



علوی پسرانه غرب

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۷/۱۸

زمان برگزاری: ۲۲ دقیقه

کد اجرا: نامشخص

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: تکلیف ریاضی هفته ۴

۱- اضلاع متوازی الاضلاع به طول ۱۱ و ۱۲ واحد است. در صورتی که زاویه بین این دو ضلع 120° باشد، مساحت متوازی الاضلاع کدام است؟

۶۶ $\sqrt{2}$ (۴)

۲۲ $\sqrt{2}$ (۳)

۶۶ $\sqrt{3}$ (۲)

۲۲ $\sqrt{3}$ (۱)

۲- در مثلث ABC ، زاویه B حاده بوده و $AB = 8$ و $BC = 13$ است. در صورتی که مساحت مثلث $26\sqrt{3}$ باشد، اندازه زاویه B چقدر است؟

75° (۴)

60° (۳)

45° (۲)

30° (۱)

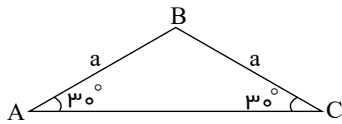
۳- بزرگ‌ترین قطر یک شش ضلعی منتظم برابر ۶ است. مساحت شش ضلعی منتظم کدام است؟

$18\sqrt{3}$ (۴)

$\frac{29\sqrt{3}}{2}$ (۳)

$9\sqrt{3}$ (۲)

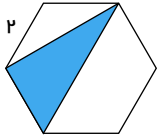
$\frac{27\sqrt{3}}{2}$ (۱)



۴- مساحت مثلث متساوی الساقین زیر برابر $۱۶\sqrt{3}$ است. در این صورت مقدار a کدام است؟

- (۲) ۴
(۴) $۲\sqrt{3}$

- (۱) ۸
(۳) $۴\sqrt{3}$



(۴) $\sqrt{3}$

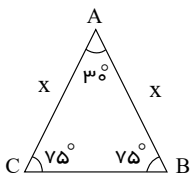
(۳) $۲\sqrt{3}$

(۲) $۳\sqrt{3}$

(۱) $۴\sqrt{3}$

۵- در شش ضلعی منتظم شکل مقابل، مساحت قسمت رنگی کدام است؟

۶- در مثلث متساوی الساقین ABC ، $AB = AC$ و $\widehat{B} = 75^\circ$ و مساحت مثلث ۱۸ واحد است. مجموع طول دو ساق کدام است؟



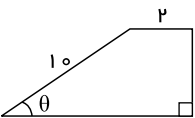
(۲) $\sqrt{72}$

(۴) ۱۲

(۱) ۶

(۳) $۱۲\sqrt{2}$

۷- اگر $\sin \theta = \frac{3}{5}$ باشد، آنگاه مساحت دوزنقه روبه‌رو کدام است؟

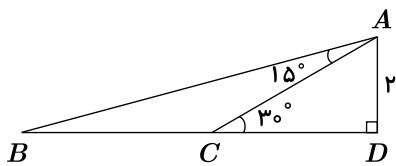


(۴) ۱۸

(۳) ۳۶

(۲) ۲۴

(۱) ۱۲



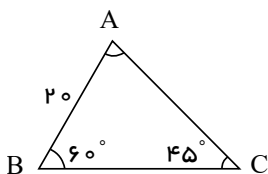
۴ (۲)

$4 \tan 15^\circ$ (۴)

۸- در شکل زیر، مساحت مثلث ABC کدام است؟

$4 \frac{\sqrt{3}}{3}$ (۱)

$4\sqrt{3}$ (۳)



$20\sqrt{2}$ (۲)

$10\sqrt{6}$ (۴)

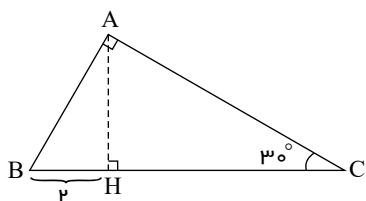
۹- در شکل مقابل طول ضلع AC کدام است؟

$20\sqrt{3}$ (۱)

$20\sqrt{6}$ (۳)



- ۱۰- در متوازی‌الاضلاعی اندازه دو قطر ۱۲ و ۸ است و زاویه بین دو قطر 135° است مساحت متوازی‌الاضلاع چند برابر $\sqrt{2}$ است؟
- ۱۸
 ۲۴
 ۳۶
 ۳۲



۱۱- در مثلث قائم‌الزاویه ABC شکل زیر، مساحت مثلث AHC کدام است؟

- ۱ $2\sqrt{3}$
 ۲ $4\sqrt{3}$
- ۳ $6\sqrt{3}$
 ۴ $8\sqrt{3}$



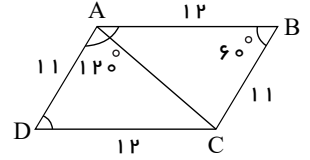


پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۲ زاویه حاده این متوازی الاضلاع برابر با $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ است.

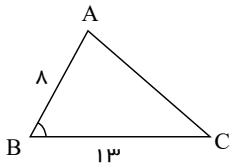
$$S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABC}$$

$$S_{ABCD} = 2 \times \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin 60^\circ = 12 \times 11 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 66\sqrt{3}$$



۲ - گزینه ۳ می‌دانیم: مساحت هر مثلث عبارتند از: (زاویه بین آن دو ضلع) \times حاصل ضرب دو ضلع $\times \frac{1}{2}$

شکل زیر را در نظر می‌گیریم:

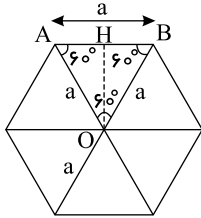


$$S = \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin \hat{B} \Rightarrow 26\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 8 \times 13 \times \sin \hat{B} \Rightarrow 26\sqrt{3} = 52 \sin \hat{B}$$

$$\Rightarrow \sin \hat{B} = \frac{26\sqrt{3}}{52} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^\circ \Rightarrow \hat{B} = 60^\circ$$

۳ - گزینه ۱

با توجه به شکل مقابل، بزرگ‌ترین قطر شش ضلعی منتظم دو برابر ضلع آن است. پس داریم:



$$2a = 6 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow OA = OB = AB = 3$$

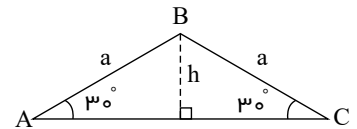
$$S_{OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

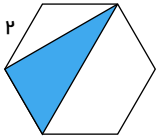
$$S = 6S_{OAB} = 6 \times \frac{9\sqrt{3}}{4} = \frac{27\sqrt{3}}{2}$$

گزینه ۱ - ۴

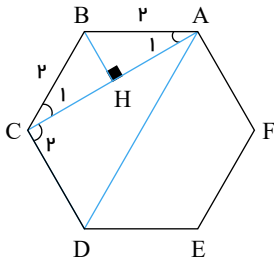
$$h = \frac{a}{2} \Rightarrow \frac{AC}{2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}a}{2} \Rightarrow AC = \sqrt{3}a$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times \sqrt{3}a \times \frac{a}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \xrightarrow{\text{طبق فرض}} \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 16\sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 64 \Rightarrow a = 8$$





در شکل مقابل که یک شش ضلعی منتظم است، هر زاویه داخلی برابر 120° است. (زیرا هر زاویه داخلی n منتظم از رابطه $\frac{(n-2)180^\circ}{n}$ به دست می آید) مثلث ABC مثلث متساوی الساقین است که در آن $\hat{B} = 120^\circ$ و بنابراین خواهیم داشت: $\hat{A}_1 = \hat{C}_1 = 30^\circ$



$$\triangle ABH : \cos \hat{A}_1 = \frac{AH}{2} \Rightarrow AH = 2 \cos 30^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$AC = 2AH = 2\sqrt{3}$$

از طرفی چون $\hat{C}_1 + \hat{C}_1 = 120^\circ$ پس $\hat{C}_1 = 90^\circ$ و بنابراین مثلث ACD قائم الزاویه است و مساحت مثلث برابر است با:

$$S = \frac{AC \times CD}{2} = \frac{2\sqrt{3} \times 2}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$S = \frac{1}{2} x \times x \times \sin 30^\circ$$

$$18 = \frac{1}{2} x^2 \times \frac{1}{2} \Rightarrow 18 = \frac{x^2}{4} \Rightarrow x^2 = 72 \Rightarrow x = \sqrt{72}$$

$$x + x = 2x = 2\sqrt{72} = 2 \times \sqrt{36 \times 2} = 2 \times 6\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$$

$$\sin \theta = \frac{x}{10} = \frac{3}{5} \Rightarrow x = 6$$

$$x^2 + y^2 = 10^2 \Rightarrow 36 + y^2 = 100 \Rightarrow y^2 = 64 \Rightarrow y = 8$$

$$S_{\text{مستطیل}} + S_{\text{مثلث}} = S_{\text{مستطیل}} \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times 8 \times 10 \times \frac{3}{5} + 2 \times 6$$

$$S = 24 + 12 = 36$$

$$\triangle ADC : \sin 30^\circ = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AC = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$$

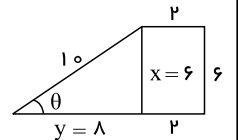
$$\triangle ADC : \hat{CAD} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$\triangle ABD : \hat{B} = 90^\circ - \hat{A} = 90^\circ - (60^\circ + 15^\circ) = 15^\circ$$

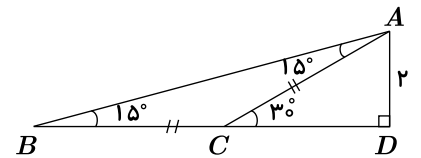
$$\Rightarrow AC = BC = 4$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \times AD = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$

۷ - گزینه ۳ با تقسیم شکل به یک مثلث و یک مستطیل خواهیم داشت:

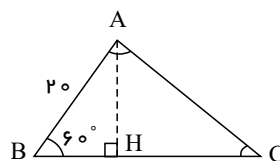


پس مثلث ABC متساوی الساقین است و شکل به صورت زیر خواهد بود:



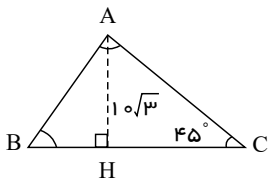
می دانیم: $\sin \theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}$ $\cos \theta = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}$

با رسم ارتفاع AH داریم:





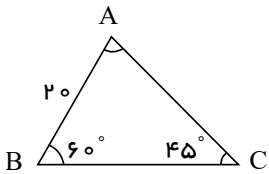
$$\sin 60^\circ = \frac{AH}{20} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AH = 10\sqrt{3}$$



$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{10\sqrt{3}}{AC} \Rightarrow AC = \frac{20\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{20\sqrt{6}}{2} = 10\sqrt{6}$$

راه دوم:
می‌دانیم:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin \theta (\theta : \text{زاویه بین } AC, AB)$$

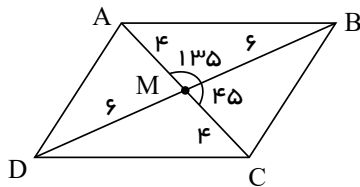


$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times AC \times BC \times \sin 45^\circ$$

$$\Rightarrow AB \times \sin 60^\circ = BC \times \sin 45^\circ \Rightarrow 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = BC \times \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow BC = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$BC = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{20\sqrt{6}}{2} = 10\sqrt{6}$$

۱۰ - گزینه ۲



$$S_{ABCD} = S_{\triangle AMD} + S_{\triangle ABM} + S_{\triangle BMC} + S_{\triangle CMD}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{\triangle AMD} = S_{\triangle BMC} \\ S_{\triangle AMB} = S_{\triangle CMD} \end{array} \right. \text{ مثلث‌های هم‌مساحت}$$

$$S_{ABCD} = 2S_{\triangle AMB} + 2S_{\triangle BMC}$$

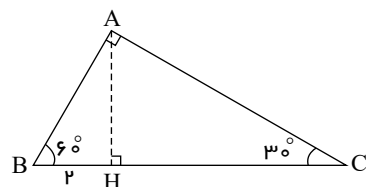
$$\sin 135^\circ = \sin(180^\circ - 135^\circ) = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$S_{\triangle AMB} = \frac{AM \times MB \times \sin 135^\circ}{2} = \frac{4 \times 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = 6\sqrt{2}$$

$$S_{\triangle BMC} = \frac{BM \times MC \times \sin 45^\circ}{2} = \frac{6 \times 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = 6\sqrt{2}$$

$$S_{ABCD} = 12\sqrt{2} + 12\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$$

۱۱ - گزینه ۳





$$\tan 60^\circ = \frac{AH}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow AH = 2\sqrt{3}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{AH}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2\sqrt{3}}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow AC = 4\sqrt{3}$$

$$AC^2 = AH^2 + HC^2 \Rightarrow 48 = 12 + HC^2 \Rightarrow HC^2 = 36 \Rightarrow HC = 6$$

$$S_{\triangle AHC} = \frac{1}{2} \times AH \times HC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 6 = 6\sqrt{3}$$







پاسخنامه کلیدی

۱ - ۲

۳ - ۱

۵ - ۳

۷ - ۳

۹ - ۴

۱۱ - ۳

۲ - ۳

۴ - ۱

۶ - ۳

۸ - ۲

۱۰ - ۲