پاسخ‌نامه تشریحی

۱ ۱ ۲ ۳ **۴**

روش اول:

می‌دانیم برای نوشتن معادلهٔ درجهٔ دومی که ریشه‌هایش عکس ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ دوم داده شده‌ای باشد باید جای a و c را عوض کنیم و برای نوشتن معادلهٔ درجهٔ دومی که ریشه‌هایش k واحد کمتر از ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ دوم داده شده‌ای باشد، باید x را به $x+k$ تبدیل کنیم.

$$۲x^۲-۳x-۱=۰ \xrightarrow[\text{جای } a,c]{\text{معکوس}} -x^۲-۳x+۲=۰ \xrightarrow[x\to x+۱]{\text{یک واحد کمتر}} -(x+۱)^۲-۳(x+۱)+۲=۰$$

$$\Rightarrow -x^۲-۲x-۱-۳x-۳+۲=۰ \Rightarrow x^۲+۵x+۲=۰$$

۲ ۱ ۲ **۳** ۴

$$f(x)=\sqrt{x} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور }y\text{ها}} g(x)=\sqrt{-x} \xrightarrow[\text{مثبت}]{\text{دو واحد به طرف }x\text{های}} h(x)=\sqrt{-(x-۲)}=\sqrt{-x+۲}$$

$$\begin{cases} h(x)=\sqrt{-x+۲} \\ \text{نیمساز ناحیه اول و سوم } y=x \end{cases} \xrightarrow{\text{تلاقی}} \sqrt{-x+۲}=x \xrightarrow{\text{توان ۲}} -x+۲=x^۲ \Rightarrow x^۲+x-۲=۰ \Rightarrow (x+۲)(x-۱)=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=-۲ & \text{غ‌ق‌ق (در معادله صدق نمی‌کند)} \\ x=۱ & \text{ق‌ق} \end{cases}$$

۳ ۱ ۲ ۳ **۴**

با جمع کردن دو تابع $f+g$ و $f-g$ داریم:

$$(f+g)+(f-g)=۲f=\{(۳,۸),(۴,۸),(۵,۰)\}$$

پس $f=\{(۳,۴),(۴,۴),(۵,۰)\}$ پس این‌طور به‌نظر می‌رسد که:

$$\frac{۱}{f}=\{(۳,\frac{۱}{۴}),(۴,\frac{۱}{۴})\}$$

یعنی دامنهٔ آن شامل دو عدد است ولی با دقت بیش‌تر می‌توان فهمید که چون دامنه‌های $f+g$ و $f-g$ اشتراک دامنه‌های f و g هستند، دامنهٔ f شامل اعداد دیگری هم می‌تواند باشد که با دامنهٔ g مشترک نباشند. پس $\frac{۱}{f}$ هم می‌تواند شامل زوج‌های بیش‌تری باشد. به‌طور کلی می‌توان گفت چون دامنهٔ f مشخص نیست، پس دامنهٔ $\frac{۱}{f}$ مشخص نیست.

۴ **۱** ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: برای اینکه ۳ واحد به سمت xهای مثبت منتقل شود باید به‌جای x عبارت $x-۳$ و برای اینکه به طرف yهای منفی منتقل شود باید به کل تابع عدد ۲− اضافه شود؛ بنابراین داریم:

$$y=-(x-۳)^۲+۲(x-۳)+۵-۲=-x^۲+۶x-۹+۲x-۶+۳ \Rightarrow y=-x^۲+۸x-۱۲$$

و برای اینکه این تابع بالای نیمساز ربع اول قرار گیرد باید:

$$-x^۲+۸x-۱۲>x \Rightarrow x^۲-۷x+۱۲<۰ \Rightarrow (x-۳)\cdot(x-۴)<۰ \Rightarrow ۳<x<۴$$

۵ ۱ ۲ ۳ **۴**

روش اول:

$$۲x+۱-|x-۲|>|\underbrace{x^۲+۱}_{+}| \to ۲x+۱-|x-۲|>x^۲+۱$$

$$x\geq ۲: ۲x+۱-(x-۲)>x^۲+۱ \to ۲x+۱-x+۲>x^۲+۱ \to x^۲-x-۲<۰ \to (x-۲)(x+۱)<۰ \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} -۱<x<۲ \xrightarrow{\text{اشتراک با شرط}} \varnothing \ (I)$$

$$x<۲: ۲x+۱-(-x+۲)>x^۲+۱ \to ۲x+۱+x-۲>x^۲+۱ \to x^۲-۳x+۲<۰ \to (x-۱)(x-۲)<۰ \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} ۱<x<۲$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک با شرط}} ۱<x<۲ \quad (II)$$

از اجتماع جواب‌های I و II به جواب $۱<x<۲$ یا $x\in(۱,۲)$ می‌رسیم.

روش دوم:

در نامعادلهٔ داده‌شده به‌جای x، عدد صفر قرار می‌دهیم.

$$x=۰ \to ۰+۱-۲>۱ \to -۱>۱$$

به نتیجهٔ غلطی رسیدیم، پس گزینه‌های ۱و۲و۳ که همگی شامل صفر هستند حذف می‌شوند و گزینهٔ چهارم، جواب صحیح است.

۶ ۱ ۲ ۳ ۴ **۱**

$$\left.\begin{aligned} f(f(۵))=f(۵-\sqrt{۵+۴})=f(۲)=۲(۲)+۳=۷ \\ f(f(۱))=f(۲(۱)+۳)=f(۵)=۵-\sqrt{۵+۴}=۲ \end{aligned}\right\} \Rightarrow ۷+۲=۹$$

۷ ۱ ۲ ۳ **۴** جلوی لگاریتم باید مثبت باشد و زیر رادیکال، باید بزرگ‌تر مساوی صفر باشد.

$$x-۱>۰ \to x>۱ \quad (I)$$

$۱ - \log(x-۱) \geq ۰ \rightarrow \log(x-۱) \leq ۱ \rightarrow \log(x-۱) \leq \log ۱۰ \rightarrow x - ۱ \leq ۱۰ \rightarrow x \leq ۱۱ \quad (II)$

از اشتراک I و II به جواب $۱ < x \leq ۱۱$ یا $x \in (۱, ۱۱]$ می‌رسیم.

۸ ۱ ۲ ۳ **۴** با توجه به شکل تابع $f(x)$ در نقاط به طول‌های -۳ و -۱ و ۲ محور xها را قطع می‌کند.

شرط دامنه : $(x+۱)\cdot f(x) \geq ۰ \Rightarrow \begin{cases} x+۱ = ۰ \Rightarrow x = -۱ \\ f(x) = ۰ \Rightarrow x = -۳, -۱, ۲ \end{cases}$

توجه: چون عدد $x = -۱$ دو بار تکرار شده است، پس ریشهٔ مضاعف محسوب شده و علامت معادله در طرفین ریشهٔ مضاعف تغییر نمی‌کند.

x	$-\infty$	-۳	-۱	۲	$+\infty$
$(x+۱)\cdot f(x) \geq ۰$	$+$	۰	$-$	۰	$-$ ۰ $+$

$D_f = (-\infty, -۳] \cup [۲, +\infty) = \mathbb{R} - (-۳, ۲)$

۹ ۱ ۲ ۳ **۴** روش اول: کافی است عبارت جلوی لگاریتم را بزرگ‌تر از صفر قرار دهید.

$|x^۲ - ۲| - x > ۰ \rightarrow |x^۲ - ۲| > x$

ریشه‌های داخل قدرمطلق $\pm\sqrt{۲}$ هستند.

$x < -\sqrt{۲} \rightarrow x^۲ - ۲ > x \rightarrow x^۲ - x - ۲ > ۰ \rightarrow (x-۲)(x+۱) > ۰ \rightarrow x < -۱ \text{ یا } x > ۲ \xrightarrow{\text{اشتراک با شرط}} x < -\sqrt{۲}$

$\sqrt{۲} \leq x \leq \sqrt{۲} \rightarrow -x^۲ + ۲ > x \rightarrow x^۲ + x - ۲ < ۰ \rightarrow (x+۲)(x-۱) < ۰ \rightarrow -۲ < x < ۱ \xrightarrow{\text{اشتراک با شرط}} -۲ < x < ۱$

$x > \sqrt{۲} \rightarrow x^۲ - ۲ > x \rightarrow x^۲ - x - ۲ > ۰ \rightarrow (x-۲)(x+۱) > ۰ \rightarrow x < -۱ \text{ یا } x > ۲ \xrightarrow{\text{اشتراک با شرط}} x > ۲$

از اجتماع جواب‌های به‌دست آمده به $x > ۲$ یا $x < ۱$ می‌رسیم.

روش دوم: به روش عددگذاری حل می‌کنیم.

$x = ۲ \rightarrow$ گزینه‌های ۲ و ۳ حذف می شوند $\rightarrow$ جلوی لگاریتم منفی می‌شود

$x = -۱ \rightarrow$ گزینهٔ ۱ حذف می شود $\rightarrow$ جلوی لگاریتم مثبت می‌شود

۱۰ ۱ ۲ ۳ **۴** توجه: برای محاسبهٔ دامنهٔ تابع $y = \log_B^A$ باید $A > ۰$ و $B > ۰$ و $B \neq ۱$ باشد.

می‌دانیم دو تابع f و g با هم برابرند. هرگاه اولاً $D_f = D_g$ و ثانیاً برای هر $x \in D_f$ یا $x \in D_g$ ، $f(x) = g(x)$ باشد.

بررسی گزینه‌ها:

۱) $\begin{cases} D_f = (۰, +\infty) \\ D_g = \mathbb{R} - \{۰\} \end{cases} \Rightarrow D_f \neq D_g \Rightarrow f \neq g$

۲) $\begin{cases} D_f = \mathbb{R} - \{۰\} \\ D_g = \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow D_f \neq D_g \Rightarrow f \neq g$

۳) $\begin{cases} D_f = [۰, +\infty) \\ D_g = \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow D_f \neq D_g \Rightarrow f \neq g$

۴) $\begin{cases} D_f = \mathbb{R} - \{۰\} \\ D_g = \mathbb{R} - \{۰\} \end{cases} \Rightarrow D_f = D_g$

این دو تابع شرایط اولیه را دارند، برای دو تابع داریم:

$f(x) = \begin{cases} ۱ & ; \ x > ۰ \\ -۱ & ; \ x < ۰ \end{cases} \ (*), \quad g(x) \begin{cases} ۱ & ; \ x > ۰ \\ -۱ & ; \ x < ۰ \end{cases} \ (**) \xrightarrow{(**),(*)} \forall x \in \mathbb{R} - \{۰\} : f(x) = g(x)$

لذا دو تابع f و g برابرند.

۱۱ **۱** ۲ ۳ ۴ ابتدا معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم:

$۲AgNO_۳(aq) + MgCl_۲(s) \rightarrow ۲AgCl(s) + Mg(NO_۳)_۲(aq)$

روش اول: در این مسئله حجم محلول اهمیتی ندارد و با استفاده از مول نقره‌نیترات، مقدار $MgCl_۲$ بر حسب گرم را به دست می‌آوریم:

$?gMgCl_۲ = ۰/۰۲molAgNO_۳ \times \frac{۱molMgCl_۲}{۲molAgNO_۳} \times \frac{۹۵gMgCl_۲}{۱molMgCl_۲} = ۰/۹۵gMgCl_۲$

روش دوم:

$۲AgNO_۳ \sim MgCl_۲$

$\frac{۰/۰۲(mol)}{۲} = \frac{x(g)}{۱ \times ۹۵} \Rightarrow x = ۰/۹۵gMgCl_۲$

۱۲ **۱** ۲ ۳ ۴ راه حل اول:

محلول (۱) : $M = \frac{\text{مول حل شونده}}{\text{حجم محلول } (L)} = \frac{۴ \times ۰/۱\ (mol)}{۰/۰۲۵\ (L)} = ۱۶mol \cdot L^{-۱}$

محلول (۲) : $M = \frac{\text{مول حل شونده}}{\text{حجم محلول } (L)} = \frac{۸ \times ۰/۱\ (mol)}{۰/۰۵\ (L)} = ۱۶mol \cdot L^{-۱}$

راه حل دوم: تعداد ذره‌های حل‌شونده و حجم ظرف محلول «۲»، دو برابر تعداد ذره‌های حل‌شونده و حجم ظرف محلول «۱» است؛ پس غلظت دو محلول باهم برابر است.

بررسی گزینهٔ «۴»: چون غلظت دو محلول با یکدیگر برابر است، غلظت محلول حاصل از مخلوط کردن آن‌ها، با غلظت هریک از محلول‌های اولیه برابر خواهد بود.

۱۳ ۱ ۲ **۳** ۴

$$(M_۲)\ \text{غلظت نهایی} = ۰/۵ + (\frac{۳۰}{۱۰۰} \times ۰/۵) = ۰/۶۵ \frac{mol}{L}$$

$$M_{\text{رقیق}} \times V_{\text{رقیق}} = M_{\text{غلیظ}} \times V_{\text{غلیظ}}$$

$$۰/۵ \times ۲۵۰ = ۰/۶۵ \times V_{\text{غلیظ}}$$

$$\Rightarrow V_{\text{غلیظ}} = \frac{۰/۵ \times ۲۵۰}{۰/۶۵} \simeq ۱۹۲mL$$

حجم محلول پایانی باید $۱۹۲mL$ باشد یا به عبارت دیگر، $۲۵۰ - ۱۹۲ = ۵۸$ میلی‌لیتر آب از محلول رقیق باید تبخیر شود تا غلظت محلول اسید $\%۳۰$ افزایش یابد.

۱۴ **۱** ۲ ۳ ۴

$$۲NaOH + H_۲SO_۴ \rightarrow Na_۲SO_۴ + ۲H_۲O$$

$$?mL H_۲SO_۴ = ۰/۲gNaOH \times \frac{۱molNaOH}{۴۰gNaOH} \times \frac{۱molH_۲SO_۴}{۲molNaOH} \times \frac{۱L}{۰/۰۵molH_۲SO_۴} \times \frac{۱۰۰۰mL}{۱L} = ۵۰mL$$

۱۵ ۱ **۲** ۳ ۴ $Mg(NO_۳)_۲$: منیزیم نیترات

CrO : کروم (II) اکسید

$CaCO_۳$: کلسیم کربنات

توجه: فلز کلسیم، تنها یک کاتیون پایدار تشکیل می‌دهد، پس نباید از اعداد یونانی برای نام‌گذاری ترکیبات آن استفاده کرد.

۱۶ ۱ ۲ ۳ **۴** چنین موادی توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی دارند، درنتیجه نقطهٔ‌جوش بالاتری پیدا می‌کنند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: ترتیب درست نقطهٔ‌جوش مواد داده شده به‌صورت: $NH_۳ > AsH_۳ > PH_۳$ است، زیرا $NH_۳$ به دلیل توانایی برقراری پیوند هیدروژنی، نقطهٔ‌جوش بالاتری دارد.

گزینهٔ «۲»: مولکول‌های آب و استون هر دو قطبی هستند و جرم مولی استون بیشتر از آب است اما نقطهٔ‌جوش آب به علت تشکیل پیوند هیدروژنی بالاتر از استون می‌باشد.

گزینهٔ «۳»: یخ ساختار سه بعدی دارد و در آن هر مولکول آب با چهار مولکول دیگر، پیوند هیدروژنی تشکیل می‌دهد.

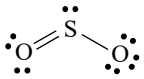
۱۷ ۱ **۲** ۳ ۴ شرط تشکیل پیوند هیدروژنی بین دو مولکول این است که این جاذبه بین اتم هیدروژن متصل به اتم‌های N، O و F از یک مولکول و اتم‌های N، O یا F از مولکول دیگر برقرار باشد. در موارد (ب) و (پ) بین دو مولکول، پیوند هیدروژنی برقرار می‌شود.

کربن تتراکلرید و $I_۲$ مولکول‌هایی ناقطبی هستند. در مولکول‌های HCl و $PH_۳$ و استون و $CH_۲O$ هیدروژن متصل به F، O یا N وجود ندارند.

۱۸ **۱** ۲ ۳ ۴ گشتاور دوقطبی $H_۲O$ و $H_۲S$ به‌ترتیب $۱/۸۵D$ و $۰/۹۷D$ است و تقریباً گشتاور آب دو برابر $H_۲S$ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: گشتاور دوقطبی $SO_۲$ صفر نیست، زیرا $SO_۲$ یک مولکول قطبی است.



گزینهٔ «۳»: پیوند هیدروژنی قوی‌ترین پیوند بین مولکولی است.

گزینهٔ «۴»: پیوند هیدروژنی در HF قوی‌تر از $H_۲O$ است اما تعداد پیوند هیدروژنی در $H_۲O$ بیشتر از HF است. به همین علت، نقطهٔ جوش آب بالاتر از HF می‌باشد.

۱۹ **۱** ۲ ۳ ۴ پس گزینه (۱) نادرست است و باید $A_۲(CO_۳)_۳$ نوشته شود.

$$\underset{\text{کاتیون}\ \swarrow\ \searrow\ \text{آنیون}}{A(NO_۳)_۳} \qquad \underset{\text{کاتیون}\ \swarrow\ \searrow\ \text{آنیون}}{B_۲SO_۴} \Rightarrow A^{۳+}, B^{+}$$

۲۰ ۱ ۲ ۳ **۴** فراوان‌ترین آنیون موجود در آب دریا، یون کلرید (Cl^-) است.

۲۱ ۱ ۲ **۳** ۴

۱) $(NH_۴)_۲SO_۴ \rightarrow ۲NH_۴^+ + SO_۴^{۲-} \rightarrow ۳ \times ۰/۱ = ۰/۳mol$ یون

۲) $Fe(NO_۳)_۳ \rightarrow Fe^{۳+} + ۳NO_۳^- \Rightarrow ۴ \times ۰/۱ = ۰/۴\ mol$ یون

۳) $CaCl_۲ \rightarrow Ca^{۲+} + ۲Cl^- \Rightarrow ۳ \times ۰/۲ = ۰/۶\ mol$ یون

۴) $Na_۲CO_۳ \rightarrow ۲Na^+ + CO_۳^{۲-} \Rightarrow ۳ \times ۰/۰۵ = ۰/۱۵\ mol$ یون

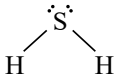
۲۲ ۱ ۲ ۳ **۴** فقط عبارت (ب) درست است.

آ) $H_۲S$ در دمای اتاق، گاز است.

ب) جرم مولی $H_۲S$ از آب بیشتر و نقطهٔ جوش آن از آب کمتر است.

پ) H_2S دارای مولکول‌های قطبی است.

ت) مولکول H_2S ساختاری خمیده دارد.



۲۳ ۱ ۲ ۳ ۴ عبارت‌های «آ» و «ت» درست‌اند.

مادهٔ A در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند یعنی مولکولی قطبی است. مواد B و C ناقطبی هستند اما باتوجه به مقایسه مول آن‌ها در جرم‌های یکسان، می‌توان فهمید جرم مولی B کمتر از جرم مولی C است.

آ) B و C مولکول‌هایی ناقطبی هستند و گشتاور دو قطبی آن‌ها حدود صفر است.

ب) جرم مولی C بیشتر از B می‌باشد و نیروهای بین مولکولی قوی‌تری دارد.

پ) مادهٔ A می‌تواند پیوند هیدروژنی داشته باشد و می‌تواند نداشته باشد؛ پس اطلاعات کافی برای تشخیص این مورد را نداریم.

ت) باتوجه به اینکه نیروهای بین مولکولی در مادهٔ C قوی‌تر از B است؛ بنابراین آسان‌تر به مایع تبدیل می‌شود.

۲۴ ۱ ۲ ۳ ۴

$$K_2SO_4(s) \rightarrow 2K^+(aq) + SO_4^{2-}(aq)$$

$$ppm = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \rightarrow 64 = \frac{xg}{4 \times 10^6 g} \times 10^6 \rightarrow x = 256gK_2SO_4$$

$$\frac{\text{گرم پتاسیم‌سولفات}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{گرم یون پتاسیم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \rightarrow \frac{256gK_2SO_4}{1 \times 174} = \frac{xgK^+}{2 \times 39} \rightarrow x = 114/4gK^+$$

۲۵ ۱ ۲ ۳ ۴

$$Ba(OH)_2(aq) + 2HCl(aq) \rightarrow BaCl_2(aq) + 2H_2O(l)$$

$$1mol\,Ba(OH)_2 \sim 2mol\,HCl$$

$$\Rightarrow \frac{200ml \times \frac{1g}{1mL} \times \frac{21375}{10^6}}{1 \times 171} = \frac{0/4mol\,L^{-1} \times V(L)}{2}$$

$$V = (\frac{21375}{10^3 \times 171})L \xrightarrow{\times \frac{1000mL}{1L}} V = \frac{21375}{171} = \frac{17100 + \bigcirc}{171} > 100 \Rightarrow$$ گزینهٔ «۴»