

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



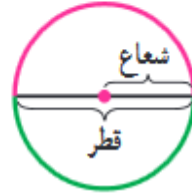
مساحت دایره

فعالیت

۱- سال گذشته آموختید که محیط دایره چگونه به دست می آید.

$$\text{محیط دایره} = \text{شعاع} \times 2 = \text{قطر} \times \frac{3}{14}$$

$$\text{نصف محیط دایره} = \text{شعاع} \times \frac{3}{14}$$

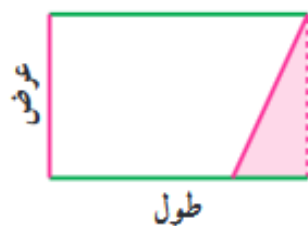
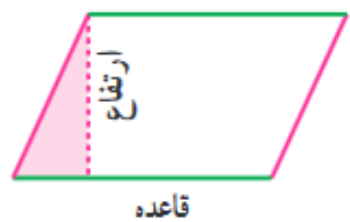


$$\text{محیط دایره} = \frac{3}{14} \times \text{شعاع} \times 2 = \frac{3}{14} \times \text{قطر}$$

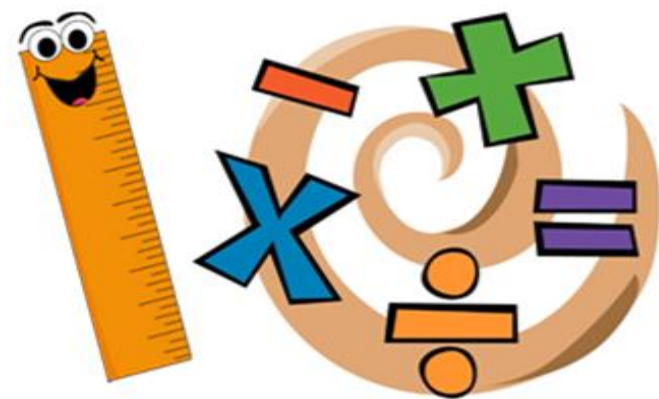
$$\text{نصف محیط دایره} = \frac{3}{14} \times \text{شعاع}$$



در کلاس چهارم با جابه‌جایی قسمتی از سطح متوازی‌الاضلاع، این شکل را به مستطیل تبدیل کردیم تا مساحت متوازی‌الاضلاع را به کمک مساحت مستطیل (طول \times عرض) به دست آوریم.



مساحت متوازی‌الاضلاع = $\text{—} \times \text{—}$
 اکنون می‌خواهیم سطح دایره را نیز به یکی از شکل‌هایی که مساحت آن را می‌دانیم تبدیل کنیم تا مساحت دایره را بیابیم. شما چه پیشنهادی دارید؟



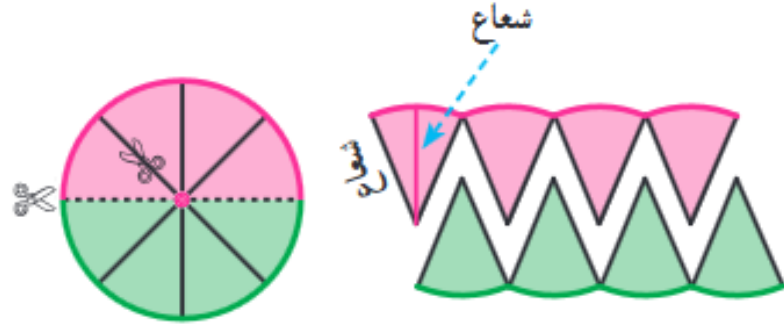
$$\text{ارتفاع} \times \text{قاعده} = \text{مساحت متوازی‌الاضلاع}$$

نکته: 3/14 همان عدد پی می‌باشد.

✓ شما چه پیشنهادی دارید؟ دایره را به گونه‌ای برش می‌دهیم که هر برش شبیه به یک چهارضلعی شبیه به متوازی‌الاضلاع باشد.



۲- دایره‌ای را نصف کنید. از روی چند شعاع تا لبه‌ی دایره برش بزنید. دو نیم‌دایره را مانند شکل زیر کنار هم بگذارید. این ل شبيه چه شکل هندسی است؟ حالا برش‌ها را بیشتر کنید.



قاعده \times ارتفاع = مساحت متوازی‌الاضلاع



عرض \times طول = مساحت مستطیل

شعاع \times نصف محیط دایره = مساحت دایره

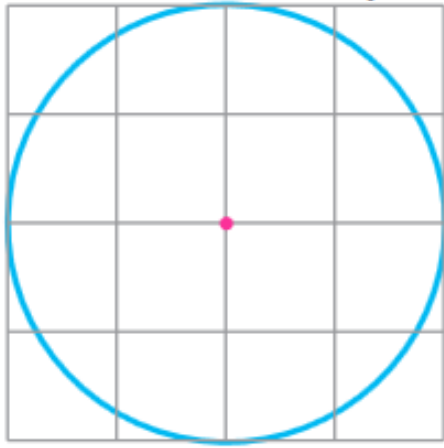
عدد پی \times شعاع \times شعاع =

مساحت دایره برابر است با شعاع \times شعاع \times عدد پی





۱ سانتی متر



۱- مساحت این دایره را به کمک فعالیت بالا به دست آورید.

سانتی متر مربع = $\text{_____} \times \text{_____} \times \text{_____}$ = مساحت دایره

مساحت تقریبی آن را با شمردن مربع‌ها پیدا کنید.

سانتی متر مربع = _____ = مساحت تقریبی

با _____ کردن مربع‌ها، اندازه‌ی دقیق‌تری از مساحت دایره به دست می‌آید.

۱. مساحت این دایره را به کمک فعالیت بالا به دست آورید.

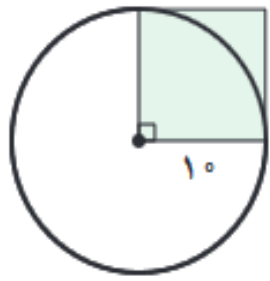
سانتی متر مربع $12/56 = 2 \times 2 \times 3/14$ = مساحت دایره

مساحت تقریبی آن را با شمردن مربع‌ها پیدا کنید.

سانتی متر مربع 12 = مساحت تقریبی

با **کوچک‌تر** کردن مربع‌ها، اندازه‌ی دقیق‌تری از مساحت دایره به دست می‌آید.





۲- مساحت دایره‌ی روبه‌رو تقریباً چند برابر مساحت مربع است؟

$$\text{مساحت مربع} = \text{---} \times \text{---} = \text{---}$$

$$\text{مساحت دایره} = \text{---} \times \text{---} \times \text{---} = \text{---}$$



مساحت دایره‌ی روبه‌رو تقریباً چند برابر مساحت مربع است؟ تقریباً 3 برابر

$$\text{مساحت مربع} = 10 \times 10 = 100$$

$$\text{مساحت دایره} = 10 \times 10 \times 3/14 = 314$$



۳- اجسامی مثل لیوان، بشقاب و ... را که سطح دایره‌ای دارند به کلاس بیاورید. با مداد کف آن را روی کاغذ بکشید و مساحت تقریبی آن را با اندازه‌گیری به دست آورید و جدول زیر را به کمک هم کلاسی‌هایتان کامل کنید. کدام قسمت دایره را اندازه می‌گیرید؟ (عدد بی را ۳ در نظر بگیرید)



جسم	بشقاب	لیوان	فلاسک	سکه
شعاع	12	3	5	11
مساحت	432	27	75	363
واحد مساحت	سانتی‌مترمربع	سانتی‌مترمربع	سانتی‌مترمربع	میلی‌مترمربع

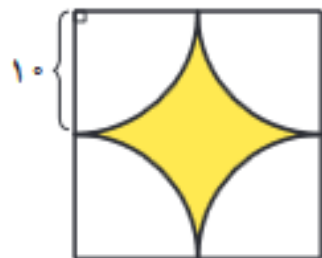


فعالیت

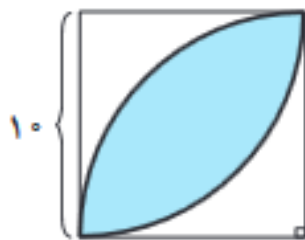
۱- می‌خواهیم مساحت قسمت‌های رنگی شکل‌های زیر را پیدا کنیم.
ابتدا راه حل خود را بنویسید و سپس راه حل دانش‌آموزان را مطالعه و کامل کنید.



(۱)

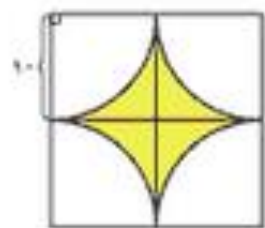
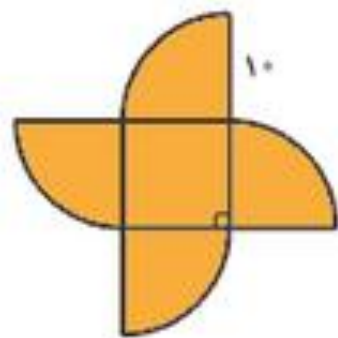


(۲)



(۳)





هدی شکل (۱) را به یک مربع و ۴ نایب دایره تقسیم و این گونه فکر کرد:

مساحت ۴ نایب دایره + مساحت مربع = مساحت شکل
مساحت یک دایره

$$= (10 \times 10) + (10 \times 10 \times \frac{3}{14})$$

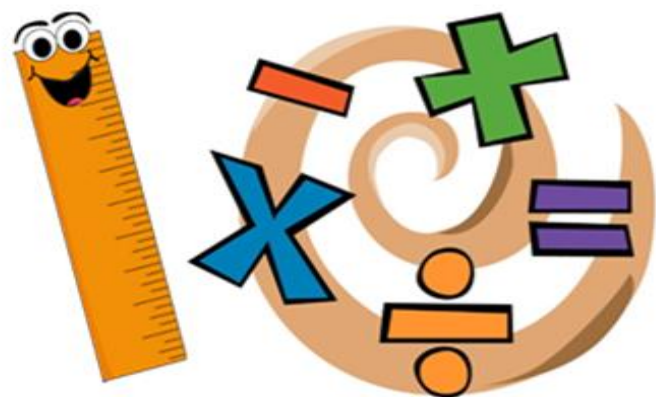
$$= 414$$

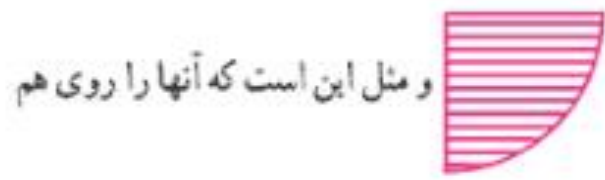
رؤیا در مورد شکل (۲) فکر کرد که می تواند آن را به ۴ نایب دایره تقسیم کند. به این صورت:

مساحت ۴ نایب دایره - مساحت مربع بزرگ = مساحت شکل
مساحت یک دایره

$$= (400) - (314) = 86$$

$$20 \times 20 \quad 10 \times 10 \times \frac{3}{14}$$





و مثل این است که آنها را روی هم

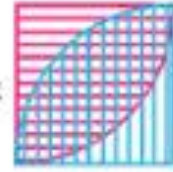


لیلا در مورد شکل (۳) فکر کرد که دو تا ربع دایره می بیند



اضافه دارد.

پس دو تا ربع دایره به اندازه ی یک



گذاشته اند.

مساحت مربع - مساحت دو تا ربع دایره = مساحت شکل

مساحت نیم دایره

$$= \frac{152}{2} - \frac{100}{2} = 52$$

$$\frac{10 \times 10 \times \frac{3}{14}}{2} - \frac{100 \times 100}{2}$$





$$\frac{2}{5} - 50 = \frac{2}{5}$$



$$\frac{2}{5} + \frac{2}{5} = 57$$

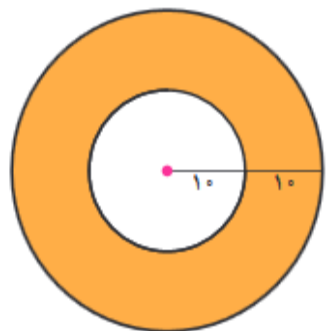
ندا در مورد شکل (۲) این گونه فکر کرد:
توضیح دهید ندا چگونه فکر کرده است.

ندا قطر مربع را رسم کرد تا قسمت رنگی به دو نیم تقسیم شود سپس مساحت یکی از نیمه ها را حساب کرد:

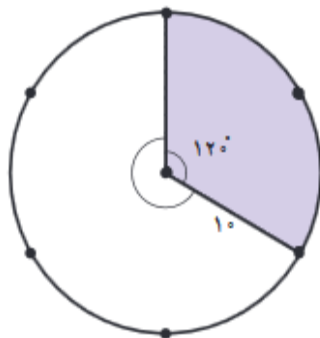
مساحت قسمت الف = مساحت نصف مربع - مساحت ربع دایره
و در نهایت مساحت قسمت الف (یکی از نیمه ها) را دو برابر کرد (با هم جمع کرد).



• کار در کلاس •



شکل (۱)

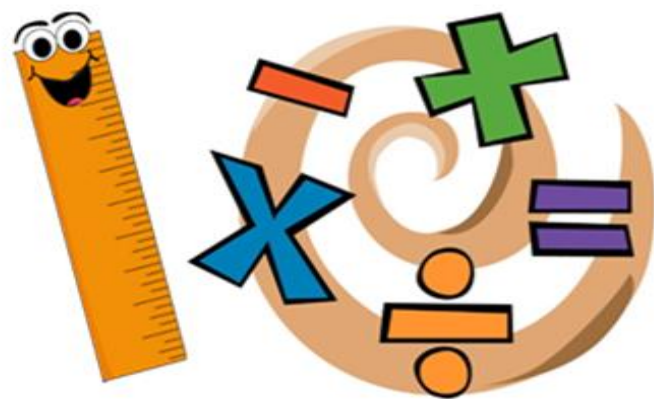


شکل (۲)

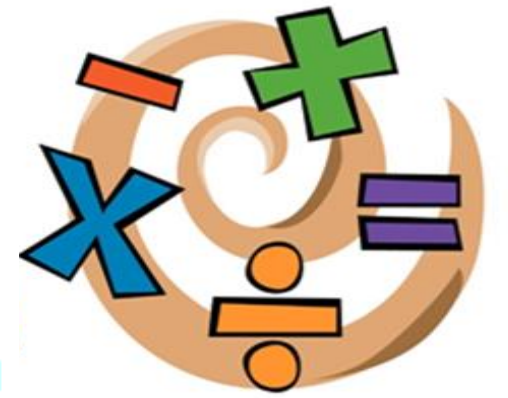
الف) در شکل (۱) حدس می‌زنید قسمت رنگی چند برابر قسمت بی‌رنگ باشد؟

ب) در شکل (۲) نسبت مساحت قسمت رنگ شده به کل دایره چقدر است؟

پ) مساحت قسمت رنگی هر شکل را پیدا کنید. آیا حدس شما صحیح بود؟



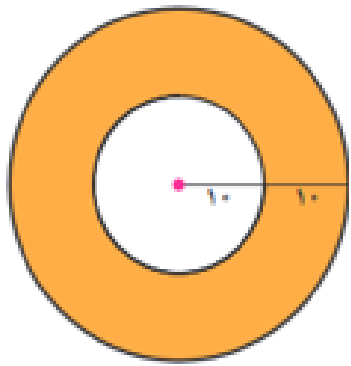
الف) در شکل (۱) حدس می زنید قسمت رنگی چند برابر قسمت بی رنگ باشد؟ **3 برابر**



ب) در شکل (۲) نسبت مساحت قسمت رنگ شده به کل دایره چقدر است؟ **1 به 3 (با توجه با 120 درجه نسبت به 360 درجه)**

پ) مساحت قسمت رنگی هر شکل را پیدا کنید. آیا حدس شما صحیح بود؟ **بله :**

✓ شکل (۱) :



شکل (۱)

مساحت دایره بی رنگ - مساحت کل دایره = مساحت قسمت رنگی

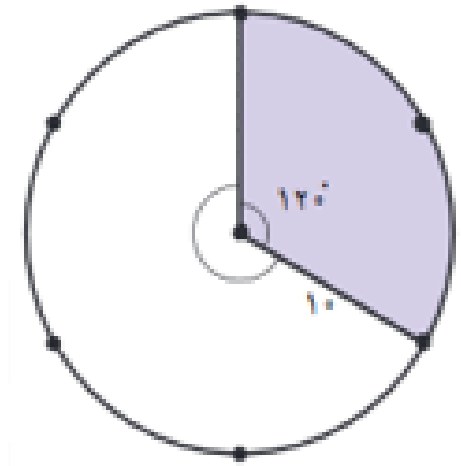
$$\text{مساحت کل دایره} = 20 \times 20 \times 3/14 = 1256$$

$$\text{مساحت دایره بی رنگ} = 10 \times 10 \times 3/14 = 314$$

$$\text{مساحت قسمت رنگی} = 1256 - 314 = 942$$

$$\text{نسبت قسمت رنگی به قسمت بی رنگ} = 942/314 = 3$$





شکل (۲)

$3 \div \text{مساحت دایره} = \text{مساحت قسمت رنگی}$

$$\text{مساحت دایره} = 10 \times 10 \times 3/14 = 314$$

$$\text{مساحت قسمت رنگی} = (10 \times 10 \times 3/14) \div 3 = 104/6$$

$$\text{نسبت قسمت رنگی به کل دایره} = 104/6 / 314 = 1/3$$

بنابراین در شکل (۲) نسبت مساحت قسمت رنگ شده به کل دایره $1/3$ است.





یادآوری فرمول های مورد نیاز:



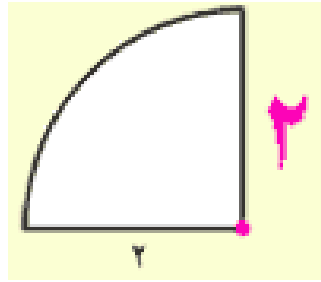
شعاع \times عدد پی $\times 2 =$ فرمول محیط دایره

عدد پی \times شعاع \times شعاع $=$ فرمول مساحت دایره



تمرین

۱- محیط و مساحت شکل های زیر را پیدا کنید.



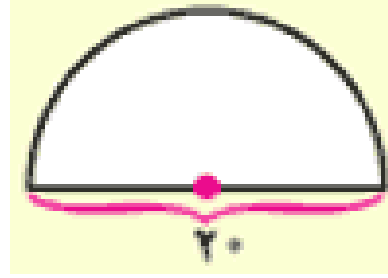
محیط = (شعاع $\times 2$) + ربع محیط دایره

$$\text{محیط} = [1/4 \times (2 \times 2 \times 3/14)] + (2 \times 2) = 7/14$$

ربع مساحت دایره = مساحت

$$\text{مساحت} = 1/4 \times (2 \times 2 \times 3/14) = 3/14$$





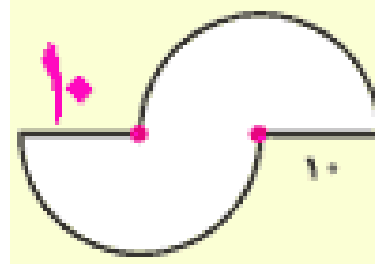
قطر + نصف محيط دايه = محيط

$$\text{محيط} = \left[\frac{1}{2} \times (2 \times \frac{3}{14} \times 10) \right] + (20) = \mathbf{51/4}$$

نصف مساحت دايه = مساحت

$$\text{مساحت} = \frac{1}{2} \times (10 \times 10 \times \frac{3}{14}) = \mathbf{157}$$





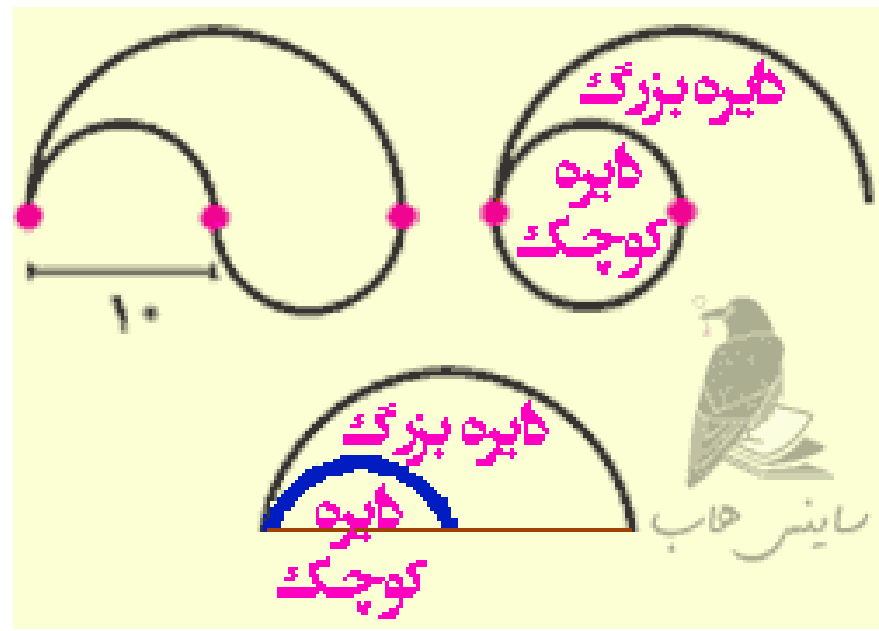
محيط = (شعاع $\times 2$) + (نصف محيط دایره $\times 2$) = محيط

$$\text{محيط} = [2 \times (1/2 \times 2 \times 3/14 \times 10)] + (2 \times 10) = 82/8$$

نصف مساحت دایره $\times 2$ = مساحت

$$\text{مساحت} = 2 \times (1/2 \times 10 \times 10 \times 3/14) = 314$$





محیط دایره کوچک + نصف محیط دایره بزرگ = محیط

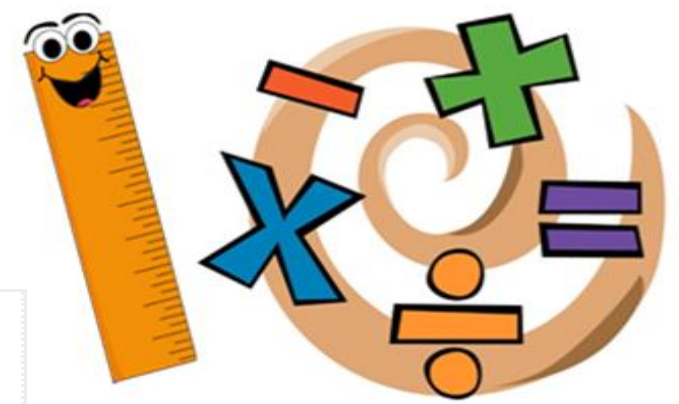
$$\text{محیط} = \left[\frac{1}{2} \times (2 \times \frac{3}{14} \times 10) \right] + \left[2 \times \frac{3}{14} \times 5 \right] = \frac{62}{8}$$

نصف مساحت دایره بزرگ = مساحت

$$\text{مساحت} = \frac{1}{2} \times (10 \times 10 \times \frac{3}{14}) = 157$$



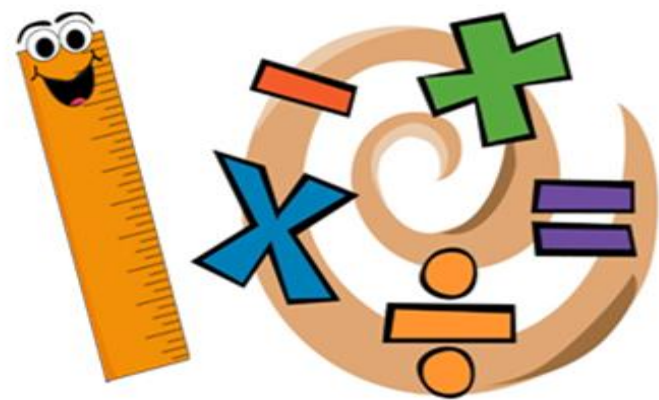
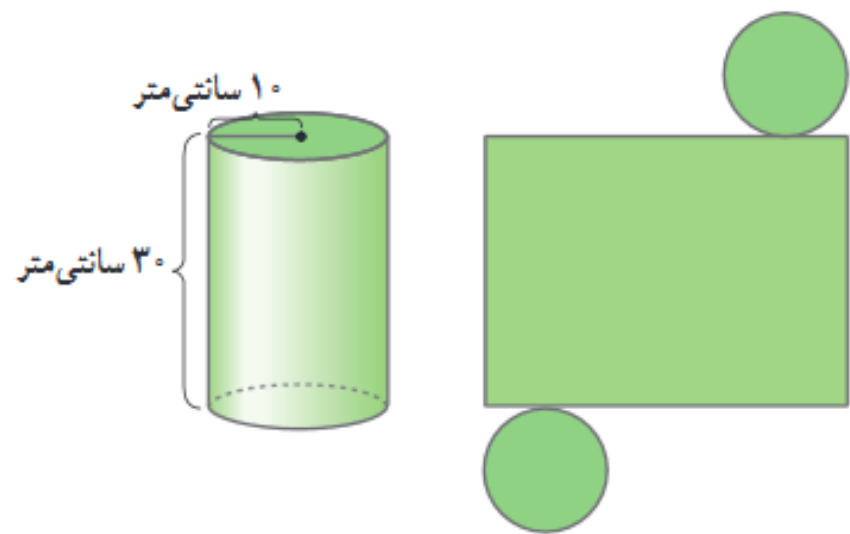
۲- در منزل بگردید و وسایلی را که سطح دایره دارند پیدا کنید. ابتدا مساحت آنها را حدس بزنید، سپس اندازه بگیرید و جدول را کامل کنید. (عدد بی را ۳ در نظر بگیرید)



نام وسیله	مساحت کمتر از ۱۰۰ سانتی متر مربع	مساحت بین ۱۰۰ و ۵۰۰ سانتی متر مربع	مساحت بیشتر از ۵۰۰ سانتی متر مربع
شعاع (سانتی متر)	در نوشابه	سطل ماست	ماهیتابه
	1/5	7	15
مساحت (سانتی متر مربع)	6/75	147	675



۳- برای ساختن استوانه‌ی زیر چند سانتی متر مربع کاغذ لازم است؟



مساحت مستطیل + (مساحت دایره $\times 2$) = مساحت کل استوانه

$$\text{مساحت دایره} = 10 \times 10 \times 3/14 = 314$$

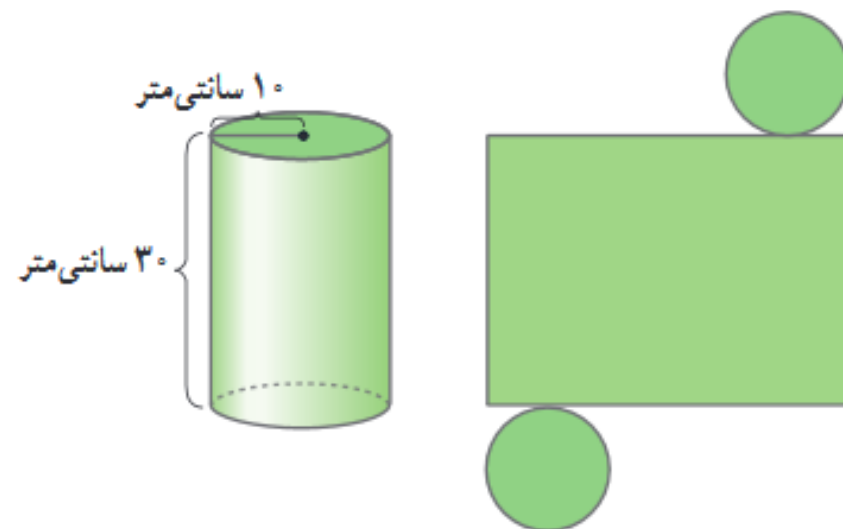
طول مستطیل \times عرض مستطیل = مساحت مستطیل

$$\text{ارتفاع استوانه} = \text{عرض مستطیل} = 30$$

$$\text{محیط دایره} = 2 \times 3/14 \times 10 = 62/8$$

$$\text{مساحت مستطیل} = 30 \times 62/8 = 1884$$

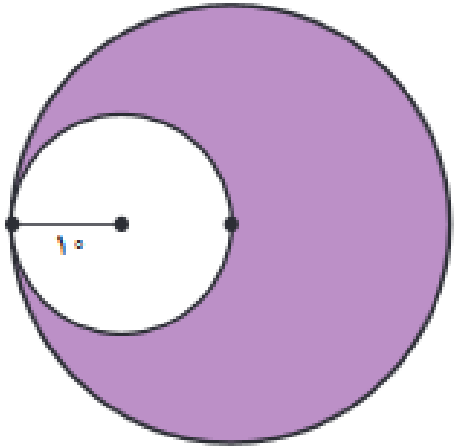
$$\text{مساحت کل استوانه} = (2 \times 314) + 1884 = 2512$$



بنابراین برای ساختن این استوانه 2512 سانتی‌متر مربع کاغذ لازم است.



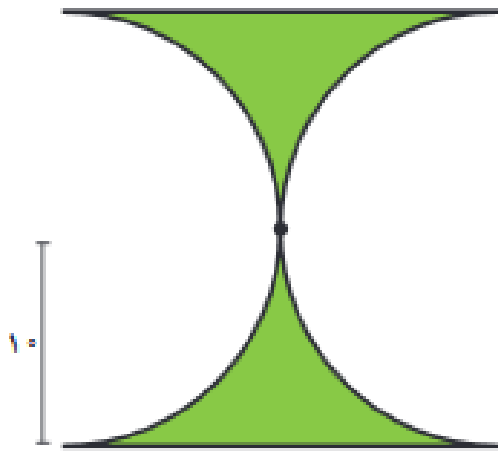
۴- ابتدا روش محاسبه‌ی مساحت قسمت‌های رنگ شده را توضیح دهید و سپس آن را به دست آورید.



✓ شکل (۱) : مساحت دایره کوچک را از مساحت دایره بزرگ کم می‌کنیم:

$$\text{مساحت قسمت رنگ شده} = (20 \times 20 \times 3/14) - (10 \times 10 \times 3/14) = 942$$

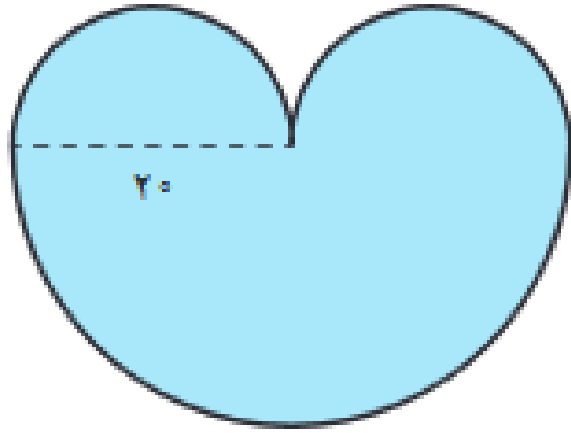




✓ شکل (۲) : مساحت دایره‌ای به شعاع 10 را از مساحت مربعی به ضلع 20 کم می‌کنیم:

$$\text{مساحت قسمت رنگ شده} = (20 \times 20) - (10 \times 10 \times 3/14) = 86$$

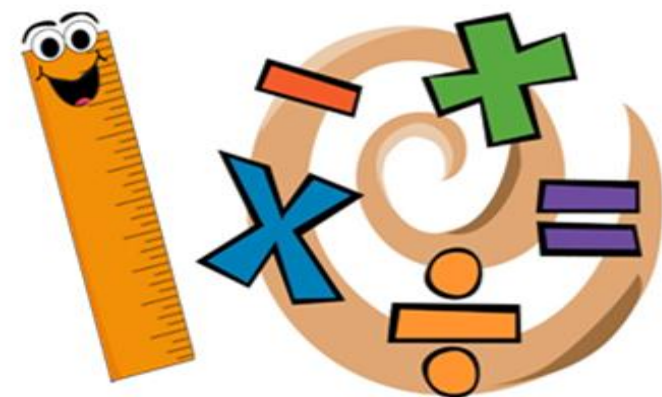
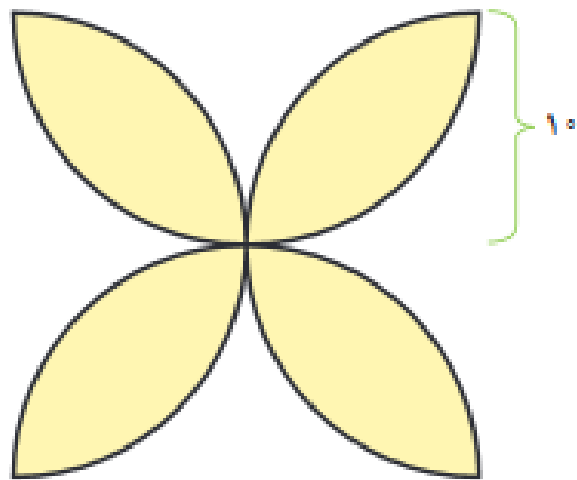




شکل (۳) ✓ : مساحت دایره‌ای به شعاع ۱۰ (قطر ۲۰) را با نصف مساحت دایره‌ای به شعاع ۲۰ (قطر ۴۰) جمع می‌کنیم:

$$\text{مساحت قسمت رنگ شده} = (10 \times 10 \times 3/14) + [1/2 \times (20 \times 20 \times 3/14)] = 942$$





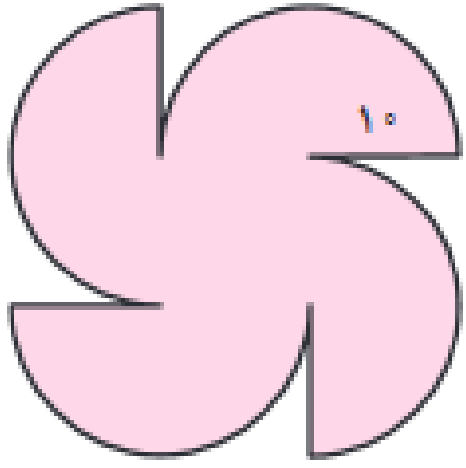
✓ شکل (۴) : ابتدا مساحت یکی از قسمت‌ها را حساب می‌کنیم و آن را در 4 ضرب می‌کنیم. برای محاسبه‌ی مساحت یک قسمت، ابتدا مساحت نیم‌دایره‌ای به شعاع 10 را حساب می‌کنیم و سپس مساحت مربعی به ضلع 10 را از آن کم می‌کنیم. (درست مانند راه حل لایلا برای شکل شماره 3 از فعالیت 1 صفحه 99)

مساحت مربع - مساحت نیم دایره = مساحت یک هلال

$$\text{مساحت یک هلال} = [1/2 \times (10 \times 10 \times 3/14)] - (10 \times 10) = 57$$

$$\text{مساحت کل قسمت رنگ شده} = 4 \times 57 = 228$$





✓ شکل (۵): وسط شکل یک مربع قرار دارد و اطراف آن 4 تا ربع دایره که معادل 2 دایره کامل می‌شود. پس مساحت یک مربع به ضلع 10 را با مساحت دو دایره به شعاع 10 جمع می‌کنیم:

$$\text{مساحت کل قسمت رنگ شده} = [2 \times (10 \times 10 \times 3/14)] + (10 \times 10) = 728$$



پایان

