

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: جهش‌های تغییر در چارچوب این ویژگی را دارند.

گزینه ۲: باکتری توالی افزایشده ندارد.

گزینه ۳: در این نوع جهش، اندازه DNA ثابت می‌ماند.

گزینه ۴: جهش در جایگاه آغاز یا پایان رونویسی ممکن است در اندازه رونوشت ژن تغییر ایجاد کند.

۲ - گزینه ۴

کاهش طولی پلی‌پپتید به معنی ایجاد پیوند پپتیدی کمتر برای ساخت پلی‌پپتید است. در نتیجه به دلیل پیوند پپتیدی کمتر، آب کمتری هم بر اثر سنتز آبدی تولید می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱) جهش حذف و اضافه هم می‌تواند با ایجاد کدون پایان زودرس همراه باشد.

گزینه ۲) براساس شکل جهش بی‌معنا صرفاً برای جهش جانشینی در نظر گرفته شده است. اما جهش تغییر چهارچوب هم می‌تواند سبب کاهش طول پلی‌پپتید شود.

گزینه ۳) کدون در $mRNA$ قرار دارد نه در ژن.

۳ - گزینه ۴ دقت کنید افراد مبتلا به کم‌خونی داسی شکل معمولاً در سنین پایین می‌میرند؛ در نتیجه نمی‌توان گفت که به‌طور قطع ژن‌های مربوط به این صفت را از طریق گامت به فرزندان منتقل می‌کنند.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: دقت شود ساختار پروتئین‌ها در چهار سطح بررسی می‌شود که هر ساختار مبنای تشکیل ساختار بالاتر است.

گزینه ۲: یاخته‌های ماهیچه‌ای اسکلتی و قلبی با داشتن بیش از یک هسته می‌توانند در بدن این افراد بیش از دو دگره در رابطه با این بیماری داشته باشند.

گزینه ۳: در آن تنها یک جفت از صدها جفت نوکلئوتید دنا در افراد بیمار تغییر یافته است دقت کنید گویچه‌های قرمز بالغ هسته ندارند.

گزینه ۴: از آنجایی که افراد مبتلا در سنین پایین می‌میرند پس به سن بلوغ نمی‌رسند که ژن‌های مربوط به این صفت را از طریق گامت به فرزندان منتقل کنند.

۴ - گزینه ۴ همه موارد نادرست است.

بررسی موارد:

الف) جهش‌هایی که در بخش بین ژنی رخ می‌دهند بر توالی محصول ژن و بر ساختار رنای پیک تأثیر نمی‌گذارند.

ب) این مورد تنها در مورد جهش تغییر چارچوب صحیح است.

ج) جهش خاموش روی ساختار یا عملکرد پروتئین‌ها اثر نمی‌گذارد.

د) در جهش جانشینی مقدار ماده وراثتی کم یا زیاد نمی‌شود.

۵ - گزینه ۳ انتخاب طبیعی جمعیت را تغییر می‌دهد نه فرد را.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: شارش ژن می‌تواند سبب افزایش تنوع در جمعیت پذیرنده شود.

گزینه‌های ۲، ۳ و ۴: انتخاب طبیعی همانند رانش، می‌تواند سبب کاهش گوناگونی دگره‌ای و کاهش گوناگونی افراد شود.

۶ - گزینه ۳ در جهش فام‌تنی از نوع حذف قسمتی از فام‌تن از دست می‌رود؛ بنابراین مقدار دنا یاخته کاهش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: در جهش‌های جابه‌جایی و مضاعف شدن نیز مقدار ژن‌های موجود در هسته می‌تواند دچار تغییر نشود.

گزینه ۲: در جهش مضاعف شدن نیز قسمتی از یک فام‌تن به فام‌تن همتا منتقل می‌شود.

گزینه ۴: جهش‌های فام‌تنی حذفی غالباً باعث مرگ یاخته می‌شوند، بنابراین، به ندرت ممکن است در این نوع جهش نیز یاخته به رشد و نمو خود ادامه دهد.

۷ - گزینه ۴ رانش دگره‌ای، فرایندی است که باعث تغییر فراوانی دگره‌ای بر اثر رویدادهای تصادفی می‌شود. رانش دگره‌ای گرچه فراوانی دگره‌ها را تغییر می‌دهد؛ اما برخلاف انتخاب طبیعی به سازش نمی‌انجامد و در واقع این تغییر فراوانی اللی به‌صورت تصادفی بوده و ارتباطی به سازگاری ال‌ها با محیط و انتخاب طبیعی ندارد. کاهش شدید در اندازه جمعیت سبب تغییر فراوانی اللی می‌شود و این رانش ژنی می‌تواند سبب حذف برخی ال‌ها شود. رانش دگره‌ای، جهش، شارش و انتخاب طبیعی، از عوامل خروج جمعیت از تعادل است.

۸ - گزینه ۴ هر جهشی باعث تأثیر در بیان نمی‌شود. اما هر جهشی از نوع حذف یا اضافه و یا جانشینی قطعاً روی دنا اثرگذار هستند.

۹ - گزینه ۱ جهش‌های ساختاری اگر در مقیاس وسیع رخ دهند (حذف، جابه‌جایی، مضاعف شدگی و واژگونی) یا اگر جهش رخ داده از نوع عددی باشد؛ با مشاهده کاریوتیپ می‌توان از وجود چنین ناهنجاری‌هایی آگاه شد. به صورت کلی جهش‌ها می‌توانند سبب بروز تفاوت در افراد تشکیل دهنده جمعیت شوند که این تفاوت‌ها با توجه به شرایط محیطی می‌توانند روی بقا جمعیت اثر مثبت، منفی یا خنثی داشته باشند.

۱۰ - گزینه ۲ موارد الف) و ج) عبارت را به نادرستی کامل می‌کنند.

بررسی موارد:

مورد الف) این پدیده، کاملاً تصادفی رخ می‌دهد؛ اگر افرادی که از جمعیت حذف می‌شوند، افراد سازگار باشند؛ فراوانی دگره نامطلوب در جمعیت دچار افزایش می‌شود.

مورد ب) این پدیده در جمعیت‌های مختلف و متفاوت اثرات کاملاً متفاوتی در پی خواهد داشت.



مورد ج) توان بقای جمعیت وابسته به تنوع افراد آن است؛ رانش دگرهای عاملی است که با حذف افراد، کاهندهٔ تعداد و تنوع افراد بوده و توان بقای جمعیت را کاهش می‌دهد.
مورد د) رخ دادن رانش دگرهای به‌صورت تصادفی و مستقل از ژن‌نمود و رخ‌نمود آنها اتفاق می‌افتد.

۱۱ - گزینه ۴ رانش دگرهای و انتخاب طبیعی هر دو منجر به تغییر فراوانی دگرهای می‌شوند؛ اما رانش دگرهای برخلاف انتخاب طبیعی، بدون توجه به سازگاری دگرها با محیط، باعث تغییر فراوانی آنها می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) هر دو باعث تغییر در فراوانی دگرها می‌شوند.

۲) در رانش، حذف دگرها به‌صورت تصادفی است.

۳) رانش برخلاف انتخاب طبیعی باعث سازش نمی‌شود.

۱۲ - گزینه ۴ هر جهشی الزاماً عملکرد یا ظاهر سلول را تغییر نمی‌دهد. مثلاً اگر جهش نقطه‌ای از نوع جانشینی و رمز ژنتیکی جدید همانند رمز قبلی متعلق به یک آمینو اسید باشد، هیچ تغییری در سلول ایجاد نمی‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: ممکن است فعالیت آنزیم‌ها تغییر نکند و تحت تأثیر عوامل جهش‌زای محیطی فقط مادهٔ ژنتیک، جهش یابد.

گزینه ۲: همان‌طور که گفته شد، همهٔ جهش‌ها ناشی از آنزیم‌های همانندسازی نیست، پس مهار آن‌ها به تنهایی کافی نیست.

گزینه ۳: ممکن است اصلاً اختلال ایجاد نکنند و بی‌اثر باشد.

۱۳ - گزینه ۲ موارد الف) و ب) به‌درستی بیان شده‌اند.

بررسی همهٔ موارد:

مورد الف) آنزیم‌های بدن انسان در دو گروه پروتئینی و نوکلئیک اسیدی ($rRNA$) قرار می‌گیرند. ساخته شدن هر دو گروه آنزیم اشاره‌شده از روی توالی نوکلئوتیدی ژن رخ می‌دهد؛ بنابراین عملکرد هر آنزیم، تحت تأثیر جهش رخ داده در دنا، دستخوش تغییر می‌گردد. (تأیید گزینه)

مورد ب) در جهش بزرگ از نوع مضاعف‌شدن، بخشی از فام‌تن بین کروموزوم‌های هم‌تا جابجا می‌شود. (تأیید گزینه)

مورد ج) توجه داشته باشید که جهش، فقط در توالی نوکلئوتیدی ژن (که بخشی از دنا است) رخ می‌دهد؛ در نتیجه، وقوع جهش در کدون پایان (که مربوط به بخشی از رنای پیک است) امکان‌پذیر نیست، بلکه جهش می‌تواند روی توالی رنا تأثیر بگذارد. (رد گزینه)

مورد د) در جهش کوچکی که باعث تشکیل پیوند بین دو تیمین مجاور هم در دنا می‌شود (دوپار تیمین)، نوکلئوتید یا نوکلئوتیدهایی اضافه، حذف و جانشین نمی‌شوند. (رد گزینه)

۱۴ - گزینه ۴ جهش‌های مختلف چه کروموزومی و چه کوچک، در پی تقسیم یاختهٔ دارای آن می‌توانند به یاختهٔ نسل بعد منتقل شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: جهش‌های کوچک از طریق کاریوتیپ قابل تشخیص نیستند.

گزینه ۲: در برخی جهش‌های کروموزومی ساختاری نظیر مضاعف‌شدن، واژگونی و... میزان محتوای ژنتیکی یاخته تغییر نمی‌کند.

گزینه ۳: در صورتی که جهش در توالی‌های بین ژنی رخ دهد و بر پروتئین تأثیر نداشته باشد موجب تغییر فعالیت پروتئین‌ها نمی‌شود.

۱۵ - گزینه ۳ در جهش جانشینی نوکلئوتید یک ژن با نوکلئوتید نوع دیگری عوض می‌شود. تنها در این نوع جهش است که تعداد نوکلئوتیدها تغییری نخواهد کرد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱ و ۲: ممکن است در نتیجه اضافه یا حذف شدن تعدادی نوکلئوتید، یک رمز پایه به رمز پایانی دیگر تبدیل شود که در این صورت تعداد آمینواسیدها تغییری نمی‌کند.

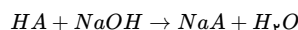
گزینه ۴: ممکن است در نتیجهٔ جهش جانشینی رمز یک آمینواسید به رمز دیگر همان آمینواسید تبدیل شود.

۱۶ - گزینه ۲

$$pH = 2 \Rightarrow [H^+] = 10^{-2}$$

مول اسید در هر دو حالت برابر است و تغییری نمی‌کند، پس:

$$C_{M1} V_1 = C_{M2} V_2 \Rightarrow C_{M1} \times 10 = 10^{-2} \times (10 + 90) \\ \Rightarrow C_{M1} = 10^{-1} \text{ mol} \cdot L^{-1} \text{ (غلظت مولی محلول اولیه و غلیظ اسید)}$$



روش اول:

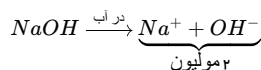
$$\frac{1L \times 10^{-1} \frac{\text{mol}}{L}}{1} = \frac{xg}{40} \Rightarrow x = 4g NaOH$$

روش دوم:

$$?g NaOH = 1L HA \times \frac{10^{-1} \text{mol HA}}{1L HA} \times \frac{1 \text{mol NaOH}}{1 \text{mol HA}} \times \frac{40g NaOH}{1 \text{mol NaOH}} = 4g$$

$$\frac{0.6}{3} = 0.2 \text{ غلظت مولی یون سولفات است: } \frac{1}{3} \text{ غلظت مولی محلول، } SO_4^{2-} \text{ است؛ پس غلظت مولی محلول، } Al_2(SO_4)_3 \text{ دارای سه مول یون سولفات } (SO_4^{2-}) \text{ است؛ پس غلظت مولی محلول، } \frac{1}{3} \text{ غلظت مولی یون سولفات است: } \frac{0.6}{3} = 0.2$$

۱۸ - گزینه ۳



$$80g NaOH \times \frac{1 \text{mol NaOH}}{40g NaOH} \times \frac{2 \text{mol یون}}{1 \text{mol NaOH}} = 4 \text{mol یون}$$



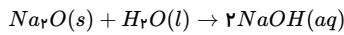
$$\text{محلول } 1600g : \text{حجم محلول} \times \frac{1 \text{ mL}}{1.25g} \times \frac{1L}{1000 \text{ mL}} = 1.28L$$

$$\text{مجموع غلظت مولی یون ها} = \frac{4 \text{ mol}}{1.28L} = 3.125 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

۱۹ - گزینه ۴ فرمول یون فسفات به صورت PO_4^{3-} است، در نتیجه نماد یون پایدار X به صورت X^{2+} است و این عنصر می تواند متعلق به گروه ۲ باشد. فرمول سولفید (S^{2-}) عنصر X به صورت XS و فرمول نیتريد (N^{3-}) آن به صورت X_3N_2 است.

۲۰ - گزینه ۱ برای کاهش میزان اسیدی بودن خاک به آن آهک می افزایند.

بررسی گزینه ۳: واکنش سدیم اکسید با آب:



شمار مول $NaOH$ برابر است با:

$$? \text{ mol } NaOH = 0.05 \text{ mol } Na_2O \times \frac{2 \text{ mol } NaOH}{1 \text{ mol } Na_2O} = 0.1 \text{ mol } NaOH$$

$$M = \frac{0.1 \text{ mol}}{1L} = 0.1 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

با توجه به آنکه $NaOH$ باز قوی است داریم:

$$[OH^-] = M \times n \times \alpha \xrightarrow{\text{تقریب}} [OH^-] = 0.1 \times 1 \times 1 = 0.1 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$pOH = -\log[OH^-] = -\log 10^{-1} = 1 \rightarrow pH = 14 - pOH = 13$$

۲۱ - گزینه ۳

$$[H^+] = M \cdot \alpha$$

$$M = \frac{n}{V} \Rightarrow \frac{2.5 \times 10^{-4} \text{ mol}}{1 \times 10^{-4} L} = 2.5 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$pH = 5 \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} \Rightarrow [H^+] = 10^{-5}$$

$$10^{-5} = 2.5 \times 10^{-4} \times \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{1}{25} = 0.04$$

$$\alpha\% = (\text{درجه تفکیک یونی}) \times 100 = \alpha$$

$$\alpha\% = 0.04 \times 100 = 4$$

۲۲ - گزینه ۲ مولکول هایی که دارای هیدروژن متصل به O ، F و N هستند، توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی را دارند؛ بنابراین F_2 برخلاف NH_3 توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی را ندارد. بررسی سایر گزینه ها:

(۱) گشتاور دو قطبی، کمیتی است که با افزایش قطبیت، افزایش می یابد.

(۳) به جز پیوند هیدروژنی، به نیروهای جاذبه بین مولکولی، نیروهای واندروالسی می گویند.

(۴) اتم اکسیژن، سر منفی و اتم های هیدروژن، سر مثبت مولکول آب را تشکیل می دهند، بنابراین در میدان الکتریکی، اتم اکسیژن جذب صفحه مثبت و اتم های هیدروژن، جذب صفحه منفی می شوند.

۲۳ - گزینه ۱ با توجه به نمودارها می توان دریافت که 0.04 مول از اسید HA یونیده شده است.

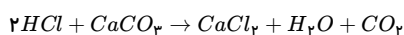
$$K = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} \Rightarrow K = \frac{(\frac{1}{2}) \times (\frac{1}{2})}{(1 - \frac{1}{2})} \simeq \frac{(\frac{1}{2})^2}{0.5} = 0.5$$

$$pH = -\log[H^+] = -\log \frac{0.04}{2} \Rightarrow -\log(2 \times 10^{-3}) = 3 - 0.3 = 2.7$$

۲۴ - گزینه ۱

$$[HCl] = \frac{11.2 \text{ mL} \times \frac{1 \text{ mol}}{22400 \text{ mL}}}{25 \times 10^{-3} L} = 0.02 \text{ mol} \cdot L^{-1} \Rightarrow [H^+] = [HCl] = 2 \times 10^{-2}$$

$$pH = -\log(2 \times 10^{-2}) = 2 - \log 2 = 1.7$$



روش اول:

$$1 \text{ mL } HCl \times \frac{0.02 \text{ mol } HCl}{1000 \text{ mL } HCl} \times \frac{1 \text{ mol } CaCO_3}{2 \text{ mol } HCl} \times \frac{100 \text{ g } CaCO_3}{1 \text{ mol } CaCO_3} \times \frac{1000 \text{ mg}}{1 \text{ g}} = 1 \text{ mg } CaCO_3$$

روش دوم:

$$\frac{1 \text{ mL} \times 0.02 \frac{\text{mol}}{L} HCl}{2 \text{ mol}} = \frac{x \text{ mg } CaCO_3}{100 \text{ g}} \Rightarrow x = 1 \text{ mg } CaCO_3$$

۲۵ - گزینه ۳ هرچه مقدار عددی K_a بزرگ تر باشد، قدرت اسیدی بیشتر است. بنابراین قدرت اسیدی HSO_4^- از HF بیشتر است. در شرایط یکسان α و غلظت یون H_2O^+ نیز برای



HSO_4^- بیشتر است.

در نتیجه pH محلول HF بزرگ‌تر از محلول HSO_4^- است.

۲۶ - گزینه ۲ با استفاده از رابطه مربوط به قانون دوم نیوتون، نیروهای خالص وارد بر جسم را محاسبه می‌کنیم سپس با استفاده از جمع برداری دو نیروی $\vec{F}_i, \vec{F}_j, \vec{F}_k$ را می‌یابیم.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{net}}{m} \Rightarrow \vec{F}_i - \vec{F}_j = \frac{\vec{F}_{net}}{1.5} \Rightarrow \vec{F}_{net} = 3\vec{i} - 6\vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{net} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \Rightarrow 3\vec{i} - 6\vec{j} = 2\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{F}_2 \Rightarrow \vec{F}_2 = \vec{i} - \vec{j}$$

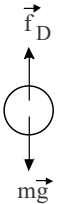
۲۷ - گزینه ۱ سوی مثبت محور را به طرف بالا می‌گیریم و با توجه به ثابت بودن شتاب داریم:

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow[t=1.0s]{\Delta y = -1.0m} -1.0 = \frac{1}{2}a(1.0)^2 \Rightarrow a = -2m/s^2$$

از طرف دیگر بر جسم دو نیروی وزن و مقاومت هوا وارد می‌شود بنابراین داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow f_D - mg = ma \Rightarrow f_D - 100 = 10 \times (-2)$$

$$\Rightarrow f_D = 80N$$



۲۸ - گزینه ۱ ابتدا شتاب نیروی ترمز را می‌یابیم. سپس با توجه به معلوم بودن سرعت اولیه و نهایی (توقف)، جابه جایی اتومبیل از لحظه ترمز تا توقف را می‌یابیم. دقت کنید که در اینجا سرعت باید برحسب $\frac{m}{s}$ باشد.

$$v = 54 \div 3.6 = 15$$

$$\Rightarrow F_{net} = ma \Rightarrow 0 - \mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g \Rightarrow a = -0.2 \times 10 = -2 \frac{m}{s^2}$$

$$x_{توقف} = \frac{v_0^2}{2|a|} = \frac{(15)^2}{2 \times 2} = \frac{225}{4} \simeq 56m$$

۲۹ - گزینه ۲ هنگامی که جسم به تندی حدی می‌رسد، نیروی خالص وارد بر جسم برابر صفر می‌شود. یعنی نیروی مقاومت هوا با نیروی وزن برابر خواهد شد.

۳۰ - گزینه ۳ اگر بزرگی نیروی کشش نخ را T فرض کنیم، خواهیم داشت:

$$m = 50g = 0.05kg$$

$$T - mg = ma \Rightarrow T = m(g + a) = 0.05(10 + 2)N = 0.6N$$

۳۱ - گزینه ۲

قانون دوم نیوتون در راستای قائم: $\uparrow F_T + mg = F_N \uparrow$

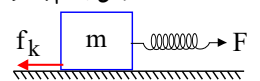
قانون دوم نیوتون در راستای افقی: $f_s = F_1 \Rightarrow$ ثابت می‌ماند

$F_{Net} = 0 \Rightarrow$ تغییر نمی‌کند $\Rightarrow$ جسم ساکن است

۳۲ - گزینه ۱ وقتی جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، شتاب حرکت صفر، یعنی نیروهای وارد بر آن متوازن هستند. یعنی:

$$F_{net} = ma$$

$$F_e - f_k = 0 \Rightarrow F_e = f_k$$



$$k\Delta x = \mu mg \Rightarrow 50 \times 0.1 = \mu \times 50 \Rightarrow \mu = 0.1$$

۳۳ - گزینه ۴ با توجه به قانون سوم نیوتون، نیروهایی که اشخاص در اینجا به هم وارد می‌کنند هم‌اندازه و غیرهمسو است، یعنی $\vec{F} = -\vec{F}'$ ولی با توجه به اینکه جرم آنها متفاوت است، اثری که هر نیرو بر شخص می‌گذارد متفاوت با دیگری است به گونه‌ای که چون جرم اولی کمتر از دومی است، بزرگی شتابی که می‌گیرد، بیشتر از دیگری خواهد بود زیرا:

$$a = \frac{F}{m} \frac{|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|}{a_1} = \frac{m_2}{m_1} \frac{m_2 > m_1}{a_1} \Rightarrow a_1 > a_2$$

۳۴ - گزینه ۲

$$\boxed{m} \xrightarrow{F} \quad m = 36kg, F = 177N, v_0 = 0, v = 3 \frac{m}{s}, t = 4s$$

گام اول: شتاب حرکت را می‌یابیم.

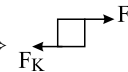
$$v = at + v_0 \Rightarrow 3 = a \times 4 + 0 \Rightarrow a = \frac{3}{4} \frac{m}{s^2}$$

گام دوم: تشخیص اینکه نیروی اصطکاک داریم یا خیر؟

$$(درحالی که شتاب جسم اکنون $a = 0.75 \frac{m}{s^2}$ است) $\Rightarrow$ (می‌بایستی شتاب حرکت برابر باشد با: $\frac{177}{36} \frac{m}{s^2}$) $\Rightarrow$ (اگر اصطکاک نداشته باشیم)$$



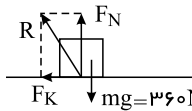
دیرستان دخترانه علوی واحد شرق

چون: $\frac{177}{36} > 0,75$ $\Rightarrow$ (چون جسم در حال حرکت است، نیروی اصطکاک از نوع نیروی اصطکاک جنبشی است.) $\Rightarrow$ (حتماً اصطکاک داریم) $\Rightarrow$ 

$$\Rightarrow F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow f_k = F - ma = 177 - 36 \times 0,75 \Rightarrow f_k = 177 - 27 = 150 N \Rightarrow f_k = 150 N$$

گام سوم: نیروی f_k و F_N از طرف سطح تکیه گاه به جسم وارد می شود پس برای یافتن نیروی سطح به جسم می بایستی برآیند آن ها را یافت.

$$F_N = mg = 360 N$$



$$\Rightarrow R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} = \sqrt{360^2 + 150^2} \Rightarrow R = 390 N$$

۳۵ - گزینه ۱ در این جا، نیروی وزن جسم باعث تغییر طول ۵ سانتی متری فنر می شود، یعنی:

$$F_e = k \Delta L \Rightarrow mg = k \Delta L \Rightarrow m \times 10 = 120 \times \left(\frac{15 - 10}{100} \right) \Rightarrow 10m = 6 \Rightarrow m = \frac{6}{10} kg = 600 gr$$

۳۶ - گزینه ۴

می دانیم: $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$

$$\begin{aligned} \sqrt{1 + \cot^2 \alpha} &= \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha}} = \frac{1}{\sin \alpha} \\ \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} &= \sqrt{\frac{(1 - \cos \alpha)(1 - \cos \alpha)}{(1 + \cos \alpha)(1 - \cos \alpha)}} = \sqrt{\frac{(1 - \cos \alpha)^2}{1 - \cos^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{(1 - \cos \alpha)^2}{\sin^2 \alpha}} \\ &= \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} \\ \Rightarrow \sqrt{1 + \cot^2 \alpha} - \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} &= \frac{1}{\sin \alpha} - \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \cot \alpha \end{aligned}$$

۳۷ - گزینه ۳ می دانیم: $1 + \cos 2a = 2 \cos^2 a$

$$\begin{aligned} \cos 2x + 2 \cos^2 x &= 0 \rightarrow \cos 2x + 1 + \cos 2x = 0 \rightarrow 2 \cos 2x = -1 \rightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2} \\ \rightarrow \cos 2x &= \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{2\pi}{3} \rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3} \end{aligned}$$

۳۸ - گزینه ۴ می دانیم: $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$, $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$

$$\sin 2x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0 \rightarrow 2 \sin x \cos x + \sin x = 0 \rightarrow \sin x(2 \cos x + 1) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} x = k\pi \xrightarrow{k=0,1,2} x = 0, \pi, 2\pi \\ 2 \cos x + 1 = 0 \rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{x=2k\pi \pm \alpha} \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{k=0} x = \frac{2\pi}{3} \\ x = 2k\pi - \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{k=1} x = \frac{4\pi}{3} \end{cases} \end{cases}$$

بنابراین مجموع جواب ها برابر $\frac{2\pi}{3} + \frac{4\pi}{3} = 2\pi$ است.

۳۹ - گزینه ۱

$$\begin{aligned} 2 \sin^2 x + 3 \cos x &= 0 \rightarrow 2(1 - \cos^2 x) + 3 \cos x = 0 \\ \rightarrow 2 - 2 \cos^2 x + 3 \cos x &= 0 \rightarrow 2 \cos^2 x - 3 \cos x - 2 = 0 \\ \xrightarrow{\cos x = A} 2A^2 - 3A - 2 &= 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 9 + 16 = 25 \\ \rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{3+5}{4} = 2 \rightarrow (-1 \leq \cos x \leq 1) \text{ امکان ندارد} \\ \cos x = \frac{3-5}{4} = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{x=2k\pi \pm \alpha} x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases} \end{aligned}$$

۴۰ - گزینه ۳ با جای گذاری مقادیر نسبت های مثلثاتی داریم:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\sqrt{3} - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1}{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + 1} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{3} + 1}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + 1} = \frac{1}{\frac{4-3+12}{12}} = \frac{1}{\frac{13}{12}} = \frac{12}{13} \\ A &= \frac{12}{13} \Rightarrow \frac{13A}{2} = \frac{13}{2} \times \frac{12}{13} = 6 \end{aligned}$$



۴۱ - گزینه ۳

ابتدا تمام زوایا را برحسب ۲۰° می‌نویسیم:

$$\sin ۲۵۰^\circ = \sin(۲۷۰^\circ - ۲۰^\circ) = -\cos ۲۰^\circ, \quad \sin ۷۰۰^\circ = \sin(۷۲۰^\circ - ۲۰^\circ) = \sin(-۲۰^\circ) = -\sin ۲۰^\circ$$

$$\cos ۵۶۰^\circ = \cos(۵۴۰^\circ + ۲۰^\circ) = \cos(۱۸۰^\circ + ۲۰^\circ) = -\cos ۲۰^\circ, \quad \cos ۱۱۰^\circ = \cos(۹۰^\circ + ۲۰^\circ) = -\sin ۲۰^\circ$$

بنابراین داریم:

$$\frac{\sin ۲۵۰^\circ + \sin ۷۰۰^\circ}{\cos ۵۶۰^\circ - \cos ۱۱۰^\circ} = \frac{-\cos ۲۰^\circ - \sin ۲۰^\circ}{-\cos ۲۰^\circ + \sin ۲۰^\circ}$$

تمام جملات را بر $\cos ۲۰^\circ$ تقسیم می‌کنیم در نتیجه:

$$\frac{-1 - \tan ۲۰^\circ}{-1 + \tan ۲۰^\circ} = \frac{-1 - \frac{1}{\sqrt{3}}}{-1 + \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{-\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}}}{-\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$$

۴۲ - گزینه ۴ یادآوری: دوره‌ی تناوب تابع $y = \cos kx$ برابر $\frac{2\pi}{|k|}$ است.

از روی نمودار تابع مشاهده می‌کنیم که، نمودار داده شده در بازه‌ی $[-\frac{2}{3}, \frac{8}{3}]$ به تعداد $2/5$ مرتبه تکرار شده است، لذا اگر دوره‌ی تناوب این تابع را T فرض کنیم داریم:

$$۲/۵T = \frac{8}{3} - (-\frac{2}{3}) \Rightarrow ۲/۵T = \frac{10}{3} \Rightarrow T = \frac{5}{3} \quad (1)$$

با توجه به مطلب گفته شده داریم:

$$y_1 = \cos(b\pi x) \xrightarrow{(1)} T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{2}{|b|} = \frac{4}{3} \Rightarrow b = \pm \frac{3}{2} \quad (2)$$

همچنین از روی نمودار تابع مشاهده می‌کنیم که $f(-\frac{2}{3}) = 0$ است. لذا:

$$\xrightarrow{(۲)} f(-\frac{2}{3}) = 3 + a \cos(\pm \frac{3}{2}\pi \times (-\frac{2}{3})) = 3 + a \cos(\pm\pi) = 3 - a = 0$$

$$\Rightarrow a = 3 \Rightarrow a + 2b = 3 + 2(\pm \frac{3}{2}) \Rightarrow \begin{cases} a + 2b = 0 \\ a + 2b = 6 \end{cases}$$

۴۳ - گزینه ۱ فاصله طولی بین ماکزیمم و مینیمم متوالی برابر نصف دوره تناوب است.

$$\frac{T}{2} = 1 \Rightarrow T = 2 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b\pi|} = 2 \Rightarrow |b| = 1 \Rightarrow b = \pm 1 \Rightarrow y = 1 + a \cdot \cos(\pm\pi x) = 1 + a \cdot \cos \pi x$$

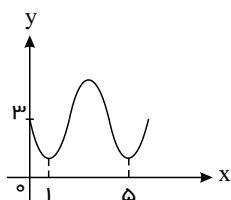
از طرفی $f(1) = 3$ ، بنابراین داریم:

$$3 = 1 + a \cos(\pi(1)) \Rightarrow 3 = 1 + a \cos(\pi) \Rightarrow 3 = 1 + a(-1) \Rightarrow a = -2$$

۴۴ - گزینه ۲

با توجه به شکل روبه‌رو به راحتی پی می‌بریم که دوره تناوب اصلی تابع $y = a + \sin(b\pi x)$ برابر $T = 4$ می‌باشد. از طرفی عرض از مبدأ این تابع برابر ۳

است یعنی: $f(0) = 3 \rightarrow a = 3$



توجه کنید که دوره تناوب تابع $y = \sin kx$ برابر $T = \frac{2\pi}{|k|}$ است.

$$y = a + \sin(\underbrace{b\pi x}_k) \Rightarrow \text{دوره تناوب} = T = \frac{2\pi}{|k|} = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|} \xrightarrow{T=4} \frac{2}{|b|} = 4 \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$$

چون به ازای $x > 0$ ، تابع ابتدا نزولی می‌باشد، پس مقدار b منفی می‌باشد، یعنی $b = -\frac{1}{2}$ است. داریم:

$$y = 3 + \sin(-\frac{1}{2}\pi x)$$

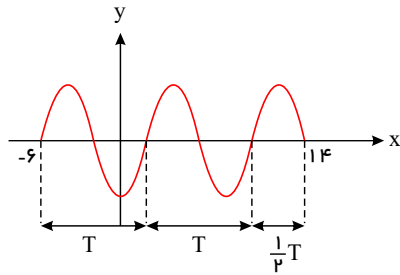
$$\Rightarrow y(\frac{25}{3}) = 3 + \sin(-\frac{25}{6}\pi) = 3 - \sin(4\pi + \frac{\pi}{6}) = 3 - \sin \frac{\pi}{6} = 3 - \frac{1}{2} = 2/5$$

۴۵ - گزینه ۳

نکته: $\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$

$$f(x) = \underbrace{a \cos(\pi + bx)}_{-\cos bx} \Rightarrow f(x) = -a \cos bx$$

ابتدا ضابطه f را ساده‌تر می‌نویسیم:



نمودار رسم شده، تابع را در ۲٫۵ دوره تناوب نشان می دهد، پس:

$$\Rightarrow \frac{5}{2}T = 14 - (-6) \Rightarrow \frac{5}{2}T = 20 \Rightarrow T = 8$$

$$\frac{2\pi}{|b|} = 8 \Rightarrow |b| = \frac{\pi}{4}$$

از طرفی دوره تناوب تابع از رابطه $\frac{2\pi}{|b|}$ به دست می آید، پس:

$$f(0) = -4 \Rightarrow -a \underbrace{\cos 0}_{=1} = -4 \Rightarrow a = 4$$

از طرفی مقدار تابع در $x = 0$ برابر -4 است، پس:

در نتیجه ضابطه f به صورت $f(x) = -4 \cos\left(\frac{\pi x}{4}\right)$ یا $f(x) = -4 \cos\left(-\frac{\pi x}{4}\right)$ در می آید و داریم:

$$\begin{aligned} f\left(-\frac{32}{3}\right) &= -4 \cos\left(\frac{\pi}{4} \times \frac{-32}{3}\right) = -4 \cos\left(\frac{-8\pi}{3}\right) = -4 \cos\left(\frac{8\pi}{3}\right) \\ &= -4 \cos\left(2\pi + \frac{2\pi}{3}\right) = -4 \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -4 \times \frac{-1}{2} = 2 \end{aligned}$$

دقت کنید چون $\cos(-\theta) = \cos \theta$ ، جواب سؤال برای $b = -\frac{\pi}{4}$ نیز همین است.