پاسخ‌نامه تشریحی

۱

الف به نوسان‌هایی که هر چرخهٔ آن در دورهای دیگر تکرار شود نوسان‌های دوره‌ای می‌گویند. مانند ریتمِ قلب یک شخص.

ب مدت زمان یک چرخه، دورهٔ تناوب حرکت نامیده می‌شود و آن را با T نشان می‌دهند و یکای آن در SI، ثانیه است.

پ تعداد نوسان‌های انجام‌شده (تعداد چرخه) در هر ثانیه، بسامد (فرکانس) نامیده می‌شود و یکای آن در SI، هرتز است.

ت یکی از انواع نوسان‌های دوره‌ای است که در آن نوسان به‌طور سینوسی رخ می‌دهد. به این نوع نوسان‌های سینوسی حرکت هماهنگ ساده (SHM) گفته می‌شود.

ث نوسان‌نگار وسیله‌ای برای ثبت نوسان‌ها است.

۲

الف د

۳ در مرکز تعادل $(x = ۰)$ تندی نوسانگر بیشینه می‌شود، یعنی:

$$x = ۰ \Rightarrow \cos ۵۰\pi t = \cos\frac{\pi}{۲} \Rightarrow ۵۰\pi t = \frac{\pi}{۲} \qquad t = ۰/۰۱s$$

۴

الف درست

۵

الف بسامد

۶

الف)

$$\omega = ۲\pi f \rightarrow \omega = ۲\pi \times ۵۰ = ۱۰۰\pi\ rad/s$$
$$x = A\cos\omega t \quad , \quad A = ۳cm \Rightarrow x_{(cm)} = ۳\cos ۱۰۰\pi t$$

۷

الف نادرست

ب نادرست

۸

الف

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{۱۰۰}{۰/۲۵}} \Rightarrow \omega = ۲۰rad/s$$

۹

الف بیشینه

۱۰

الف در لحظه‌ای که $x = -A$ باشد، پس از شروع نوسان، برای اولین بار تندی نوسانگر به صفر می‌رسد.

$$-۰/۰۲ = ۰/۰۲\cos ۱۰\pi t \qquad ۱۰\pi t = \pi \qquad t = \frac{۱}{۱۰}s$$

۱۱

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$
$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{۰/۸}{۸۰}}$$
$$T = ۰/۶s$$

۱۲

$$x = A\cos\omega t \qquad \omega = r\pi f$$
$$x = ۰/۰۶\cos(۲\pi \times ۲/۵)t$$

$x = ۰/۰۶ \cos ۵\pi t$

۱۳ اگر وزن خودرو مساوی توزیع شده باشد یعنی به‌ازای هر فنر جرم $۱۰۰۰\ kg$ داریم پس می‌توان نوشت:

دورهٔ تناوب: $T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = ۲\pi\sqrt{\frac{۱۰۰۰}{۴ \times ۱۰^۴}} = \frac{\pi}{\sqrt{۱۰}}(s) \simeq ۱(s)$

بسامد: $f = \frac{۱}{T} = ۱Hz$

سرعت زاویه‌ای: $\omega = \frac{۲\pi}{T} = ۲\pi f = ۲\pi Rad/s$

۱۴

الف بسامد

۱۵

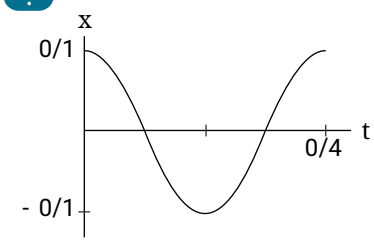
الف

$x = A\cos\frac{۲\pi}{T}t$

$x = ۰/۱\cos\frac{۲\pi}{۰/۴}t$

$x = ۰/۱\cos ۵\pi t$

ب



۱۶

$\omega = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{۲\pi}{۰/۱} = ۲۰\pi\ rad/s$

$x = A\cos\omega t \Rightarrow x = ۰/۰۵\cos ۲۰\pi t$

۱۷

الف مکان

۱۸

الف دوره‌ای

ب متغیر

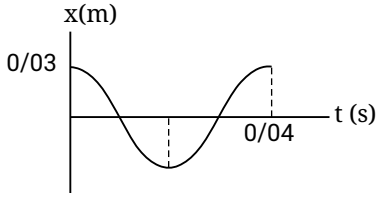
پ بله

۱۹

الف

$T = \frac{۲\pi}{\omega}$

$T = \frac{۲\pi}{۵۰\pi} = ۰/۰۴s$



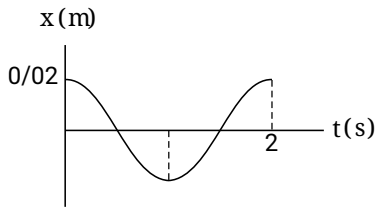
۲۰

الف

$T = \frac{۲\pi}{\omega} \Rightarrow T = \frac{۲\pi}{\pi} = ۲s$

ب

نام پ



۲۱

الف دامنه

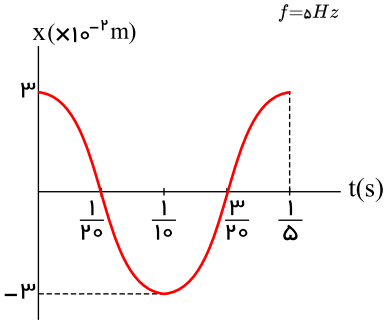
ب جرم وزنه

پ بیشینه

۲۲

معادلهٔ حرکت: $x = A\cos\omega t \xrightarrow[f=۵Hz]{\omega=۲\pi f} x = ۳\times ۱۰^{-۲}\cos ۱۰\pi t$

نمودار مکان – زمان:



$$t = ۰ \rightarrow x = ۳\times ۱۰^{-۲} m$$

$$t = \frac{T}{۴} = \frac{۱}{۲۰} s \rightarrow x = ۳\times ۱۰^{-۲}\cos\frac{۱۰\pi}{۲۰} = ۰$$

$$t = \frac{T}{۲} = \frac{۱}{۱۰} s \rightarrow x = ۳\times ۱۰^{-۲}\cos\pi = -۳\times ۱۰^{-۲} m$$

$$t = \frac{۳T}{۴} = \frac{۳}{۲۰} s \rightarrow x = ۳\times ۱۰^{-۲}\cos\frac{۳\pi}{۲} = ۰$$

$$t = T = \frac{۱}{۵} s \rightarrow x = ۳\times ۱۰^{-۲}\cos ۲\pi = ۳\times ۱۰^{-۲} m$$

۲۳ همان‌طور که می‌دانید، برای نوشتن معادلهٔ حرکت نیاز به دامنه و بسامد زاویه‌ای داریم. بنابراین ابتدا این دو را به دست می‌آوریم.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{۲۰۰}{۰/۵}} = \sqrt{۴۰۰} = ۲۰\frac{rad}{s}$$

دامنهٔ حرکت به اندازهٔ فاصلهٔ اولیهٔ جسم نسبت به نقطهٔ تعادل است. بنابراین $A = ۰/۱m$ است.

$$x = A\cos\omega t \Rightarrow x = ۰/۱\cos(۲۰t)$$

۲۴

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{T_۲}{T_۱} = \sqrt{\frac{m_۲}{m_۱}} \Rightarrow \frac{۳T}{T} = \sqrt{\frac{m+۱}{۱}}$$

دو طرف را به توان (۲) می‌رسانیم. $\longrightarrow \frac{۹}{۱} = \frac{m+۱}{۱} \Rightarrow m = ۸kg$

۲۵ گام اول: با توجه به اینکه جسمی به جرم $۱kg$ به انتهای فنر آویزان کرده‌ایم و فنر $۵cm$ کشیده شده است، ثابت فنر برابر است با:

$$F_e = W \Rightarrow kx = mg$$

$$\Rightarrow k\times(۰/۰۵m) = (۱kg)(۱۰\frac{N}{kg})$$

$$\Rightarrow k = \frac{۱۰N}{۰/۰۵m} = ۲۰۰\frac{N}{m}$$

گام دوم: وقتی به این فنر جرم ۲ کیلوگرمی را وصل می‌کنیم، براساس رابطهٔ $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ بسامد زاویه برابر می‌شود با:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{۲۰۰\frac{N}{m}}{۲kg}} = \sqrt{۱۰۰}\frac{rad}{s} = ۱۰\frac{rad}{s}$$

گام سوم: بنابراین معادلهٔ مکان – زمان نوسانگر که $۱۰cm$ روی سطح افقی کشیده شده است، در SI به‌صورت زیر می‌شود:

$$A = ۱۰cm = ۰/۱m \Rightarrow x(t) = A\cos\omega t = ۰/۱\cos ۱۰t$$

۲۶ دورهٔ تناوب سامانهٔ جرم – فنر با جذر جرم رابطهٔ مستقیم دارد؛ پس:

$$\frac{T_۲}{T_۱}=\sqrt{\frac{m_۲}{m_۱}}\Rightarrow\frac{۶s-۴s}{۶s}=\sqrt{\frac{m-۴kg}{m}}$$

$$\Rightarrow\frac{۲s}{۶s}=\sqrt{\frac{m-۴kg}{m}}\Rightarrow\frac{۱}{۳}=\sqrt{\frac{m-۴kg}{m}}\Rightarrow\frac{۱}{۹}=\frac{m-۴}{m}$$

$$\Rightarrow m=۹(m-۴kg)\Rightarrow m=۹m-۳۶kg$$

$$\Rightarrow ۳۶kg=۸m\Rightarrow m=\frac{۳۶kg}{۸}=۴٫۵kg$$

۲۷ گام اول: طبق رابطهٔ $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$ داریم:

$$\frac{\omega_۲}{\omega_۱}=\sqrt{\frac{k_۲}{k_۱}\times\frac{m_۱}{m_۲}}\Rightarrow\frac{\omega_۲}{\omega_۱}=\sqrt{\frac{۲k}{k}\times\frac{m}{\frac{۱}{۲}m}}=\sqrt{۴}=۲\Rightarrow\omega_۲=۲\omega$$

گام دوم: سؤال مقدار افزایش بسامد زاویه‌ای برحسب ω را می‌خواهد:

$$\omega_۲-\omega_۱=۲\omega-\omega=\omega$$

۲۸ کافی است در دو لحظهٔ داده‌شده، مکان‌های نوسانگر را به دست آوریم و سپس از هم کم کنیم:

$$t_۱=\frac{۱}{۶۰}s\Rightarrow x_۱=۰٫۴\cos(۲۰\pi\times\frac{۱}{۶۰})=۰٫۴\cos\frac{\pi}{۳}\xrightarrow{\cos\frac{\pi}{۳}=\frac{۱}{۲}}x_۱=۰٫۲m$$

$$t_۲=\frac{۱}{۲۰}s\Rightarrow x_۲=۰٫۴\cos(۲۰\pi\times\frac{۱}{۲۰})=۰٫۴\cos\pi\xrightarrow{\cos\pi=-۱}x_۲=-۰٫۴m$$

$$|\Delta x|=|x_۲-x_۱|\Rightarrow|\Delta x|=|-۰٫۴-۰٫۲|=۰٫۶m$$

۲۹ با توجه به اولین نقطهٔ تلافی دو نمودار، مشخص است که:

$$۳\frac{T_B}{۴}=\frac{T_A}{۴}\Rightarrow T_A=۳T_B$$

حال می‌توانیم نسبت بسامد زاویه‌ای دو نمودار را به دست آوریم:

$$\frac{\omega_B}{\omega_A}=\frac{\frac{۲\pi}{T_B}}{\frac{۲\pi}{T_A}}=\frac{T_A}{T_B}\Rightarrow\frac{\omega_B}{\omega_A}=۳$$

۳۰

$$T=\frac{۲\pi}{\omega}\qquad T=\frac{۲\pi}{۲۵\pi}=۰٫۰۸\ s$$

$$t=\frac{T}{۴}\qquad t=\frac{۰٫۰۸}{۴}=۰٫۰۲\ s$$