}$$

گزینه ۲۲ (۲)

$$A = \{1, 2, \dots, 30\}$$

$$n = 1 \Rightarrow x = 3$$

$$n = 2 \Rightarrow x = 7$$

$$n = 3 \Rightarrow x = 11$$

$$n = 4 \Rightarrow x = 15$$

$$n = 5 \Rightarrow x = 19$$

$$n = 6 \Rightarrow x = 23$$

$$n = 7 \Rightarrow x = 27$$

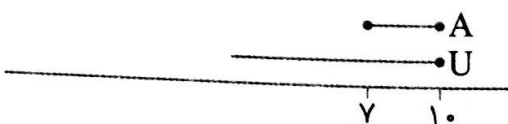
$$n = 8 \Rightarrow x = 31 \notin A$$

مجموعه B کلاً ۷ عضو دارد.

گزینه ۲۳ (۴)



$$\Rightarrow A - B = [7, 10]$$



$$\Rightarrow U - A = (-\infty, 7)$$



۳۱- کدام یک از مجموعه‌های زیر نامتناهی است؟

(۱) مجموعه اعداد اول کوچک‌تر از ۹۲۶۵

(۲) مجموعه اعداد اعشاری بین $4/3,0/6$

(۳) مجموعه اعداد صحیح ۶۷۵ رقمی

(۴) مجموعه اعداد صحیح مربع کامل و کوچک‌تر از ۹۹۹۲

۳۲- اگر A و B هر دو مجموعه‌های نامتناهی باشند، کدام گزینه درست نیست؟

(۱) $A \cap B$ ممکن است متناهی باشد.

(۲) $A - B$ لزوماً نامتناهی است.

(۳) $A' \cup B'$ ممکن است نامتناهی باشد.

(۴) $A \cup B$ لزوماً نامتناهی است.

۳۳- کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

(۱) $\{x \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 > 2000\}$

(۲) $\{x \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 < 2000\}$

(۳) $\{x \mid x \in \mathbb{Z}, x > 2000\}$

(۴) $\{x \mid x \in \mathbb{Z}, x < 2000\}$

۳۴- چه تعداد از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

(الف) $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \in (-\infty, 6] \cap [-2, +\infty)\}$

(ب) مجموعه تمام مثلث‌های قائم‌الزاویه با دو ضلع به طول ۱ و ۳

(پ) $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{12}{x} \in \mathbb{Z}\}$

(ت) $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2^x \leq 16\}$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۳۵- اگر مجموعه A متناهی و مجموعه B نامتناهی باشد، در چه صورت حتماً مجموعه‌ای نامتناهی خواهیم داشت؟

(۴) هیچ کدام

(۳) $A \cap B$

(۲) $B - A$

(۱) $A - B$

۳۶- کدام مجموعه متناهی است؟

(۱) تعداد خطوط گذرنده از مبدأ

(۲) تعداد نقاط موجود در یک برگه کاغذ

(۳) تعداد موهای سر یک انسان

(۴) تعداد مضارب طبیعی عدد ۱۲

۳۷- کدام مجموعه متناهی است؟

(۱) $(\mathbb{N} \cup \mathbb{Z}) - \mathbb{W}$

(۲) $\mathbb{W} - \mathbb{N}$

(۳) $\mathbb{Z} \cap \mathbb{N}$

(۴) $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$

۳۸- کدام مجموعه باپایان است؟

(۱) $\mathbb{Z} - \mathbb{W}$

(۲) $\mathbb{W} \cap \mathbb{N}$

(۳) $\mathbb{Z} \cap \mathbb{W}$

(۴) $\mathbb{W} - \mathbb{N}$



۵۲- اگر $n(A \cup B) = 50$ ، $n(A \cap B) = 10$ ، $n(B') = 2n(A) = 40$ باشد، مقدار $n(A \cup B)$ کدام است؟

۶۰ (۴)

۲۰ (۳)

۳۰ (۲)

۵۰ (۱)

۵۳- با توجه به جدول آمار دانشجویان یک دانشکده، چه تعداد از این دانشجویان «تهرانی یا پسر» نیستند؟

جنسیت \ اهل	دختر	پسر
	تهران	۵۰۰
شهرستان	۳۰۰	۶۰۰

۳۰۰ (۱)

۶۰۰ (۲)

۱۷۰۰ (۳)

۲۰۰۰ (۴)

۵۴- کارمندان اداره‌ای مطابق جدول زیر توزیع شده‌اند. چه تعداد از کارمندان این اداره مرد هستند یا تحصیلات دانشگاهی دارند؟

جنسیت \ تحصیلات	زن	مرد
	دانشگاهی	۱۰
دیپلم	۸	۱۲

۶۲ (۱)

۴۲ (۲)

۵۰ (۳)

۳۰ (۴)

۵۵- اگر $U = \{1, 2, 3, \dots, 30\}$ ، A مجموعه اعداد اول دو رقمی و B مجموعه مقسوم علیه عدد ۲۴ باشد، در این صورت $n(A \cap B)'$ چقدر است؟

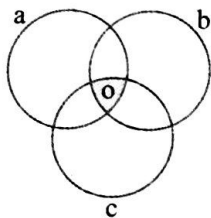
۲۰ (۴)

۳۱ (۳)

۲۹ (۲)

۳۰ (۱)

۵۶- در نمودار زیر، مجموعه‌های a ، b و c به ترتیب مضارب ۷، ۹ و ۱۲ را مشخص می‌کنند. قسمت هاشورخورده، بیان گر کدام یک از عددهای زیر می‌تواند باشد؟



۶۳ (۱)

۱۹ (۲)

۱۳۶ (۳)

۲۵۲ (۴)

۵۷- اگر $n(A) = 2n(B) = 2n(A \cap B)$ باشد، $\frac{n(A - B)}{n(B - A)}$ کدام است؟

۱ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۵۸- متمم مجموعه $[B - (A - B)] \cup [(A - B) - B]$ کدام است؟

$A' \cap B'$ (۴)

$A' \cup B'$ (۳)

B' (۲)

A' (۱)

۵۹- اگر $n(A \cup B) = 19$ ، $n(A - B') = 5$ ، $n(A' - B') = 8$ باشد، $n(B' - A')$ کدام است؟

۱۱ (۴)

۱۴ (۳)

۱۳ (۲)

۶ (۱)

۶۰- در یک کلاس ۱۲ نفر عضو تیم فوتبال، ۱۵ نفر عضو تیم والیبال و ۱۶ نفر عضو تیم شنا، ۳ نفر عضو تیم‌های فوتبال و والیبال، ۵ نفر عضو تیم‌های فوتبال و شنا و ۶ نفر عضو تیم‌های والیبال و شنا و ۲ نفر عضو هر سه رشته ورزشی هستند. در این کلاس چند نفر فقط عضو یک رشته ورزشی هستند؟

۲۴ (۴)

۲۳ (۳)

۲۲ (۲)

۲۱ (۱)

۶۱- اگر $A = \{(-1)^a + (-1)^b \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ و $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, 2 \leq \frac{x+4}{2} \leq 3\}$ باشد، تعداد عضوهای مجموعه $A \cup B$ کدام است؟

بی‌شمار (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)



سوالات طبقه بندی

۳

۳۱- کدام یک از مجموعه‌های زیر نامتناهی است؟

(۱) مجموعه اعداد اول کوچک‌تر از ۹۲۶۵

(۳) مجموعه اعداد صحیح ۶۷۵ رقمی

(۲) مجموعه اعداد اعشاری بین $۴/۳,۰/۶$

(۴) مجموعه اعداد صحیح مربع کامل و کوچک‌تر از ۹۹۹۲

۳۲-

اگر A و B هر دو مجموعه‌های نامتناهی باشند، کدام گزینه درست نیست؟

(۱) $A \cap B$ ممکن است متناهی باشد.

(۲) $A - B$ لزوماً نامتناهی است.

(۳) $A' \cup B'$ ممکن است نامتناهی باشد.

(۴) $A \cup B$ لزوماً نامتناهی است.

۳۳-

کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

(۱) $\{x | x \in \mathbb{Z}, x^2 > 2000\}$

(۲) $\{x | x \in \mathbb{Z}, x^2 < 2000\}$

(۳) $\{x | x \in \mathbb{Z}, x > 2000\}$

(۴) $\{x | x \in \mathbb{Z}, x < 2000\}$

۳۴-

چه تعداد از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

(الف) $A = \{x \in \mathbb{Z} | x \in (-\infty, 6] \cap [-2, +\infty)\}$

(ب) $B = \{x \in \mathbb{Z} | \frac{12}{x} \in \mathbb{Z}\}$

(ب) مجموعه تمام مثلث‌های قائم‌الزاویه با دو ضلع به طول ۱ و ۳

(ت) $C = \{x \in \mathbb{Z} | 2^x \leq 16\}$

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۳۵-

اگر مجموعه A متناهی و مجموعه B نامتناهی باشد، در چه صورت حتماً مجموعه‌ای نامتناهی خواهیم داشت؟

(۴) هیچ کدام

(۳) $A \cap B$

(۲) $B - A$

(۱) $A - B$

۳۶-

کدام مجموعه متناهی است؟

(۱) تعداد خطوط گذرنده از مبدأ

(۲) تعداد نقاط موجود در یک برگه کاغذ

(۳) تعداد موهای سر یک انسان

(۴) تعداد مضارب طبیعی عدد ۱۲

۳۷-

کدام مجموعه متناهی است؟

(۴) $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$

(۳) $\mathbb{Z} \cap \mathbb{N}$

(۲) $\mathbb{W} - \mathbb{N}$

(۱) $(\mathbb{N} \cup \mathbb{Z}) - \mathbb{W}$

۳۸-

کدام مجموعه با پایان است؟

(۴) $\mathbb{W} - \mathbb{N}$

(۳) $\mathbb{Z} \cap \mathbb{W}$

(۲) $\mathbb{W} \cap \mathbb{N}$

(۱) $\mathbb{Z} - \mathbb{W}$

تفاضل دو مجموعه نامتناهی ممکن است متناهی یا نامتناهی باشد، مانند
 $A = \{1, 2, 3, \dots\}$
 $B = \{2, 3, \dots\} \Rightarrow A - B = \{1\}$ متناهی
 $A = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$
 $B = \{2, 4, 6, \dots\} \Rightarrow A - B = \{1, 3, 5, \dots\}$ نامتناهی

گزینه ۳۲ (۲)

$44^2 = 1936, 45^2 = 2025$

گزینه ۳۳ (۲)

گزینه «۱»: $\{45, 46, 47, \dots\}$ نامتناهی است.

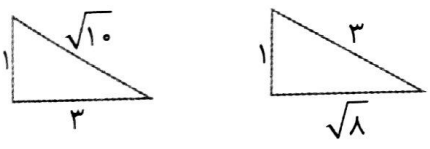
گزینه «۲»: $x^2 < 2000 \Rightarrow -\sqrt{2000} < x < \sqrt{2000}$
 $\Rightarrow \{-44, -43, \dots, 0, 1, 2, \dots, 43, 44\}$

یک مجموعه متناهی است.
 گزینه «۳»: $\{2001, 2002, 2003, \dots\}$ مجموعه نامتناهی است.
 گزینه «۴»: $\{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, 1998, 1999\}$ مجموعه نامتناهی است.

گزینه ۳۴ (۲)

مجموعه A برابر است با:

$A = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 $\cap \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$
 $\Rightarrow A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ متناهی است.



در مورد مجموعه مثلث‌های قائم‌الزاویه، ۳ می‌تواند ضلع قائم باشد یا می‌تواند وتر باشد، پس دو مثلث وجود دارد، بنابراین مجموعه B متناهی است.

مجموعه B، $B = \{-12, -6, -4, -3, -2, -1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ ، شماره‌های صحیح عدد ۱۲ می‌باشد که یک مجموعه متناهی است. مجموعه C به‌ازای تمام اعداد صحیح کوچک‌تر از ۴، $2^x \leq 16$ خواهد شد، بنابراین یک مجموعه نامتناهی است.

$C = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

گزینه ۳۵ (۲)

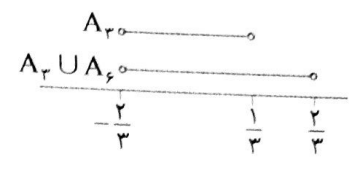
چون اگر از هر مجموعه نامتناهی تعداد متناهی عضو کم کنیم، باز هم مجموعه نامتناهی است.

گزینه ۲۸ (۴)

$A_r = (-\frac{2}{3}, \frac{3-2}{3}) \Rightarrow A_r = (-\frac{2}{3}, \frac{1}{3})$

$A_6 = (-\frac{2}{6}, \frac{6-2}{6}) \Rightarrow A_6 = (-\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$

$A_r \cup A_6 = (-\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$



$(A_r \cup A_6) - A_r = [\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$

گزینه ۲۹ (۱)

$A_r = [-2, 3/5] \Rightarrow A_r \cap A_5 = [-2, 2]$

$A_5 = [-5, 2]$

$A_1 = [-1, 4]$

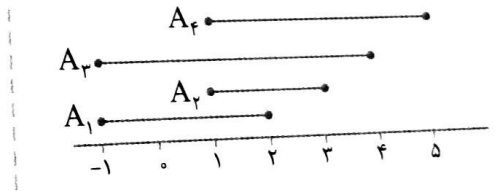
$A_v = [-7, 1] \Rightarrow A_1 \cap A_v = [-1, 1]$

$(A_r \cap A_5) - (A_1 \cap A_v) = [-2, 2] - [-1, 1]$
 $= [-2, -1) \cup (1, 2]$

گزینه ۳۰ (۲)

$A_n = [(-1)^n, n+1] \Rightarrow$
 $\begin{cases} A_1 = [-1, 2] \\ A_2 = [1, 3] \\ A_3 = [-1, 4] \\ A_4 = [1, 5] \end{cases}$

$\Rightarrow A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 = [1, 2]$



گزینه ۳۱ (۲)

گزینه «۱» متناهی است، چون از بالا محدود ۹۲۶۵ و از پایین نیز محدود به ۲ است. گزینه‌های «۳» و «۴» نیز محدود هستند. بین گزینه «۳» در محدوده اعداد صحیح ۶۷۵ رقمی است و گزینه «۴» نیز از پایین محدود به ۱ و از بالا محدود به ۹۹۹۲ است، ولی در گزینه «۲» علی‌رغم این که از پایین و بالا محدود است، ولی بی‌نهایت عدد اعشاری بین ۰/۶ و ۴/۳ وجود دارد، پس مجموعه نامتناهی است.



گزینه (۳)

$$n(A - B) + n(B - A) + n(A \cap B) = n(A \cup B)$$

$$20 + 30 + n(A \cap B) = 65 \Rightarrow n(A \cap B) = 15$$

$$n(A) = n(A - B) + n(A \cap B) = 20 + 15 = 35$$

$$n(B) = n(B - A) + n(A \cap B) = 30 + 15 = 45$$

$$n(A) + n(B) = 35 + 45 = 80$$

گزینه (۲)

$$A_3 = \{3, 4, 5, 6\}$$

$$A_4 = \{4, 5, 6, 7\} \Rightarrow A_3 \cup A_4 \cup A_5 = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$A_5 = \{5, 6, 7, 8\}$$

گزینه (۲)

$$n(u) = 20$$

$$A \text{ مضرب } 3 = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\} \Rightarrow n(A) = 6$$

$$B \text{ مضرب } 5 = \{5, 10, 15, 20\} \Rightarrow n(B) = 4$$

$$A \cup B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 5, 10, 20\} \Rightarrow n(A \cup B) = 9$$

$$n(A' \cap B') = n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B)$$

$$= 20 - 9 = 11$$

گزینه (۱)

$$n(A) = 20 \Rightarrow \text{افراد علاقمند به بازی فوتبال}$$

$$n(B) = 15 \Rightarrow \text{افراد علاقمند به بازی والیبال}$$

$$n(A \cap B) = 3 \Rightarrow \text{افراد علاقمند به بازی فوتبال و والیبال}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = 20 + 15 - 3 = 32$$

گزینه (۲)

$$U = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$$

$$A = \{1, 4, 6, 8, 9\}, B = \{3, 6, 9\} \Rightarrow A \cap B = \{6, 9\}$$

$$n(A) = 5, n(B) = 3, n(A \cap B) = 2$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 5 + 3 - 2 = 6$$

گزینه (۳)

$$n(A) + n(A') = n(U) \Rightarrow n(U) = x + y$$

$$n(B) + n(B') = n(U) \Rightarrow \frac{x}{y} + n(B') = x + y$$

$$\Rightarrow n(B') = x + y - \frac{x}{y} \Rightarrow n(B') = \frac{x}{y} + y$$

۳۶. گزینه (۳) تعداد موهای سر انسان زیاد است، ولی بالاخره قابل شمارش است، ولی گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» جزء نمونه‌های مشهور مجموعه‌های نامتناهی هستند.

گزینه (۲)

گزینه «۱»: نامتناهی است.

گزینه «۲»: برابر با مجموعه $\{0\}$ است که متناهی است.

گزینه «۳»: نامتناهی است، زیرا $Z \cap N = N$ (تفاضل و اشتراک دو مجموعه نامتناهی می‌تواند نامتناهی باشد).

گزینه «۴»: نیز مجموعه اعداد گنگ است که نامتناهی است.

گزینه (۴)

گزینه «۱»: بی‌پایان است. $Z - W = \{\dots, -3, -2, -1\}$

گزینه «۲»: بی‌پایان است. $W \cap N = \{1, 2, \dots\}$

گزینه «۳»: بی‌پایان است. $Z \cap N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

گزینه «۴»: باپایان است. $W - N = \{0\}$

گزینه (۲)

$$A = \{2, 3, 5, 7\} \Rightarrow A \cap B = \{3, 5, 7\}$$

$$B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

گزینه (۱)

$$n(U) = 42$$

$$n(A) = 17 \text{ ریاضی}$$

$$n(B) = 14 \text{ شیمی}$$

$$n(A \cap B) = 3$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 17 + 14 - 3 = 28$$

$$n(A' \cap B') = n(U) - n(A \cup B) = 42 - 28 = 14$$

گزینه (۲)

$$A \cup B = \{a, b, c\} \cup \{b, c, d\} = \{a, b, c, d\}$$

لذا $A \cup B$ ، ۴ عضو دارد.

گزینه (۲)

$$A_3 = \{3, 4, 5, 6\}$$

$$A_4 = \{4, 5, 6, 7\} \Rightarrow A_3 \cap A_4 \cap A_5 = \{5, 6\}$$

$$A_5 = \{5, 6, 7, 8\}$$

$$U = \{1, 2, 3, 4, \dots, 30\}$$

$$A = \{11, 13, 17, 19, 23, 29\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

$$A \cap B = \{\} = \emptyset$$

$$(A \cap B)' = U$$

$$n(A \cap B)' = 30$$

گزینه (۱) ۵۵

نقطه مورد نظر اشتراک a و b و c است؛ یعنی کوچک‌ترین مضرب مشترک $9, 7$ و 12 ، لذا با تبدیل آن‌ها به اعداد اول داریم:

$$12 = 3 \times 2^2, 9 = 3^2, 7 = 7^1$$

$$\text{ک.م.م: } 3^2 \times 2^2 \times 7 = 252$$

بنابراین منحنی مورد نظر ۲۵۲ یا سایر مضارب صحیح آن است.

گزینه (۴) ۵۶

$$\frac{n(A - B)}{n(B - A)} = \frac{n(A) - n(A \cap B)}{n(B) - n(A \cap B)} = \frac{2n(A \cap B) - n(A \cap B)}{\frac{3}{2}n(A \cap B) - n(A \cap B)}$$

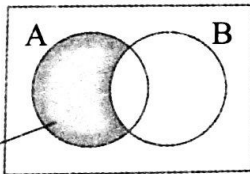
$$= \frac{2n(A \cap B)}{\frac{1}{2}n(A \cap B)} = 4$$

گزینه (۳) ۵۷

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، دو مجموعه $A - B$ و B دو مجموعه جدا از هم می‌باشند، بنابراین:

$$B - (A - B) = B$$

$$(A - B) - B = A - B$$



بنابراین:

$$[B - (A - B)] \cup [(A - B) - B] = B \cup (A - B) = A \cup B$$

متمم $A \cup B$ به صورت مقابل است:

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

گزینه (۱) ۵۹

می‌دانیم $A' - B' = A - B$ و $A - B' = A \cap B$ ، $A' - B' = B - A$ می‌باشد، بنابراین:

$$n(B - A) = 8$$

$$n(A \cap B) = 5$$

$$n(A \cup B) = 19$$

$$m(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A) = n(A \cup B)$$

$$n(A - B) + 5 + 8 = 19 \Rightarrow n(A - B) = 6 \Rightarrow n(B' - A') = 6$$

گزینه (۴) ۴۹

$$A - (A - B) = A \cap B$$

$$\Rightarrow (A - (A - B)) \cup (A \cap B)' = (A \cap B) \cup (A \cap B)' = U$$

$$U' = \emptyset$$

بنابراین متمم آن \emptyset است.

گزینه (۳) ۵۰

$$x^2 < 20 \Rightarrow x = 1, 2, 3, 4 \Rightarrow A = \{1, 3, 5, 7\}$$

$$B = \{2x + 1 \mid x \in \{1, 3, 5, 7\}\} \Rightarrow B = \{3, 7, 11, 15\}$$

$$\Rightarrow A \cap B = \{3, 7\} \Rightarrow n(A \cap B) = 2$$

گزینه (۱) ۵۱

$$\text{می‌دانیم: } n(B) + n(B') = n(U)$$

$$n(A) = 60, n(B') = 3n(B), n(U) = 100$$

$$\Rightarrow n(B) + 3n(B) = 4n(B) = 100 \Rightarrow n(B) = 25$$

$$n(A') = n(U) - n(A) = 100 - 60 = 40$$

$$\frac{n(B)}{n(A')} = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$$

گزینه (۳) ۵۲

$$n(A) = 20, n(B') = 40, n(A \cap B) = 10$$

$$n(U) = 50 \Rightarrow n(B) = 50 - 40 = 10$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 20 + 10 - 10 = 20$$

گزینه (۱) ۵۳

$$\text{تعداد دانشجویان تهرانی: } n(A) = 500 + 600 = 1100$$

$$\text{تعداد دانشجویان پسر: } n(B) = 600 + 600 = 1200$$

$$n(A \cap B) = 600$$

تعداد دانشجویان تهرانی یا پسران

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$= 1100 + 1200 - 600 = 1700 \Rightarrow n((A \cup B)') = 2000 - 1700 = 300$$

گزینه (۲) ۵۴

$$\text{تعداد کارمند مرد: } n(A) = 20 + 12 = 32$$

$$\text{تعداد کارمندان با تحصیلات دانشگاهی: } n(B) = 10 + 20 = 30$$

$$\text{تعداد کارمندان مرد با تحصیلات دانشگاهی: } n(A \cap B) = 20$$

تعداد کارمندان مرد یا کارمندان دارای تحصیلات دانشگاهی

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = 32 + 30 - 20 = 42$$