

۱. مجموعه $A = \{x^2 \mid x \in \mathbb{Z}, -1 < x+2 \leq 5\}$ را با اعضا مشخص کنید.

۲. درستی یا نادرستی هر گزاره را مشخص کنید.

- ❑ $\frac{4}{3} \in \mathbb{N}$
- ❑ $-(\frac{-2}{-3}) \in \mathbb{Q}$
- ❑ $\frac{-2}{-4} \in \mathbb{W}$

- ❑ $\mathbb{N} \cap \mathbb{W}$
- ❑ $\mathbb{N} - \mathbb{W}$
- ❑ $\mathbb{W} - \mathbb{N}$
- ❑ $\mathbb{Z} \cup \mathbb{N}$

$$-2, 1\frac{1}{3}, 0, \pi, \sqrt{3}, -0, 2$$

۵. اعداد ۱ و $\sqrt{2}$ و $\sqrt{3}$ را روی محور اعداد نمایش دهید و آن‌ها را به ترتیب a, b, c و نام گذاری کنید و حاصل $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ را به دست آورید.

۶. آیا حاصل ضرب یک عدد گویا در یک عدد گنگ، همواره گنگ است؟ دلیل بیاورید.

۷. درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

- ❑ جمع دو عدد گنگ، همواره گنگ است.
- ❑ ضرب دو عدد گنگ، همواره گویا است.
- ❑ تقسیم دو عدد گویا، همواره عددی است گویا.
- ❑ تقسیم دو عدد گنگ هم می‌تواند گویا باشد و هم می‌تواند گنگ باشد.

۸. مثالی ارائه دهید که در آن جمع دو عدد گنگ، گنگ نباشد.

۹. مثالی ارائه کنید که در آن ضرب دو عدد گنگ، گنگ نباشد.

۱۰. آیا جمله «اگر x و y گنگ باشد آنگاه y^x نیز گنگ است.» درست است؟ (با ذکر دلیل)

۱. مجموعه‌های زیر را روی محور نمایش دهید و هر کدام را به صورت یک بازه بنویسید.

- ① $\{x | x \in \mathbb{R}, x \leq -5\}$
 ② $\{x | x \in \mathbb{R}, -2 < x \leq 2\}$

۲. بازه‌های زیر را روی محور نمایش دهید و به صورت مجموعه بنویسید.

- ① $(-3, 1)$
 ② $[2, +\infty)$

۳. حاصل بازه‌های زیر را روی محور نمایش دهید و در صورت امکان به صورت یک بازه بنویسید.

- ① $(-2, 1) \cup [-1, 4]$
 ② $(-\infty, 2) \cap [2, +\infty)$
 ③ $(-1, 1) \cup (-2, 2) \cup (-3, -1)$

۴. اگر $A = (-2, 1)$ و $B = [0, 2]$ باشد، حاصل هر یک از مجموعه‌های زیر را به صورت بازه نمایش دهید.

- ① $A \cup B$
 ② $A \cap B$
 ③ $A - B$
 ④ $B - A$

۵. درستی یا نادرستی موارد زیر را مشخص کنید.

- ① $2/5 \in [2, 2]$
 ② $-0.7 \in (-1, 1)$
 ③ $\sqrt{2} \notin [1, 2]$
 ④ $[-2, 2] \subseteq [-2, 2]$
 ⑤ $(-1, 0) \cup (-\frac{1}{2}, 1) = (-1, 1)$

۶. درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

- ① $\frac{2}{3} \notin (\frac{2}{3}, 2)$
 ② $[0, +1) \subseteq (-, +1)$
 ③ $[-1, 1] - \{0\} = (-1, 0) \cap (0, 1)$
 ④ $\frac{5}{4} \in (\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$

۷. هر یک از اعداد را به بازه مرتبط به هم وصل کنید.

- ① $\sqrt{17}$
 ② $\frac{-16}{-8}$
 ③ $(-1)^5$
 ④ $\frac{-5}{2}$

- ① $[-2, 2]$
 ② $(-2, 0)$
 ③ $(-2, 2]$
 ④ $(4, +\infty)$

۸. بازه‌های زیر را به صورت اجتماع دو یا چند بازه بنویسید و روی محور نشان دهید.

- ۱ $\mathbb{R} - \{-1\}$
- ۲ $\mathbb{R} - [2, 4)$
- ۳ $\mathbb{R} - (-2, 0]$
- ۴ $\mathbb{R} - \{\pm 2\}$
- ۵ $\mathbb{R} - (1, 5)$
- ۶ $(-2, 5) - (0, 1)$

۹. اگر $A = \{x | x \in \mathbb{R}, x \geq 2\}$ ، $B = \{x | x \in \mathbb{R}, -2 < x < 2\}$ باشد مجموعه‌های زیر را به صورت بازه نشان دهید.

- ۱ $A \cap B$
- ۲ $A \cup B$
- ۳ $B - A$

۱۰. اگر $A = (-2, 2)$ و $B = \{x | x \in \mathbb{R}, -4 \leq x < 0\}$ باشد حاصل $B - A$ را به صورت بازه نشان دهید.

۱۱. اگر $A_i = [i, i^2 + 1]$ ، به طوری که $i \in \mathbb{N}$ باشد، مجموعه‌های زیر را به صورت بازه بنویسید.

- ۱ $A_1 \cup A_2$
- ۲ $A_3 \cap A_2$

۱۲. اگر $(2, 3) \cap (a, 4)$ برابر تهی باشد، محدوده a را به دست آورید.

۱۳. اگر $(-1, 1) \cap [a, 2)$ برابر $[-1, 1)$ باشد، مقدار a را به دست آورید.

۱۴. مجموعه $\mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$ را به صورت اجتماع چند بازه بنویسید.

۱۵. مجموعه $\mathbb{R} - \{2\}$ را روی محور نشان دهید و سپس آن را به صورت اجتماع دو بازه بنویسید.

۱۶. $\frac{1}{3}$ عددی بین -1 و 1 است. چهار عدد گویای دیگر از بازه $(-1, 1)$ بنویسید.

۱. متناهی یا نامتناهی بودن مجموعه‌های زیر را تعیین کنید.

- ❑ $N \cap W$
- ❑ $W - N$
- ❑ $R - [2, +\infty)$

۲. مجموعه اعداد گویای بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ متناهی است یا نامتناهی؟ چرا؟

۳. دو مجموعه نامتناهی مثال بزنید که اشتراک آن‌ها متناهی باشد.

۴. درستی یا نادرستی روابط زیر را مشخص کنید.

❑ اشتراک دو مجموعه نامتناهی همواره متناهی است.

❑ اجتماع دو مجموعه نامتناهی همواره متناهی است.

۵. تعیین کنید کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی و کدام یک نامتناهی اند؟

❑ تعداد انسان‌های روی کره زمین

❑ تعداد اعداد حقیقی بین 0 و 1

❑ مجموعه تمام مربع‌هایی که مرکز تقارن آن‌ها مبدأ مختصات است.

❑ اعداد طبیعی مرکب

۶. متناهی یا نامتناهی بودن مجموعه‌های زیر را تعیین کنید.

❑ تعداد درختان جنگل‌های آمازون

❑ اعداد طبیعی اول

❑ اعداد صحیح بین -2 و 2

❑ اعداد گویای بین -1 و 1

۷. در مورد متناهی یا نامتناهی بودن $\mathbb{Q}$ چه می‌توان گفت؟

۸. فرض کنید U مجموعه تمام مضرب‌های طبیعی عدد 5 باشد.

❑ U را با نمایش اعضای آن بنویسید.

❑ U متناهی است یا نامتناهی؟

❑ یک زیرمجموعه نامتناهی از U بنویسید.

❑ دو زیرمجموعه نامتناهی مانند C و D از U بنویسید؛ بطوری که $C \subseteq D$.

۹. متناهی یا نامتناهی بودن مجموعه‌های زیر را مشخص کنید.

❑ مجموعه اعداد طبیعی

❑ مجموعه شمارنده‌های طبیعی عدد 36 .

❑ اعداد حقیقی بازه $(\frac{1}{4}, \frac{1}{3})$

❑ $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x < 2\}$

❑ مجموعه مضرب‌های طبیعی عدد 100

۱. فرض کنید مجموعه مرجع، اعداد طبیعی باشد. حاصل مجموعه‌های زیر را بیابید.

- ۱ E'
- ۲ O'
- ۳ $(E \cup O)'$
- ۴ $(E \cap O)'$

۲. اگر $U = \{x | x \in \mathbb{N}, x \leq 10\}$ مجموعه مرجع باشد و $A = \{x | x = 2k\}$ و $B = \{x | x = 2k\}$ ($k \in \mathbb{N}$) دو مجموعه دلخواه باشند، حاصل هر یک از مجموعه‌های زیر را به دست آورید.

- ۱ A'
- ۲ B'

۳. اگر مجموعه مرجع اعداد حقیقی $\mathbb{R}$ و $A = \{x | 2 \leq x < 5\}$ باشند مجموعه A' را به صورت اجتماع دو بازه و روی محور نشان دهید.

۴. اگر مجموعه مرجع، اعداد حقیقی $\mathbb{R}$ و $A = (-2, 5)$ و $B = [-2, 2)$ آنگاه حاصل مجموعه‌های زیر را به صورت یک بازه یا اجتماع چند بازه نمایش دهید و آن‌ها را روی محور رسم کنید.

- ۱ $A' \cup B$
- ۲ $A \cap B'$

۵. فرض کنید $M = \{x | x \in \mathbb{N}, x \leq 10\}$ مجموعه مرجع و $A = \{2x | 1 \leq x \leq 2\}$ و $B = \{x^2 | 1 \leq x \leq 2\}$ باشند، حاصل مجموعه‌های A و B و A' و B' و $(A \cup B)'$ را با اعضا مشخص کنید.

۶. اگر مجموعه Z مرجع باشد نشان دهید: $((N')')' = N'$

۷. فرض کنید مجموعه مرجع، اعداد طبیعی کمتر از ۱۰ باشند و مجموعه A مقسوم‌علیه‌های عدد ۶ باشد. $(A')'$ را با اعضا مشخص کنید.

۸. اگر $A = \{x | x \in \mathbb{R}, x < 0\}$ و $B = \{x | x \in \mathbb{R}, x > 2\}$ باشند آیا A و B جدا از هم هستند؟ چرا؟

۹. اگر $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ و $B = \{-2, 4, 6\}$ دو مجموعه باشند، آنگاه تعداد عضوهای $A \cup B$ را بیابید.

۱۰. اگر A و B دو مجموعه باشند و $n(A) = 7$ و $n(B) = 2$ و $n(A \cup B) = 9$ آنگاه مجموعه‌های A و B چند عضو مشترک دارند؟

۱۱. فرض کنید $A = \{1, 2, 3, 4\}$ و $B = \{2, 4\}$ و مجموعه مرجع $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ باشد آنگاه نشان دهید $A' \subseteq B'$ می‌باشد.

۱۲. فرض کنید $\mathbb{R}$ مجموعه مرجع و $A = (-\infty, 2]$ و $B = [-1, +\infty)$ باشند، در این صورت حاصل مجموعه‌های زیر را بیابید.

- ۱ A'
- ۲ B'
- ۳ $A' \cap B'$
- ۴ $A' - B'$

۱۳. اگر مجموعه مرجع N باشد دو مجموعه A و B را مثال بزنید که A ، A' و B ناهمپوشی و B' متناهی باشد.

۱۴. در یک مهمانی ۴۲ نفر حضور دارند که همگی جای یا قهوه نوشیده‌اند، اگر ۳۰ نفر از مهمان‌ها جای نوشیده باشند و ۲۵ نفر هم جای و هم قهوه نوشیده باشند چند نفر فقط قهوه نوشیده‌اند؟

۱۵. در یک کلاس ورزشی ۳۶ نفر عضو هستند که همگی والیبال یا فوتبال بازی می‌کنند. اگر ۲۷ نفر والیبال و ۱۸ نفر فوتبال بازی کنند، تعیین کنید چند نفر هر دو رشته والیبال و فوتبال را بازی می‌کنند؟

۱۶. نمودار ونی رسم کنید که در آن $A \subset B \subset C$ باشد. سپس مجموعه $(A \cap B)'$ را سایه بزنید.

۱۷. فرض کنید U مجموعه مرجع و $n(U) = 22$ باشد، اگر $n(A) = 18$ ، $n(B) = 10$ و $n(A \cap B) = 6$ باشد تعداد عضوهای مجموعه‌های زیر را به دست آورید.

- ☐ $n(A \cap B')$
- ☐ $n(A' \cap B)$
- ☐ $n(A' \cup B')$

۱۸. اگر U مجموعه مرجع و $n(U) = 40$ ، $n(A) = 20$ ، $n(B) = 15$ و $n(A \cap B) = 10$ باشد تعداد عضوهای مجموعه‌های زیر را بیابید.

- ☐ $n(A \cup B)$
- ☐ $n(A - B)$
- ☐ $n(A' - A)$

۱۹. متمم مجموعه $[(A \cup A') \cup (U - A)]$ را بیابید.

۲۰. متمم مجموعه $C = [(A - A')' \cap (A' - A)'] - B$ را به دست آورید.

۱. جمله عمومی یک الگو به صورت $a_n = 2n^2 + 1$ می باشد. پنج جمله نخست الگو را مشخص کنید.

۲. با توجه به تعداد جوب کبریت ها در الگوی زیر جمله عمومی الگو را تشکیل دهید.



۳. جمله عمومی یک الگو به صورت $b_n = \frac{2n}{n+2}$ می باشد جمله چندم الگو $1/6$ است؟

۴. جمله عمومی یک الگو به صورت $a_n = n^2 + 2$ می باشد حاصل $\frac{a_7 a_4}{a_7 + a_4}$ را بیابید.

۵. سه جمله اول الگوی خطی $a_n = 2n + 3$ را مشخص کنید و نمودار آن را در صفحه مختصات نمایش دهید.

۶. در یک الگوی خطی جملات پنجم و هشتم به ترتیب ۱۲ و ۲۷ هستند جمله عمومی الگو را بیابید.

۷. بررسی کنید کدام یک از الگوهای زیر خطی هستند؟ چرا؟

☐ ۳, ۸, ۱۳, ۱۸, ...

☐ ۱, ۴, ۹, ۱۶, ...

☐ $a_n = 2n^2 - 1$

☐ $a_n = 2n + 1$

☐ $a_n = -1 - n$

۸. چهار جمله اول دنباله های زیر را بنویسید.

۹. جمله عمومی دنباله درجه دوم ... ۰, ۲, ۶, ۱۲, ۲۰, ... را بیابید.

۱۰. جمله عمومی دنباله درجه دوم ... ۲, ۱۲, ۲۸, ۵۰, ... را به دست آورید.

۱۱. اگر دنباله ... $a, b, c, \dots$ یک دنباله ثابت باشد، مقدار $b + c$ چقدر است؟

۱۲. الگوی دنباله حسابی ... ۱, ۶, ۱۱, ۱۶, ۲۱, ... را بیابید.

۱۳. در دنباله $a_n = \frac{n-2}{2n-1}$ چند جمله منفی وجود دارد؟

۱۴. در دنباله بازگشتی $a_{n+1} = 2a_n$ که $a_1 = 4$ می باشد، چهار جمله اول دنباله را بنویسید.

۱۵. در یک دنباله، $a_n = \begin{cases} n^2 & \text{فرد } n \\ 2n & \text{زوج } n \end{cases}$ است، پنج جمله نخست این دنباله را بنویسید.

مکوسط

-۶

خیر - اگر عدد گویا را صفر در نظر بگیریم، حاصل ضرب آن در هر عدد گنگ برابر صفر خواهد بود، که صفر عددی گنگ نیست. بنابراین پاسخ سؤال، خیر می‌باشد.

دشوار

-۷

(آ) نادرست
(ب) نادرست
(پ) نادرست
(ت) درست

مکوسط

-۸

دو عدد $2 - \sqrt{3}$ و $\sqrt{3}$ اگر با هم جمع شود حاصل ۲ می‌شود که گویا است و گنگ نیست.

مکوسط

-۹

با انتخاب $x = 2 + \sqrt{2}$ و $y = 2 - \sqrt{2}$ داریم:

$$xy = (2 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2}) = (2)^2 - (\sqrt{2})^2 = 4 - 2 = 2$$

دشوار

ت است. اگر $x = \sqrt{2}$ و $y = 2\sqrt{2}$ انتخاب شود.

$$y^x = (2\sqrt{2})^{\sqrt{2}} = 2^{\sqrt{2}} \times \sqrt{2} = 2^2 = 4$$



مکوسط

-۱

$$-1 < x + 2 \leq 5 \Rightarrow -3 < x \leq 3 \Rightarrow x = -2, -1, 0, 1, 2, 3$$

$$\Rightarrow A = \{(-2)^2, (-1)^2, 0^2, (1)^2, (2)^2, (3)^2\}$$

$$\Rightarrow A = \{4, 1, 0, 1, 4, 9\} \Rightarrow A = \{0, 1, 4, 9\}$$

آسان

-۲

در قسمت آ عدد $\frac{4}{3}$ همان ۲ می‌باشد که عدد طبیعی است پس گزاره درست است.

در قسمت ب عدد مورد نظر همان $\frac{-2}{3}$ است که عددی گویا است. درست است.

در قسمت پ عدد ساده شده $\frac{1}{4}$ است و این عدد به اعداد حسابی. بنابراین نادرست است.

آسان

-۳

در قسمت (آ) می‌دانیم اعداد طبیعی و اعداد حسابی در همه اعضا مشترک هستند جز صفر، پس:

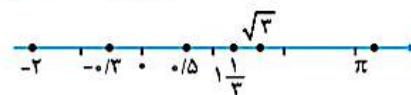
$$N \cap W = N$$

به همین طریق اگر اعداد حسابی را از اعداد طبیعی خارج کنیم برای اعداد طبیعی عضوی باقی نمی‌ماند. بنابراین در قسمت (ب) $N - W = \emptyset$ و در قسمت (پ) $W - N = \{0\}$ می‌باشد.

در قسمت (ت) توجه می‌کنیم که $N \subseteq Z$ است پس $Z \cup N = Z$.

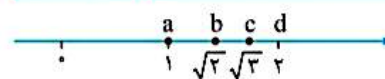
آسان

-۴



مکوسط

-۵



$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$$



بخش ۲

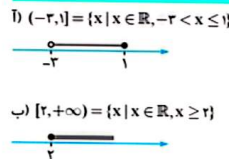
آسان

-۱



آسان

-۲



2/29

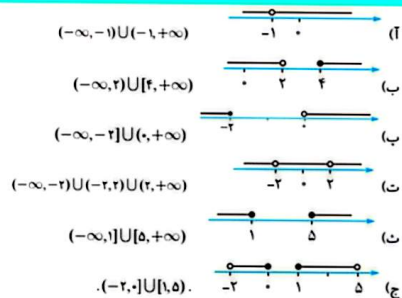


پاسخنامه ریاضی دهم - فصل اول

۲

متوسط

-۸



متوسط

-۹

می‌دانیم $B = (-2, 3)$, $A = [2, +\infty)$ می‌باشد بنابراین:

- الف) $A \cap B = [2, 3)$
- ب) $A \cup B = (-2, +\infty)$
- پ) $B - A = (-2, 2)$

متوسط

-۱۰

$$B - A = [-4, 0) - (-2, 3) = [-4, -2]$$

متوسط

-۱۱

$i = 1 \Rightarrow A_1 = [1, 2]$ ، $i = 2 \Rightarrow A_2 = [2, 5]$ ، $i = 3 \Rightarrow A_3 = [3, 10]$

الف) $A_1 \cup A_2 = [1, 2] \cup [2, 5] = [1, 5]$

ب) $A_1 \cap A_2 = [2, 10] \cap [2, 5] = [2, 5]$

متوسط

-۱۲

برای آنکه دو بازه $(a, 4)$, $(2, 3)$ اشتراکی نداشته باشند باید: $3 \leq a < 4$ باشد.

متوسط

-۱۳

اگر $a = 0$ باشد باید $(-1, 1) \cap [a, 3) = [0, 1)$

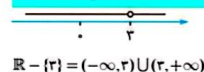
متوسط

-۱۴

$$(-\infty, -1) \cup (-1, 0) \cup (0, 1) \cup (1, +\infty)$$

آسان

-۱۵



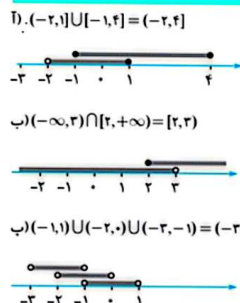
متوسط

-۱۶

$$\frac{1}{2} < \frac{1}{1+2} < \frac{1}{1+3} < \frac{1}{4+3} < \frac{1}{7+3} < \frac{1}{10+3} < \frac{1}{13} < \frac{1}{16} < \frac{1}{19} < \frac{1}{22} < \frac{1}{25} < \frac{1}{28} < \frac{1}{31} < \frac{1}{34} < \frac{1}{37} < \frac{1}{40} < \frac{1}{43} < \frac{1}{46} < \frac{1}{49} < \frac{1}{52} < \frac{1}{55} < \frac{1}{58} < \frac{1}{61} < \frac{1}{64} < \frac{1}{67} < \frac{1}{70} < \frac{1}{73} < \frac{1}{76} < \frac{1}{79} < \frac{1}{82} < \frac{1}{85} < \frac{1}{88} < \frac{1}{91} < \frac{1}{94} < \frac{1}{97} < \frac{1}{100}$$

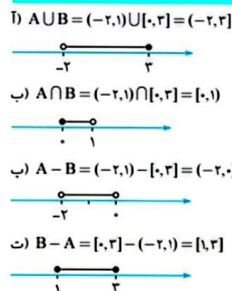
متوسط

-۱۷



آسان

-۱۸



آسان

-۱۹

- الف) درست است. ب) درست است. ج) نادرست است. د) نادرست است.
- ه) $(-1, 0) \cup (-\frac{1}{2}, 1) = (-1, 1) \neq (-1, 1]$ نادرست است.

آسان

-۲۰

- الف) درست است. ب) نادرست است. ج) درست است. د) نادرست است.

متوسط

-۲۱

عدد $\sqrt{17}$ از ۴ بزرگ‌تر است پس به بازه (ت) تعلق دارد. عدد $\frac{-16}{-8}$ برابر ۲ می‌باشد پس به بازه (ب) تعلق دارد. حاصل $(-1)^5$ همان -۱ است که به بازه‌های (آ)، (ب) و (پ) تعلق دارد. عدد $\frac{-5}{3}$ یا $-2/5$ نیز به بازه متعلق است.



متوسط

-۶

(آ) متناهی

(ب) نامتناهی، بی‌شمار عدد اول وجود دارد.

(پ) متناهی است. مجموعه مورد نظر $\{-1, 0, 1\}$ است.

(ت) نامتناهی، بی‌شمار عدد گویا بین -1 و 1 وجود دارد.

آسان

-۷

مجموعه اعداد گویا (Q) نامتناهی است.

متوسط

-۸

(ت) $U = \{5, 10, 15, \dots\}$

(ب) نامتناهی است.

(پ) $A = \{5, 10, 30\}$

(ت) $\begin{cases} C = \{15, 20, 25, \dots\} \\ D = \{10, 15, 20, 25, \dots\} \end{cases}$

متوسط

-۹

(ب) متناهی

(آ) نامتناهی

(ت) متناهی، مجموعه تهی است.

(پ) نامتناهی

(ث) نامتناهی

آسان

-۱

(آ) اشتراک N و W همان مجموعه N است. پس نامتناهی است.

(ب) حاصل $\{0\}$ است و مجموعه‌ای متناهی است.

(پ) حاصل بازه $(-\infty, 2)$ می‌باشد که مجموعه‌ای نامتناهی است.

متوسط

-۲

می‌دانیم بین هر دو عدد گویا بی‌شمار عدد گویا وجود دارد. بنابراین بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ نیز بی‌شمار عدد گویا موجود است. پس این مجموعه نامتناهی است.

متوسط

-۳

مجموعه‌های $A = \{3, 4, 5, 6, \dots\}$ و $B = \{3, 2, 1, 0, \dots\}$ نیز نامتناهی هستند اما

$A \cap B = \{3\}$ مجموعه‌ای متناهی است.

متوسط

-۴

(آ) نادرست می‌باشد. کافی است $A = (-\infty, 1]$ و $B = [0, +\infty)$ را در نظر

بگیریم هر دو مجموعه A و B نامتناهی می‌باشند و اشتراک آن‌ها $[0, 1]$

است که نامتناهی است.

(ب) درست است.

متوسط

-۵

(آ) متناهی، تعداد انسان‌های روی کره زمین هر چند زیاد باشد اما عدد مشخصی

دارد که متناهی است.

(ب) نامتناهی، بین هر دو عدد حقیقی بی‌شمار عدد حقیقی وجود دارد.

(پ) نامتناهی، بی‌شمار مربع می‌توان در محورهای مختصات رسم کرد که مبدأ

مختصات مرکز مقارن آنها باشد.

(ت) نامتناهی، اعداد طبیعی بی‌شمار عضو دارند که تعداد نامتناهی از آنها مرکب

هستند.

Pasokh Riazi 10- F1

PDF reader



آسان

مجموعه اعداد زوج طبیعی را با E و مجموعه اعداد فرد طبیعی را با O نمایش می‌دهیم.

$$E' = N - E = O = \{1, 3, 5, \dots\}$$

$$O' = N - O = E = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$$

$$E \cup O = N \Rightarrow (E \cup O)' = N' = \emptyset$$

$$E \cap O = \emptyset \Rightarrow (E \cap O)' = O' = N$$

آسان

$$U = \{1, 2, \dots, 10\}, A = \{2, 4, 6, 8\}, B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$1) A' = U - A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$2) B' = U - B = \{2, 4, 6, 8\}$$

متوسط

$$A' = R - A = (-\infty, +\infty) - [2, 5] = (-\infty, 2) \cup [5, +\infty)$$

متوسط

$$1) A' \cup B = (-\infty, -2) \cup [5, +\infty) \cup [-2, 2] = (-\infty, 2) \cup [5, +\infty)$$



$$2) A \cap B' = A - B = (-2, 5) - [2, 2] = [2, 5)$$



آسان

$$M = \{1, 2, \dots, 10\}, A = \{2, 4, 6\}, B = \{1, 3, 5\}, A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A' = M - A = \{1, 3, 5, 7, 8, 9, 10\}, B' = \{2, 4, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$(A \cup B)' = \{7, 8, 9, 10\}$$

6/29



دشوار

فرض کنید تعداد افرادی که هر دو رشته را بازی می‌کنند x باشد.



$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A)$$

$$\Rightarrow 26 = 18 - x + x + 27 - x \Rightarrow x = 25 - 26 = 1$$

متوسط

می‌دانیم اگر $A \subset B$ باشد $A \cap B = A$ است پس در واقع $(A \cap B)'$ همان A' است.



متوسط

$$1) n(A \cap B') = n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 18 - 6 = 12$$

$$2) n(A' \cap B) = n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 10 - 6 = 4$$

$$3) n(A' \cup B') = n((A \cap B)') = n(U) - n(A \cap B) = 22 - 6 = 16$$

دشوار

$$1) n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 20 + 15 - 10 = 25$$

$$2) n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 20 - 10 = 10$$

$$3) n(A' - A) = n(A') = n(U) - n(A) = 40 - 20 = 20$$

آسان

$$[(A - A') \cup (U - A)]' = [U \cup A']' = [U]' = \emptyset$$

متوسط

$$C = [(A - A') \cap (A' - A)]' - B = [A' \cap A] - B = \emptyset - B = \emptyset$$

$$C' = \emptyset' = U$$

پاسخنامه ریاضی دهم - فصل اول



آسان

$$N' = Z - N = \{\dots, -2, -1, 0\} \Rightarrow (N')' = \{1, 2, \dots\} = N \Rightarrow ((N')')' = N'$$

متوسط

$$U = \{1, 2, \dots, 9\}, A = \{1, 2, 3, 6\}$$

$$(A')' = A = \{1, 2, 3, 6\}$$

متوسط

$$A = (-\infty, 1), B = (2, +\infty) \Rightarrow A \cap B = \emptyset$$

چون $A \cap B = \emptyset$ است پس جدا از هم اند.

آسان

$$\text{چون } A \cap B \text{ است پس}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) = 4 + 3 = 7$$

متوسط

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 9 = 4 + 3 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 1$$

متوسط

$$A' = U - A = \{1, 2, 3, 4, 5\} - \{1, 2, 3, 4\} = \{5\}$$

$$B' = U - B = \{1, 2, 3, 4, 5\} - \{2, 3\} = \{1, 4, 5\} \Rightarrow A' \subseteq B'$$

متوسط

$$1) A' = R - A = (-\infty, +\infty) - (-\infty, 2] = (2, +\infty)$$

$$2) B' = R - B = (-\infty, +\infty) - [-1, +\infty) = (-\infty, -1)$$

$$3) A' \cap B' = (2, +\infty) \cap (-\infty, -1) = \emptyset$$

$$4) A' - B' = (2, +\infty) - (-\infty, -1) = (2, +\infty)$$

متوسط

$$A = O = \{1, 2, 5, \dots\} \Rightarrow A' = E = \{2, 4, 6, \dots\}$$

$$B = \{2, 4, 6, \dots\} \Rightarrow B' = \{1\}$$

متوسط

مجموعه افرادی که جای نوشیدند را با A و مجموعه افرادی که قهوه نوشیدند را با B نمایش می‌دهیم.



$$n(A) = 20, n(A \cap B) = 12, n(A \cup B) = 22, n(B - A) = ?$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B - A) \Rightarrow 22 = 20 + n(B - A) \Rightarrow n(B - A) = 2$$

مقوسط

-۶

الگوی خطی را به صورت $t_n = an + b$ در نظر می‌گیریم.

$$\begin{cases} t_5 = a(5) + b = 12 \\ t_8 = a(8) + b = 27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5a + b = 12 \\ 8a + b = 27 \end{cases} \xrightarrow{(-)} 3a = 15 \Rightarrow a = 5$$

$$5a + b = 12 \xrightarrow{a=5} 5(5) + b = 12 \Rightarrow b = 12 - 25 = -13$$

$$\Rightarrow t_n = 5n - 13$$

مقوسط

-۷

در قسمت (آ) چون اختلاف هر دو جمله متوالی از الگو یکسان است، پس الگو خطی است.

$$a_7 - a_1 = 5 \quad a_7 - a_2 = 5 \quad a_7 - a_3 = 5$$

در قسمت (ب) اختلاف جملات متوالی از الگو تغییر می‌کند بنابراین الگو خطی نیست.

$$a_7 - a_1 = 3 \quad a_7 - a_2 = 5 \quad a_7 - a_3 = 7$$

آسان

-۸

$$(A) n=1 \Rightarrow a_1 = 2(1)^2 - 1 = 1$$

$$n=2 \Rightarrow a_2 = 2(2)^2 - 1 = 7$$

$$n=3 \Rightarrow a_3 = 2(3)^2 - 1 = 17$$

$$n=4 \Rightarrow a_4 = 2(4)^2 - 1 = 31$$

$$(B) n=1 \Rightarrow a_1 = 2(1) + 1 = 3$$

$$n=2 \Rightarrow a_2 = 2(2) + 1 = 5$$

$$n=3 \Rightarrow a_3 = 2(3) + 1 = 7$$

$$n=4 \Rightarrow a_4 = 2(4) + 1 = 9$$

$$(C) n=1 \Rightarrow a_1 = -1 - 1 = -2$$

$$n=2 \Rightarrow a_2 = -1 - 2 = -3$$

$$n=3 \Rightarrow a_3 = -1 - 3 = -4$$

$$n=4 \Rightarrow a_4 = -1 - 4 = -5$$

دشوار

-۹

دنباله را به صورت $a_n = an^2 + bn + c$ در نظر می‌گیریم. دنباله تفاضلات

این دنباله به صورت $2, 4, 6, \dots$ است. همچنین $a = \frac{4-2}{2} = 1$ می‌باشد. پس

دنباله را به صورت $a_n = n^2 + bn + c$ خواهد بود. و جملات اول و دوم آن را حساب می‌کنیم.

$$a_1 = 1(1)^2 + b(1) + c \Rightarrow 0 = 1 + b + c \Rightarrow b + c = -1$$

$$a_2 = 1(2)^2 + b(2) + c \Rightarrow 2 = 4 + 2b + c \Rightarrow 2b + c = -2$$

$$\begin{cases} b + c = -1 \\ 2b + c = -2 \end{cases} \xrightarrow{(-)} b = -1 \Rightarrow c = 0$$

جمله عمومی دنباله به صورت $a_n = n^2 - n$ خواهد بود.



آسان

-۱

$$a_1 = 2(1)^2 + 1 = 3$$

$$a_2 = 2(2)^2 + 1 = 9$$

$$a_3 = 2(3)^2 + 1 = 19$$

$$a_4 = 2(4)^2 + 1 = 33$$

$$a_5 = 2(5)^2 + 1 = 51$$

مقوسط

-۲

در مرحله اول ۳ جوب کبریت و در مرحله دوم ۶ جوب کبریت و در مرحله

سوم ۹ جوب کبریت داریم بنابراین الگو به این صورت است:

$$3, 6, 9, \dots \quad 2(1), 2(2), 2(3), \dots, 2n$$

یعنی جمله عمومی $a_n = 2n$ می‌باشد.

مقوسط

-۳

$$1/6 = \frac{2n}{n+2} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{2n}{n+2} \Rightarrow 1n + 16 = 10n \Rightarrow 16 = 9n \Rightarrow n = 8$$

بنابراین هشتمین جمله این الگو $1/6$ می‌باشد.

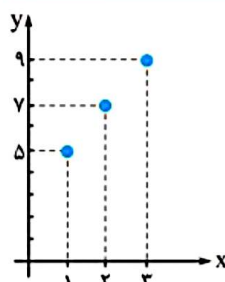
آسان

-۴

$$a_3 = 3^2 + 2 = 11, a_4 = 4^2 + 2 = 18 \Rightarrow \frac{a_3 a_4}{a_3 + a_4} = \frac{11 \times 18}{11 + 18} = \frac{198}{29}$$

آسان

-۵



$$a_1 = 2(1) + 3 = 5$$

$$a_2 = 2(2) + 3 = 7$$

$$a_3 = 2(3) + 3 = 9$$

دشوار

-۱۰

دنباله را به صورت $a_n = an^2 + bn + c$ در نظر می‌گیریم. دنباله تفاضلات

این دنباله به صورت $10, 16, 22, \dots$ است. همچنین $a = \frac{16-10}{2} = 3$

می‌باشد. پس دنباله را به صورت $a_n = 3n^2 + bn + c$ در نظر می‌گیریم.

$$\begin{cases} a_1 = 3(1)^2 + b(1) + c \Rightarrow 2 = 3 + b + c \Rightarrow b + c = -1 \\ a_2 = 3(2)^2 + b(2) + c \Rightarrow 12 = 12 + 2b + c \Rightarrow 2b + c = 0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(-)} b = 1$$

$$b + c = -1 \xrightarrow{b=1} 1 + c = -1 \Rightarrow c = -2$$

پس جمله عمومی دنباله $a_n = 3n^2 + n - 2$ می‌باشد.

آسان

-۱۱

در دنباله ثابت همه جملات برابرند.

$$a - 2 = 8 - a \Rightarrow 2a = 10 \Rightarrow a = 5 \Rightarrow b = c = 8 - 5 = 3 \Rightarrow b + c = 6$$

متوسط

-۱۲

این دنباله یک دنباله خطی است زیرا تفاضل هر دو جمله متوالی آن مقدار ثابت

۵ است بنابراین جمله عمومی را $a_n = an + b$ در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} a_1 = 1 \Rightarrow a + b = 1 \\ a_2 = 6 \Rightarrow 2a + b = 6 \end{cases} \xrightarrow{(-)} a = 5 \Rightarrow a_2 = 5(2) + b = 6$$

$$\Rightarrow b = -4 \Rightarrow a_n = 5n - 4$$

متوسط

-۱۳

$$a_1 = \frac{1-3}{2(1)-1} = \frac{-2}{1} = -2 \quad a_2 = \frac{2-3}{2(2)-1} = \frac{-1}{3}$$

$$a_3 = \frac{3-3}{2(3)-1} = \frac{0}{5} = 0$$

از جمله چهارم به بعد جملات دنباله مثبت است بنابراین فقط دو جمله اول

منفی است.

متوسط

-۱۴

$$\begin{cases} a_1 = 4 \\ n = 1 \Rightarrow a_2 = 2a_1 = 2(4) = 8 \\ n = 2 \Rightarrow a_3 = 2a_2 = 2(8) = 16 \\ n = 3 \Rightarrow a_4 = 2a_3 = 2(16) = 32 \end{cases} \Rightarrow 4, 8, 16, 32, \dots$$

متوسط

-۱۵

در این دنباله الگوی جملات زوج با جملات فرد متفاوت است.

$$n = 1 \Rightarrow a_1 = (1)^2 = 1$$

$$n = 2 \Rightarrow a_2 = 2(2) = 4$$

$$n = 3 \Rightarrow a_3 = 3^2 = 9$$

$$n = 4 \Rightarrow a_4 = 2(4) = 8$$

$$n = 5 \Rightarrow a_5 = 5^2 = 25$$

$$1, 4, 9, 8, 25, \dots$$