



علوی

تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۱۲/۱۸

کد اجرا: علوی مرکز

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: تست تابع علوی

۱- هر نقطه از تابع $y = x^2 - 4x - 1$ را ۳ واحد به چپ و ۱ واحد به بالا منتقل می‌کنیم، تابع جدید از کدام نقطه نمی‌گذرد؟

- ① $(0, -3)$ ② $(1, 0)$ ③ $(-1, 5)$ ④ $(2, 5)$

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا تابع را به صورت مربع کامل درمی‌آوریم:

$$y = x^2 - 4x - 1 + 4 = (x - 2)^2 - 5$$

حال $x \rightarrow x + 3$ تبدیل می‌شود و به سمت راست معادله یک واحد اضافه می‌کنیم:

$$y = (x - 2)^2 - 5 \xrightarrow{x \rightarrow x+3} y = (x + 1)^2 - 5 \xrightarrow{+1} y = (x + 1)^2 - 4$$

حال دقت کنید گزینه «۳» در تابع صدق نمی‌کند:

$$(-1, 5) \notin f$$

روش دوم: هر کدام از نقاط گزینه‌ها را ۳ واحد به راست و یک واحد به پایین منتقل کنید و با صورت سوال چک کنید:

$$(0, -3) \rightarrow (3, -4) \in y = x^2 - 4x - 1$$

$$(1, 0) \rightarrow (4, -1) \in y = x^2 - 4x - 1$$

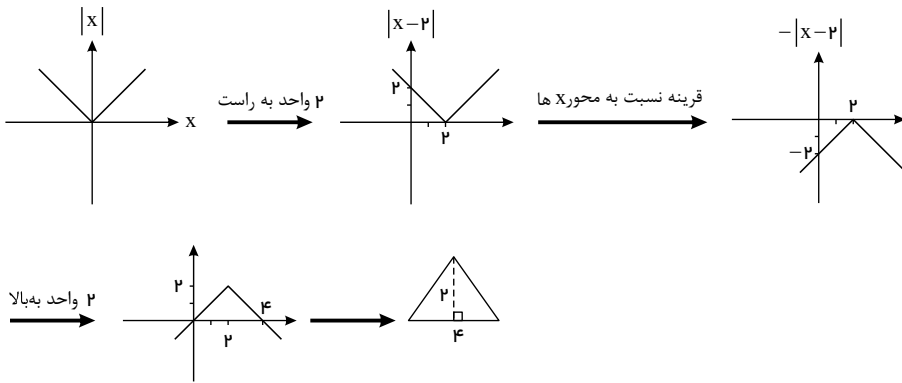
$$(-1, 5) \rightarrow (2, 4) \notin y = x^2 - 4x - 1 \text{ جواب}$$

$$(2, 5) \rightarrow (5, 4) \in y = x^2 - 4x - 1$$

۲- مساحت محدود به نمودار $f(x) = 2 - |x - 2|$ و محور طول‌ها کدام است؟

- ① ۴ ② ۸ ③ ۱۶ ④ ۳۲

پاسخ: گزینه ۱ با $y = |x|$ شروع می کنیم:



$$S = \frac{۴ \times ۲}{۲} = ۴$$

سطح محدود به نمودار و محور طول ها برابر است با:

۳- اگر $f(x) = \sqrt{x + ۲|x|}$ مقدار $f(f(-۱۴۴))$ کدام است؟

۱۲ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

تعریف نشده (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$f(-۱۴۴) = \sqrt{-۱۴۴ + ۲|-۱۴۴|} = \sqrt{-۱۴۴ + ۲ \times ۱۴۴} =$$

$$\sqrt{۱۴۴(-۱ + ۲)} = \sqrt{۱۴۴} = ۱۲$$

$$f(f(-۱۴۴)) = f(۱۲) = \sqrt{۱۲ + ۲|۱۲|} = \sqrt{۱۲ + ۲(۱۲)} =$$

$$\sqrt{۱۲ + ۲۴} = \sqrt{۳۶} = ۶$$

۴- کدام یک از رابطه های زیر تابع نیست؟

- (۱) رابطه ای که هر عدد را به ریشه سوم آن مرتبط می کند.
- (۲) رابطه ای که طول ضلع هر مربع را به مساحت آن مرتبط می کند.
- (۳) رابطه ای که هر عدد مثبت را به ریشه دوم آن مرتبط می کند.
- (۴) رابطه ای که مساحت هر مربع را به طول ضلع آن مرتبط می کند.



پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم: رابطه‌ای تابع است که به هر x تنها یک y نسبت دهد.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) تابع است: هر عدد تنها یک ریشه سوم دارد.

(۲) تابع است: هر طول مربع تنها یک مساحت دارد. ($S = a^2$)

(۳) تابع نیست: هر عدد مثبت دو ریشه دوم دارد. مثال: $2 \rightarrow \sqrt{2}, -\sqrt{2}$

(۴) تابع است: مساحت هر مربع تنها یک طول ضلع دارد.

$$(S = a^2 \Rightarrow a = \pm\sqrt{S} \xrightarrow{a>0} a = \sqrt{S})$$

۵- طول یک مستطیل ۵ واحد بیشتر از عرض آن است. کدام یک از گزینه‌های زیر، مساحت این مستطیل را بر حسب طول آن نمایش می‌دهد؟

$f(x) = 4x + 10$ (۲)

$f(x) = 4x - 10$ (۱)

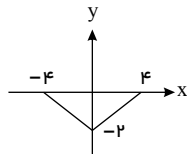
$f(x) = x^2 + 5x$ (۴)

$f(x) = x^2 - 5x$ (۳)

پاسخ: گزینه ۳ طول مستطیل را x می‌نامیم؛ پس عرض آن $x - 5$ خواهد بود، داریم:

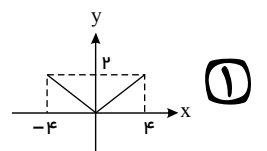
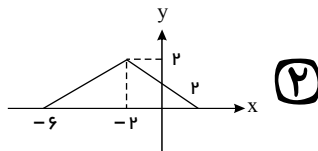
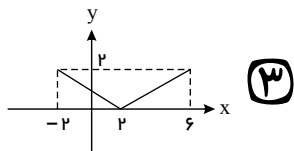
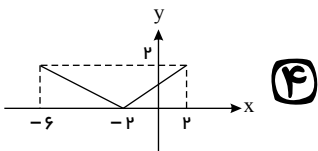
$x-5$ x مساحت مستطیل = $S(x) = x(x - 5) = x^2 - 5x$

۶- اگر نمودار تابع $f(x)$ به صورت



باشد، نمودار تابع

$y = f(x - 2) + 2$ کدام است؟





پاسخ: گزینه ۳ مطابق نمودار گزینه «۳» اگر نمودار تابع $y = f(x)$ دو واحد به سمت راست و دو واحد به سمت بالا منتقل شود نمودار تابع $y = f(x - 2) + 2$ به دست می آید.

۷- اگر تابع $f = \{(2p, -2), (2, m - 1)\}$ یک تابع ثابت و تابع $g = \{(m + 1, p), (2, 2)\}$ یک تابع همانی باشد، آنگاه $p + m$ کدام است؟

① ۱ ② ۲ ③ -۱ ④ -۲

پاسخ: گزینه ۳ تابع ثابت، تابعی است که برد آن تنها شامل یک عضو باشد، یعنی داریم:

$$f = \{(2p, -2), (2, m - 1)\} \Rightarrow m - 1 = -2 \Rightarrow m = -1$$

از طرفی تابع همانی، تابعی است که مؤلفه اول و دوم هر زوج مرتب آن یکسان باشد، یعنی داریم:

$$g = \{(m + 1, p), (2, 2)\} \Rightarrow m + 1 = p \xrightarrow{m=-1} -1 + 1 = p$$

$$\Rightarrow p = 0 \Rightarrow p + m = 0 - 1 = -1$$

۸- اگر f تابع همانی، g تابع ثابت و $\frac{g(5)f(5)}{f(5) + g(5)} = 1$ باشد، آنگاه حاصل

$$\frac{f(4) + g(4)}{g(4) + 1}$$

کدام است؟

- ① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{2}{7}$

پاسخ: گزینه ۲ می دانیم:



$g(x)$ تابعی ثابت است هرگاه به فرم $g(x) = k$ باشد.
 $f(x)$ تابعی همانی است هرگاه به فرم $f(x) = x$ باشد.

$g(x)$ تابع ثابت $\Rightarrow g(x) = k \Rightarrow g(5) = k$

$f(x)$ تابع همانی $\Rightarrow f(5) = 5$

فرض: $\frac{k \times 5}{5 + k} = 1 \Rightarrow 5k = 5 + k \Rightarrow 4k = 5 \Rightarrow k = \frac{5}{4} \Rightarrow g(x) = \frac{5}{4}$

حکم: $\frac{f(4) + g(4)}{g(4) + 1} = \frac{4 + \frac{5}{4}}{\frac{5}{4} + 1} = \frac{7}{3}$

۹- نمودار تابع $y = x^2$ را ۳ واحد به سمت x های منفی و ۲ واحد به سمت y های مثبت انتقال می دهیم. معادله ی منحنی حاصل کدام است؟

$y = x^2 - 6x + 11$ (۲)

$y = x^2 + 6x + 11$ (۱)

$y = x^2 - 6x + 7$ (۴)

$y = x^2 + 6x + 7$ (۳)

پاسخ: گزینه ۱ با انتقال $y = x^2$ ۳ واحد به سمت x های منفی داریم $y = (x + 3)^2$
 و با انتقال آن ۲ واحد به سمت y های مثبت داریم: $y = (x + 3)^2 + 2$

$y = (x + 3)^2 + 2 = x^2 + 6x + 9 + 2 = x^2 + 6x + 11$



۱۰- اگر رابطه $f = \{(m^2 - 4, 5), (m^2 - 4, m^2 - 11), (8 + m, 2)\}$ تابع باشد، m کدام است؟

- ① ۴ ② -۴ ③ ۲ ④ -۲

پاسخ: گزینه ۲

برای تابع بودن:

$$m^2 - 11 = 5 \rightarrow m^2 = 16 \rightarrow m = \pm 4$$

با جای گذاری $m = 4$ رابطه داده شده تابع نیست و فقط $m = -4$ در شرط تابع بودن صدق می کند.

۱۱- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، محور x ها را در نقطه ای به طول ۱ و محور y ها را در نقطه ای به عرض -۶ قطع کرده و از نقطه $(-2, -6)$ می گذرد، $f(-1)$ کدام است؟

- ① -۸ ② -۷ ③ -۵ ④ -۴

پاسخ: گزینه ۱

$$(0, -6) : f(0) = \boxed{c = -6}$$

$$(1, 0) : a + b + c = a + b - 6 = 0 \Rightarrow \boxed{a + b = 6} \Rightarrow$$

$$\boxed{a - 6 = -b}$$

$$(-2, -6) : 4a - 2b + c = 4a - 2b - 6 = -6 \Rightarrow$$

$$\boxed{4a - 2b = 0} \Rightarrow 4a = 2b \Rightarrow \boxed{2a = b}$$

$$a - 6 = -b = -2a \Rightarrow a - 6 = -2a \Rightarrow \boxed{3a = 6} \Rightarrow \boxed{a = 2} \Rightarrow$$

$$\boxed{b = 4}$$



$$f(x) = 2x^2 + 4x - 6$$

$$f(-1) = 2 - 4 - 6 = -8$$

۱۲- اگر تابع $f(x) = \{(2, m^2 + 1), (m + 2, 2n)\}$ همانی و تابع $g(x) = \{(2, -m), (1, 2n)\}$ ثابت باشد، حاصل $m \times n$ کدام است؟

- ① $-\frac{3}{2}$
 ② $\frac{3}{2}$
 ③ $\frac{1}{2}$
 ④ $-\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینه ۴

$$f(x) = x \Rightarrow 2 = m^2 + 1 \Rightarrow m = 1 \text{ یا } m = -1$$

حالت اول:

$$m = 1 \Rightarrow 2n = 3 \Rightarrow n = \frac{3}{2}$$

حالت دوم:

$$m = -1 \Rightarrow 1 = 2n \Rightarrow n = \frac{1}{2}$$

با توجه به این که $g(x)$ تابعی ثابت است، $2n$ باید برابر $-m$ باشد.

$$\text{حالت اول: } 2n = 3 \text{ و } -m = -1 \Rightarrow 2n \neq -m$$

$$\text{حالت دوم: } 2n = 1 \text{ و } -m = 1 \Rightarrow 2n = m$$

$$\text{بنابراین حالت دوم برقرار است و } m \times n = -1 \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$



۱۳- اگر $f(x) = \frac{x^2 + ax + a - 1}{x + 1}$ یک تابع همانی با دامنه $\mathbb{R} - \{-1\}$ باشد،

مقدار a کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ چون f همانی است، ضابطه آن به صورت $y = x$ است، پس:

$$f(x) = \frac{x^2 + ax + a - 1}{x + 1} = x \Rightarrow x^2 + ax + a - 1 = x^2 + x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1 \end{cases}$$

۱۴- اگر تابع $f(x) = (2a - b)x^2 + \frac{a}{3}x$ یک تابع همانی باشد، a و b کدام اند؟

$\begin{cases} a = -6 \\ b = -3 \end{cases}$ (۴)

$\begin{cases} a = -3 \\ b = -6 \end{cases}$ (۳)

$\begin{cases} a = 6 \\ b = 3 \end{cases}$ (۲)

$\begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \end{cases}$ (۱)

تابع همانی به فرم $f(x) = x$ است.

پاسخ: گزینه ۱ می دانیم:

باید ضریب x^2 صفر و ضریب x یک باشد:

$$\frac{a}{3} = 1 \Rightarrow a = 3$$

$$2a - b = 0 \xrightarrow{a=3} 6 - b = 0 \Rightarrow b = 6$$



۱۵- برای رسم نمودار $f(x) = 2 - |x + 1|$ از روی نمودار $g(x) = |x|$ کدام مراحل زیر باید انجام شود؟

①

نمودار $g(x)$ را یک واحد به چپ آورده، نسبت به محور y ها قرینه کرده و سپس ۲ واحد پایین می‌آوریم.

②

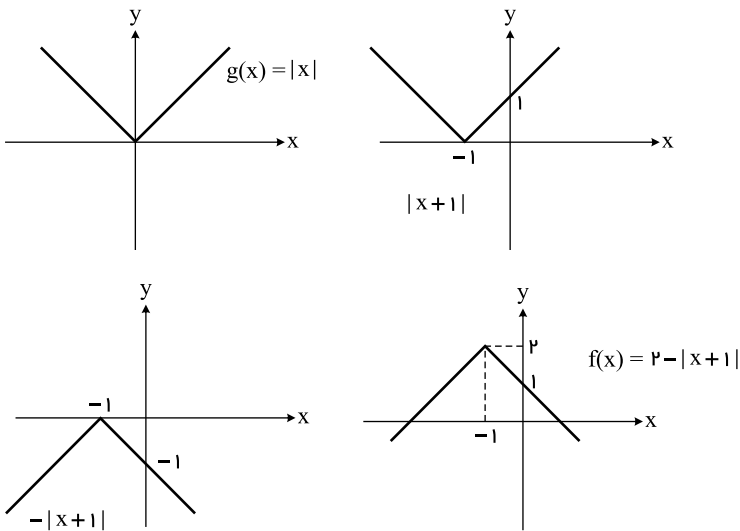
نمودار $g(x)$ را یک واحد به راست آورده، نسبت به محور y ها قرینه کرده و سپس ۲ واحد بالا می‌بریم.

③ نمودار $g(x)$ را یک واحد به چپ آورده، نسبت به محور x ها قرینه کرده و سپس ۲ واحد بالا می‌بریم.

④

نمودار $g(x)$ را یک واحد به راست آورده، نسبت به محور x ها قرینه کرده و سپس ۲ واحد پایین می‌آوریم.

پاسخ: گزینه ۳ برای رسم نمودار $f(x) = 2 - |x + 1|$ باید مراحل زیر انجام شود:





۱- اگر رأس سهمی $y = 2x^2 - 8x + a + 1$ روی خط $y = -x$ باشد، a کدام است؟

۴) -۴

۳) ۴

۲) -۵

۱) ۵

پاسخ: گزینه ۱ می‌دانیم در سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ رأس سهمی برابر است با:

$$x = -\frac{b}{2a} \text{ رأس سهمی}$$

ابتدا مختصات رأس سهمی را به دست می‌آوریم:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-8)}{2 \times 2} = 2 \xrightarrow{\text{روی خط } y=-x}$$

$$y = -x \xrightarrow{x=2} y = -2 \text{ در } (2, -2) \text{ سهمی صدق می‌کند} \quad -2 = 2(2)^2 - 8(2) +$$

$$a + 1 \Rightarrow a - 7 = -2 \Rightarrow a = 5$$

۲- طول یک مستطیل، ۳ سانتی‌متر بیش‌تر از ۲ برابر عرض آن است. اگر مساحت این مستطیل ۲۰ سانتی‌متر مربع باشد، محیط این مستطیل چند سانتی‌متر است؟

۴) ۲۷

۳) ۲۱

۲) ۲۴

۱) ۱۸

پاسخ: گزینه ۳

اگر عرض مستطیل را x در نظر بگیریم طول مستطیل $x(2x + 3) = 20$ برابر $2x + 3$ است؛ داریم:

مساحت مستطیل:

$$2x^2 + 3x - 20 = 0 \Rightarrow \Delta = 9 - 4(2)(-20) = 9 + 160 = 169 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 13$$

$$= \frac{-3 \pm 13}{2(2)} \Rightarrow$$

$$x = \frac{-16}{4} \text{ (غ.ق.ق)}$$

$$x = \frac{10}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{10}{4} \\ 2x + 3 = \frac{32}{4} \end{cases} \Rightarrow \text{محیط: } (x + 2x + 3) \times 2 = \frac{42}{2} = 21$$

۳- حاصل ضرب سه عدد زوج طبیعی متوالی، ۲۰ برابر مجموع آن سه عدد است. در این صورت مجموع آن سه عدد کدام است؟

۹۶ (۴)

۴۸ (۳)

۱۲ (۲)

۲۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

می‌دانیم: ریشه‌های معادله درجه دوم به فرم $ax^2 + bx + c = 0$ از رابطه

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

سه عدد زوج متوالی را به صورت $x, x + 2, x + 4$ در نظر می‌گیریم و داریم:

$$x(x + 2)(x + 4) = 20(x + x + 2 + x + 4) \Rightarrow x(x + 2)(x + 4) =$$

$$20(3x + 6)$$

$$\Rightarrow x(x + 2)(x + 4) = 20 \times 3(x + 2) \Rightarrow x(x + 4) = 60 \Rightarrow x^2 +$$

$$4x = 60$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x - 60 = 0 \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4(1)(-60)}}{2(1)} =$$

$$\frac{-4 \pm \sqrt{256}}{2}$$

$$\Rightarrow x \begin{cases} \frac{-4+16}{2} = 6 \\ \frac{-4-16}{2} = -10 \end{cases} \text{ غ ق ق} \Rightarrow x + x + 2 + x + 4 \stackrel{x=6}{=} 24$$

۴-به‌ازای کدام مجموعه مقادیر m ، عبارت $-x^2 + mx - 4$ همواره منفی خواهد بود؟

① $(4, +\infty)$ ② $(-\infty, -4)$

③ $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ ④ $(-4, 4)$

پاسخ: گزینه ۴ چون a (ضریب x^2) در عبارت درجه دوم داده شده، منفی است، اگر $\Delta < 0$ باشد، عبارت همواره موافق علامت a یعنی منفی خواهد شد، به بیان دیگر باید:

$$\begin{cases} a < 0 \text{ (برقرار است.)} \\ \Delta < 0 \end{cases} \quad (a = -1)$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow m^2 - 4(-1)(-4) < 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 16 < 0 \Rightarrow m^2 < 16 \Rightarrow |m| < 4 \Rightarrow -4 < m < 4$$

۵- با توجه به جدول تعیین علامت عبارت $P(x) = ax + a^2 - 4$ که در

x	3
$P(x)$	+ -

زیر آمده است، مقدار a کدام است؟

① -1 ② 4 ③ -4 ④ 1

پاسخ: گزینه ۳ در جدول تعیین علامت عبارت درجه اول، علامت عبارت در سمت

راست ریشه، موافق با علامت ضریب x ، یعنی a است که طبق صورت سؤال منفی است، پس a باید منفی باشد.

عبارت $P(x)$ به ازای $x = 3$ برابر با صفر است، پس:

$$P(3) = 0 \Rightarrow 3a + a^2 - 4 = 0 \Rightarrow (a + 4)(a - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 & \text{غ ق ق ۱} \\ a = -4 \end{cases}$$

۶- مجموعه جواب نامعادله $| \frac{x-2}{3} - x | \leq 2$ ، کدام است؟

Ⓐ $[-2, 1]$

Ⓐ $[-2, 4]$

Ⓒ $[-4, 2]$

Ⓑ $[-3, -2] \cup [-1, 1]$

پاسخ: گزینه ۴

$$| \frac{x-2}{3} - x | \leq 2 \Rightarrow -2 \leq \frac{x-2}{3} - x \leq 2$$

$$\Rightarrow -2 \leq \frac{x-2-3x}{3} \leq 2 \Rightarrow -6 \leq -2x-2 \leq 6 \Rightarrow -3 \leq -x -$$

$$1 \leq 3$$

$$\Rightarrow -2 \leq -x \leq 4 \Rightarrow -4 \leq x \leq 2 \Rightarrow x \in [-4, 2]$$

۷- اگر یکی از ریشه‌های معادله $(a-1)x^2 - (a+3)x + 4 = 0$ برابر ۲ باشد،

ریشه دیگر آن کدام است؟

Ⓒ $-\frac{3}{2}$

Ⓑ -1

Ⓐ 1

Ⓐ $\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینه ۲

ریشهٔ معادله در خود معادله صدق می‌کند، پس:

$$(a - 1)^2 - 2a - 6 + 4 = 0 \Rightarrow 2a - 6 = 0 \Rightarrow a = 3$$

$$2x^2 - 6x + 4 = 0 \Rightarrow 2(x - 2)(x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

۸- اگر یکی از منحنی‌های تابع درجه دوم $y = (a - 1)x^2 + x + 3$ نسبت به خط

$x = 2$ متقارن باشد، این منحنی محور x ها را با کدام طول مثبت قطع می‌کند؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

در سهمی به معادلهٔ $y = a'x^2 + b'x + c'$ ، خط به معادلهٔ $x = \frac{-b'}{2a'}$ محور تقارن

است.

$$y = (a - 1)x^2 + x + 3 \xrightarrow[\text{تقارن}]{\text{محور}} x = \frac{-b'}{2a'} = \frac{-1}{2(a - 1)}$$

$$\xrightarrow{x=2} \frac{-1}{2(a - 1)} = 2 \Rightarrow -1 = 4(a - 1) \Rightarrow a - 1 = \frac{-1}{4}$$

$$\Rightarrow y = \frac{-1}{4}x^2 + x + 3$$

تقاطع منحنی با محور x ها از معادلهٔ $y = 0$ به دست می‌آید:

$$\frac{-1}{4}x^2 + x + 3 = 0 \xrightarrow{x(-4)} x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 6)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -2 \end{cases} \xrightarrow{x > 0} \text{ ق ق } x = 6$$

۹- مجموع مربعات سه عدد فرد متوالی مثبت ۸۳ است. مجموع این سه عدد کدام می تواند باشد؟

۱۳ (۴)

۱۷ (۳)

۱۵ (۲)

۹ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ اگر اعداد را $x - 2, x, x + 2$ در نظر بگیریم؛ داریم:

$$(x - 2)^2 + x^2 + (x + 2)^2 = x^2 - 4x + 4 + x^2 + x^2 + 4x + 4 = 83$$

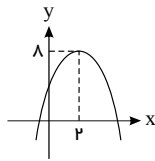
$$\rightarrow 3x^2 + 8 = 83 \Rightarrow 3x^2 = 75 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm 5 \xrightarrow{x > 0} x = 5$$

اعداد: ۳, ۵, ۷

مجموع اعداد عبارت است از: $3 + 5 + 7 = 15$

۱۰- نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به صورت زیر است. کدام گزینه ضابطه این

سهمی است؟



$y = -x^2 - 2x + 3$ (۲)

$y = +x^2 + 2x + 5$ (۱)

$y = -x^2 + 4x + 4$ (۴)

$y = -\frac{1}{4}x^2 - 2x + 4$ (۳)

پاسخ: گزینه ۴ می دانیم در سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ رأس سهمی برابر

است با:

$$\text{رأس سهمی: } x = -\frac{b}{2a}$$

مختصات رأس سهمی (۲, ۸) است. حال مختصات رأس سهمی را در گزینه ها چک

می کنیم:

گزینه «۱»: ضریب x^2 باید منفی باشد، پس گزینه «۱» نادرست است.

گزینه «۲»: نادرست

$$\text{رأس سهمی : } x = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-2)}{2(-1)} = -1 \neq 2$$

گزینه «۳»: نادرست

$$\text{رأس سهمی : } x = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-2)}{2(-\frac{1}{2})} = -2 \neq 2$$

گزینه «۴»: درست

$$\text{رأس سهمی : } x = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{-2} = 2$$

۱۱- به ازای کدام مقادیر m ، نمودار $-3mx^2 + 2mx + 1$ همواره بالای محور x ها قرار می‌گیرد؟ ($m \neq 0$)

- ① $m > 0$ ② $-3 < m < 0$ ③ هر مقدار m ④ هیچ مقدار m

پاسخ: گزینه ۲

قرار گرفتن نمودار در بالای محور x ها یعنی عبارت، همواره بزرگ‌تر از صفر است:

$$-3mx^2 + 2mx + 1 > 0$$

m	-3	0
$4m^2 + 12m$	$+$	$+$

$$\begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = (2m)^2 - 4(-3m)(1) < 0 \Rightarrow 4m^2 + 12m < 0 \\ a > 0 \Rightarrow -3m > 0 \Rightarrow m < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4m^2 + 12m < 0 \Rightarrow 4m(m + 3) < 0 \Rightarrow -3 < m < 0$$

حال بین $m < 0$ و $-3 < m < 0$ اشتراک می‌گیریم که این اشتراک

$0 < m < -3$ است.

۱۲- مجموعه جواب نامعادله $\frac{1-2x}{|x|+1} < 0$ کدام است؟

① $(\frac{1}{2}, +\infty)$ ② $(-2, +\infty)$

③ $(-\infty, 0)$ ④ $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (1, +\infty)$

پاسخ: گزینه ۱ مخرج کسر یعنی $|x| + 1$ به ازای همه مقادیر x مثبت است؛ پس:

$$1 - 2x < 0 \rightarrow -2x < -1 \rightarrow x > \frac{1}{2} \rightarrow x \in (\frac{1}{2}, +\infty)$$

۱۳- علامت عبارت $A = (2x + 1)(3 - 2x)$ در کدام بازه مثبت است؟

① $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{3}{2}, +\infty)$ ② $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$

③ $(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$ ④ $(-\infty, -\frac{3}{2}) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$

پاسخ: گزینه ۲

$$(2x + 1)(3 - 2x) > 0 \Rightarrow (2x + 1)(3 - 2x) = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \\ 3 - 2x = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

x	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$
$2x+1$	-	+
$3-2x$	+	-
$(2x+1)(3-2x)$	-	-

$\Rightarrow x \in (-\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$

۱۴- مجموعه جواب نامعادله $\left| \frac{x-1}{2} - 2 \right| \geq 2$ کدام است؟

- ① $(-\infty, -1] \cup [9, +\infty)$ ② $[1, 9]$
 ③ $[-1, 9]$ ④ $(-\infty, 1] \cup [9, +\infty)$

پاسخ: گزینه ۴

$$|x| \geq a \xrightarrow{a > 0} \begin{cases} x \geq a \\ \text{یا} \\ x \leq -a \end{cases}$$

$$\frac{-1}{2} - 2 \geq 2 \Rightarrow \frac{x-1}{2} \geq 2+2 \Rightarrow \frac{x-1}{2} \geq 4 \xrightarrow{\times 2} x-1 \geq 8 \Rightarrow x \geq 9$$

$$\frac{-1}{2} - 2 \leq -2 \Rightarrow \frac{x-1}{2} \leq 2-2 \Rightarrow \frac{x-1}{2} \leq 0 \xrightarrow{\times 2} x-1 \leq 0 \Rightarrow x \leq 1$$

اجتماع \rightarrow مجموعه جواب $= (-\infty, 1] \cup [9, +\infty)$

۱۵- اگر $x \geq 3$ باشد، مجموعه جوابهای نامعادله $x^2 - 2|3-x| \leq 21$ کدام است؟

- ① $3 \leq x \leq 4$ ② $3 \leq x \leq 5$ ③ $3 \leq x \leq \frac{7}{2}$ ④ $x \geq 5$

پاسخ: گزینه ۲ داخل قدرمطلق $|3-x|$ به ازای $x \geq 3$ همواره صفر یا منفی است. پس با برداشتن قدرمطلق، عبارت باید قرینه شود؛ یعنی:

$$x \geq 3 \Rightarrow |3-x| = x-3$$

پس در این بازه، نامعادله به صورت زیر درمی آید:

$$x^2 - 2(x-3) \leq 21 \Rightarrow x^2 - 2x + 6 - 21 \leq 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 15 \leq 0$$

$$\Rightarrow (x-5)(x+3) \leq 0$$



$$\Rightarrow \text{ریشه‌ها: } \begin{cases} x = 5 \\ x = -3 \end{cases}$$

x	-3	5
P(x)	+ o	- o +

$$\left. \begin{array}{l} \text{مجموعه جواب: } -3 \leq x \leq 5 \\ \text{شرایط مسئله: } x \geq 3 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} 3 \leq x \leq 5$$