

آسان

-۶

ضلع مکعب وسط باید بین ۱ تا ۳ باشد، یعنی $1 < a < 3$ و حجم آن

$$1^3 < V < 3^3 \text{ عددی بین ۱ تا ۲۷ می‌تواند اختیار کند.}$$

آسان

-۷

$$\sqrt[3]{1} = 1 \text{ عدد ۱ زیرا } 1^3 = 1$$

متوسط

-۸

$$A) \sqrt{64} = 8$$

$$B) \sqrt[3]{8} < \sqrt[3]{19} < \sqrt[3]{27} \Rightarrow 2 < \sqrt[3]{19} < 3$$

$$C) -\sqrt{25} < -\sqrt{20} < -\sqrt{16} \Rightarrow -5 < -\sqrt{20} < -4$$

$$D) \sqrt[4]{256} < \sqrt[4]{500} < \sqrt[4]{625} \Rightarrow 4 < \sqrt[4]{500} < 5$$

متوسط

-۹

$$A) 0 < \frac{1}{3} < 1 \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^3 > \left(\frac{1}{3}\right)^5$$

$$B) 0 < 0.1 < 1 \Rightarrow (0.1)^5 < (0.1)^3$$

$$C) 0 < 0.1 < 1 \Rightarrow (0.1)^3 < 0.1 \Rightarrow (-0.1)^3 > (-0.1)^1$$

آسان

-۱۰

اگر عددی بیش از یک باشد، ریشه سومش کوچک‌تر خواهد شد. پس خط (۲)

درست است.

آسان

-۱۱

اعداد ۲ و ۲- ریشه ششم عدد ۶۴ می‌باشند.

آسان

-۱۲

$$\sqrt[4]{64} = a \Rightarrow a = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$2a^2 + 1 = 2(2\sqrt{2})^2 + 1 = 2(8) + 1 = 17$$

آسان

-۱۳

$$\sqrt[5]{32} = x \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \frac{x+1}{x-1} = \frac{2+1}{2-1} = \frac{3}{1} = 3$$

متوسط

-۱۴

$$A = 3 + 2 + 5 = 10$$



آسان

-۱

$$A) \sqrt[3]{0.001} = 0.1$$

$$B) \sqrt[3]{-8} = -2$$

$$C) \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$D) \sqrt[5]{32} = 2$$

$$E) \sqrt[4]{\frac{1}{81}} = \frac{1}{3}$$

$$F) \sqrt{0.04} = 0.2$$

آسان

-۲

$$A) (3\sqrt{2})^2 = 18$$

$$B) \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$$

$$C) \left(\frac{-1}{3}\right)^3 = \frac{-1}{27}$$

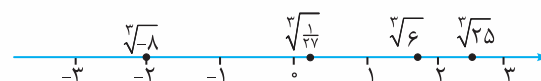
آسان

-۳

عدد	-۱۲۵	-۸	۱۰۰۰	۱۲۵
ریشه سوم	-۵	-۲	۱۰	۵

آسان

-۴



متوسط

-۵

$$A) \sqrt[3]{1} = 1 < \sqrt[3]{5} < \sqrt[3]{8} = 2$$

$$B) \sqrt{9} = 3 < \sqrt{15} < \sqrt{16} = 4$$

$$C) \sqrt[3]{27} = 3 < \sqrt[3]{40} < \sqrt[3]{64} = 4$$

$$D) \sqrt{16} = 4 < \sqrt{22} < \sqrt{25} = 5$$



آسان

-۲۱

$$\text{آ)} \quad 5^{\frac{1}{2}} \times 5^{\frac{1}{3}} = 5^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = 5^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{5^5}$$

$$\text{ب)} \quad (3 \times 7)^{\frac{1}{5}} = (21)^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{21}$$

$$\text{پ)} \quad 7^{\frac{1}{5}} \times 7^{\frac{2}{3}} = 7^{\frac{1}{5} + \frac{2}{3}} = 7^{\frac{3+10}{15}} = 7^{\frac{13}{15}} = \sqrt[15]{7^{13}}$$

آسان

-۲۲

(آ)

$a^{\frac{2}{3}}$	$a^{\frac{1}{2}}$	a^0	a^{-3}	a^3	a
$7^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{7^2}$	$7^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7}$	$7^0 = 1$	$7^{-3} = (\frac{1}{7})^3 = \frac{1}{343}$	$7^3 = 343$	$a = 7$

(ب)

$a^{\frac{2}{3}}$	$a^{\frac{1}{2}}$	a^0	a^{-2}	a^3	a
تعریف نشده	تعریف نشده	$(-7^0) = 1$	$(-7)^2 = 49$	$(-7)^3 = -343$	$a = -7$

(پ)

$a^{\frac{2}{3}}$	$a^{\frac{1}{2}}$	a^0	a^{-3}	a^3	a
تعریف نشده	تعریف نشده	$(-3^0) = 1$	$(-3)^2 = 9$	$(-3)^3 = -27$	$a = -3$

آسان

-۲۳

$$\text{آ)} \quad \sqrt[4]{\sqrt{5}} = \sqrt[4]{5^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[8]{5}$$

$$\text{ب)} \quad \sqrt[3]{\sqrt[5]{3}} = \sqrt[15]{3}$$

آسان

-۲۴

$$\text{آ)} \quad \sqrt[5]{2^5 \times 3} = \sqrt[5]{32 \times 3} = \sqrt[5]{96}$$

$$\text{ب)} \quad \sqrt{3^2 \times 2} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{18}$$

متوسط

-۲۵

$$\text{آ)} \quad 4 \times 3 \sqrt[5]{3} = \sqrt[5]{5}$$

$$\text{ب)} \quad 5 \times 3 \sqrt[5]{3 \times 5} = \sqrt[5]{3^5} = \sqrt[5]{3^3 \times 3^2} = 3 \sqrt[5]{9}$$

$$\text{پ)} \quad 7 \times 2 \sqrt[5]{5^7} = \sqrt{5}$$

$$\text{ت)} \quad \sqrt{\sqrt{16}} = \sqrt{4} = 2$$

$$\text{ث)} \quad \sqrt[10]{1024} = 2$$

$$\text{ج)} \quad \sqrt{\sqrt{10000}} = \sqrt[4]{10000} = 10$$

متوسط

-۱۵

$\sqrt[3]{-2187} = -3$	ریشه هفتم
وجود ندارد.	ریشه ششم
$\sqrt[5]{-2187}$	ریشه پنجم
وجود ندارد.	ریشه چهارم
$\sqrt[3]{-2187}$	ریشه سوم
وجود ندارد.	ریشه دوم

آسان

-۱۶

$$\text{آ)} \quad -\sqrt[4]{625} = -5$$

$$\text{ب)} \quad \sqrt[6]{\frac{-1}{64}} \text{ وجود ندارد}$$

$$\text{پ)} \quad \sqrt[4]{-16} \text{ وجود ندارد}$$

$$\text{ت)} \quad -\sqrt[4]{81} = -3$$

آسان

-۱۷

$$\text{آ)} \quad \sqrt[5]{5^5} = 5$$

$$\text{ب)} \quad \sqrt[4]{(\sqrt{2}+1)^4} = |\sqrt{2}+1| = \sqrt{2}+1$$

$$\text{پ)} \quad \sqrt[3]{x^3} = x$$

متوسط

-۱۸

این رابطه درست نمی‌باشد، زیرا در $\sqrt[6]{a^6}$ مقادیر مثبت، منفی و صفر قابل قبول

هستند و به توان عددی زوج رسیده و همواره بزرگ‌تر یا مساوی صفر هستند و

داریم به ازای هر a ، $\sqrt[6]{a^6} = |a|$ اما $(\sqrt[6]{a})^6$ فقط برای $a \geq 0$ تعریف می‌شود.

در نتیجه این دو مقدار با هم مساوی نیستند.

آسان

-۱۹

(آ) فرجه و توان هر دو فرد هستند، هم توان بنابراین تساوی درست است.

(ب) تساوی نادرست است چون $\sqrt{-2}$ تعریف نشده است.

آسان

-۲۰

$$\text{آ)} \quad \sqrt{18} \times \sqrt{8} = \sqrt{144} = \sqrt{12^2} = 12$$

$$\text{ب)} \quad \sqrt{20} \times \sqrt{125} = \sqrt{20 \times 125} = \sqrt{2500} = 50$$



آسان

۱- گزینه «۲»

$$4 < \sqrt[3]{x} < 5 \Rightarrow 4^3 < x < 5^3 \Rightarrow 64 < x < 125 \Rightarrow x \in \{65, 66, \dots, 124\}$$

تعداد عضوهای آن $124 - 64 + 1 = 60$

آسان

۲- گزینه «۳»

ریشه سوم $\sqrt[3]{27}$ را به صورت زیر می‌یابیم.

$$\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$$

متوسط

۳- گزینه «۴»

اگر ریشه ششم عدد $\sqrt{8}$ برابر x باشد، آن‌گاه:

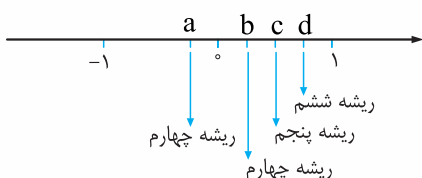
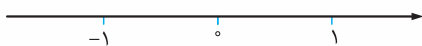
$$x^6 = \sqrt{8}$$

$$x^6 = \sqrt{8} \Rightarrow x = \pm \sqrt[6]{\sqrt{8}} \Rightarrow x = \pm \sqrt[6]{2^{\frac{1}{2}}} \Rightarrow \pm \sqrt[12]{2^3} \Rightarrow x = \pm \sqrt[12]{8}$$

متوسط

۴- گزینه «۳»

$$0 < x < 1 \Rightarrow \sqrt[4]{x} < \sqrt[3]{x} < \sqrt{x}$$



آسان

۵- گزینه «۲»

$$\sqrt[5]{-1000} = -\sqrt[5]{1000}$$

$$2^5 = 32 < 1000 < 243 = 3^5 \Rightarrow 2 < \sqrt[5]{1000} < 3 \Rightarrow -3 < -\sqrt[5]{1000} < -2$$

متوسط

۶- گزینه «۳»

$$\sqrt[3]{a^n \sqrt{a^n}} = \sqrt[3]{(a^n)^2 \times a^n} = \sqrt[3]{a^{2n} \times a^n} = \sqrt[3]{a^{3n}} = \sqrt{a^n}$$

آسان

۷- گزینه «۲»

$$\sqrt[5]{a} = -3 \Rightarrow a = -3^5$$

$$\sqrt[15]{a} = \sqrt[15]{-3^5} = -\sqrt[15]{3^5} = -\sqrt[3]{3} \Leftarrow a \text{ ریشه بانزدهم عدد}$$

آسان

۲۶-

$$A = \frac{1 - \sqrt[5]{(-2)^5}}{-1 + |-2|} = \frac{1 - (-2)}{-1 + 2} = \frac{3}{1} = 3$$

آسان

۲۷-

$$\left. \begin{aligned} A &= \sqrt[3]{v^{-3}} = v^{-1} = \frac{1}{v} \\ B &= \sqrt[5]{v^5} = v \Rightarrow B^2 = v^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow B^2 A = v^2 \times \frac{1}{v} = v$$

آسان

۲۸-

$$x = 4, y = -\frac{1}{8} \Rightarrow \sqrt[5]{\frac{x}{y}} = \sqrt[5]{\frac{2^2}{-2^{-3}}} = \sqrt[5]{-2^5} = -2$$

متوسط

۲۹-

$$\sqrt[5]{2} = \sqrt[5]{16} \Rightarrow \sqrt[5]{2} = \sqrt[5]{2^4} \Rightarrow \sqrt[5]{2} = \sqrt{2} \Rightarrow x = 2$$

متوسط

۳۰-

$$\sqrt[3]{\sqrt[3]{2}} = \frac{1}{2^{n+1}} \Rightarrow 2 \times 2 \times \sqrt[3]{2} = \frac{1}{2^{n+1}} \Rightarrow \sqrt[3]{2} = \frac{1}{2^{n+1}} \Rightarrow \frac{1}{2^{12}} = \frac{1}{2^{n+1}} \Rightarrow n+1=12 \Rightarrow n=11 \Rightarrow \sqrt{n+5}=4$$

متوسط

۳۱-

$$1) A = \sqrt{2} \times \sqrt[3]{2} = \sqrt[6]{2^3} \times \sqrt[6]{2^2} = \sqrt[6]{2^5} \times \sqrt[6]{2} = \sqrt[6]{2^6} = 2$$

$$2) B = \sqrt[4]{3-2\sqrt{2}} \times \sqrt[4]{(1+\sqrt{2})^2} = \sqrt[4]{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}$$

$$= \sqrt[4]{9-8} = 1$$

$$3) C = \sqrt[3]{-(\sqrt{2}-1)} \times \sqrt[3]{3+2\sqrt{2}} = -\sqrt[3]{(\sqrt{2}-1)^2 \times (3+2\sqrt{2})}$$

$$= -\sqrt[3]{9-8} = -1$$

متوہ

۱۵-گزینه «۳»

$$\sqrt[\sqrt[\sqrt[\sqrt[\frac{x}{y}}]{\frac{y^r xy}{x^r}}}]{} = \sqrt[\sqrt[\frac{x}{y}]{\frac{y^r}{x^r}}}]{} = \sqrt[\sqrt[\frac{x^r y^r}{y^r x^r}}]{} = \sqrt[\sqrt[\frac{x^r}{y^r}}]{} = \sqrt[\frac{x^r}{y^r}]{} = \sqrt[\frac{x}{y}]{}.$$

دشوار

۱۶- گزینہ «۱۷»

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{2} + 1 \Rightarrow x^2 + \Delta x = (\sqrt{2} + 1)^2 + \Delta(\sqrt{2} + 1) \\ &= 2 + 1 + 2\sqrt{2} + \Delta\sqrt{2} + \Delta = 3\sqrt{2} + \Delta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = \sqrt{2} + 1 &\Rightarrow yx - 15 = y(\sqrt{2} + 1) - 15 \\ &= y\sqrt{2} + y - 15 = y\sqrt{2} - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = \sqrt{7} + 1 &\Rightarrow \sqrt{(x^2 + \Delta x)(y x - 1 \Delta)} = \sqrt{(7\sqrt{7} + \lambda)(7\sqrt{7} - \lambda)} \\ &= \sqrt{(7\sqrt{7})^2 - (\lambda)^2} = \sqrt{49\lambda - 64} = \sqrt{34} \end{aligned}$$

دشوار

۱۷-گزینه «۳»

$$\begin{aligned}
 & \sqrt{x} \times \sqrt{x} \times \sqrt[3]{x} \times \sqrt[5]{x} \times \sqrt[7]{x} \\
 &= \sqrt[14]{x^{14}} \times \sqrt[14]{x^{14}} \times \sqrt[14]{x^{14}} \times \sqrt[14]{x^{14}} \times \sqrt[14]{x^{14}} \\
 &= \sqrt[14]{x^{14}} \times \sqrt[14]{x^{14}} \times \sqrt[14]{(x^2)^{14}} \times \sqrt[14]{(x^3)^{14}} \times \sqrt[14]{x^{14}} \times x \\
 &= \sqrt[14]{x^{14} \times x^{14} \times x^{28} \times x^{42} \times x^{14} \times x^{14}} = \sqrt[14]{x^{112} \times x^{14}} \\
 &= \sqrt[14]{x^{126}} \times \sqrt[14]{x^{14}} = x^9 = \begin{cases} n = 9 \\ m = 9 \end{cases} \Rightarrow n + m = 18
 \end{aligned}$$

متوسط

«۲» ۱۸-کڙينه

$$\begin{aligned}\sqrt{3^2 \cdot 5} &= \sqrt{3^2} \times \sqrt{5} = 3^1 \sqrt{5} = 3\sqrt{5} \\ \sqrt{4^2 \cdot 5} &= \sqrt{4^2} \times \sqrt{5} = 4^1 \sqrt{5} = 4\sqrt{5} \\ \sqrt{1^2 \cdot 5} &= \sqrt{1^2} \times \sqrt{5} = 1^1 \sqrt{5} = 1\sqrt{5} \\ \sqrt{5^2 \cdot 5} &= \sqrt{5^2} \times \sqrt{5} = 5^1 \times \sqrt{5} = 5\sqrt{5} \\ \sqrt{2^2 \cdot 5} &= \sqrt{2^2} \times \sqrt{5} = 2^1 \sqrt{5} = 2\sqrt{5}\end{aligned}$$

بنابر این:

$$\frac{\sqrt{320} + \sqrt{405} - \sqrt{125}}{\sqrt{500} - \sqrt{20}} = \frac{1\sqrt{5} + 9\sqrt{5} - 5\sqrt{5}}{10\sqrt{5} - 2\sqrt{5}} = \frac{12\sqrt{5}}{8\sqrt{5}} = \frac{3}{2}$$

متوہ

۱۹-کزینه «۲»

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt[3]{f}(f\sqrt[3]{\Delta f} + q\sqrt[3]{\delta f})}{\sqrt[3]{r}(\sqrt[3]{f}r^2 - \sqrt[3]{\Delta r})} &= \frac{\sqrt[3]{r^2}(f\sqrt[3]{r \times r^2} + q\sqrt[3]{r^2 f})}{\sqrt[3]{r}(\sqrt[3]{f} \times r^2 - \sqrt[3]{r^2 \times f})} \\ &= \frac{(f\sqrt[3]{r^2} \times r^2 + q\sqrt[3]{r^2 f})}{\sqrt[3]{f} \times r^2 - \sqrt[3]{r^2 \times f}} = \frac{(f)(\delta) + (q)(f)}{r\delta - f} = \frac{r\delta + r\delta}{r\delta} = \frac{\delta}{\delta} = 1 \end{aligned}$$

bugis

۸-گزینه «۳»

$$\sqrt[n]{\sqrt[n]{\frac{a}{\sqrt[n]{a}}}} = \sqrt[n]{\sqrt[n]{\frac{\sqrt[n]{a^n}}{\sqrt[n]{a}}}} = \sqrt[n]{\sqrt[n]{\frac{\sqrt[n]{a^n}}{a^{1/n}}}} = \sqrt[n]{\sqrt[n]{a^{n(1-1/n)}}} = \sqrt[n]{a}.$$

bugis

9- گزینہ «۱»

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\delta} < \frac{\Delta a - 1}{\gamma} < 1 &\Rightarrow -\delta < \Delta a - 1 < \gamma &\Rightarrow -\delta < \Delta a < \gamma \\ &\Rightarrow -1 < a < \frac{\gamma}{\delta} \end{aligned}$$

$$a > -1 \Rightarrow a + 1 > 0 \Rightarrow |a + 1| = a + 1 \Rightarrow \sqrt[9]{(a + 1)^9} = |a + 1| = a + 1$$

$$\begin{cases} a < \frac{q}{\Delta} \\ \frac{q}{\Delta} < r \end{cases} \Rightarrow a < r \Rightarrow a - r < 0 \Rightarrow |a - r| = -(a - r) = r - a$$

$$\sqrt[r]{(a-r)^r} = |a-r| = r-a$$

بنابر این:

$$\sqrt[r]{(a + 1)^r} + \sqrt[r]{(a - r)^r} = (a + 1) + (r - a) = r$$

آسان

۱۰-گزینه «۱۴»

$$\begin{aligned}\sqrt[10]{3^3 \sqrt{3}} &= \sqrt[10]{\sqrt{3^3} \times 3} = \sqrt[10]{3^4} \\ \Rightarrow (\sqrt[10]{3^3 \sqrt{3}})^{10} &= (\sqrt[10]{3^4})^{10} = 3^4 = 81\end{aligned}$$

آسان

۱۱-گزینه «۴»

$$(\sqrt[3]{\mu^6})^{\frac{\Delta}{3}} = (\sqrt[3]{\mu^6})^{\frac{\Delta}{3}} = (\mu^2)^{\frac{\Delta}{3}} = \mu^2 \times \frac{\Delta}{3} = \mu^2 = \mu^3 = \mu$$

bugis

۱۲-گزینه «۲»

$$\begin{aligned} \sqrt{r^3\sqrt{\lambda}} \times \sqrt{r^3\sqrt{\varepsilon_f}} &= \sqrt{\varepsilon_f\lambda} \times r^3\sqrt{\varepsilon_f} = \sqrt{\varepsilon_f^3} \times r^3\sqrt{\varepsilon_f} \\ \sqrt{r^3} \times r^1\sqrt{r} &= \sqrt{r^4} \times r^1\sqrt{r} = \sqrt{r^4} \times r^1 = r^3\sqrt{r} \end{aligned}$$

hwtō

۱۳-گزینه «۱»

$$\begin{aligned} \sqrt[r]{\sqrt{r} + \sqrt{d}} \times \sqrt[r]{y - r\sqrt{d}} &= \sqrt[r]{(\sqrt{r} + \sqrt{d})^r} \times \sqrt[r]{y - r\sqrt{d}} \\ &= \sqrt[r]{y + r\sqrt{d}} \times \sqrt[r]{y - r\sqrt{d}} = \sqrt[r]{(y + r\sqrt{d})(y - r\sqrt{d})} \\ &= \sqrt[r]{(y)^r - (r\sqrt{d})^r} = \sqrt[r]{y^r - r^r} = \sqrt[r]{y^r} = \sqrt[r]{y} \end{aligned}$$

bugtō

۱۴-گزینه «۳»

$$\sqrt{xy} \sqrt[3]{\sqrt{x^f y^g} x^r y} = \sqrt{xy} \sqrt[3]{x^f y^g x^r y}$$

$$\sqrt{\sqrt[3]{x^r y^g} \sqrt[3]{x^f y^g}} = \sqrt[3]{x^r y^g} \sqrt[3]{x^f y^g} = \sqrt[3]{x^f y^g x^r y}$$



دشوار

۲۶- گزینه «۲»

$$\sqrt{28+10\sqrt{3}} = \sqrt{28+\sqrt{(10)^2(3)}} = \sqrt{28+\sqrt{300}}$$

طبق فرمول رادیکال‌های مرکب:

$$A = 28$$

$$B = 300$$

$$C = \sqrt{A^2 - B} = \sqrt{(28)^2 - 300} = \sqrt{784 - 300} = \sqrt{484}$$

$$\Rightarrow \sqrt{28+10\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{A+C}{2}} + \sqrt{\frac{A-C}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{28+22}{2}} + \sqrt{\frac{28-22}{2}} = \sqrt{25} + \sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{28+10\sqrt{3}} = 5 + \sqrt{3}$$

$$\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{28+10\sqrt{3}} - \sqrt{12} = 5 + \sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 5 - \sqrt{3}$$

دشوار

۲۷- گزینه «۲»

$$\sqrt{17-12\sqrt{2}} = \sqrt{17-\sqrt{(12)^2(2)}} = \sqrt{17-\sqrt{288}}$$

$$\begin{cases} A = 17 \\ B = 288 \end{cases} \Rightarrow C = \sqrt{A^2 - B} = \sqrt{(17)^2 - 288} = \sqrt{289 - 288}$$

$$= \sqrt{1} = 1 \Rightarrow \sqrt{17-12\sqrt{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{A+C}{2}} - \sqrt{\frac{A-C}{2}} = \sqrt{\frac{17+1}{2}} - \sqrt{\frac{17-1}{2}} = 3 - \sqrt{2}$$

$$\sqrt{9+4\sqrt{2}} = \sqrt{9+\sqrt{(4)^2(2)}} = \frac{\sqrt{9+\sqrt{32}}}{\sqrt{(4)^2-32}} = \frac{\sqrt{9+\sqrt{32}}}{\sqrt{16-32}} = \frac{\sqrt{9+\sqrt{32}}}{\sqrt{-16}} = \frac{\sqrt{9+\sqrt{32}}}{4i}$$

$$\Rightarrow \sqrt{9+4\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{A+C}{2}} + \sqrt{\frac{A-C}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{9+7}{2}} + \sqrt{\frac{9-7}{2}} = \sqrt{8} + 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{17-12\sqrt{2}} + \sqrt{9+4\sqrt{2}} = \sqrt{(3-\sqrt{2}) + (\sqrt{8}+1)} = \sqrt{4} = 2$$

آسان

۲۸- گزینه «۳»

$$\sqrt[3]{3} = \sqrt[1]{9} \Rightarrow \sqrt[3]{3} = \sqrt[1]{3^2} \Rightarrow 3^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{2}{1}} \Rightarrow 3^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{2}{1}} \Rightarrow 3^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{2}{1}} \Rightarrow x = 6$$

آسان

۲۹- گزینه «۲»

$$r^x - \sqrt{r^x} = \sqrt{r^x} \Rightarrow r^x - \sqrt{(r^x)^2} = \sqrt{r^x} \Rightarrow r^x - \sqrt{r^{2x}} = \sqrt{r^x}$$

$$\Rightarrow \frac{r^x}{r^{2x-1}} = \frac{5}{r^x} \Rightarrow \frac{r^x}{r^{2x-1}} = \frac{5}{r^x}$$

$$\Rightarrow 14x = 15x - 5 \Rightarrow x = 5$$

متوسط

۳۰- گزینه «۴»

$$\sqrt[3]{12} \times \sqrt[4]{54} \times \sqrt[2]{24} = \sqrt[3]{2^2 \times 3} \times \sqrt[4]{2 \times 3^3} \times \sqrt[2]{2^3 \times 3} = \sqrt[3]{2^2 \times 3} \times \sqrt[4]{2 \times 3^3} \times \sqrt[2]{2^3 \times 3}$$

$$\xrightarrow{\text{فرجه مشترک}} \sqrt[12]{2^8 \times 3^6} \times \sqrt[12]{2^9 \times 3^9} \times \sqrt[12]{2^{18} \times 3^6} = \sqrt[12]{2^{35} \times 3^{21}} = 2 \times 3 = 6$$

دشوار

۳۱- گزینه «۱»

$$(2-\sqrt{3})^{\frac{3}{2}}(2+\sqrt{3})^{\frac{4}{2}} \times \sqrt[3]{\sqrt{2}} = \sqrt{(2-\sqrt{3})^3} \times \sqrt[3]{(2+\sqrt{3})^4} \times \sqrt[3]{2}$$

$$= \sqrt[3]{(2-\sqrt{3})^9(2+\sqrt{3})^4 \times 2}$$

$$= \sqrt[3]{(2-\sqrt{3}) \times [(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})]^4 \times 2} = \sqrt[3]{(2-\sqrt{3})(4-3)^4 \times 2} = \sqrt[3]{2(2-\sqrt{3})} = \sqrt[3]{4-2\sqrt{3}} = \sqrt[3]{(\sqrt{3}-1)^2} = \sqrt[3]{\sqrt{3}-1} = \sqrt[3]{A}$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{3} - 1$$

متوسط

۳۲- گزینه «۳»

$$\sqrt{\sqrt{2}-1} \times \sqrt[3]{\sqrt{2}+1} = \sqrt[3]{(\sqrt{2}-1)^3} \times \sqrt[3]{(\sqrt{2}+1)^2} = \sqrt[3]{(\sqrt{2}-1)^3(\sqrt{2}+1)^2} = \sqrt[3]{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-1)^2(\sqrt{2}+1)^2} = \sqrt[3]{(\sqrt{2}-1)((\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1))^2} = \sqrt[3]{(\sqrt{2}-1)(1)^2} = \sqrt[3]{\sqrt{2}-1}$$

دشوار

۳۳- گزینه «۱»

$$(2+\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})\sqrt{(7-4\sqrt{3})(8-2\sqrt{15})} = (2+\sqrt{3})\sqrt{7-4\sqrt{3}} \times (\sqrt{5}+\sqrt{3})\sqrt{(8-2\sqrt{15})} = \sqrt{(2+\sqrt{3})^2(7-4\sqrt{3})} \times \sqrt{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2(8-2\sqrt{15})} = \sqrt{(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})} \times \sqrt{(8+2\sqrt{15})(8-2\sqrt{15})}$$

$$\sqrt{(7)^2 - (4\sqrt{3})^2} \times \sqrt{(8)^2 - (2\sqrt{15})^2} = \sqrt{49-48} \times \sqrt{64-60} = \sqrt{1} \times \sqrt{4} = 2$$

دشوار

۳۴- گزینه «۳»

$$\frac{1}{2^4} \times \frac{3}{2^4} \times \frac{2}{2^3} \times \frac{5}{2^8} = \frac{1}{2^4} + \frac{3}{2^4} + \frac{2}{2^3} + \frac{5}{2^8} = \frac{6+18+16+15}{2^8} = \frac{55}{256}$$

دشوار

۳۵- گزینه «۱»

با توجه به روند جملات، جمله ششم برابر $(\sqrt[8]{8})^{\frac{1}{8}}$ است که حاصل آن:

$$(\frac{1}{8} \times \frac{1}{8})^{\frac{1}{8}} = \frac{1}{8^{\frac{1}{4}}} \times \frac{1}{8^{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{8^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[4]{8}$$



متوسط

-۱

$$\begin{aligned} \text{ا)} (ra^2 - r)^2 &= (ra^2)^2 - 2(ra^2)(r) + (r)^2 = 4a^4 - 4ra^2 + 1 \\ \text{ب)} (x^2 + y^2)^2 &= (x^2)^2 + 2(x^2)(y^2) + (y^2)^2 = x^4 + 2x^2y^2 + y^4 \\ \text{پ)} (a^2b + rab^2)^2 &= (a^2b)^2 + 2(a^2b)(rab^2) + (rab^2)^2 \\ &= a^4b^2 + 4a^2b^3 + 4a^2b^4 \\ \text{ت)} (a - b^2)^2 &= a^2 - 2ab^2 + b^4 \end{aligned}$$

دشوار

-۲

$$\begin{aligned} x + y = m &\Rightarrow (x + y)^3 = m^3 \Rightarrow x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 = m^3 \\ \Rightarrow x^3 + y^3 &= m^3 - 3x^2y - 3xy^2 \Rightarrow x^3 + y^3 = m^3 - 3xy(x + y) \\ \Rightarrow x^3 + y^3 &= m^3 - 3nm \end{aligned}$$

متوسط

-۳

$$\begin{aligned} (1001)^3 &= (1000 + 1)^3 = (1000)^3 + 3(1000)^2(1) + 3(1000)(1)^2 + (1)^3 \\ &= 1,000,000,000 + 3,000,000 + 3,000 + 1 = 1,003,003,001 \end{aligned}$$

متوسط

-۴

$$\begin{aligned} \text{ا)} (a + b)^3 - (a - b)^3 &= (a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3) - (a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3) \\ &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 - a^3 + 3a^2b - 3ab^2 + b^3 = 6a^2b + 2b^3 \\ \text{ب)} (x + 1)^3 - (x - 1)^3 &= (x^3 + 3x^2 + 3x + 1) - (x^3 - 3x^2 + 3x - 1) \\ &= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = 6x^2 + 2 \end{aligned}$$

آسان

-۵

$$\begin{aligned} \text{ا)} (2x)^3 - (1)^3 &= 8x^3 - 1 \\ \text{ب)} (xy)^3 + 2^3 &= x^3y^3 + 8 \end{aligned}$$

متوسط

-۶

$$\begin{aligned} \text{ا)} (3x - 2y)(9x^2 + 6xy + 4y^2) &= 27x^3 - 8y^3 \\ \text{ب)} \left(\frac{x}{3} + \frac{1}{3}\right)\left(\frac{x^2}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{3}x\right) &= x^3 + \frac{1}{27} \end{aligned}$$

متوسط

۳- گزینه «۴»

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{9^{2x-1}} \times \sqrt{2^{y+1}} &= \sqrt[6]{2} \Rightarrow \sqrt[3]{(3^2)^{2x-1}} \times \sqrt{2^{y+1}} = \sqrt[6]{3^2 \times 2^3} \\ \Rightarrow \sqrt[3]{3^{4x-2}} \times \sqrt{2^{y+1}} &= \sqrt[6]{3^2 \times 2^3} \\ \Rightarrow \frac{4x-2}{3} \times \frac{y+1}{2} &= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \Rightarrow x - y = \frac{3}{4} - 0 = \frac{3}{4} \\ \Rightarrow \begin{cases} \frac{4x-2}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow 4x-2=1 \Rightarrow 4x=3 \Rightarrow x=\frac{3}{4} \\ \frac{y+1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow y+1=1 \Rightarrow y=0 \end{cases} \end{aligned}$$

دشوار

۳- گزینه «۳»

$$\begin{aligned} 25^{x-5} \times 125^{2x-2} &= 1 \\ \Rightarrow (5^2)^{x-5} \times (5^3)^{2x-2} &= 5^0 \Rightarrow 5^{2x-10} \times 5^{6x-6} = 5^0 \\ \Rightarrow 5^{2x-10+6x-6} &= 5^0 \Rightarrow 5^{8x-16} = 5^0 \Rightarrow 8x-16=0 \Rightarrow x=2 \end{aligned}$$

دشوار

۳- گزینه «۲»

$$\text{فرض می کنیم } A = \sqrt{88+18\sqrt{7}} - \sqrt{88-18\sqrt{7}} > 0 \text{ داریم:}$$

$$\begin{aligned} A^2 &= 88+18\sqrt{7} + 88-18\sqrt{7} - 2\sqrt{88^2 - (18\sqrt{7})^2} \\ &= 176 - 2 \times 74 = 28 \Rightarrow A = \sqrt{28} \\ B &= \sqrt{4-\sqrt{7}} + \sqrt{4+\sqrt{7}} \\ \Rightarrow B^2 &= 4-\sqrt{7} + 4+\sqrt{7} + 2\sqrt{16-7} = 14 \Rightarrow B = \sqrt{14} \\ \frac{A}{B} &= \sqrt{\frac{28}{14}} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

دشوار

۳- گزینه «۱»

$$\begin{aligned} B &= \frac{\sqrt{2} + \sqrt{5}}{\sqrt{10} + 2} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{5}}{\sqrt{2}(\sqrt{5} + \sqrt{2})} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ C &= \sqrt{3-\sqrt{5}} - \sqrt{3+\sqrt{5}} < 0 \\ \Rightarrow C^2 &= 3-\sqrt{5} + 3+\sqrt{5} - 2\sqrt{9-5} \\ \Rightarrow C^2 &= 6-4=2 \xrightarrow{C<0} C = -\sqrt{2} \\ \frac{\sqrt{2} + \sqrt{5}}{\sqrt{10} + 2} (\sqrt{3-\sqrt{5}} - \sqrt{3+\sqrt{5}}) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \times (-\sqrt{2}) = -1 \end{aligned}$$

دشوار

۳- گزینه «۲»

$$\begin{aligned} (4 + \sqrt{7})^{-1} &= \frac{1}{4 + \sqrt{7}} + \times \frac{4 - \sqrt{7}}{4 - \sqrt{7}} = \frac{4 - \sqrt{7}}{16 - 7} = \frac{4 - \sqrt{7}}{9} \\ \sqrt[4]{(4 + \sqrt{7})^{-1}} \sqrt{1 + \sqrt{7}} &= \sqrt[4]{\frac{4 - \sqrt{7}}{9}} \times \sqrt[4]{(1 + \sqrt{7})^2} \\ &= \sqrt[4]{\frac{(4 - \sqrt{7})(1 + \sqrt{7})}{9}} = \sqrt[4]{\frac{32 + 8\sqrt{7} - 8\sqrt{7} - 14}{9}} = \sqrt[4]{2} \end{aligned}$$

آسان

-۱۵

ا) $xy(x^2 - 2y^2)$

ب) $x(x^2 + x + 1)$

پ) $4a^2(2ab^2 + 1)$

متوسط

-۱۶

ا) $(x^2 - 3)(x^2 + 3)$

ب) $(xy - 1)(xy + 1)$

پ) $(abc - 4x)(abc + 4x)$

متوسط

-۱۷

ا) $(a + 1)^2$

ب) $(2x + 1)^2$

پ) $(x - 3)^2$

متوسط

-۱۸

ا) $(2x - 3)(4x^2 + 6x + 9)$

ب) $(a - 3)(a^2 + 3a + 9)$

پ) $(ab + 1)(a^2b^2 - ab + 1)$

دشواری

-۱۹

ا) $x^3 + x^2 + x + 1 = (x^2 + x^2) + (x + 1)$

$= x^2(x + 1) + (x + 1) = (x + 1)(x^2 + 1)$

ب) $3x^3 + 4x + 1 = 3x^3 + 3x + x + 1 = (3x^3 + 3x) + (x + 1)$

$= 3x(x + 1) + (x + 1) = (x + 1)(3x + 1)$

متوسط

-۲۰

ا) $(x - 3y)(x + 3y)$

ب) $(x + 3yz)(x^2 - 3xyz + 9y^2z^2)$

پ) $xy(x^3 - y^3) = xy(x - y)(x^2 + xy + y^2)$

ت) $4x(x + 1)$

ث) $(3x^3 - 4)(3x^3 + 4)$

ج) $(9x^2 - 1)(9x^2 + 1) = (3x - 1)(3x + 1)(9x^2 + 1)$

آسان

-۷

ا) $(2xy)^2 - (3)^2 = 4x^2y^2 - 9$

ب) $(5x)^2 - (2)^2 = 25x^2 - 4$

آسان

-۸

ا) $(\boxed{3x} - \boxed{1})(\boxed{3x} + \boxed{1}) = \boxed{9x^2} - 1$

ب) $(\boxed{2ay} + \boxed{2x})(\boxed{2ay} - \boxed{2x}) = \boxed{(2ay)^2} - 4x^2 = 4a^2y^2 - 4x^2$

متوسط

-۹

$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y) = 15 \Rightarrow (x - y)(5) = 15 \Rightarrow x - y = 3$

$\Rightarrow \begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases} \xrightarrow{+} 2x = 8 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow y = 1$

متوسط

-۱۰

$107 \times 93 = (100 + 7)(100 - 7) = 100^2 - 49 = 10000 - 49 = 9951$

متوسط

-۱۱

$(x + y)^2 - (x + y)(x - y) = x^2 + y^2 + 2xy - (x^2 - y^2)$

$= x^2 + y^2 + 2xy - x^2 + y^2 = 2y^2 + 2xy$

متوسط

-۱۲

ا) $(2a + a^2 + 1)^2$

$= (2a)^2 + (a^2)^2 + (1)^2 + 2(2a)(a^2) + 2(2a)(1) + 2(a^2)(1)$

$= 4a^2 + a^4 + 1 + 4a^3 + 4a + 2a^2 = 6a^2 + a^4 + 4a^3 + 4a + 1$

ب) $(x^3 + y^3 - z^3)^2$

$= (x^3)^2 + (y^3)^2 + (-z^3)^2 + 2(x^3)(y^3) + 2(x^3)(-z^3) + 2(y^3)(-z^3)$

$= x^6 + y^6 + z^6 + 2x^3y^3 - 2x^3z^3 - 2y^3z^3$

متوسط

-۱۳

ا) $146^2 - 140^2 - 6^2 = (140 + 6)^2 - 140^2 - 6^2$

$= (140)^2 + 6^2 + 2(140)(6) - 140^2 - 6^2 = 2(140)(6) = 1680$

ب) $355^2 - 350^2 - 5^2 = (350 + 5)^2 - 350^2 - 5^2$

$= 350^2 + 5^2 + 2(5)(350) - 350^2 - 5^2 = 2(5)(350) = 3500$

متوسط

-۱۴

ا) $(2x + 3)(2x - 7)$

$= (2x)^2 + (3 - 7)(2x) + 3(-7) = 4x^2 - 8x - 21$

ب) $(x^2 + 5)(x^2 + 6) = (x^2)^2 + (6 + 5)(x^2) + 5(6) = x^4 + 11x^2 + 30$



آسان

۲- گزینه «۳»

ابتدا $(x^2 - 2x + 4)(x + 2)$ را حساب می‌کنیم، حاصل را در $(x^3 + 2)$ ضرب می‌کنیم.

$$\begin{aligned}(x + 2)(x^2 - 2x + 4) &= x^3 + 8 \\ \Rightarrow (x + 2)(x^2 - 2x + 4)(x^3 + 2) &= (x^3 + 8)(x^3 + 2) \\ (x^3)^2 + 10x^3 + 16 &= x^6 + 10x^3 + 16\end{aligned}$$

آسان

۳- گزینه «۲»

$$\begin{aligned}x(x^2 - 6x + 12) &= 20 \Rightarrow x^3 - 6x^2 + 12x = 20 \\ \xrightarrow{-8} x^3 - 6x^2 + 12x - 8 &= 20 - 8 \\ \Rightarrow (x - 2)^3 &= 12 \Rightarrow (x - 2)^3 + 5 = 17\end{aligned}$$

متوسط

۴- گزینه «۱»

$$\begin{aligned}(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 &= (3 + 2 - 2\sqrt{3} \times \sqrt{2}) = 5 - 2\sqrt{6} \\ (\sqrt{3} - \sqrt{2})^4 &= (5 - 2\sqrt{6})^2 = 25 + 24 - 20\sqrt{6} = 49 - 20\sqrt{6} \\ 49 - 20\sqrt{6} &= a + b\sqrt{6} \Rightarrow \begin{cases} a = 49 \\ b = -20 \end{cases} \Rightarrow a + b = 29\end{aligned}$$

متوسط

۵- گزینه «۱»

$$\begin{aligned}\underbrace{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)}_{\text{چاق ولاغر}}(x^6 + 8x^3 + 64) &= (x^3 - 8)(x^6 + 8x^3 + 64) = x^9 - 8^3 = x^9 - 512 \\ x = \sqrt[3]{2} \Rightarrow x^9 - 512 &= (\sqrt[3]{2})^9 - 512 = 2^3 - 512 \\ &= 2^3 - 512 = -504\end{aligned}$$

متوسط

۶- گزینه «۲»

$$\begin{aligned}(x - 1)(x^2 + x + 1) &= x^3 - 1 \Rightarrow (x - 1)(x^3 + 1)(x^6 + 1)(x^2 + x + 1) \\ &= (x^3 - 1)(x^3 + 1)(x^6 + 1) \\ &= (x^6 - 1)(x^6 + 1) = x^{12} - 1 \\ \xrightarrow{x=\sqrt[3]{2}} (\sqrt[3]{2})^{12} - 1 &= 2^6 - 1 = 64 - 1 = 63\end{aligned}$$

متوسط

۷- گزینه «۳»

$$\begin{aligned}x^3 - 6x^2 + 12x &= \frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 8 + 8}{(x - 2)^3} = (x - 2)^3 + 8 \\ x = \sqrt[3]{5} + 2 \Rightarrow (x - 2)^3 + 8 &= (\sqrt[3]{5} + 2 - 2)^3 + 8 \\ &= (\sqrt[3]{5})^3 + 8 = 5 + 8 = 13\end{aligned}$$

آسان

۲۱-

آ) $x + 3 = 0$ بنابراین به ازای $x = -3$ عبارت تعریف نشده است.

ب) $x^2 - 4 = 0$ یعنی $(x - 2)(x + 2) = 0$ بنابراین به ازای $x = 2$ و $x = -2$ تعریف نشده می‌باشد.

پ) $x^2 - 3x = 0$ یعنی $x(x - 3) = 0$ یعنی به ازای $x = 0$ و $x = 3$ تعریف نشده است.

متوسط

۲۲-

$$\begin{aligned}\frac{2x - 1 - x(x - 2) + (x + 1)(x + 2)}{(x - 2)(x + 2)} \\ = \frac{2x - 1 - x^2 + 2x + x^2 + 3x + 2}{x^2 - 4} = \frac{7x + 1}{x^2 - 4}\end{aligned}$$

متوسط

۲۳-

$$\frac{(x^2 + y^2)(x^2 - y^2)^2(x - y)}{(x^2 + y^2)^2(x - y)^2} = \frac{3(x - y)(x + y)}{(x^2 + y^2)(x - y)} = \frac{3(x + y)}{x^2 + y^2}$$

متوسط

۲۴-

$$\begin{aligned}\text{آ)} \frac{(2 - x)(x - 1) + x(x + 1) - (5x + 7)}{(x - 1)(x + 1)} \\ = \frac{2x - 2 - x^2 + x + x^2 + x - 5x - 7}{x^2 - 1} = \frac{-x - 9}{x^2 - 1} \\ \text{ب)} \frac{(x - y)(x^2 + xy + y^2)}{(x - y)(x + y)} \times \frac{xy(x + y)}{x^2 + y^2 + xy} = xy\end{aligned}$$



آسان

۱- گزینه «۱»

$$\begin{aligned}(2x^2 - 3x)^3 &= (2x^2)^3 - 3(2x^2)^2(3x) + 3(2x^2)(3x)^2 - (3x)^3 \\ &= 8x^6 - 36x^5 + 54x^4 - 27x^3\end{aligned}$$

بنابراین ضریب x^4 برابر ۵۴ است.

متوسط

۱۵- گزینه «۳»

$$\begin{aligned} x^2 + (x + 5y)(x - 3y) - 9y^2 &= x^2 - 9y^2 + (x + 5y)(x - 3y) \\ &= (x - 3y)(x + 3y) + (x + 5y)(x - 3y) \\ &= (x - 3y)(x + 3y + x + 5y) = (x - 3y)(2x + 8y) \\ &= 2(x - 3y)(x + 4y) \end{aligned}$$

متوسط

۱۶- گزینه «۱»

$$\begin{aligned} x(x + 7)(x + 5) - (6x + 42) &= x(x + 7)(x + 5) - 6(x + 7) \\ &= (x + 7)[x(x + 5) - 6] = (x + 7)(x^2 + 5x - 6) \\ &= (x + 7)(x + 6)(x - 1) \end{aligned}$$

متوسط

۱۷- گزینه «۴»

$$\begin{aligned} x^6 - 7x^3 - 8 &= (x^3 - 8)(x^3 + 1) \\ &= x^6 - 7x^3 - 8 = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)(x + 1)(x^2 - x + 1) \end{aligned}$$

متوسط

۱۸- گزینه «۱»

$$\begin{aligned} 4x^2 - 12xy + 9y^2 &= 4x^2 - 12xy + 9y^2 - y^2 = (2x - 3y)^2 - y^2 \\ &= (2x - 3y + y)(2x - 3y - y) \\ &= (2x - 2y)(2x - 4y) = 2(x - y) \times 2(x - 2y) = 4(x - y)(x - 2y) \end{aligned}$$

دشوار

۱۹- گزینه «۴»

$$\begin{aligned} x &= 2a^2 + ab - 6b^2 \\ \Rightarrow 2x &= 4a^2 + 2ab - 12b^2 \Rightarrow 2x = (2a + 6b)(2a - 3b) \\ \Rightarrow 2x &= 2(a + 3b)(2a - 3b) \Rightarrow x = (a + 3b)(2a - 3b) \end{aligned}$$

دشوار

۲۰- گزینه «۳»

$$\begin{aligned} x^5 - x^4 + x^3 + x - 1 &= x^3(x^2 - x + 1) - (x^3 - x + 1) \\ &= (x^3 - x + 1)(x^3 - 1) \\ &= (x^3 - x + 1)(x - 1)(x^2 + x + 1) \\ &= (x^3 + x + 1)(x^2 - x + 1)(x - 1) = [(x^2 + 1)^2 - x^2](x - 1) \\ &= (x^4 + 2x^2 + 1 - x^2)(x - 1) = (x^4 + x^2 + 1)(x - 1) \end{aligned}$$

دشوار

۲۱- گزینه «۴»

$$\begin{aligned} x^3 - 4x^2 + 9 &= x^3 - 4x^2 - 27 + 36 = (x^3 - 27) + (-4x^2 + 36) \\ &= (x - 3)(x^2 + 3x + 9) - 4(x^2 - 9) \\ &= (x - 3)(x^2 + 3x + 9) - 4(x - 3)(x + 3) \\ &= (x - 3)[(x^2 + 3x + 9) - 4(x + 3)] \\ &= (x - 3)(x^2 + 3x + 9 - 4x - 12) = (x - 3)(x^2 - x - 3) \end{aligned}$$

متوسط

۸- گزینه «۱»

$$\begin{aligned} a^2 + \frac{1}{a^2} &= (a + \frac{1}{a})^2 - 2(a)(\frac{1}{a}) \Rightarrow 7 = (a + \frac{1}{a})^2 - 2 \\ \Rightarrow (a + \frac{1}{a})^2 &= 9 \Rightarrow a + \frac{1}{a} = 3 \\ a^3 + \frac{1}{a^3} &= (a + \frac{1}{a})^3 - 3(a \times \frac{1}{a})(a + \frac{1}{a}) \\ &= 3^3 - 3(1)(3) = 27 - 9 = 18 \end{aligned}$$

دشوار

۹- گزینه «۳»

می‌دانیم:

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} A^3 &= (\sqrt[3]{\sqrt{3} - \sqrt{2}} + \sqrt[3]{\sqrt{3} + \sqrt{2}})^3 \\ A^3 &= (\sqrt[3]{\sqrt{3} - \sqrt{2}})^3 + (\sqrt[3]{\sqrt{3} + \sqrt{2}})^3 \\ &\quad + 3(\sqrt[3]{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \times \sqrt[3]{\sqrt{3} + \sqrt{2}})(\sqrt[3]{\sqrt{3} - \sqrt{2}} + \sqrt[3]{\sqrt{3} + \sqrt{2}}) \\ &= (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{3} + \sqrt{2}) + 3(\sqrt[3]{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})})(\sqrt[3]{\sqrt{3} - \sqrt{2}} + \sqrt[3]{\sqrt{3} + \sqrt{2}})(A) \\ &= 2\sqrt{3} + 3(\sqrt[3]{3 - 2})(A) = 2\sqrt{3} + 3A \end{aligned}$$

آسان

۱۰- گزینه «۴»

$$\begin{aligned} x^6 - x^2 y^4 &= x^2(x^4 - y^4) = x^2(x^2 + y^2)(x^2 - y^2) \\ &= x^2(x^2 + y^2)(x - y)(x + y) \end{aligned}$$

آسان

۱۱- گزینه «۱»

$$64x^3 - xy^3 = x(64x^2 - y^3) = x(4x - y)(16x^2 + y^2 + 4xy)$$

آسان

۱۲- گزینه «۲»

$$a^6 + 2a^3 - 48 = (a^3 + 8)(a^3 - 6) = (a + 2)(a^2 - 2a + 4)(a^3 - 6)$$

متوسط

۱۳- گزینه «۲»

$$\begin{aligned} x^2(x - y) + y^2(y - x) &= x^2(x - y) - y^2(x - y) \\ &= (x - y)(x^2 - y^2) = (x - y)(x - y)(x + y) = (x - y)^2(x + y) \end{aligned}$$

متوسط

۱۴- گزینه «۴»

$$\begin{aligned} -x^4 - 3x^3 + 27x + 81 &= -x^3(x + 3) + 27(x + 3) \\ &= (27 - x^3)(x + 3) \\ &= (3 - x)(9 + 3x + x^2)(x + 3) = (9 - x^2)(x^2 + 3x + 9) \end{aligned}$$

متوسط

-۲

$$\frac{1}{\sqrt[5]{a^3}} = \frac{1}{\sqrt[5]{a^3}} \times \frac{\sqrt[5]{a^2}}{\sqrt[5]{a^2}} = \frac{\sqrt[5]{a^2}}{\sqrt[5]{a^5}} = \frac{\sqrt[5]{a^2}}{a}$$

$$\frac{2}{\sqrt{x-3}} = \frac{2}{\sqrt{x-3}} \times \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x+3}} = \frac{2(\sqrt{x+3})}{x-9}$$

دشوار

-۳

$$\begin{aligned} \text{آ)} \frac{5}{2\sqrt{2}+3\sqrt{3}} \times \frac{2\sqrt{2}-3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}-3\sqrt{3}} &= \frac{5(2\sqrt{2}-3\sqrt{3})}{(2\sqrt{2})^2 - (3\sqrt{3})^2} \\ &= \frac{5(2\sqrt{2}-3\sqrt{3})}{8-27} = \frac{5(2\sqrt{2}-3\sqrt{3})}{-19} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ب)} \frac{1}{\sqrt[3]{2}-1} \times \frac{(\sqrt[3]{2})^2 + \sqrt[3]{2} + 1}{(\sqrt[3]{2})^2 + \sqrt[3]{2} + 1} &= \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1}{(\sqrt[3]{2})^3 - (1)^3} = \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1}{2-1} \\ &= \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1}{1} = \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1 \end{aligned}$$

$$\text{پ)} \frac{5}{\sqrt[3]{8}} = \frac{5}{\sqrt[3]{2^3}} \times \frac{\sqrt[3]{2^4}}{\sqrt[3]{2^4}} = \frac{5\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2^7}} = \frac{5\sqrt[3]{16}}{2}$$

متوسط

-۴

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\sqrt{2}-3} \times \frac{2\sqrt{2}+3}{2\sqrt{2}+3} &= \frac{2\sqrt{2}+3}{(2\sqrt{2})^2 - (3)^2} \\ &= \frac{2\sqrt{2}+3}{8-9} = \frac{2\sqrt{2}+3}{-1} = -(2\sqrt{2}+3) \end{aligned}$$

متوسط

-۵

$$\text{آ)} A = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{5}-1} \times \frac{\sqrt[3]{5^2} + \sqrt[3]{5} + 1}{\sqrt[3]{5^2} + \sqrt[3]{5} + 1} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{5} + 1)}{4}$$

$$\begin{aligned} \text{ب)} B &= \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{9}} \Rightarrow B = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2^2}-\sqrt[3]{2 \times 3}+\sqrt[3]{3^2}} \\ &= \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2})}{5} \times \frac{\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2}} = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2})}{3+2} \end{aligned}$$

متوسط

-۶

صورت و مخرج کسر را یکبار در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم و در مرحله بعد دوباره از همین روش استفاده می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \text{آ)} A &= \frac{20}{\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{2}} = \frac{20(\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{2})}{\sqrt{9}-\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{9}+\sqrt{2}}{\sqrt{9}+\sqrt{2}} \\ &= \frac{20(\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{2})(\sqrt{9}+\sqrt{2})}{5} = 4(\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{2})(\sqrt{9}+\sqrt{2}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ب)} B &= \frac{\sqrt{28}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}+1} \\ \Rightarrow B &= \frac{\sqrt{28}}{\sqrt{3}-(\sqrt{2}-1)} \times \frac{\sqrt{3}+(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{3}+(\sqrt{2}-1)} = \frac{2\sqrt{7}(\sqrt{3}+\sqrt{2}-1)}{3-(\sqrt{2}-1)^2} \\ &= \frac{2\sqrt{7}(\sqrt{3}+\sqrt{2}-1)}{3-(3-2\sqrt{2})} = \frac{2\sqrt{7}(\sqrt{3}+\sqrt{2}-1)}{2\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{14}(\sqrt{3}+\sqrt{2}-1)}{2} \end{aligned}$$

دشوار

۲۲- گزینه «۴»

$$\frac{1}{a^3+1} + \frac{1}{a^3-1} = 2 \Rightarrow \frac{2a^3}{a^6-1} = 2 \Rightarrow a^6 - a^3 - 1 = 0 \Rightarrow a^6 = a^3 + 1$$

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{a^3-\sqrt{a^3}+1} + \frac{1}{a^3+\sqrt{a^3}+1} = \frac{a^3-\sqrt{a^3}+1+a^3+\sqrt{a^3}+1}{(a^3-\sqrt{a^3}+1)(a^3+\sqrt{a^3}+1)} \\ &= \frac{2(a^3+1)}{(a^3+1)^2 - a^3} = \frac{2a^6}{a^6+2a^3+1-a^3} \end{aligned}$$

$$A = \frac{2a^6}{a^6+a^3+1} = \frac{2a^6}{a^6+a^6} = 1 \Rightarrow A^{1401} = 1$$

دشوار

۲۳- گزینه «۲»

$$(a + \frac{1}{a} + \sqrt{2})^2 (a + \frac{1}{a} - \sqrt{2})^2 = ((a + \frac{1}{a})^2 - 2)^2 = (a^2 + \frac{1}{a^2})^2$$

$$= a^4 + \frac{1}{a^4} + 2 = 7 - 4\sqrt{3} + \frac{1}{7-4\sqrt{3}} + 2$$

$$= 7 - 4\sqrt{3} + 7 + 4\sqrt{3} + 2 = 16$$

دشوار

۲۴- گزینه «۴»

$$\begin{aligned} (a^2 + b^2 - rab)^2 (a^2 + b^2 + rab)^2 &= (a-b)^4 (a+b)^4 \\ &= (a^2 - b^2)^4 = (a^4 + b^4 - 2a^2b^2)^2 \end{aligned}$$

$$= (\sqrt{6} - 2 + \sqrt{6} + 2 - 2\sqrt{6} - 4)^2 = (2\sqrt{6} - 2\sqrt{2})^2$$

$$= (2\sqrt{2})^2 (\sqrt{3}-1)^2 = 8(3+1-2\sqrt{3}) = 16(2-\sqrt{3})$$



متوسط

-۱

$$\text{آ)} A = \frac{3}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{ب)} B = \frac{8}{\sqrt[3]{4}} \Rightarrow B = \frac{8}{\sqrt[3]{2^2}} \times \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{8\sqrt[3]{2}}{2} = 4\sqrt[3]{2}$$

$$\text{پ)} C = \frac{\sqrt{5}}{3\sqrt[3]{8}} \Rightarrow C = \frac{\sqrt{5}}{3\sqrt[3]{2^3}} \times \frac{\sqrt[3]{2^4}}{\sqrt[3]{2^4}} = \frac{\sqrt{5} \times \sqrt[3]{16}}{6}$$

دشوار

۵- گزینه «۲»

$$\frac{\sqrt[3]{225}}{\sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{15}}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{5^2 \times 3^2}}{\sqrt[3]{5^2} + \sqrt[3]{3^2} - \sqrt[3]{3 \times 5}} \times \frac{\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{3}} = \frac{\sqrt[3]{5^2 \times 3^2} (\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{3})}{5 + 3}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{5^2 \times 3^2} + \sqrt[3]{5^2 \times 3^2}}{8} = \frac{5\sqrt[3]{9} + 3\sqrt[3]{25}}{8}$$

دشوار

۶- گزینه «۳»

مخرج را ساده می‌کنیم:

$$(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2})^{-1} - (\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6}) = \frac{1}{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}} - (\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6})$$

$$= \frac{1}{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{3^2} + \sqrt[3]{3 \times 2} + \sqrt[3]{2^3}}{\sqrt[3]{3^2} - \sqrt[3]{3 \times 2} + \sqrt[3]{2^3}} - \sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{6}}{3 - 2} - \sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{6}$$

$$\frac{\sqrt[3]{6}}{(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2})^{-1} - (\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6})} = \frac{\sqrt[3]{6}}{\sqrt[3]{6}} = \frac{\sqrt[3]{6^3}}{\sqrt[3]{6^3}} = \sqrt[3]{\frac{6^3}{6^3}} = \sqrt[3]{1} = 1$$

دشوار

۷- گزینه «۲»

$$(\sqrt[3]{9} - 1)^{-1} = \frac{1}{\sqrt[3]{9} - 1} = \frac{1}{\sqrt[3]{3^2} - 1} = \frac{1}{\sqrt[3]{3} - 1} \times \frac{\sqrt[3]{3} + 1}{\sqrt[3]{3} + 1} = \frac{\sqrt[3]{3} + 1}{2}$$

$$\frac{\sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{27}}{5 - \sqrt[3]{6}} = \frac{2\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{3}}{5 - \sqrt[3]{6}} \times \frac{5 + \sqrt[3]{6}}{5 + \sqrt[3]{6}}$$

$$= \frac{10\sqrt[3]{2} + 4\sqrt[3]{3} + 15\sqrt[3]{3} + 9\sqrt[3]{2}}{25 - 6} = \frac{19\sqrt[3]{2} + 19\sqrt[3]{3}}{19} = \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3}$$

$$\frac{\sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{27}}{5 - \sqrt[3]{6}} - 2(\sqrt[3]{9} - 1)^{-1} = \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3} - 2\left(\frac{\sqrt[3]{3} + 1}{2}\right)$$

$$= \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{3} - 1 = \sqrt[3]{2} - 1$$

متوسط

۸- گزینه «۱»

$$\frac{\sqrt{27} - 1}{4 + \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3} - 1}{4 + \sqrt{3}} \times \frac{4 - \sqrt{3}}{4 - \sqrt{3}}$$

$$= \frac{12\sqrt{3} - 9 - 4 + \sqrt{3}}{16 - 3} = \frac{13\sqrt{3} - 13}{13} = \sqrt{3} - 1$$

$$(2 - \sqrt{3})^{-1} = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} \times \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{27} - 1}{4 + \sqrt{3}} + (2 - \sqrt{3})^{-1} = \sqrt{3} - 1 + 2 + \sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 1$$

آسان

۹- گزینه «۲»

$$B = \frac{\frac{2}{\sqrt{2}} + \sqrt{14}}{\frac{8}{\sqrt{2}} + \sqrt{14}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{14}}{4\sqrt{2} + \sqrt{14}} = \frac{\sqrt{2}(1 + \sqrt{7})}{\sqrt{2}(4 + \sqrt{7})} = \frac{1 + \sqrt{7}}{4 + \sqrt{7}}$$

$$B = \frac{(1 + \sqrt{7})(4 - \sqrt{7})}{(4 + \sqrt{7})(4 - \sqrt{7})} = \frac{-3 + 3\sqrt{7}}{16 - 7} = \frac{3(\sqrt{7} - 1)}{9} \Rightarrow 3B + 1 = \sqrt{7}$$



آسان

۱- گزینه «۱»

$$A = \frac{3}{\sqrt[3]{81}} = \frac{3}{\sqrt[3]{3^4}} = \frac{3}{\sqrt[3]{3^2} \cdot \sqrt[3]{3}} \Rightarrow A = \frac{3}{\sqrt[3]{3^2}} \times \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3}} = \frac{3\sqrt[3]{3}}{3} = \sqrt[3]{3}$$

متوسط

۲- گزینه «۱»

$$\frac{1}{1 + \sqrt{2}} = \frac{1}{1 + \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} - 1} = \frac{\sqrt{2} - 1}{2 - 1} = \sqrt{2} - 1$$

$$\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3} + 2} = \frac{1}{\sqrt{3} + 2} \times \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4 - 3} = 2 - \sqrt{3}$$

بنابراین:

$$\frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + 2} = \sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} + 2 - \sqrt{3} = 1$$

متوسط

۳- گزینه «۲»

$$A = \frac{3}{\sqrt{3} + \sqrt{12} + 3} = \frac{3}{\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 3} = \frac{3}{3\sqrt{3} + 3}$$

$$= \frac{3}{3(\sqrt{3} + 1)} = \frac{1}{\sqrt{3} + 1}$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{\sqrt{3} + 1} \times \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 1} = \frac{\sqrt{3} - 1}{3 - 1} = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}$$

دشوار

۴- گزینه «۲»

$$9^{0/25} = (3^2)^{0/25} = 3^{0/5} = 3^0 = \sqrt{3}$$

$$4^{0/75} = (2^2)^{0/75} = 2^{0/5} = 2^0 = \sqrt[3]{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\frac{1}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}} = \frac{1}{(1 + \sqrt{2}) + \sqrt{3}} \times \frac{(1 + \sqrt{2}) - \sqrt{3}}{(1 + \sqrt{2}) - \sqrt{3}}$$

$$= \frac{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}{(1 + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}{1 + 2 + 2\sqrt{2} - 3} = \frac{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$$

$$9^{0/25} + \frac{4^{0/75}}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}} = \sqrt{3} + 2\sqrt{2} \times \frac{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$$

$$= \sqrt{3} + 1 + \sqrt{2} - \sqrt{3} = 1 + \sqrt{2}$$

آسان

-۸

$$1) x^3 + 2x^2 + x = x(x^2 + 2x + 1) = x(x+1)^2$$

$$ب) x^3y - xy^3 = xy(x^2 - y^2) = xy(x-y)(x+y)$$

متوسط

-۹

$$\frac{3x-5}{(x-1)(x+3)} + \frac{x+1}{x-1} - \frac{x}{x+3} = \frac{3x-5 + (x+1)(x+3) - x(x+3)}{(x-1)(x+3)}$$

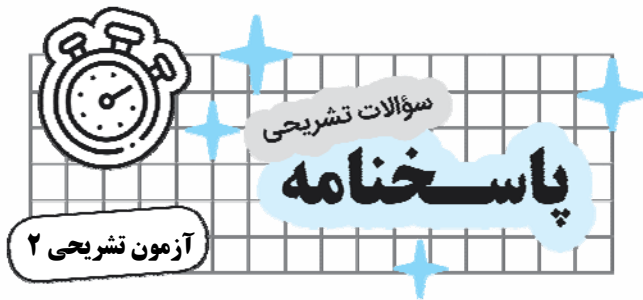
$$= \frac{3x-5 + x^2 + 4x + 3 - x^2 - x}{(x-1)(x+3)} = \frac{8x-2}{(x-1)(x+3)}$$

متوسط

-۱۰

$$1) \frac{2}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{2(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{a - b}$$

$$\frac{2}{\sqrt[3]{2}-1} \times \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1} = \frac{2(\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1)}{2-1} = 2(\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1)$$



متوسط

-۱

سه عدد ۱، ۰، ۱ با ریشه‌های سوم خود برابرند بنابراین کمترین طول بازه‌ای که

شامل این سه عدد هستند $[-1, 1]$ است.

متوسط

-۲

$$3\sqrt{5} = \sqrt{45} \text{ توجه داشته باشید که}$$

$$36 < 45 < 49 \Rightarrow 6 < \sqrt{45} < 7 \Rightarrow -7 < -\sqrt{45} < -6$$

عدد موردنظر بین ۸- و ۹- قرار دارد. $-2 \rightarrow -9 < -2 - 3\sqrt{5} < -8$

متوسط

-۳

$$\sqrt[3]{625} - 2\sqrt[3]{125} + \sqrt[3]{243} = \sqrt[3]{5^4} - 2\sqrt[3]{5^3} + \sqrt[3]{3^5} = 5 - 2 \times 5 + 3 = -2$$

متوسط

-۴

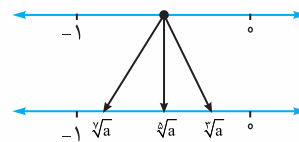
$$1) \sqrt[3]{4\sqrt{2}} = \sqrt[3]{2}$$

$$ب) \sqrt[3]{2\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{2^3} \times 2} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2} = \sqrt[3]{8} = 2$$



دشوار

-۱



آسان

-۲

$$1) \sqrt[3]{-32} - \sqrt[3]{32} + \sqrt[3]{128} = -2 - 2 + 2 = -2$$

$$ب) \sqrt{0.1} + \sqrt[3]{64} - \sqrt{-1} = 0.1 + 4 + 1 = 5.1$$

متوسط

-۳

$$A = \frac{\sqrt[3]{5^3 \times 2} + \sqrt[3]{2^3 \times 2} + 5\sqrt[3]{2}}{5\sqrt[3]{3^3 \times 2}} = \frac{5\sqrt[3]{2} + 2\sqrt[3]{2} + 5\sqrt[3]{2}}{15\sqrt[3]{2}}$$

$$= \frac{12\sqrt[3]{2}}{15\sqrt[3]{2}} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5} = 0.8$$

آسان

-۴

$$1) 3\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{3^3 \times 3} = \sqrt[3]{81}$$

$$ب) 5\sqrt{5} = \sqrt{5^2 \times 5} = \sqrt{125}$$

دشوار

-۵

$$\frac{\frac{2}{5^3} \times \frac{1}{5^2}}{(\frac{1}{5^4})^3} \div 5 = \frac{\frac{2}{5^5}}{\frac{1}{5^{12}}} \div 5 = \frac{2}{5^5} \times 5^{12} \div 5 = \frac{2}{5^5} \times 5^7 = \frac{2}{5^5} \times 5^2 \times 5^5 = \frac{2}{5^5} \times 5^5 = 2$$

متوسط

-۶

$$1) (ax+2)(a^2x^2-2ax+4) = (ax)^3 + (2)^3 = a^3x^3 + 8$$

$$ب) (\frac{x}{y}-1)(\frac{x^2}{y^2}+\frac{x}{y}+1) = (\frac{x}{y})^3 - (1)^3 = \frac{x^3}{y^3} - 1 = \frac{x^3 - y^3}{y^3}$$

آسان

-۷

$$1) (\frac{1}{5}x + 3)(\frac{1}{5}x - 3) = \frac{1}{25}x^2 - 9$$

$$ب) (\frac{9x}{1} + 1)(9x - 1) = \frac{81x^2}{1} - 1$$



آسان

۱- گزینه «ب»

$$x > 4 \Rightarrow x - 4 > 0 \Rightarrow |x - 4| = x - 4$$

$$x < 7 \Rightarrow x - 7 < 0 \Rightarrow |x - 7| = -(x - 7) = -x + 7$$

$$\sqrt{(x-4)^2} - \sqrt{(x-7)^2} = |x-4| - |x-7| = (x-4) - (-x+7) \\ = x-4+x-7 = 2x-11$$

آسان

۲- گزینه «ب»

ریشه سوم عدد -250 برابر با $\sqrt[3]{-250}$ است.

$$\sqrt[3]{-250} = -\sqrt[3]{250}$$

$$6^3 = 216 < 250 < 343 = 7^3 \Rightarrow 6 < \sqrt[3]{250} < 7$$

$$\Rightarrow -7 < -\sqrt[3]{250} < -6 \Rightarrow -7 < \sqrt[3]{-250} < -6$$

آسان

۳- گزینه «ا»

$$\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = |1-\sqrt{2}| = -(1-\sqrt{2}) = -1+\sqrt{2}$$

$$(1-\sqrt{2})^{-1} = \frac{1}{1-\sqrt{2}} \times \frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = \frac{1+\sqrt{2}}{1-2} = -(1+\sqrt{2}) = -1-\sqrt{2}$$

$$\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} + (1-\sqrt{2})^{-1} = -1+\sqrt{2} - 1-\sqrt{2} = -2$$

آسان

۴- گزینه «ب»

$$-x = t \Rightarrow x\sqrt{-x} = -t\sqrt{t} = -\sqrt{t^2} \times t = -\sqrt{t^3}$$

$$\xrightarrow{t=-x} -\sqrt{(-x)^3} = -\sqrt{-x^3}$$

آسان

۵- گزینه «د»

$$4^{2x-1} = \sqrt[5]{\sqrt[4]{\sqrt[3]{2}}} \Rightarrow (2^2)^{2x-1} = \sqrt[5]{2^{\frac{1}{3}}} \Rightarrow 2^{2(2x-1)} = 2^{\frac{1}{3}}$$

$$\Rightarrow 2^{4x-2} = 2^{\frac{1}{3}} \Rightarrow 4x-2 = \frac{1}{3} \Rightarrow 4x = 2 + \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow 4x = \frac{61}{3} \Rightarrow x = \frac{61}{12}$$

آسان

۶- گزینه «ب»

$$\frac{1}{\sqrt[3]{16 \times \frac{1}{2}}} = \sqrt[4]{2}$$

متوسط

-۵

$$\frac{\sqrt[5]{\sqrt[3]{3}} \times (27)^{\frac{1}{7}}}{\sqrt[7]{9\sqrt{3}}} = \frac{\frac{1}{3^{15}} \times 3^{\frac{3}{7}}}{\frac{1}{14\sqrt{35}}} = \frac{1}{3^{15}} \times \frac{3}{14} = \frac{3}{14 \times 3^{15}}$$

$$= \frac{14+90-70}{3^{14} \times 15} = \frac{34}{3^{14} \times 15} = \frac{17}{3^{13} \times 15} = \frac{17}{3^{10} \times 5}$$

متوسط

-۶

$$A) (x-2)^3 - (x+2)^3$$

$$= (x^3 - 6x^2 + 12x - 8) - (x^3 + 6x^2 + 12x + 8) = -12x^2 - 16$$

$$B) (x^2 + y^2)^3 - (x^2 - y^2)^3$$

$$= (x^6 + 3x^2y^2 + 3x^2y^2 + y^6) - (x^6 - 3x^2y^2 + 3x^2y^2 - y^6) \\ = 6x^2y^2 + 2y^6$$

متوسط

-۷

$$x^2 - y^2 = 40 \Rightarrow (x-y)(x+y) = 40 \Rightarrow 4(x+y) = 40 \\ \Rightarrow x+y = 10$$

$$\begin{cases} x+y=10 \\ x-y=4 \end{cases} \xrightarrow{+} 2x=14 \Rightarrow x=7, y=3$$

آسان

-۸

$$A) 9x^2y^2 - 25 = (3xy)^2 - (5)^2 = (3xy-5)(3xy+5)$$

$$B) 8x^3 + 125 = (2x)^3 + (5)^3 = (2x+5)(4x^2 - 10x + 25)$$

متوسط

-۹

$$\frac{(x^3-8)(x^3-4)}{(x^3+4+2x)(x^3-4x+4)}$$

$$= \frac{(x-2)(x^2+2x+4)(x-2)(x+2)}{(x^3+2x+4)(x-2)^2} = x+2$$

آسان

-۱۰

$$A) \frac{1}{\sqrt[6]{5}} \times \frac{\sqrt[6]{5}}{\sqrt[6]{5}} = \frac{\sqrt[6]{5}}{5}$$

$$B) \frac{1}{3\sqrt{5}+2} \times \frac{3\sqrt{5}-2}{3\sqrt{5}-2} = \frac{3\sqrt{5}-2}{45-4} = \frac{3\sqrt{5}-2}{41}$$

۱۴- گزینه «ا»

متوسط

$$\begin{aligned} y^3 - 8y - 3 &= y^3 - 8y - 27 + 24 = (y^3 - 27) - 8y + 24 \\ &= (y^3 - 27) - 8(y - 3) \\ &= (y - 3)(y^2 + 3y + 9) - 8(y - 3) = (y - 3)(y^2 + 3y + 9 - 8) \\ &= (y - 3)(y^2 + 3y + 1) \end{aligned}$$

۱۵- گزینه «ب»

متوسط

$$\begin{aligned} x^5 - 2x^3 + 8x - 16 &= x^3(x - 2) + 8(x - 2) = (x - 2)(x^3 + 8) \\ &= (x - 2)(x + 2)(x^2 - 2x + 4) \end{aligned}$$

۱۶- گزینه «ا»

متوسط

$$\begin{aligned} \frac{x}{x^2 - 9} - \frac{2}{x + 3} &= \frac{x}{(x - 3)(x + 3)} - \frac{2}{x + 3} = \frac{x - 2(x - 3)}{(x - 3)(x + 3)} \\ &= \frac{x - 2x + 6}{(x - 3)(x + 3)} = \frac{-x + 6}{(x - 3)(x + 3)} \\ 1 - \frac{3}{x - 3} &= \frac{x - 3 - 3}{x - 3} = \frac{x - 6}{x - 3} \\ \left(\frac{x}{x^2 - 9} - \frac{2}{x + 3}\right) \div \left(1 - \frac{3}{x - 3}\right) &= \frac{-x + 6}{(x - 3)(x + 3)} \div \frac{x - 6}{x - 3} \\ &= \frac{-x + 6}{(x - 3)(x + 3)} \times \frac{x - 3}{x - 6} = \frac{-1}{x + 3} \end{aligned}$$

۱۷- گزینه «ا»

دشوار

$$\begin{aligned} \left(x - \frac{x + 6}{x - 4}\right) \left(\frac{x^3 + 9}{x + 1} - 5\right) \left(\frac{x - 4}{x^2 - 7x + 6}\right) \\ &= \frac{x^3 - 4x - x - 6}{x - 4} \times \frac{x^3 + 9 - 5x - 5}{x + 1} \times \frac{x - 4}{x^2 - 7x + 6} \\ &= \frac{(x + 1)(x - 6)}{x - 4} \times \frac{x^3 - 5x + 4}{x + 1} \times \frac{x - 4}{(x - 1)(x - 6)} \\ &= \frac{(x + 1)(x - 6)(x - 1)(x^2 + x - 4)(x - 4)}{(x - 4)(x + 1)(x - 1)(x - 6)} = x^2 + x - 4 \end{aligned}$$

۱۸- گزینه «ا»

دشوار

ابتدا طبق فرمول رادیکال مرکب، مخرج کسر را ساده می‌کنیم:

$$\sqrt{11 - \sqrt{120}}$$

$$A = 11, B = 120$$

$$C = \sqrt{A^2 - B} = \sqrt{(11)^2 - 120} = \sqrt{121 - 120} = \sqrt{1} = 1$$

$$\sqrt{11 - \sqrt{120}} = \sqrt{\frac{A + C}{2}} - \sqrt{\frac{A - C}{2}} = \sqrt{\frac{11 + 1}{2}} - \sqrt{\frac{11 - 1}{2}} = \sqrt{6} - \sqrt{5}$$

بنابراین:

$$\frac{1}{\sqrt{11 - \sqrt{120}}} = \frac{1}{\sqrt{6} - \sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{6} + \sqrt{5}}{\sqrt{6} + \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{5}}{6 - 5} = \sqrt{6} + \sqrt{5}$$

۷- گزینه «ب»

متوسط

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{12 - 4\sqrt{5}} \times \sqrt[3]{\sqrt{10} + \sqrt{2}} &= \sqrt[3]{12 - 4\sqrt{5}} \times \sqrt[3]{(\sqrt{10} + \sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt[3]{12 - 4\sqrt{5}} \times \sqrt[3]{10 + 2 + 2\sqrt{20}} \\ &= \sqrt[3]{12 - 4\sqrt{5}} \times \sqrt[3]{12 + 4\sqrt{5}} = \sqrt[3]{(12 - 4\sqrt{5})(12 + 4\sqrt{5})} \\ &= \sqrt[3]{144 - 80} = \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{2^6} = \sqrt[3]{2^4 \times 2^2} = 2\sqrt[3]{2^2} = 2\sqrt[3]{2} \end{aligned}$$

۸- گزینه «ب»

متوسط

$$\sqrt[3]{48} \times \sqrt[3]{6} \times \sqrt[3]{108} = \sqrt[3]{2^4 \times 3} \times \sqrt[3]{2 \times 3^3} \times \sqrt[3]{2^3 \times 3^3} = \sqrt[3]{2^7 \times 3^7}$$

فرجه مشترک می‌گیریم:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{48} \times \sqrt[3]{6} \times \sqrt[3]{108} &= \sqrt[3]{2^4 \times 3} \times \sqrt[3]{2 \times 3^3} \times \sqrt[3]{2^3 \times 3^3} \\ &= \sqrt[3]{2^7 \times 3 \times 3^3 \times 2^3 \times 3^3} \\ &= \sqrt[3]{2^{12} \times 3^{12}} = (2^4 \times 3^4)^3 = 36 \end{aligned}$$

۹- گزینه «ب»

متوسط

$$\begin{aligned} \frac{n}{x^{n+1}} = y &\Rightarrow \frac{n}{(x^{n+1})^{\frac{1}{n}}} = y \Rightarrow \frac{n+1}{n} = y \Rightarrow \frac{n}{n+1} \times \frac{n+1}{n} = y \Rightarrow \frac{n+1}{n} = y \Rightarrow x = y^{\frac{n}{n+1}} \\ \Rightarrow x &= \sqrt[n]{y^{n+1}} \Rightarrow x = \sqrt[n]{y^n \times y} \Rightarrow x = y \sqrt[n]{y} \end{aligned}$$

۱۰- گزینه «ا»

متوسط

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt[3]{9 + \sqrt{7} + 1}}{2} &= \frac{(\sqrt[3]{3} - 1)(\sqrt[3]{9 + \sqrt{7} + 1})}{2} \\ &= \frac{(\sqrt[3]{3})^3 - (1)^3}{2} = \frac{3 - 1}{2} = (\sqrt[3]{3})^1 = \sqrt[3]{3} \end{aligned}$$

۱۱- گزینه «ب»

آسان

$$\sqrt{x} \sqrt{x} \sqrt{x} = \sqrt{x} \sqrt{\sqrt{x^2} \times x} = \sqrt{x^4 \sqrt{x^2}} = \sqrt[4]{x^4 \times x^2} = \sqrt[4]{x^6}$$

۱۲- گزینه «ب»

دشوار

$$\begin{aligned} (x + 1)(x^2 + 2)(x^4 + x^2 + 1)(x - 1)(x^4 - 2x^2 + 4) \\ &= (x^2 - 1)(x^4 + x^2 + 1)(x^2 + 2)(x^4 - 2x^2 + 4)(x^4 - 1)(x^4 + 8) \\ &= (x^4)^2 + (8 - 1)(x^4) + (8)(-1) = x^8 + 7x^4 - 8 \end{aligned}$$

۱۳- گزینه «ا»

دشوار

$$\begin{aligned} 2x(2x + 3) + 9y(y + 1) + 2(6xy + 1) \\ &= 4x^2 + 6x + 9y^2 + 9y + 12xy + 2 \\ &= (4x^2 + 9y^2 + 12xy) + (6x + 9y) + 2 \\ &= (2x + 3y)^2 + 3(2x + 3y) + 2 \\ &= \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 3\left(\frac{1}{3}\right) + 2 = \frac{1}{9} + 1 + 2 = \frac{1}{9} + 3 = \frac{28}{9} \end{aligned}$$

۴- گزینه «۴»

$$x = \frac{2}{x+7} \Rightarrow x(x+7) = 2 \Rightarrow x^2 + 7x = 2$$

ابتدا حاصل $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)(x+6)$ را به دست می آوریم:

$$(x+1)(x+6) = \frac{x^2 + 7x}{2} + 6 = 8$$

$$(x+2)(x+5) = \frac{x^2 + 7x}{2} + 12 = 12$$

$$(x+3)(x+4) = \frac{x^2 + 7x}{2} + 12 = 14$$

$$\Rightarrow (x+1)(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)(x+6)$$

$$= 8 \times 12 \times 14 = 2^3 \times 2^3 \times 3 \times 2 \times 7$$

$$\Rightarrow (x+1)(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)(x+6) = 2^6 \times 21$$

$$\Rightarrow \sqrt{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)(x+6)}$$

$$= 2^3 \sqrt{21} = 8\sqrt{21}$$

۵- گزینه «۳»

$$x = \frac{-19}{x^2 + 3x + 9} + 3 \Rightarrow x - 3 = \frac{-19}{x^2 + 3x + 9}$$

$$\Rightarrow (x-3)(x^2 + 3x + 9) = -19 \Rightarrow x^3 - 27 = -19$$

$$\Rightarrow x^3 = 8 \Rightarrow x = 2$$

$$x = 2 \Rightarrow (x-1)(x-2) + (x-2)(x-3) + (x-3)(x-4)$$

$$= (1)(0) + (0)(-1) + (-1)(-2)$$

$$\Rightarrow (x-1)(x-2) + (x-2)(x-3) + (x-3)(x-4) = 2$$

۶- گزینه «۲»

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$\Rightarrow a^3 + b^3 = (a+b) \times 2(a^2 + b^2) = a+b = \frac{a^3 + b^3}{2(a^2 + b^2)} = \frac{1}{2}$$

$$4a + 4b = 4(a+b) = 4\left(\frac{1}{4}\right) = 1$$

۷- گزینه «۴»

$$x^2 + y^2 = 2(x - 3y - 5) \Rightarrow x^2 + y^2 = 2x - 6y - 10$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 6y + 10 = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2x + 6y + 10 = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 + (y+3)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=+1 \\ y+3=0 \Rightarrow y=-3 \end{cases} \Rightarrow x+y=-2$$

۱۹- گزینه «۴»

$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2}{4 + 2\sqrt{6} + 4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2}{2\sqrt{2}(\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2)}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

متوسط

۲۰- گزینه «۴»

$$\sqrt{x} = \frac{27}{4} \Rightarrow x^{\frac{1}{2}} = \frac{3^3}{2^2} \Rightarrow (x^{\frac{1}{2}})^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{3^3}{2^2}\right)^{\frac{2}{3}} \Rightarrow x^{\frac{1}{3}} = \frac{3^{2 \times \frac{2}{3}}}{2^{\frac{2 \times 2}{3}}} = \frac{3^{\frac{4}{3}}}{2^{\frac{4}{3}}}$$

$$\Rightarrow x^{\frac{1}{3}} = \frac{3^{\frac{4}{3}}}{2^{\frac{4}{3}}} \Rightarrow \sqrt[3]{x} = \frac{9}{\sqrt[3]{2^4}} \Rightarrow \sqrt[3]{x} = \frac{9}{2\sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{4}} = \frac{9\sqrt[3]{4}}{2\sqrt[3]{8}} = \frac{9\sqrt[3]{4}}{4}$$



۱- گزینه «۳»

$$a^2 + b^2 + c^2 + 14 = 2(a + 2b + 3c)$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 14 = 2a + 4b + 6c$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 14 - 2a - 4b - 6c = 0$$

$$\Rightarrow (a^2 - 2a + 1) + (b^2 - 4b + 4) + (c^2 - 6c + 9) = 0$$

$$\Rightarrow (a-1)^2 + (b-2)^2 + (c-3)^2 = 0$$

جمع سه مربع کامل زوج صفر شده است، بنابراین هر کدام از آنها باید صفر باشد.

$$a-1=0 \Rightarrow a=1$$

$$b-2=0 \Rightarrow b=2$$

$$c-3=0 \Rightarrow c=3$$

$$(a-b+c)^3 = (1-2+3)^3 = 2^3 = 8$$

۲- گزینه «۴»

$$x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$$

$$\Rightarrow x^3 + y^3 = z^3 - \underbrace{3xyz}_1 \Rightarrow x^3 + y^3 = z^3 - 3$$

۳- گزینه «۳»

$$x(x+3) + 9y(y+1) + 6xy = x^2 + 3x + 9y^2 + 9y + 6xy$$

$$= (x^2 + 9y^2 + 6xy) + (3x + 9y)$$

$$\left(\frac{x+3y}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{x+3y}{2}\right) = z^2 + 3z$$



۱۳- گزینه «ا»

$$\frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-x+1} = \frac{Ax^2 - Ax + A + Bx^2 + Cx + Bx + C}{(x+1)(x^2-x+1)}$$

$$= \frac{(A+B)x^2 + (-A+C+B)x + A+C}{x^2+1}$$

اگر جواب بدست آمده را با سمت چپ مقایسه کنیم داریم:

$$\begin{cases} A+B=1 \\ -A+B+C=1 \end{cases} \xrightarrow{(-)} 2A-C=0 \Rightarrow C=2A$$

$$A+C=3 \Rightarrow A+2A=3 \Rightarrow A=1 \Rightarrow C=2, B=0$$

در نتیجه:

$$A+C+B=3$$

۱۴- گزینه «ب»

$$x = \frac{1}{x-1} \Rightarrow x^2 - x = 1$$

$$N = (x^2 - x - 12)(x^2 - x - 56)$$

$$= (1-12)(1-56) = (-11) \times (-55) = 605$$

۱۵- گزینه «پ»

اگر طرفین رابطه داده شده را بر x^2 تقسیم کنیم:

$$x^2 + 1 = \frac{9}{x^2} \Rightarrow \frac{9}{x^2} - x^2 = 1 \xrightarrow{\text{توان } 2} \frac{81}{x^4} - 18 + x^4 = 1$$

$$\Rightarrow \frac{81}{x^4} + x^4 = 19 \Rightarrow \frac{81 + x^8}{x^4} = 19 \Rightarrow \frac{x^8}{81 + x^8} = \frac{1}{19}$$

۱۶- گزینه «ج»

اگر واسطه هندسی دو عدد $\sqrt[4]{a+\sqrt{2}}$ و $\sqrt[4]{a-\sqrt{2}}$ را برابر b در نظر بگیریم آنگاه:

$$b^2 = \sqrt[4]{(a+\sqrt{2})(a-\sqrt{2})} = \sqrt[4]{a^2-2}$$

$$\Rightarrow \sqrt[4]{a^2-2} = 3 \Rightarrow a^2-2 = 81 \Rightarrow a^2 = 83$$

۱۷- گزینه «ا»

فرض می‌کنیم $A = \frac{1}{\sqrt[4]{2}-1}$ و آن را گویا می‌کنیم.

$$A = \frac{1}{\sqrt[4]{2}-1} \times \frac{\sqrt[4]{2}+1}{\sqrt[4]{2}+1} \times \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = \frac{(\sqrt[4]{2}+1)(\sqrt{2}+1)}{1}$$

$$A = \sqrt[4]{2}\sqrt[4]{2} + \sqrt[4]{2} + \sqrt{2} + 1 = \sqrt[4]{8} + \sqrt[4]{2} + \sqrt{2} + 1$$

$$\Rightarrow A - \sqrt[4]{8} - \sqrt[4]{2} = \sqrt{2} + 1$$

۸- گزینه «ا»

$$a^3 + (a-2)^2 - 8 = a^3 + a^2 - 4a + 4 - 8$$

$$= a^3 + a^2 - 4a - 4 = a^2(a+1) - 4(a+1)$$

$$= (a+1)(a^2-4) = (a+1)(a-2)(a+2)$$

۹- گزینه «ب»

$$a^2 + b^2 - c^2 + a + b + c + 2ab = a^2 + b^2 + 2ab - c^2 + a + b + c$$

$$= (a+b)^2 - c^2 + a + b + c$$

$$= (a+b+c)(a+b-c) + (a+b+c) = (a+b+c)(a+b-c+1)$$

۱۰- گزینه «د»

برای مقایسه a و b به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$a = \sqrt{2} = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt[6]{8}$$

$$b = \sqrt[3]{3} = \sqrt[6]{3^2} = \sqrt[6]{9}$$

$$c = \sqrt[6]{6} = \sqrt{2} = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt[6]{8} \Rightarrow b > a, a = c, b > c$$

$$a^c = a^a = (\sqrt{2})^{(\sqrt{2})} = (\sqrt{2})^2 = 2 \in \mathbb{Q}$$

۱۱- گزینه «پ»

$$x \times y = (3 - \sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2}) = 9 + 6\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 4 = 5 + 3\sqrt{2}$$

به کمک رادیکال مرکب در این سوال $A = 5$ و $\sqrt{B} = 3\sqrt{2} = \sqrt{18}$ می‌باشد.

باشد، بنابراین $B = 18$ و $C = \sqrt{25-18} = \sqrt{7}$ می‌باشد.

$$\sqrt{xy} = \sqrt{x \times y} = \sqrt{5 + 3\sqrt{2}} = \sqrt{5 + \sqrt{18}} = \sqrt{\frac{5-\sqrt{7}}{2}} + \sqrt{\frac{5+\sqrt{7}}{2}}$$

۱۲- گزینه «پ»

$$A = (1 + \sqrt[4]{x})(1 + \sqrt{x})(1+x)(1+x^2)(1+x^4) \times \frac{1-\sqrt[4]{x}}{1-\sqrt[4]{x}}$$

$$= \frac{(1 + \sqrt[4]{x})(1 - \sqrt[4]{x})(1 + \sqrt{x})(1+x)(1+x^2)(1+x^4)}{1 - \sqrt[4]{x}}$$

$$= \frac{(1 - \sqrt{x})(1 + \sqrt{x})(1+x)(1+x^2)(1+x^4)}{1 - \sqrt[4]{x}}$$

$$= \frac{(1-x^2)(1+x^2)(1+x^4)}{1 - \sqrt[4]{x}} = \frac{1-x^8}{1 - \sqrt[4]{x}}$$

$$= \frac{1 - (\sqrt[4]{2})^8}{1 - \sqrt[4]{2}} = \frac{2-1}{\sqrt[4]{2}-1} = \frac{1}{\sqrt[4]{2}-1}$$

۱۸- گزینه «۳»

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} \times \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}} = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$$

$$a_1 + a_2 + \dots + a_{99} \\ = (\sqrt{2} - \sqrt{1}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \dots + (\sqrt{100} - \sqrt{99})$$

دقت کنید که جمله اول هر پرانتز با جمله دوم پرانتز بعدی ساده می‌شود و

نهایتاً حاصل برابر است با:

$$\sqrt{100} - \sqrt{1} = 9$$

۱۹- گزینه «۲»

$$\sqrt{2} - 1 = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = (\sqrt{2} + 1)^{-1} \text{ می‌دانیم}$$

$$A = \sqrt{\frac{(1 + \sqrt{2})^{x^2 - 3x^2}}{(\sqrt{2} + 1)^{-3x+1}}} = \sqrt{(1 + \sqrt{2})^{x^2 - 3x^2 + 3x - 1}} \\ = \sqrt{(1 + \sqrt{2})^{(x-1)^2}} = \sqrt{(1 + \sqrt{2})^{(\sqrt{2})^2}} \\ = \sqrt{(1 + \sqrt{2})^2} = |1 + \sqrt{2}| = 1 + \sqrt{2}$$

۲۰- گزینه «۱»

راه اول:

$$\frac{1}{\sqrt[4]{x} + 1} = \frac{1}{\sqrt[4]{x} + 1} \times \frac{\sqrt[4]{x} - 1}{\sqrt[4]{x} - 1} = \frac{(\sqrt[4]{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} \\ = \frac{(\sqrt[4]{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}{x - 1}$$

$$\Rightarrow A(x) = (\sqrt[4]{x} - 1)(\sqrt{x} + 1) \Rightarrow A(16) = (\sqrt[4]{16} - 1)(\sqrt{16} + 1) = 5$$

راه دوم: از همان ابتدا به جای x عدد ۱۶ قرار دهیم.

$$\frac{1}{\sqrt[4]{16} + 1} = \frac{A(16)}{16 - 1} \Rightarrow A(16) = \frac{15}{2 + 1} = 5$$