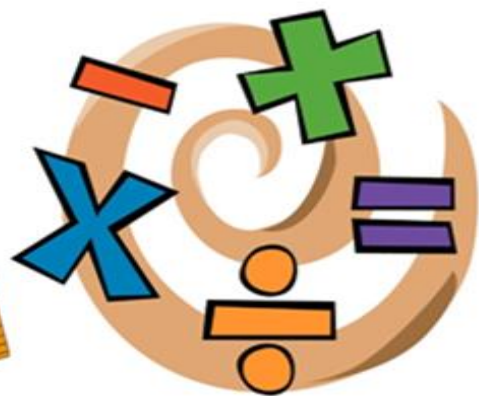


بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ





در سال‌های گذشته با مفاهیم شعاع و قطر در دایره آشنا شدیم و یاد گرفتیم که دایره بی‌شمار شعاع و بی‌شمار قطر دارد و اندازه‌ی قطر هر دایره دو برابر شعاع آن است و اگر محیط دایره را بر قطر آن تقسیم کنیم، عدد ثابتی با مقدار  $3/14$  به دست می‌آید که آن را عدد پی نامیدیم و محیط دایره را با  $3/14 \times$  قطر محاسبه کردیم.

با یک دست‌ورزی ساده‌ی زیر می‌توانیم مساحت دایره را به کمک مساحت متوازی‌الاضلاع یا مساحت مستطیل به دست آوریم. یک دایره‌ی کاغذی را نصف کنید و آن را برش بزنید.

$$\text{محیط دایره} = \text{قطر} \times 3/14$$

$$\text{محیط دایره} = 2 \times \text{شعاع} \times 3/14$$

$$\text{محیط نیم‌دایره} = (2 \times \text{شعاع} \times 3/14) \div 2$$

$$\text{محیط نیم‌دایره} = \text{شعاع} \times 3/14$$

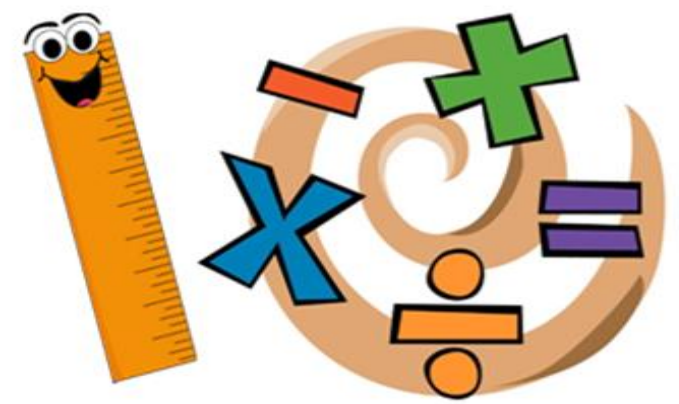


شعاع‌های هر نیم دایره را رسم کرده و از روی شعاع‌ها تا لبه‌ی دایره را برش بزنید، دو نیم‌دایره را مطابق شکل زیر کنار هم بگذارید.



این شکل شبیه متوازی‌الاضلاع یا مستطیل است.

هر چقدر مقدار برش‌ها بیشتر باشد، شکل شما به مستطیل شبیه‌تر است.

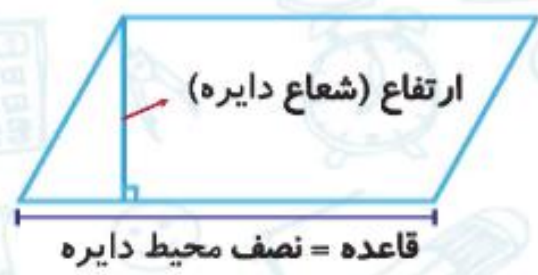


ارتفاع  $\times$  قاعده = مساحت متوازی‌الاضلاع

شعاع  $\times$  نصف محیط دایره = مساحت دایره از طریق متوازی‌الاضلاع

شعاع  $\times$   $(\frac{3}{14}) \times$  شعاع = مساحت دایره

$\frac{3}{14} \times$  شعاع  $\times$  شعاع = مساحت دایره



همچنین می‌توانیم مساحت دایره را از طریق مساحت مستطیل به دست آوریم.

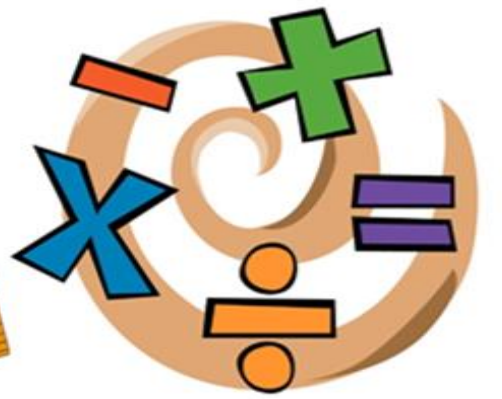


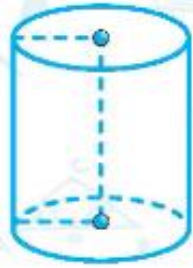
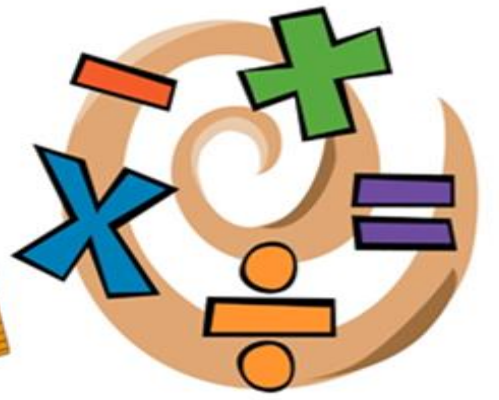
مساحت مستطیل = عرض × طول

شعاع دایره = نصف محیط دایره = مساحت دایره از طریق مساحت مستطیل

شعاع × شعاع ×  $\frac{3}{14}$  = مساحت دایره

مساحت دایره = شعاع × شعاع ×  $\frac{3}{14}$





ارتفاع استوانه

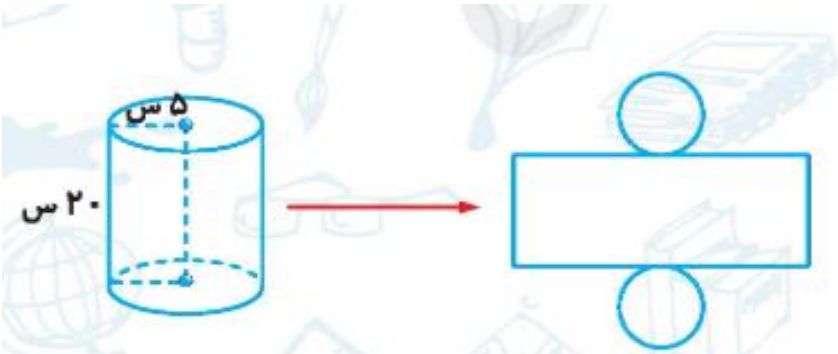


مساحت مستطیل + مساحت دو دایره = مساحت کل

$$[2 \times (\text{شعاع} \times \text{شعاع} \times \frac{3}{14})] + (\text{عرض} \times \text{طول})$$

ارتفاع استوانه  $\times$  محیط دایره





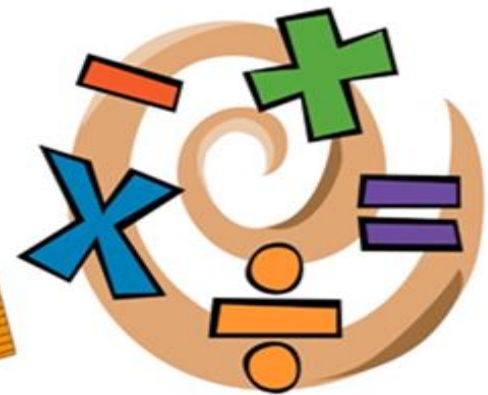
$$\text{مساحت شکل} = 2 \times (5 \times 5 \times 3 / 14) \times 2 + [(2 \times 5 \times 3 / 14) \times 20]$$

قطر

$$\text{سانتی متر مربع} = 157 + 628 = 785$$

به مثال زیر توجه کن.





۱. اگر شعاع دایره‌ای را ۳ برابر کنیم، کدامیک از عبارتهای زیر درست است؟

(۱) مساحت دایره ۶ برابر و محیط آن ۳ برابر می‌شود. (۲) مساحت و محیط دایره ۳ برابر می‌شود.

(۳) مساحت دایره ۳ برابر و محیط ۹ برابر می‌شود. (۴) مساحت دایره ۹ برابر و محیط آن ۳ برابر می‌شود.

گزینه «۴» -



۲. محیط و مساحت شکل‌های زیر را به دست آور.



مساحت = .....  
 محیط = .....



مساحت = .....  
 محیط = .....

$$\text{مساحت} = 30 \times 30 \times \frac{3}{14} = 2126 \times \frac{120}{360} = 942$$

$$\text{محیط} = 30 + 30 + \left( 60 \times \frac{3}{14} \times \frac{120}{360} \right) = 122/8$$

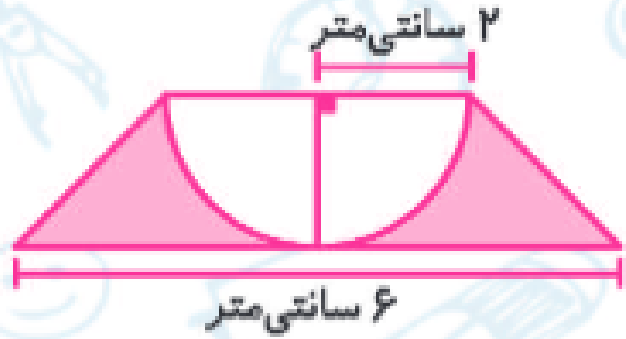
$$\text{مساحت} = 20 \times 20 \times \frac{3}{14} \times \frac{1}{2} = 628$$

$$\text{محیط} = \left( 40 \times \frac{3}{14} \times \frac{1}{2} \right) + 40 = 102/8$$





۳. در هریک از شکل‌های زیر مساحت قسمت رنگی را به دست آور.



$$\text{دوز نقه: } \frac{(4+6) \times 2}{2} = 10$$

$$\text{نیم دایره: } \frac{2 \times 2 \times 3 / 14}{2} = 6 / 28$$

$$\text{رنگی } 10 - 6 / 28 = 3 / 72$$





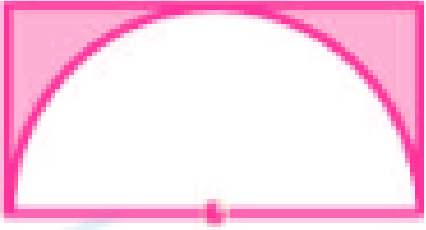
دایره:  $2 \times 2 \times 3 / 14 = 12 / 56$

لوزی:  $(4 \times 4) \div 2 = 8$

رنگی  $12 / 56 - 8 = 4 / 56$



۴۰ سانتی متر



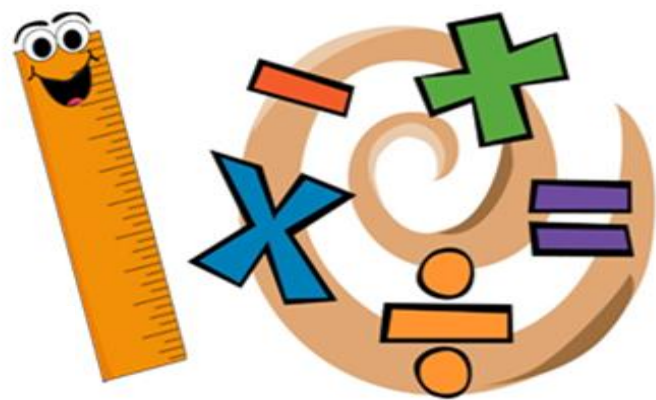
$$\text{مستطیل: } 40 \times 80 = 3200$$

$$\text{نیم دایره: } (40 \times 40) \times \frac{3}{14} \times \frac{1}{2} = 2512$$

$$\text{رنگی: } 3200 - 2512 = 688$$



۴. طنابی را به شکل مربع درآورده ایم و ضلع آن  $3/14$  سانتی متر شد. اگر این طناب را به شکل دایره درآوریم، شعاع آن چند سانتی متر خواهد شد؟



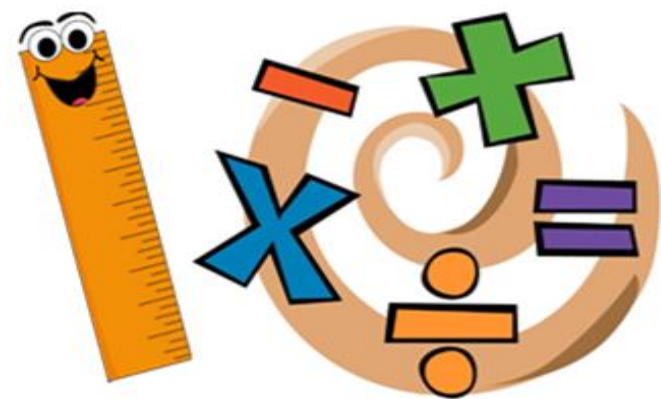
سانتی متر  $12/56 = 4 \times 3/14$ : محیط مربع

$3/14 \times \text{قطر} = \text{محیط دایره}$

$$12/56 = 4 \times 3/14$$

$$\text{شعاع} = \frac{4}{2} = 2$$



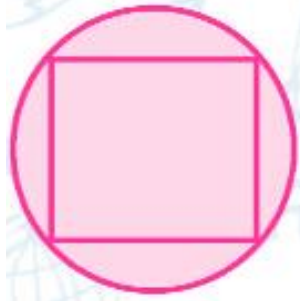


هرگاه محیط چند شکل باهم برابر باشد، مساحت شکلی بیشتر است که تعداد خط‌های تقارن بیشتری دارد  
و هرگاه مساحت چند شکل باهم برابر باشد، محیط شکلی بیشتر است که تعداد خط‌های تقارن کمتری دارد.

نکته



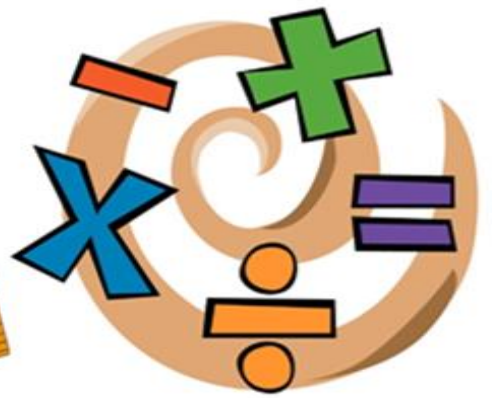
۵. در شکل زیر مساحت دایره  $۷۸/۵$  سانتی‌متر مربع است، مساحت مربع داخل آن چقدر است؟



.....

.....

.....



$$\text{مساحت دایره} = \frac{۳}{۱۴} \times \text{شعاع} \times \text{شعاع}$$

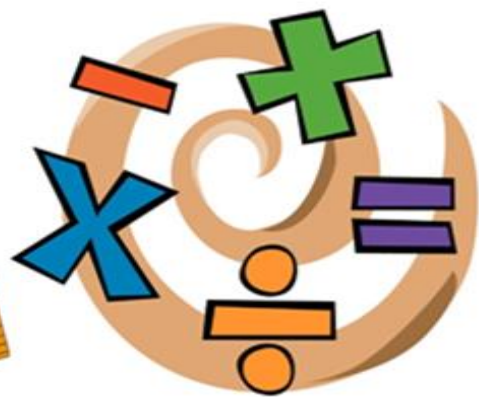
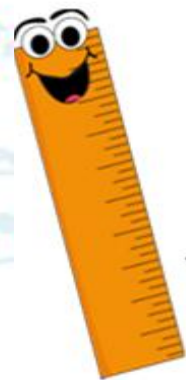
$$۷۸/۵ = ۵ \times ۵ \times \frac{۳}{۱۴}$$

$$۲ \times ۵ = ۱۰ \quad \text{قطر لوزی} = \text{قطر دایره}$$

$$\text{مساحت لوزی یا مساحت دایره} \rightarrow \frac{۱۰ \times ۱۰}{۲} = \frac{۱۰۰}{۲} = ۵۰$$



تمرین



۱. علیرضا یک دایره را به شکل مقابل برش زده است، مساحت قسمت برش زده چقدر است؟

Three horizontal dashed lines for writing the answer.

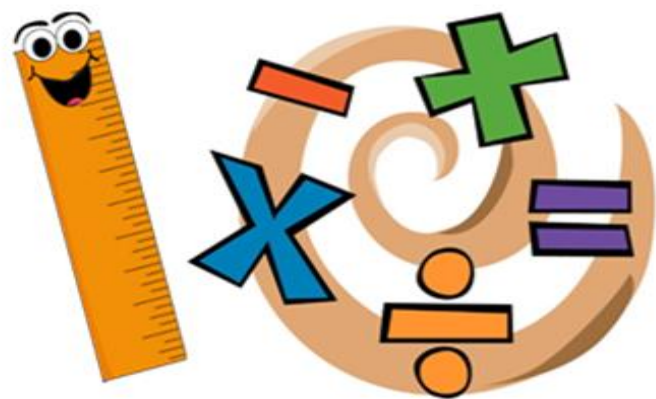


$$\text{مساحت دایره} = \left( \frac{45}{360} \times \frac{3}{1} \times 4 \times 4 \right) = \frac{6}{28}$$

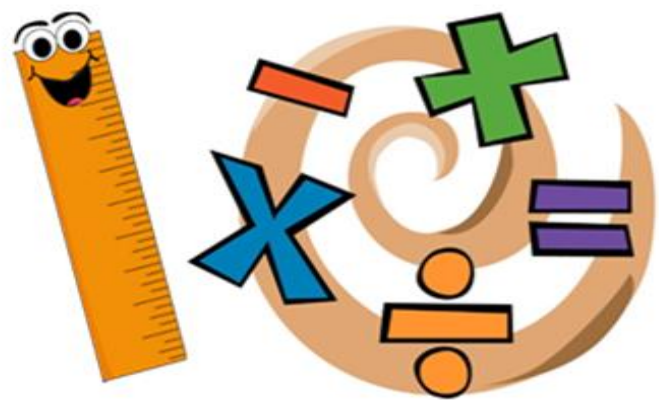
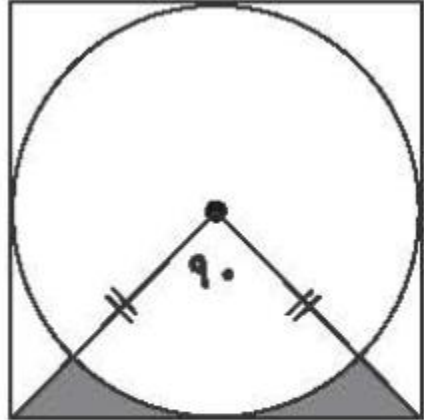


۲. در شکل زیر شعاع دایره ۴ سانتی‌متر و اندازه‌ی ضلع‌های قائمه از مثلث قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین زیر ۶ سانتی‌متر است.

مساحت قسمت رنگ شده چند سانتی‌متر مربع است؟







مساحت مثلث +  $\frac{270}{360}$  مساحت دایره = مساحت قسمت رنگ شده

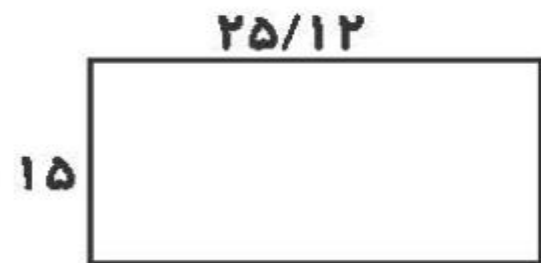
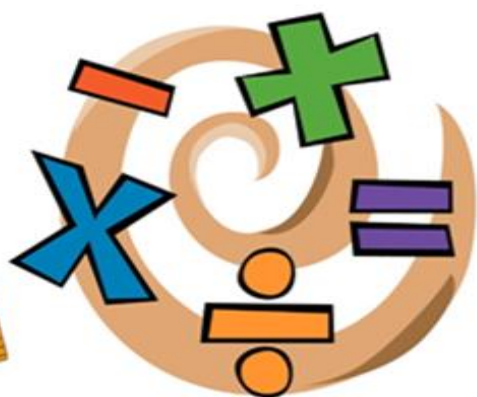
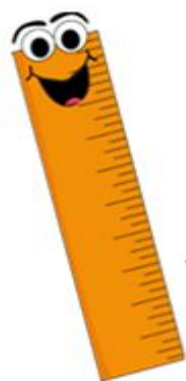
$$\text{مساحت مثلث} = (6 \times 6) \div 2 = 18$$

$$4 \times 4 \times 3 / 14 \times \frac{270}{360} = 37 / 68$$

$$18 + 37 / 68 = 55 / 68$$



۳. برای ساختن استوانه‌ی زیر چند سانتی‌متر مربع کاغذ لازم است؟



با طول مستطیل  $\Rightarrow 25/12 = 14/3 \times 8 =$  محیط دایره

$376/8 = 15 \times 25/12 =$  مساحت مستطیل

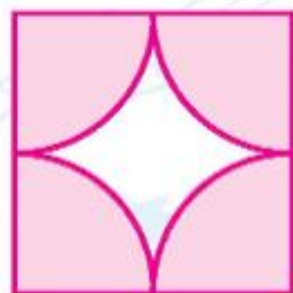
$$(4 \times 4 \times 3/14) \times 2 = 100/48$$

مساحت سقف و کف استوانه

$$376/8 + 100/48 = 477/28$$



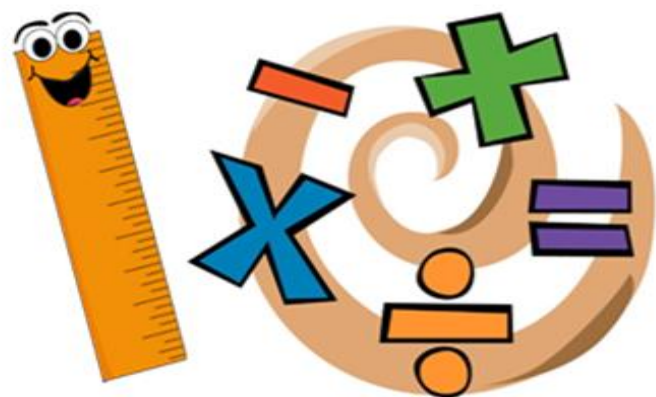
۴. به مرکز رأس‌های مربع چهار ربع دایره به شعاع ۲۰ سانتی‌متر رسم کرده‌ایم. نسبت مساحت قسمت رنگی به مساحت مربع کدام است؟ (  $\pi = ۳$  )



.....

.....

.....



مساحت مربع  $\Rightarrow ۴۰ \times ۴۰ = ۱۶۰۰$

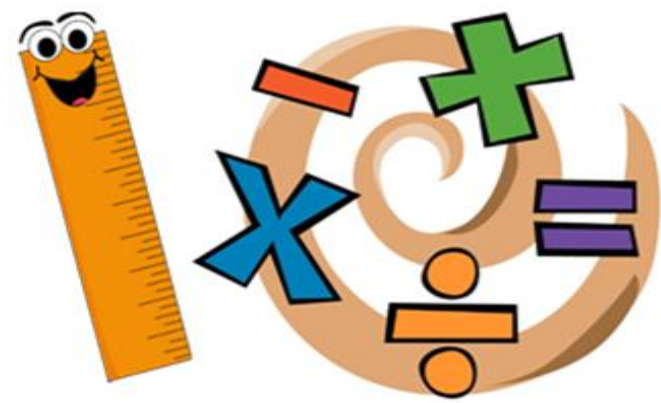
مساحت دایره  $\Rightarrow ۲۰ \times ۲۰ \times ۳ = ۱۲۰۰$

$$\frac{\text{مساحت رنگی}}{\text{مساحت مربع}} = \frac{۱۲۰۰}{۱۶۰۰} = \frac{۳}{۴}$$



۵. در شکل زیر شعاع دایره‌ی بزرگ ۳ سانتی‌متر و شعاع دایره‌ی کوچک ۱ سانتی‌متر است. اگر

مساحت قسمت رنگ شده  $1/57$  سانتی‌متر باشد، مساحت قسمت رنگ نشده‌ی شکل چند سانتی‌متر مربع است؟



(۱)  $0/785$

(۲)  $26/69$

(۳)  $29/83$

(۴)  $25/12$

۵. گزینه «۳» -

## رنگ نشده

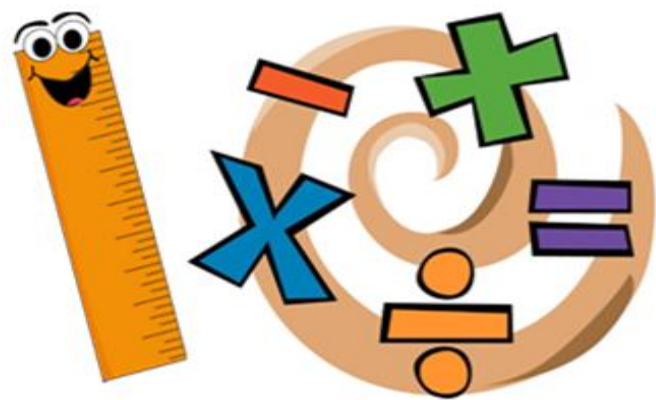
$$\text{دایره بزرگ} = 3 \times 3 \times 3 / 14 = 28 / 26$$

$$\text{دایره کوچک} = 1 \times 1 \times 3 / 14 = 3 / 14$$

$$28 / 26 + 3 / 14 = 31 / 4 \Rightarrow 31 / 4 - (1 / 57 \times 2) = 28 / 26$$



۶. شعاع چرخ دوچرخه‌ای ۲۵ سانتی‌متر است. این چرخ برای طی مسافت ۱۸۸۴ متر، چند دور باید بچرخد؟



$$۲۵ \times ۲ = ۵۰ \text{ قطر به سانتی‌متر}$$

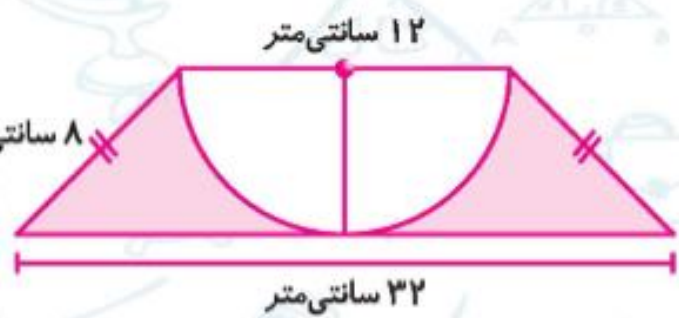
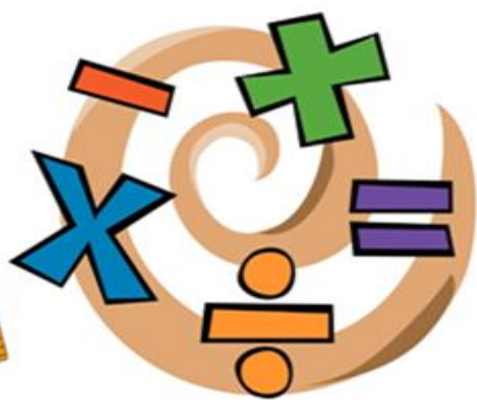
$$\frac{۰}{۵} \text{ به متر}$$

$$\frac{۱}{۵۷} = \frac{۱۴}{۳} \times \frac{۰}{۵} = \text{محیط دایره به متر}$$

$$\text{دور } ۱۸۸۴ \div \frac{۱}{۵۷} = ۱۲۰۰$$



۷. در شکل روبه‌رو محیط قسمت رنگی چند سانتی‌متر است؟



$$\text{محیط نیم‌دایره} : (12 \times 3 / 14) \div 2 = 18 / 14$$

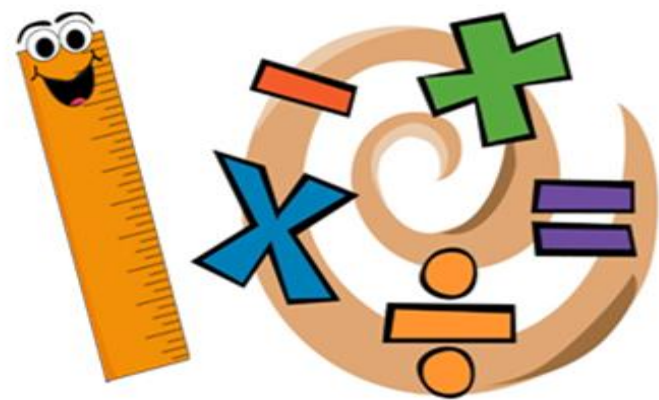
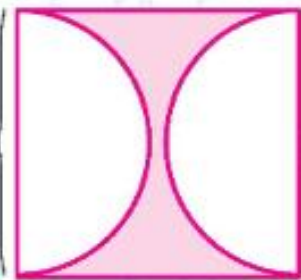
$$\text{محیط شکل رنگی} = 8 + 8 + 32 + 18 / 14 = 66 / 14$$



۸. در شکل‌های زیر مساحت قسمت رنگ شده را به دست آور.

(الف)

۴ سانتی‌متر



$$\text{مساحت مربع (الف)} = 4 \times 4 = 16$$

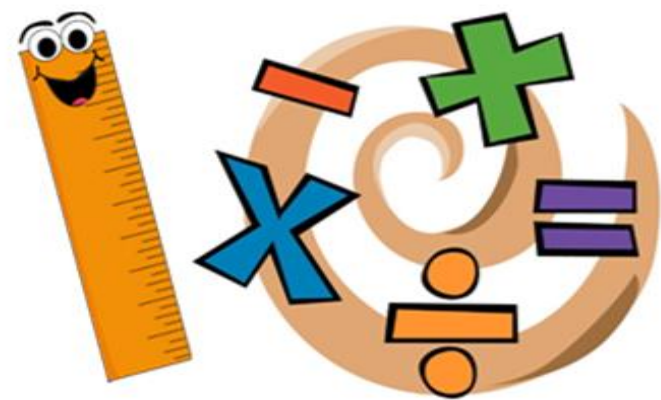
$$\text{مساحت دایره} = \frac{2 \times 2 \times \pi}{4} = \frac{12}{56}$$

$$\text{رنگی} = \frac{3}{44} = 16 - \frac{12}{56}$$





۲۰ سانتی متر = شعاع دایره



$$\text{مساحت دایره (ب)} = \frac{20 \times 20 \times 3}{14} = 1256$$

$$\text{مساحت مثلث} = 20 \times 20 \div 2 = 200$$

$$\text{رنگی} = 1256 - 200 = 1056$$





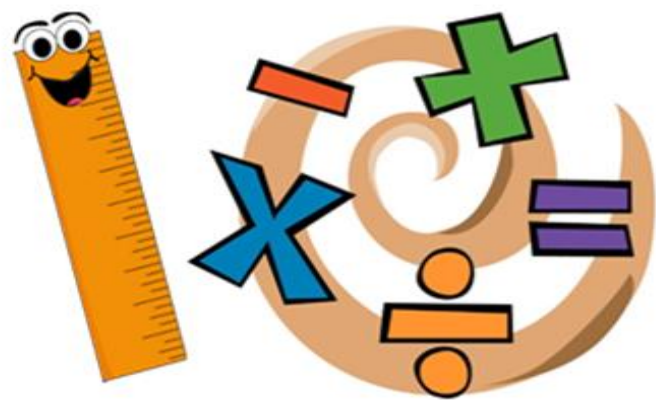
۹. اگر قطرهای دو دایره به ترتیب ۲ و ۶ سانتی متر باشد، کدامیک از عبارتهای زیر در مورد آنها درست است؟

۱) مساحت دایره‌ی کوچک ثلث مساحت دایره بزرگ است.

۲) مساحت دایره بزرگ دو برابر مساحت دایره‌ی کوچک است.

۳) مساحت دایره‌ی بزرگ نه برابر مساحت دایره‌ی کوچک است.

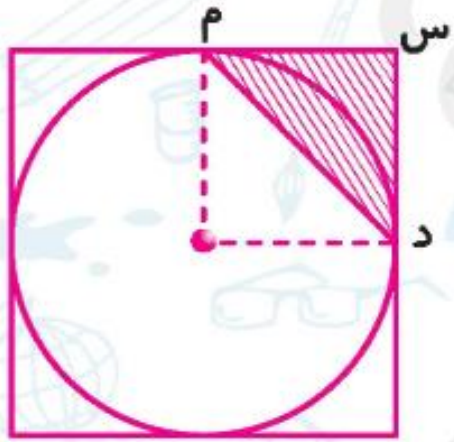
۴) مساحت دایره‌ی کوچک ربع مساحت دایره‌ی بزرگ است.



گزینه «۳» -



۱. اگر مساحت مثلث (م س د) ۸ سانتی متر مربع باشد، مساحت دایره چقدر خواهد بود؟



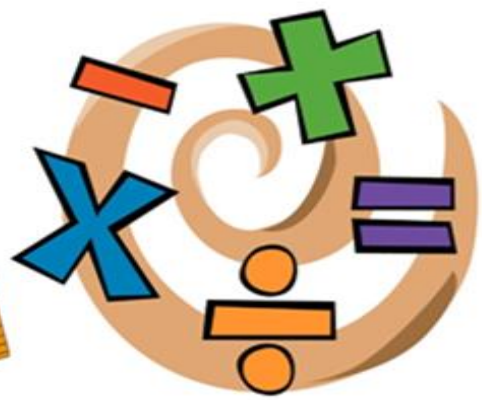
---

---

---

---

---



$$\text{مساحت مثلث} = \frac{\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}}{2}$$

$$8 = \frac{4 \times 4}{2} \quad \text{ارتفاع و قاعده مثلث که همان شعاع دایره است.}$$

$$\text{مساحت دایره} = \frac{4 \times 4 \times 3.14}{4} = 12.56$$



# پایان

