پاسخنامه تشریحی

۱ – گزینه ۴ آنچه که تعیین می‌کند کدام آمینواسید در توالی یک پروتئین قرار بگیرد، توالی سه نوکلئوتیدی درون رنای پیک بالغ است که کدون نام دارد. درضمن تمام ژن‌ها به پروتئین ترجمه نمی‌شوند.

۲ – گزینه ۳ اگر نیازی به محصول ژن نباشد، از آن ژن رونویسی صورت نمی‌گیرد. مفهوم تنظیم بیان ژن ریشه در آن دارد که یاخته در چه زمانی به آن ژن نیاز دارد تا آن را روشن کند، چرا که فرآیند پروتئین‌سازی برای یاخته هزینه‌بر است و بی‌جهت به مصرف انرژی نمی‌پردازد.

در مورد گزینهٔ «۱»: کدون‌های پایان هیچ آمینواسیدی را رمز نمی‌کنند.

در مورد گزینهٔ «۲»: در هوهسته‌ای‌ها (یوکاریوت‌ها) سه نوع رنابسپاراز (RNA پلیمراز) در هستهٔ یاخته وجود دارد (نه یک نوع)

در مورد گزینهٔ «۴»: در عمل پیرایش که برای بعضی از $mRNA$ها رخ می‌دهد، طول رنا کاهش می‌یابد نه برای همهٔ انواع رناها!

۳ – گزینه ۴ در مرحلهٔ آغاز و طویل‌شدن زنجیره‌ای از ریبونوکلئوتیدها ساخته می‌شود (درستی گزینهٔ ۱) اما در مرحلهٔ آغاز زنجیره به اندازه‌ای طویل نیست که از آنزیم رنابسپاراز (RNA پلیمراز) خارج شود (نادرستی گزینهٔ ۴).

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۲»: در هر دو مرحله پایان و طویل‌شدن می‌توانیم حرکت آنزیم RNA پلیمراز را مشاهده کنیم.

گزینه «۳»: در مرحلهٔ آغاز و طویل‌شدن می‌توان شکسته‌شدن پیوند هیدروژنی بین دئوکسی ریبونوکلئوتیدهای DNA توسط آنزیم RNA پلیمراز را مشاهده کرد.

۴ – گزینه ۱ این توالی می‌تواند مکملی در رنا داشته باشد به‌صورت UAA

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۲): می‌تواند برای ساخت پادرمزه UAA الگو باشد.

گزینهٔ (۳): ممکن است در ساخت انواع رنا الگو باشد.

گزینهٔ (۴): در ساختار رنا، باز T نداریم.

۵ – گزینه ۴ از آنجا که جهت رونویسی در دو ژن یکسان است، پس رشتهٔ یکسانی از دنا در حال رونویسی است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱» در صورتی که دو ژن تحت رهبری یک راه‌انداز باشند، بین آنها توالی بین ژنی وجود نخواهد داشت.

گزینهٔ «۲» جهت پیشروی فرایند رونویسی در دو ژن یکسان است.

گزینهٔ «۳» اگر تصویر مربوط به یوکاریوت‌ها باشد، ممکن است چند نوع رنابسپاراز فعالیت کنند.

۶ – گزینه ۲ برخی از مولکول‌های رنا دارای خاصیت آنزیمی هستند که در یاخته‌های یوکاریوتی ممکن است در هسته، میتوکندری یا کلروپلاست تولید شوند. در همهٔ این محل‌ها برای تولید مولکول رنا، نوعی آنزیم رنابسپاراز به بخشی از مولکول دنا متصل می‌شود.

۷ – گزینه ۳ گزینهٔ ۳ صحیح است زیرا ← در این مرحله بر روی کدون دوم در جایگاه A، هیچ $tRNA$یی قرار نمی‌گیرد و نوکلئوتیدهای کدون دوم، بدون مکمل باقی می‌مانند.

گزینهٔ ۱ نادرست است، زیرا ← این مرحله با تکمیل ساختار ریبوزوم به پایان می‌رسد ولی این گزینه مربوط به مرحله طویل شدن می‌باشد.

گزینهٔ ۲ نادرست است، زیرا ← تنها $tRNA$ آغازگر و متیونین آغازی در این مرحله وارد جایگاه P می‌شوند.

گزینهٔ ۴ نادرست است، زیرا ← در این مرحله هیچ پیوند پپتیدی بین آمینواسیدها تشکیل نمی‌گردد.

۸ – گزینه ۴ فرآیند پیرایش فقط مخصوص یاخته‌های یوکاریوتی بوده و تنها درمورد رنای پیک رخ می‌دهد. اما فعالیت نوکلئازی رنابسپاراز که منجر به فرآیند ویرایش می‌شود، علاوه بر یوکاریوت‌ها در پروکاریوت‌ها نیز قابل مشاهده است. درنتیجه، پیرایش برخلاف ویرایش قطعاً درون هسته قابل مشاهده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در هر دو فرآیند تمامی طول ژن مورد استفاده قرار می‌گیرد. نکتهٔ حائز اهمیت آن است که در طی همانندسازی برخلاف رونویسی تمامی طول دنا مورد استفاده قرار می‌گیرد.

گزینهٔ (۲): قانون چارگاف درمورد کل مولکول دنا صادق است؛ نه یک رشته از آن.

گزینهٔ (۳): پیوند فسفودی‌استر در رشتهٔ تازه ساخت دنا حین ویرایش و در رشتهٔ رنا حین پیرایش دچار هیدرولیز می‌گردد.

۹ – گزینه ۴ در مرحلهٔ پایان، از روی توالی مربوط به توالی پایان که قسمتی از ژن ساختاری است، رونویسی انجام می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: در مرحلهٔ آغاز رونویسی هیچ‌گاه پیوند بین رنا و دنا شکسته نمی‌شود.

گزینهٔ ۲: در باکتری‌ها، رنابسپاراز پروکاریوتی به راه‌انداز وصل می‌شود.

گزینهٔ ۳: در رونویسی خودِ آنزیم رنابسپاراز، پیوند هیدروژنی را می‌شکند.

۱۰ – گزینه ۱ توالی راه‌انداز به رنابسپاراز اجازه می‌دهد رونویسی را از جای صحیح آغاز کند. راه‌انداز توسط رنابسپاراز رونویسی نمی‌شود (درستی گزینهٔ «۲»). اما دقت کنید که راه‌انداز در طی همانندسازی قطعاً پیوندهای هیدروژنی خود را از دست می‌دهد (نادرستی گزینهٔ «۱») راه‌انداز موجب می‌شود رنابسپاراز اولین نوکلئوتید مناسب را به‌طور دقیق پیدا و رونویسی را از آنجا آغاز کند (درستی گزینهٔ «۳») . نوکلئوتید یوراسیل‌دار تنها در رناها دیده می‌شود و نمی‌توان این نوع نوکلئوتید را در ساختار دنا مشاهده کرد (درستی گزینهٔ «۴»)

۱۱ – گزینه ۱ به‌منظور تولید پروتئین، پس از برقرار شدن دومین پیوند پپتیدی در جایگاه A ریبوزوم، رناتن یک مرتبه به‌سمت جلو حرکت کرده و $tRNA$ فاقد آمینواسید در جایگاه E قرار

می‌گیرد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۲) شکسته شدن پیوند بین پلی‌پپتید در حال ساخت و دومین $tRNA$، قبل از تشکیل دومین پیوند پپتیدی رخ می‌دهد.

گزینهٔ ۳) جدا شدن آمینواسید از $tRNA$ در جایگاه P رخ می‌دهد.

گزینهٔ ۴) ورود $tRNA$ حامل سومین آمینواسید به جایگاه A، قبل از تشکیل دومین پیوند پپتیدی رخ می‌دهد.

۱۲ - گزینه ۲ در مرحلهٔ آغاز، رشتهٔ کوتاهی از رنا در مقابل یک رشته از ژن، ساخته می‌شود؛ بنابراین، در این مرحله اولین پیوند بین نوکلئوتیدهای ریبوزدار تشکیل می‌شود.

تشریح سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در مرحلهٔ آغاز، بین نوکلئوتیدهای ریبوزدار پیوند اشتراکی فسفودی استر و بین این نوکلئوتیدها با نوکلئوتیدهای رشتهٔ دنا، پیوند هیدروژنی ایجاد می‌گردد.

گزینهٔ «۳» و «۴»: در مرحلهٔ پایان، در دنا توالی‌های ویژه‌ای وجود دارد که موجب پایان رونویسی توسط آنزیم رنابسپاراز می‌شوند. در این مرحله، پیوند هیدروژنی بین ریبونوکلئوتیدها و دئوکسی ریبونوکلئوتیدها شکسته شده و دو رشتهٔ دنا، با پیوند هیدروژنی دوباره به هم متصل می‌شوند.

۱۳ - گزینه ۱ در طی فرآیند ترجمه ابتدا بخش‌هایی از رنای پیک، زیرواحد کوچک رناتن را به سمت رمزهٔ آغاز هدایت می‌کنند که به معنای اتصال زیرواحد کوچک رناتن با رنای پیک است. بعد از آن، رنای ناقل حاوی پادرمزهٔ مکمل رمزهٔ آغاز که حاصل آمینواسید متیونین است، به جایگاهی که پس از کامل‌شدن ساختار رناتن، جایگاه p را به‌وجود می‌آورد، واردشده و سپس زیرواحد بزرگ رناتن به مجموعهٔ قبلی می‌پیوندد.

۱۴ - گزینه ۳ درست است که در رونویسی تنها یک رشته و در همانندسازی هر دو رشته دنا می‌توانند به‌عنوان الگو عمل کنند ولی باید دقت کرد که حتی در همانندسازی نیز هر آنزیم (یعنی یک آنزیم بسپاراز) تنها به یک رشتهٔ دنا متصل می‌شود!

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱. هلیکاز فقط در همانندسازی فعالیت دارد.

۲. مولکول DNA در هر دو فرآیند به‌عنوان الگو می‌باشد.

۴. در هر دو فرآیند پیوندهای فسفو دی‌استر تشکیل می‌شوند.

۱۵ - گزینه ۳ بخش‌های A، B و C به‌ترتیب: آنزیم رنابسپاراز، رشته الگو و رنای رونویسی شده هستند. توالی‌های اینترونی و اگزونی بخش‌هایی از دنا هستند.

گزینهٔ «۱»: آنزیم رنابسپاراز با کمک راه‌انداز نوکلئوتید مناسب را به‌طور دقیق پیدا کرده و رونویسی را از این محل آغاز می‌کند.

گزینهٔ «۲»: در دنا (رشتهٔ الگو)، توالی‌های ویژه‌ای موجود است که سبب پایان فرایند رونویسی می‌شود.

گزینهٔ «۴»: آنزیم رنابسپاراز در ابتدای رونویسی، دو رشته دنا را از هم باز می‌کند که این فرایند با شکسته شدن پیوند هیدروژنی بین بازهای مکمل در دنا صورت می‌گیرد.

۱۶ - گزینه ۳ بررسی عبارت‌ها:

آ) نادرست؛ اتیلن گلیکول دارای فرمول شیمیایی $C_2H_6O_2$ است.

ب) درست؛ به جز نمک خوراکی بقیه در هگزان حل می‌شود.چون بنزین، وازلین و روغن زیتون همگی غیرقطبی هستند و در حلال غیرقطبی هگزان حل می شوند.

پ) نادرست؛ در ساختار لوویس باید جفت الکترون‌های ناپیوندی نیز نمایش داده شود.

N یک جفت و O دو جفت الکترون ناپیوندی دارند.

ت) درست؛ تعداد هیدروژن در وازلین ۵۲ و در روغن زیتون ۱۰۴ است.

۱۷ - گزینه ۴ مورد اول و چهارم درست بیان شده‌اند.

مورد دوم: نادرست. در این نوع آب‌ها مقادیر چشم‌گیری از یون‌های $Ca^{2+}(aq)$ و $Mg^{2+}(aq)$ وجود دارد.

مورد سوم: نادرست. کلوئید را می‌توان همانند پلی بین محلول‌ها و سوسپانسیون‌ها در نظر گرفت.

مورد پنجم: نادرست. چربی‌ها مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای بلندزنجیر (با جرم مولی زیاد) هستند.

۱۸ - گزینه ۳ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: درست. با توجه به

$$\text{استون}: C_3H_6O = 58 \quad , \quad \text{بوتن}: C_4H_8 = 56 \Rightarrow \text{تفاوت جرم مولی} = 58 - 56 = 2g$$

$$\text{اوره}: CO(NH_2)_2 = 60 \quad , \quad \text{اتیلن گلیکول}: C_2H_6O_2 = 62 \Rightarrow \text{تفاوت جرم مولی} = 62 - 60 = 2g$$

گزینهٔ «۲»: درست.

گزینهٔ «۳»: نادرست. طول زنجیر هیدروکربنی ساختار داده‌شده کم است و نمی‌تواند صابون باشد.

گزینهٔ «۴»: درست.

$$H - \overset{\overset{:O:}{\|}}{C} - H \Rightarrow \frac{4}{2} = 2 \qquad H - \overset{H}{\underset{H}{N}} - \overset{\overset{:O:}{\|}}{C} - \overset{H}{\underset{H}{N}} - H \Rightarrow \frac{8}{4} = 2$$

۱۹ - گزینه ۱ شکل نشان‌دهندهٔ یک پاک‌کنندهٔ غیرصابونی است که از بنزن و دیگر مواد اولیه در صنایع پتروشیمی، طی واکنش‌های پیچیده به دست می‌آید. بخش R در آن، در صورت سیرشده بودن دارای فرمول عمومی C_nH_{2n+1} می‌باشد؛ بنابراین اگر در این بخش ۲۵ اتم هیدروژن وجود داشته باشد، دارای ۱۲ اتم کربن بوده و در بخش آب‌گریز آن با شش کربن موجود در حلقه بنزنی، در مجموع ۱۸ اتم کربن وجود خواهد داشت. تفاوت پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی هم در بخش قطبی و هم ناقطبی آن‌ها است، به‌طوری که در پاک‌کننده‌های غیرصابونی در بخش ناقطبی، برخلاف پاک‌کننده‌های صابونی، حلقهٔ بنزن وجود دارد. در پاک‌کننده‌های غیرصابونی، بخش قطبی گروه SO_3^- است؛ در حالی‌که در پاک‌کننده‌های صابونی گروه COO^- وجود دارد. قدرت پاک‌کنندگی پاک‌کننده‌های غیرصابونی در آب سخت، از قدرت پاک‌کنندگی پاک‌کننده‌های صابونی، با فرمول کلی $RCOONa$ بیشتر است.

۲۰ - گزینه ۲ ابتدا باید تعداد اتم‌های کربن و هیدروژن را در پاک‌کنندهٔ صابونی به دست آوریم:

فرمول عمومی پاک‌کننده‌های صابونی به‌صورت $C_nH_{2n-1}O_2Na$ است.

$$\frac{۴۵}{۸}=\frac{\text{درصد جرمی کربن}}{\text{درصد جرمی اکسیژن}}=\frac{n\times ۱۲}{۲\times ۱۶}\Rightarrow n=۱۵$$

$$\text{تعداد اتم‌های هیدروژن}=۲(۱۵)-۱=۲۹$$

فرمول عمومی پاک‌کننده‌های غیرصابونی با زنجیر هیدروکربنی سیر شده به‌صورت $C_nH_{2n+1}C_6H_4SO_3Na$ است.

$$2n+1+4=29\Rightarrow n=12$$

$$\Rightarrow \text{فرمول شیمیایی پاک کنندهٔ غیرصابونی}=C_{18}H_{29}SO_3Na$$

$$\text{درصد جرمی اتم گوگرد}=\frac{\text{جرم اتم گوگرد}}{\text{جرم ترکیب}}\times ۱۰۰=\frac{۱(۳۲)}{۱۸(۱۲)+۲۹(۱)+۱(۳۲)+۳(۱۶)+۱(۲۳)}\times ۱۰۰=\frac{۳۲}{۳۴۸}\times ۱۰۰=۹٫۲\%$$

۲۱ - گزینه ۲

$$\underset{\text{اسید چرب}}{RCOOH(s)}+NaOH(aq)\rightarrow \underset{\text{صابون}}{RCOONa(aq)}+H_2O(l)$$

$$2ROONa(aq)+MgCl_2(aq)\rightarrow \underset{\text{نمک (رسوب)}}{(RCOO)_2Mg(s)}+2NaCl(aq)$$

اگر جرم مولی اسید چرب را M فرض کنیم:

$$۲٫۸۴\,g\ \text{اسید چرب}\times\frac{۱mol\ \text{اسید چرب}}{M\ \text{اسید چرب}}\times\frac{۱mol\ \text{صابون}}{۱mol\ \text{اسید چرب}}\times\frac{۱mol\ \text{رسوب}}{۲mol\ \text{صابون}}=۰٫۰۰۵\ \text{رسوب}$$

$$M_{\text{اسید}}=۲۸۴$$

$$RCOOH=۲۸۴\rightarrow R+۴۵=۲۸۴\Rightarrow R=۲۳۹$$

$$C_nH_{2n+1}=۲۳۹\rightarrow ۱۲n+2n+۱=۲۳۹\rightarrow n=۱۷$$

۲۲ - گزینه ۱ فقط عبارت دوم نادرست است. پاک‌کننده‌های غیرصابونی در آب‌های سخت رسوب نمی‌کنند.

بررسی عبارت آخر:

$$\underbrace{RCOO^-Na^+}_{\text{صابون جامد}}\Rightarrow C_nH_{2n+1}COO^-Na^+$$

$$2n+1=۳۵\Rightarrow n=۱۷$$

درنتیجه فرمول مولکولی صابون مورد نظر $C_{18}H_{35}O_2Na$ می‌باشد.

$$O\ \text{درصد جرمی}=\frac{۲\times ۱۶}{۳۰۶}\times ۱۰۰\simeq ۱۰٫۴\%$$

۲۳ - گزینه ۲

$C_2H_6O_2$ = فرمول مولکولی اتیلن گلیکول

$CO(NH_2)_2$ = فرمول مولکولی اوره

$$?molatom=۱gC_2H_6O_2\times\frac{۱molC_2H_6O_2}{۶۲gC_2H_6O_2}\times\frac{۱۰molatom}{۱molC_2H_6O_2}=\frac{۱۰}{۶۲}=۰٫۱۶mol\ atom$$

$$?molatom=۱gCO(NH_2)_2\times\frac{۱molCO(NH_2)_2}{۶۰gCO(NH_2)_2}\times\frac{۸molatom}{۱molCO(NH_2)_2}=\frac{۸}{۶۰}=۰٫۱۳mol\ atom$$

تعداد مول اتم‌های موجود در یک گرم اتیلن گلیکول بیشتر از اوره است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱) گرد و غبار هوا و لکه‌های چربی هر دو نمونه‌هایی از آلاینده‌ها هستند.

گزینهٔ ۳) با شستن عسل توسط آب، آب نقش حلال را دارد. هنگامی که عسل وارد آب می‌شود؛ مولکول‌های سازندهٔ آن با مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی برقرار می‌کنند و در سرتاسر آن پخش می‌شوند.

گزینهٔ ۴) اسیدهای چرب، کربوکسیلیک اسیدهایی با زنجیر بلند کربنی هستند و چربی‌ها مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای بلند زنجیره هستند.

۲۴ - گزینه ۴ بررسی موارد نادرست:

مورد آ) لکهٔ عسل به‌راحتی با آب شسته می‌شود؛ زیرا حاوی مولکول‌های قطبی است که در ساختار خود شمار زیادی گروه هیدروکسیل دارند.

مورد ب) $CH_3(CH_2)_2COO^-K^+$ را نمی‌توان به صابون مایع نسبت داد. (به‌دلیل کم بودن شمار اتم‌های کربن زنجیرهٔ هیدروکربنی).

مورد پ) شیر، ژله و سس مایونز مخلوط‌هایی ناهمگن هستند (کلوییدند) که نور را پخش می‌کنند.

مورد ث) برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی مواد شوینده به آن‌ها نمک‌های فسفات می‌افزایند.

۲۵ - گزینه ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱) هر دو مولکول حاوی H متصل به عناصر N یا O هستند.

گزینهٔ ۲) اتیلن گلیکول (ضد یخ) یک الکل دو عاملی $HO-CH_2-CH_2-OH$ است.

گزینهٔ ۳) در اسیدهای چرب ($RCOOH$)، زنجیرهٔ R طولانی بوده و بخش ناقطبی غالب است که باعث می‌شود ماده در آب نامحلول باشد.

گزینهٔ ۴) فرمول روغن زتون به‌صورت $C_{57}H_{104}O_6$ می‌باشد.

۲۶ - گزینه ۳

برای پیدا کردن چگالی فلز، با توجه اینکه جرم آن معلوم است، باید حجم فلز را نیز معلوم کنیم. می‌دانیم که حجم آب جابه‌جا شده برابر حجم فلز می‌باشد. بنابراین داریم:

$$V = Ah = ۱۰ \times ۱/۲ = ۱۲cm^۳$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{۹۰}{۱۲} = ۷/۵gr/cm^۳$$

۲۷ - گزینه ۲ شرط حفظ تعادل، وجود فشار برابر در داخل و خارج است. فشار بیرون، ناشی از فشار هوا و فشار ناشی از وزنه است، بنابراین داریم:

$$P_۰ + P_{\text{وزنه}} = P_{\text{داخل}} \Rightarrow ۱۰^۵ + \frac{F}{A} = ۲ \times ۱۰^۵ \Rightarrow \frac{F}{A} = ۱۰^۵ \Rightarrow \frac{F}{۴ \times ۱۰^{-۶}} = ۱۰^۵ \Rightarrow F = ۰/۴N$$

$$\Rightarrow mg = ۰/۴ \Rightarrow m = \frac{۴}{۱۰۰}kg$$

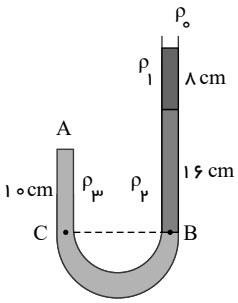
۲۸ - گزینه ۲ فشار $۳۴cm$ مایع را برحسب $cmHg$ حساب می‌کنیم.

$$\rho h = \rho' h' \Rightarrow ۱۳/۶h_{\text{جیوه}} = ۰/۸ \times ۳۴ \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{۰/۸ \times ۳۴}{۱۳/۶} = ۲cm$$

فشار در کف ظرف برابر است:

$$\text{فشار در کف ظرف} = \text{فشار هوا} + \text{فشار حاصل از مایع} \Rightarrow ۷۷ = P_۰ + ۲ \Rightarrow P_۰ = ۷۵cmHg$$

۲۹ - گزینه ۱ فشار نقاط C و B به‌دلیل هم‌تراز بودن باهم برابرند:



$$P_C = P_B \rightarrow P_A + \rho_۳gh_۳ = P_۰ + \rho_۱gh_۱ + \rho_۲gh_۲$$

$$P_A + ۲۰۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۱۰}{۱۰۰} = ۱۰^۵ + ۵۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۸}{۱۰۰} + ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۱۶}{۱۰۰}$$

$$P_A + ۲۰۰۰ = ۱۰۰۰۰۰ + ۴۰۰ + ۱۶۰۰$$

$$P_A = ۱۰۰۰۰۰Pa = P_۰$$

۳۰ - گزینه ۱ از دید ناظر ساکن که در ساحل ایستاده و به حرکت قایق نگاه می‌کند، داریم:

$v_۱$: سرعت آب $v_۲$: سرعت قایقران

در حالت اول: $d = (v_۱ + v_۲) \times t \Rightarrow d = (v_۱ + v_۲) \times ۱۰ \Rightarrow v_۱ + v_۲ = \frac{d}{۱۰}$

در حالت دوم: $d = v_۱ \times t \Rightarrow d = v_۱ \times ۶۰ \Rightarrow v_۱ = \frac{d}{۶۰}$

$$v_۲ = \frac{d}{۱۰} - \frac{d}{۶۰} = \frac{۵d}{۶۰}$$

در حالت سوم: $d = (v_۲ - v_۱) \times t \Rightarrow d = (\frac{۵d}{۶۰} - \frac{d}{۶۰}) \times t \Rightarrow t = ۱۵(s)$

۳۱ - گزینه ۱ وقتی متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، علامت سرعت آن منفی است. از طرفی شیب نمودار مکان - زمان در هر لحظه بیانگر سرعت متحرک در آن لحظه است. با توجه به نمودار، شیب نمودار و در نتیجه سرعت متحرک در بازه‌های زمانی صفر تا $۳s$ و نیز $۸s$ تا $۱۰s$ منفی است. به عبارتی متحرک $۵s$ $۲ + ۳$ در خلاف جهت محور x حرکت کرده است. همچنین در بازهٔ زمانی که $x > ۰$ است بردار مکان متحرک در جهت مثبت محور xها است. با توجه به نمودار در بازهٔ $۶s$ تا $۱۲s$ بردار مکان متحرک در جهت مثبت محور xها است. بنابراین نسبت خواسته شده در صورت سؤال برابر است با: $\frac{۵}{۶}$

۳۲ - گزینه ۱ به دو نکته باید توجه کنیم. یکی اینکه برای تعیین مدت زمان حرکت در هر مرحله باید از رابطه $\Delta t = \frac{\Delta x}{V}$ استفاده کنیم. از طرفی باید به این نکته که نیمی از مسیر را برگشته نیز توجه کنیم.

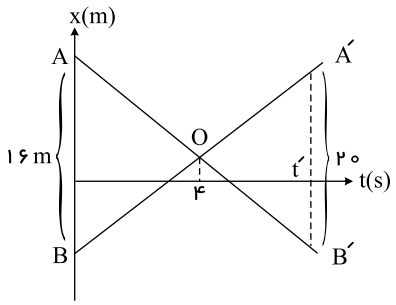
$$\begin{cases} d_۱ = v_۱t_۱ = ۴۰t_۱ \\ d_۲ = v_۲t_۲ = ۵t_۲ \end{cases}$$

$$d_۱ = ۲d_۲ \Rightarrow ۴۰t_۱ = ۱۰t_۲ \Rightarrow t_۲ = ۴t_۱$$

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{d_1-d_2}{t_1+t_2}=\frac{d_2}{\frac{t_2}{4}+t_2}=\frac{5t_2}{\frac{5}{4}t_2}=4m/s$$

۳۳ - گزینه ۱ در نمودار سرعت - زمان، اگر بزرگی سرعت درحال افزایش باشد، حرکت متحرک به‌صورت تندشونده است. به‌عبارت دیگر هرگاه علامت شتاب با علامت سرعت یکسان باشد، حرکت متحرک تندشونده است و در تمام مدتی که $v<0$ است، متحرک در خلاف جهت محور x حرکت کرده است، بنابراین متحرک در بازه‌های زمانی ۰ تا $1s$ و $3s$ تا $5s$ دارای حرکت تندشونده است و در بازهٔ زمانی $3s$ تا $7s$ در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.

۳۴ - گزینه ۳ فاصلهٔ دو ذره در $t=0$ برابر $16m$ است.

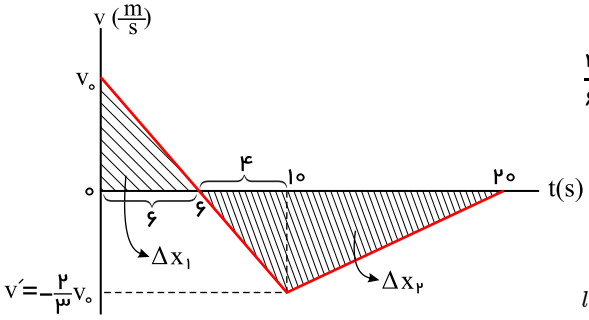


این فاصله به تدریج کم شده و در $t=4$ برابر صفر می‌شود و دوباره فاصله شروع به افزایش می‌کند، اگر فاصلهٔ دو متحرک در t_1 برابر ۲۰ متر شود، با استفاده از تشابه دو مثلث OAB و $OA'B'$ داریم:

$$\frac{16}{20}=\frac{4}{t'-4}\Rightarrow\frac{4}{5}=\frac{4}{t'-4}\Rightarrow t'-4=5\Rightarrow t'=9s$$

۳۵ - گزینه ۱

ابتدا سرعت متحرک را در لحظه‌های $t=0s$ و $t=10s$ می‌یابیم. با توجه به تشابه مثلث‌ها داریم:



$$\frac{4}{6}=\frac{v'}{v_0}\xrightarrow{v'<0}v'=-\frac{2}{3}v_0$$

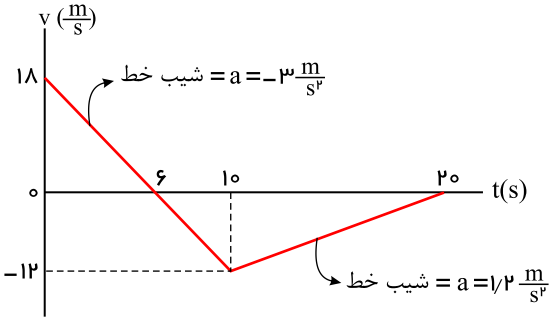
$$\Delta x_1=\frac{6\times v_0}{2}=3v_0$$

$$\Delta x_2=\frac{(20-6)\times-\frac{2}{3}v_0}{2}\Rightarrow\Delta x_2=-\frac{14}{3}v_0$$

$$l=\Delta x_1+|\Delta x_2|=3v_0+\frac{14}{3}v_0=\frac{23}{3}v_0$$

$$\xrightarrow{l=138m}138=\frac{23}{3}v_0\Rightarrow v_0=18\frac{m}{s}$$

یعنی نمودار سرعت ـ زمان به‌صورت زیر است:



برای لحظهٔ $t=2s$ داریم:

$$v=at+v_0=-3t+18\xrightarrow{t=2s}v_1=-3\times2+18\Rightarrow v_1=12\frac{m}{s}$$

و برای لحظهٔ $t=12s$ داریم:

$$v=at+v_0=1/2\times2-12\Rightarrow v_2=-9/6\frac{m}{s}$$

(دقت کنید که سرعت اولیه در مرحلهٔ دوم حرکت، همان سرعت در لحظهٔ $t=10s$ است.)

و در نهایت داریم:

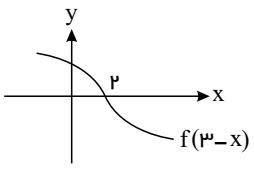
$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}=\frac{-9/6-12}{12-2}=\frac{-21/6}{10}\Rightarrow|a_{av}|=2/16\frac{m}{s^2}$$

۳۶ - گزینه ۲ تابع خطی به‌صورت $f(x)=ax+b$ نشان داده می‌شود.

$$f(3x-1)+3f(1-x)=4\rightarrow a(3x-1)+b+3(a(1-x)+b)=4$$
$$\rightarrow3ax-a+b+3a-3ax+3b=4\rightarrow2a+4b=4\rightarrow a+2b=2$$
$$f(5)=2\rightarrow5a+b=2\Rightarrow\begin{cases}a+2b=2\\5a+b=2\end{cases}\rightarrow a=\frac{2}{9},b=\frac{8}{9}\rightarrow f(x)=\frac{2}{9}x+\frac{8}{9}$$
$$\rightarrow f(14)=\frac{28}{9}+\frac{8}{9}=\frac{36}{9}=4$$

۳۷ - گزینه ۲ f اکیداً صعودی و $y = ۳ - x$ اکیداً نزولی است، پس ترکیب آن‌ها یعنی $f(۳ - x)$ اکیداً نزولی است. چون $f(۱) = ۰$ است، $x = ۱$ صفر تابع $f(x)$ و $x = ۲$ صفر تابع $f(۳ - x)$ است.

پس به‌طور نمادین تابع $f(۳ - x)$ به‌صورت مقابل است.



$$g(x) = \sqrt{\frac{x - ۴}{f(۳ - x)}} \Rightarrow \frac{x - ۴}{f(۳ - x)} \geq ۰$$

$\Longrightarrow$

x	$-\infty$	۲	۴	$+\infty$
x−۴	−	−	۰	+
f(۳−x)	+	۰	−	−
$\frac{x-۴}{f(۳-x)}$	−	ت ن	+ ۰	−

$۲ < x \leq ۴ \Rightarrow$ ۴ و ۳ : اعداد صحیح

۳۸ - گزینه ۳ از روی شکل‌ها مشخص است که $D_f = [۰, ۱]$ و $R_f = [۰, ۲]$ و $D_g = [۱, ۴]$ و $R_g = [۱, ۳]$ است.

$$D_{gof} = \{x \in D_f \ , \ f(x) \in D_g\} = \{۰ \leq x \leq ۱ \ , \ ۱ \leq f(x) \leq ۴\}$$
$$= \{۰ \leq x \leq ۱ \ , \ \frac{۱}{۳} \leq x \leq \frac{۲}{۳}\} \longrightarrow D_{gof} = [\frac{۱}{۳}, \frac{۲}{۳}]$$

۳۹ - گزینه ۲

برای تساوی دو تابع باید اولاً دامنه‌ها برابر باشند و ثانیاً به‌ازای دامنه‌ها، ضابطه‌ها نیز برابر شوند.

$$D_f = D_g = \mathbb{R} - \{۱\}$$
$$x^۲ - ۲cx + ۱ = (x - ۱)^۲ \quad \Rightarrow \quad x^۲ - ۲x + ۱ = x^۲ - ۲cx + ۱ \quad \Rightarrow \quad c = ۱$$
$$f(x) = g(x) \Rightarrow \frac{۵}{x - ۱} = \frac{ax + b}{(x - ۱)^۲} \quad \xrightarrow{x \neq ۱} \quad ax + b = ۵(x - ۱)$$
$$\Rightarrow \quad ax + b = ۵x - ۵ \Rightarrow a = ۵ \quad , \quad b = -۵$$

پس $a + b + c = ۱$ است.

۴۰ - گزینه ۳ چون در زوج مرتب اول و سوم مولفه‌های اول باهم برابرند باید مولفه‌های دوم نیز برابر باشند.

$$a^۲ - ۱ = ۳ \rightarrow a^۲ = ۴ \rightarrow \begin{cases} a = ۲ \ \rightarrow (۲, ۳)(۲, ۵) \cdots \text{ تابع نمی باشد} \\ a = -۲ \rightarrow (۲, ۳)(-۲, ۵)(۲, ۳)(۳, ۴) \text{ تابع است} \end{cases}$$

پس فقط $a = -۲$ قابل قبول است.

۴۱ - گزینه ۴ برای آن‌که $g(f(a)) = ۵$ باشد، باید مقدار $f(a)$ یعنی ورودی تابع g برابر با ۶ باشد، چون $g(۶) = ۵$ است. برای این منظور ضابطه‌ی تابع f را برابر ۶ قرار می‌دهیم. داریم.

$$f(a) = ۶ \Rightarrow a + \sqrt{a} = ۶ \xrightarrow{\text{مشاهده‌ی گزینه‌ها}} a = ۴$$

۴۲ - گزینه ۳ ابتدا توجه کنید که $x = ۱$ در دامنهٔ تابع f قرار ندارد. پس $a = ۱$ است.

از طرف دیگر Δ در چندجمله‌ای $x^۲ + ۴x - k^۲$ مقداری مثبت است.

$$\Delta = ۱۶ + ۴k^۲ > ۰$$

پس این چندجمله‌ای دو ریشه دارد که در دامنهٔ تابع f قرار ندارند. چون فقط دو عدد در دامنهٔ این تابع قرار ندارند، پس حتماً یکی ریشه‌های $x^۲ + ۴x - k^۲$ عدد ۱ است. بنابراین:

$$۱ + ۴ - k^۲ = ۰ \Rightarrow k^۲ = ۵$$
$$x^۲ + ۴x - K^۲ = x^۲ + ۴x - ۵ = (x + ۵)(x - ۱) = ۰ \Rightarrow x = ۱ \ \text{یا} \ -۵$$

پس $b = -۵$ هم در دامنهٔ تابع f قرار ندارد. بنابراین داریم:

$$\frac{a + b}{k^۲} = \frac{۱ - ۵}{۵} = -\frac{۴}{۵}$$

۴۳ - گزینه ۱ رابطه وقتی تابع است که زوج‌های مرتب آن همگی مؤلفه‌های اولشان متفاوت باشد یا اگر یکسان بود، مؤلفه دومشان نیز یکسان باشد.

$$\begin{cases} (۴, ۹) \\ (۴, m^۲) \end{cases} \Rightarrow ۹ = m^۲ \Rightarrow\Rightarrow x = \pm ۳$$
$$m = ۳ : \begin{cases} (۷, m - ۱) = (۷, ۲) \\ (۷, ۲n + ۱) = (۷, m - ۱) \end{cases} \Rightarrow ۲ = ۲n + ۱ \Rightarrow ۲n = ۱ \Rightarrow \boxed{n = \frac{۱}{۲}}$$

$n = \frac{۱}{۲} : (۸n, ۳m) = (۴, ۹)$

در این صورت f تابع است.

$m = -۳ : \begin{cases} (۷, m-۱) = (۷, -۴) \\ (۷, ۲n+۱) = (۷, m-۱) \end{cases} \Rightarrow ۲n+۱ = -۴ \Rightarrow ۲n = -۵ \Rightarrow n = \frac{-۵}{۲}$

$n = \frac{-۵}{۲} : (۸n, ۳m) = (-۲۰, -۹)$

با این مقادیر f تابع نیست، زیرا شامل زوج‌های $(-۲۰, ۳), (-۲۰, -۹)$ خواهد شد.

$\Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{۳}{\frac{۱}{۲}} = \boxed{۶}$

۴۴ - گزینه ۳ روش اول:

$$g(f(x)) = g(\frac{۲x+۳}{۲-x}) = \frac{۱ - ۳(\frac{۲x+۳}{۲-x})}{\frac{۲x+۳}{۲-x} + ۲} = \frac{\frac{۲-x-۶x-۹}{۲-x}}{\frac{۲x+۳+۴-۲x}{۲-x}} = \frac{-۷x-۷}{۷} = \frac{۷(-x-۱)}{۷} = -x-۱$$

روش دوم:

یک عدد دلخواه مثلاً $x = ۱$ را انتخاب می‌کنیم.

$$g(f(۱)) = g(۵) = \frac{۱-۱۵}{۵+۲} = \frac{-۱۴}{۷} = -۲$$

فقط در گزینه‌ی سوم به ازای $x = -۱$ عدد -۲ به‌دست می‌آید.

۴۵ - گزینه ۳

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(x-۲)(x-۳)}{x-۲} = x-۳ & , \quad x \neq ۲ \\ b-۳ & \quad x = ۲ \end{cases}$$

$x \neq ۲ : f(x) = g(x) \Rightarrow x-۳ = x+a \Rightarrow a = -۳$

$x = ۲ : f(۲) = g(۲) \Rightarrow b-۳ = ۲-۳ \Rightarrow b = ۲$

$\Rightarrow a \cdot b = ۲ \times (-۳) = -۶$