

علوی

در سال های قبل با مفهوم الگویابی آشنا شده اید و آموختید که الگویابی یکی از ابزارهایی است که می توانیم از آن برای حل مسائل استفاده کنیم. به مثال زیر دقت کنید:



وسيله ی مقابل «ریکشا» نام دارد. از این وسیله در کشور هند برای جابه جایی مسافران داخل شهر استفاده می شود. همان طور که ملاحظه می کنید، این وسیله دارای سه چرخ است. با تشکیل جدول زیر می توانیم رابطه ی بین تعداد ریکشاها و همچنین تعداد چرخ ها را بیابیم.

تعداد ریکشاها	۱	۲	۳	۴	...	۱۵
تعداد چرخ ها	۳	۶	۹	۱۲	...	۴۵
رابطه ی بین تعداد چرخ ها و تعداد ریکشاها	1×3	2×3	3×3	4×3	...	15×3

$3 \times$ تعداد ریکشاها = تعداد چرخ ها
با دقت در جدول بالا، نتیجه می گیریم که هیچ گاه تعداد چرخ ها از ۵ یا ۷ یا ۸ چرخ نمی شود و همواره تعداد چرخ ها باید ۳ بخش پذیر باشد.

در مثال بالا به عددهای ۳، ۶، ۹، ۱۲، ... مضرب های عدد ۳ گفته می شود.



مضرب

از ضرب هر عدد طبیعی در عددهای ۱، ۲، ۳، ... مضرب های آن عدد ساخته می شود. بنابراین مضرب های هر عددی همواره بر آن عدد بخش پذیر هستند.
مضرب های ۷: $7 \times 1, 7 \times 2, 7 \times 3, 7 \times 4, \dots \rightarrow 7, 14, 21, 28, \dots$
مضرب های ۴: $4 \times 1, 4 \times 2, 4 \times 3, 4 \times 4, \dots \rightarrow 4, 8, 12, 16, \dots$
مضرب های ۲۰: $20 \times 1, 20 \times 2, 20 \times 3, 20 \times 4, \dots \rightarrow 20, 40, 60, 80, \dots$

شماره ۱

مثال ۱ با توجه به الگوی زیر، به سؤالات پاسخ دهید.



الف) شکل پنجم، چه عددی را نشان می دهد؟ این شکل ها الگوی عددی روبه رو را نشان می دهند: ۴، ۹، ۱۴، ۱۹، ...
ب) هر شکل، ۵ توپ اضافه شده تا شکل بعدی آن به دست آمده است. به این ترتیب در شکل پنجم، $19 + 5 = 24$ توپ وجود دارد. در این سؤال با توجه به اینکه فاصله ی بین هر عدد با عدد بعد از خودش، ۵ واحد است، برای پیدا کردن رابطه ی بین هر عدد و شماره ی آن عدد، می توانیم از مضرب های ۵ کمک بگیریم:

$$4 = 1 \times 5 - 1, 9 = 2 \times 5 - 1, 14 = 3 \times 5 - 1, 19 = 4 \times 5 - 1, \dots, \Delta \times 5 - 1 = \text{عدد شماره } \Delta$$

پ) برای ساختن شکل بیستم به چند عدد توپ نیاز مندیم؟
با توجه به رابطه ی بالا برای ساختن شکل بیستم:
 $99 = (20 \times 5) - 1 = \text{تعداد توپ ها در شکل بیستم}$

شماره ۳



توجه

در هر یک از جمع های زیر، یک عدد زوج باید جمع شده است، با توجه به حاصل جمع ها، نکته ی زیر را کامل کنید.
 $1 + 2 = 3$ $11 + 12 = 23$ $125 + 127 = 252$
 $999 + 202 = 1201$ $555 + 555 = 1110$ $777 + 888 = 1665$

نکته

مجموع هر عدد زوج با هر عدد فرد، همواره عددی است.

نکته

۱- اگر در یک ماشین حساب دکمه های $[2] + [2]$ را بزیم و سپس به طور متوالی دکمه ی $[=]$ را فشار دهیم، به ترتیب عددهای ۴، ۶، ۸، ۱۰، ... یعنی همان عددهای زوج بزرگتر از ۲ نمایش داده می شود.
۲- اگر در یک ماشین حساب دکمه های $[1] + [2]$ را بزیم و سپس به طور متوالی دکمه ی $[=]$ را فشار دهیم، به ترتیب عددهای ۳، ۵، ۷، ۹، ... یعنی همان عددهای فرد بزرگتر از ۱ نمایش داده می شود.

شماره ۵

نکته

۱- کوچک ترین مضرب هر عددی، برابر خود آن عدد، و بزرگ ترین مضرب آن عدد، نامعلوم است.
۲- عددهای زوج، همان مضرب های ۲ هستند.
عددهای زوج: ۲، ۴، ۶، ۸، ...

اعداد فرد

به الگوی عددی زیر توجه کنید:
 $1, 3, 5, 7, \dots, 19, \dots, 35, \dots, 101, \dots$
به این اعداد، عددهای فرد می گوئیم. با دقت در این عددها ملاحظه می کنید که اگر به هر یک از این عددها ۲ واحد اضافه کنیم، عدد بعدی آن به دست می آید، یعنی فاصله ی هر عدد با عدد قبل و یا بعد از خودش مساوی ۲ واحد است. لذا برای پیدا کردن رابطه ی هر عدد فرد و شماره ی آن عدد، می توانیم از مضرب های ۲ کمک بگیریم:

$$1 = (1) \times 2 - 1, 3 = (2) \times 2 - 1, 5 = (3) \times 2 - 1, 7 = (4) \times 2 - 1, \dots, 19 = (10) \times 2 - 1, \dots, 35 = (18) \times 2 - 1$$

همچنین عدد فرد دهمین عدد فرد چهارمین عدد فرد سومین عدد فرد دومین عدد فرد اولین عدد فرد

$$\dots, 101 = (51) \times 2 - 1$$

پنجاه و یکمین عدد فرد

با دقت در رابطه های بالا نتیجه می شود که:
بنابراین نهمین عدد فرد برابر است با:
 $17 = (9 \times 2) - 1 = \text{نهمین عدد فرد}$

شماره ۲

چرا آیا شکلی دقیقاً با ۳۰ عدد توپ ساخته می شود؟

با توجه به اینکه عددهای ۴، ۹، ۱۴، ۱۹، ... همواره یک واحد از مضرب های ۵ کم تر هستند و ۳۰ دقیقاً مضرب ۵ است، دقیقاً با ۳۰ عدد توپ نمی توان هیچ شکلی با توجه به این الگو ساخت.



توجه

در هر یک از جمع های زیر، دو عدد زوج باید جمع شده اند، با توجه به حاصل جمع ها، نکته ی زیر را کامل کنید.
 $2 + 8 = 10$ $6 + 7 = 13$ $4 + 18 = 22$ $30 + 22 = 52$
 $112 + 518 = 630$ $900 + 152 = 1052$ $108 + 357 = 465$ $16 + 16 = 32$

نکته

مجموع دو عدد زوج، همواره عددی است.



توجه

در هر یک از جمع های زیر، دو عدد فرد باید جمع شده اند، با توجه به حاصل جمع ها، نکته ی زیر را کامل کنید.
 $1 + 3 = 4$ $11 + 17 = 28$ $135 + 531 = 666$
 $793 + 1111 = 1904$ $271 + 271 = 542$ $999 + 123 = 1122$

نکته

مجموع دو عدد فرد، همواره عددی است.

شماره ۴

در سال های گذشته با نوشتن اعداد به رقم و حروف، جایگذاری رقم های یک عدد در جدول ارزش مکانی و همچنین خواندن آن ها و سپس گسترده نویسی عددها آشنا شدید که در اینجا به یادآوری آن ها می پردازیم.

جدول ارزش مکانی

قسمت اعشاری		یکی		هزار		میلیون		میلیارد	
ص	د	ص	د	ص	د	ص	د	ص	د

در این جدول، بالاترین ردیف نشان دهنده ی طبقه ی اعداد است. همچنین منظور از حرف «ی» همان یکان، حرف «د» همان دهگان و حرف «ص» همان صدگان می باشد.
توجه داشته باشید که در یک جدول ارزش مکانی، ممکن است نام طبقه ی یکی ها، نوشته نشود.
برای خواندن یک عدد از روی جدول ارزش مکانی، کافی است که از بزرگ ترین طبقه شروع کنیم و عدد مربوط به هر طبقه را نوشته و پس از آن، نام طبقه را به همراه یک «و» بنویسیم، در ضمن نام طبقه ی یکی، نوشته نمی شود. به این ترتیب عدد موجود در جدول بالا را به صورت زیر می خوانیم:

بیست و هفت «میلیارد و» چهار «میلیون و» شصت و سه «هزار و» دو «و» سی و چهار هزار و یک عدد طبقه ی میلیارد نام طبقه عدد طبقه ی میلیون نام طبقه شصت و سه نام طبقه دو نام طبقه سی و چهار هزار نام طبقه ی یکی قسمت اعشاری

شماره ۶

مثال ۲ در بین اعداد زیر، کدام یک بر ۵ بخش پذیر هستند؟

۵۵۵۸، ۸۸۸۵، ۹۸۰، ۵۰۵۰۲، ۳۴۹۷۶۰، ۱۹۲۸۳۷۴۶۵

رقم یکان عددهای ۹۸۰، ۸۸۸۵، ۳۴۹۷۶۰ و ۱۹۲۸۳۷۴۶۵ صفر یا ۵ است، لذا این عددها بر ۵ بخش پذیرند.

بخش پذیری بر ۱۰

هر یک از عددهای ۹۳۷۰، ۳۵۸۴۰ و ۱۲۹۲۸۰ که رقم یکان آن‌ها صفر است، هم بر ۲ و هم بر ۵ بخش پذیرند. پس این عددها بر 2×5 یعنی ۱۰ نیز بخش پذیرند.

نکته ۱

۱- عددی بر ۱۰ بخش پذیر است که رقم یکان آن صفر باشد.
۲- اعدادی که هم بر ۲ و هم بر ۵ بخش پذیرند، بر ۱۰ هم بخش پذیرند.

بخش پذیری بر ۳

در تقسیم هر بسته ده تایی، صد تایی، هزار تایی و ... بر ۳، همواره باقی مانده برابر یک است. بنابراین برای تعیین باقی مانده ی تقسیم عددی مانند ۴۵۳ بر ۳، با توجه به این که در این عدد ۴ دسته صد تایی، ۵ دسته ده تایی و ۳ تا

شماره ۱۳

نکته ۱

اگر در بین ارقام عددی، رقم صفر هم وجود داشته باشد، در جمع رقم‌های آن عدد، نیازی به نوشتن صفر نیست، چون مجموع هر عددی با صفر، برابر صفر است.

بخش پذیری بر ۹

در تقسیم هر بسته ده تایی، صد تایی، هزار تایی و ... بر عدد ۹، همیشه باقی مانده مساوی یک می شود. بنابراین برای تعیین بخش پذیری عددی مانند ۲۰۷ بر ۹، با توجه به این که این عدد دارای دو دسته صد تایی و ۷ تا یکی است، باید جمع رقم‌های این عدد را حساب و بخش پذیری عدد حاصل را بر ۹ بررسی کنیم.

نکته ۲

عددی بر ۹ بخش پذیر است که جمع رقم‌هایش بر ۹ بخش پذیر باشد.

مثال ۴

کدام یک از عددهای زیر بر ۹ بخش پذیر است؟
۴۳۲، ۲۷۴۹، ۳۵۴۰۶، ۱۰۱۰۰۷، ۲۰۵۰۷۰۴

با توجه به قاعده بخش پذیری بر ۹، ابتدا جمع رقم‌های هر یک از عددها را حساب می کنیم.
۹ بر ۴۳۲ بخش پذیر است، در نتیجه ۴۳۲ بر ۹ بخش پذیر است. $4+3+2=9$
۹ بر ۲۷۴۹ بخش پذیر نیست، در نتیجه ۲۷۴۹ بر ۹ بخش پذیر نیست. $2+7+4+9=22$

شماره ۱۵

مثال ۵

کدام یک از عددهای زیر بر ۶ بخش پذیر هستند؟
۳۳۴، ۴۵۰، ۷۰۲۰، ۴۵۸۹، ۸۰۰۰۲۰، ۳۰۴۰۵۰

عدد ۳۳۴ بر ۲ بخش پذیر است، اما بر ۳ بخش پذیر نیست (چرا؟)، پس این عدد بر ۶ بخش پذیر نمی باشد.

عدد ۴۵۰ هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش پذیر است (چرا؟)، پس این عدد بر ۶ هم بخش پذیر است.

عدد ۷۰۲۰ هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش پذیر است (چرا؟)، پس این عدد بر ۶ هم بخش پذیر است.

عدد ۴۵۸۹ عددی فرد است، پس بر ۲ بخش پذیر نیست. در نتیجه این عدد نمی تواند بر ۶ بخش پذیر باشد.

عدد ۸۰۰۰۲۰ بر ۳ بخش پذیر نیست (چرا؟)، در نتیجه این عدد نمی تواند بر ۶ بخش پذیر باشد.

عدد ۳۰۴۰۵۰ هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش پذیر است، در نتیجه این عدد بر ۶ هم بخش پذیر می باشد.

شماره ۱۷

یکی وجود دارد، کافی است که جمع ارقام آن را حساب کرده و بخش پذیری عدد حاصل را بر ۳ بررسی کنیم. در صورتی که جمع رقم‌های عدد مورد نظر بر ۳ بخش پذیر باشد، آن عدد بر ۳ بخش پذیر خواهد شد.

نکته ۱

عددی بر ۳ بخش پذیر است که جمع رقم‌هایش بر ۳ بخش پذیر باشد.

مثال ۳

کدام یک از عددهای زیر بر ۳ بخش پذیر هستند؟
۱۴۳، ۶۸۹، ۲۵۸، ۱۰۳۲، ۸۰۰۰۱، ۹۵۸۴۱۰

کافی است که جمع رقم‌های هر یک از عددها را حساب کنیم. عددی بر ۳ بخش پذیر است که جمع رقم‌های آن بر ۳ بخش پذیر باشد. ۸ بر ۳ بخش پذیر نیست، پس ۱۴۳ بر ۳ بخش پذیر نمی باشد. $1+4+3=8$

۲۳ بر ۳ بخش پذیر نیست، پس ۶۸۹ بر ۳ بخش پذیر نمی باشد. $6+8+9=23$

۱۵ بر ۳ بخش پذیر است، پس ۲۵۸ بر ۳ بخش پذیر می باشد. $2+5+8=15$

۶ بر ۳ بخش پذیر است، پس ۱۰۳۲ بر ۳ بخش پذیر می باشد. $1+0+3+2=6$

۹ بر ۳ بخش پذیر است، پس عدد ۸۰۰۰۱ بر ۳ بخش پذیر می باشد. $8+0+0+0+1=9$

۲۷ بر ۳ بخش پذیر است، پس عدد ۹۵۸۴۱۰ بر ۳ بخش پذیر می باشد. $9+5+8+4+1+0=27$

شماره ۱۴

۱۸ بر ۹ بخش پذیر است، در نتیجه ۳۵۴۰۶ بر ۹ بخش پذیر است. $3+5+4+0+6=18$

۹ بر ۹ بخش پذیر است، در نتیجه ۱۰۱۰۰۷ هم بر ۹ بخش پذیر است. $1+0+1+0+0+7=9$

۱۸ بر ۹ بخش پذیر است، در نتیجه ۲۰۵۰۷۰۴ بر ۹ بخش پذیر است. $2+0+5+0+7+0+4=18$

نکته ۱

هر عددی که بر ۹ بخش پذیر باشد، حتماً بر ۳ هم بخش پذیر است. اما بعضی از عددهایی که بر ۳ بخش پذیرند، بر ۹ بخش پذیر نیستند.

بخش پذیری بر ۶

اعدادی مانند ۲۴، ۱۸، ۱۲ و ... که مضرب‌های ۶ هستند بر ۶ بخش پذیرند. همان طور که ملاحظه می کنید، تمامی این عددها زوج هستند، از طرفی مجموع این عددها نیز بر ۳ بخش پذیرند، در نتیجه تمامی این عددها هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش پذیرند.

نکته ۲

اعدادی بر ۶ بخش پذیرند که هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش پذیر باشند.

شماره ۱۶

بخش پذیری بر ۱۵

اعدادی مانند ۶۰، ۴۵، ۳۰، ۱۵ و ... که مضرب‌های ۱۵ هستند، بر این عدد بخش پذیرند. همان طور که ملاحظه می کنید، تمامی این عددها هم بر ۳ و هم بر ۵ بخش پذیر هستند.

نکته ۱

اعدادی بر ۱۵ بخش پذیرند که هم بر ۳ و هم بر ۵ بخش پذیر باشند.

مثال ۶

کدام یک از عددهای زیر بر ۱۵ بخش پذیرند؟
۳۳۴۰، ۵۶۲۵، ۸۹۴۶، ۷۰۲۰۸۰، ۴۳۲۵۷۶۰

عدد ۳۳۴۰ هم بر ۵ و هم بر ۳ بخش پذیر است (چرا؟)، در نتیجه این عدد بر ۱۵ هم بخش پذیر می باشد.

عدد ۵۶۲۵ هم بر ۵ و هم بر ۳ بخش پذیر است (چرا؟)، در نتیجه این عدد بر ۱۵ هم بخش پذیر می باشد.

عدد ۸۹۴۶ بر ۵ بخش پذیر نیست (چرا؟)، پس این عدد نمی تواند بر ۱۵ بخش پذیر باشد.

عدد ۷۰۲۰۸۰ بر ۳ بخش پذیر نیست (چرا؟)، پس این عدد نمی تواند بر ۱۵ بخش پذیر باشد.

عدد ۴۳۲۵۷۶۰ هم بر ۳ و هم بر ۵ بخش پذیر است (چرا؟)، پس این عدد بر ۱۵ هم بخش پذیر می باشد.

شماره ۱۸

معرفی اعداد صحیح

گاهی اوقات شما با جملاتی مانند «دمای هوای تهران ۴ درجه بالای صفر است» یا «دمای هوای اردبیل ۴ درجه زیر صفر است» و همچنین «ارتفاع تهران از سطح دریا ۱۱۹۰ متر بالاتر است» یا «ارتفاع دریای بحرالمت از سطح دریا ۴۲۲ متر پایین تر است» مواجه شده‌اید. چه تفاوتی بین دمای بالاتر از صفر یا پایین تر از صفر وجود دارد؟

همان طور که می‌دانید، مفهوم ۴ درجه بالای صفر با مفهوم ۴ درجه زیر صفر متفاوت است. لذا برای نمایش تفاوت این دو عدد و همچنین ساده و مختصر کردن آن‌ها، از علامت‌های + یا - استفاده می‌کنیم و طبق قرارداد باید اعدادی که دمای بالاتر از صفر یا ارتفاع بالاتر از سطح دریا را نشان می‌دهند، با علامت + (مثبت)، و اعدادی که دمای پایین تر از صفر و یا ارتفاع پایین تر از سطح دریا را نشان می‌دهند، با علامت - (منفی) نمایش دهیم.

$$4 = +4 \quad \text{درجه بالای صفر}$$

$$4 = -4 \quad \text{درجه زیر صفر}$$

$$7 = +7 \quad \text{متر بالاتر از سطح دریا}$$

$$7 = -7 \quad \text{متر پایین تر از سطح دریا}$$

شماره ۱۹

شماره ۲۰

دقت داشته باشید که ارتفاع سطح دریا را مساوی صفر در نظر می‌گیریم. برای تعیین علامت عددها نیاز داریم که محل مبدأ، واحد اندازه‌گیری و جهت مثبت و منفی را قرارداد کنیم و براساس آن، عددها را علامت‌دار کنیم. در مثال ارتفاع از سطح دریا، سطح دریا را مبدأ در نظر گرفته و ارتفاع آن را مساوی صفر در نظر می‌گیریم. همچنین در مثال دمای هوای نیز، خود صفر را به عنوان مبدأ در نظر می‌گیریم.



عددهای ...، +۴، +۳، +۲، +۱، ۰، -۱، -۲، -۳، -۴، ... را عددهای صحیح می‌نامیم.

اعداد صحیح به سه دسته‌ی مهم تقسیم می‌شوند:

(۱) اعداد صحیح مثبت که شامل عددهای +۱، +۲، +۳، +۴ و ... می‌باشند.

(۲) عدد صفر که نه مثبت است و نه منفی.

(۳) اعداد صحیح منفی که شامل عددهای -۱، -۲، -۳، -۴ و ... می‌باشند.

(۵ > -۳) و یا عدد +۱ از عدد ۱۰۰۰ - بزرگ تر است (۱ + ۱۰۰۰ < -۱). طبق گفته‌های بالا داریم:

عددهای صحیح مثبت < صفر < عددهای صحیح منفی

[نکته!]

- ۱- هر عدد صحیح مثبت از هر عدد صحیح منفی، بزرگ تر است.
- ۲- همه‌ی عددهای صحیح مثبت، از صفر بزرگ تر هستند.
- ۳- همه‌ی عددهای صحیح منفی، از صفر کوچک تر هستند.

قرینه‌ی اعداد صحیح

در سال گذشته با مفهوم قرینه نسبت به یک نقطه آشنا شدید. در محور زیر اگر بخواهیم قرینه‌ی عدد +۳ را نسبت به مبدأ که همان نقطه‌ی صفر است، مشخص کنیم، عدد ۳- به دست می‌آید.

قرینه‌ی +۳ نسبت به صفر برابر ۳- است.

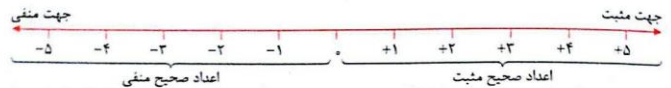


قرینه‌ی -۵ نسبت به صفر برابر +۵ است.

شماره ۲۲

محور اعداد صحیح

در ریاضی برای یکی شدن قراردادهای و همچنین نمایش عددها روی محور اعداد، سمت راست صفر را روی محور مثبت و سمت چپ صفر را منفی در نظر می‌گیرند.



[نکته!]

در نمایش عددهای مثبت، می‌توانیم علامت مثبت را ننویسیم، یعنی $5 = +5$ است.

مقایسه‌ی عددهای صحیح

بر روی محور اعداد صحیح هرچه به سمت راست (یعنی به سمت مثبت‌ها) پیش برویم، عددها بزرگ تر می‌شوند و هرچه به سمت چپ (یعنی به سمت منفی‌ها) پیش برویم، عددها کوچک تر می‌شوند. بنابراین عدد ۳- از عدد ۵- بزرگ تر است.

شماره ۲۱

همان طور که ملاحظه می‌کنید، برای قرینه کردن هر عددی نسبت به صفر (مبدأ)، کافی است که علامت آن را تغییر دهیم، یعنی علامت مثبت را به منفی و علامت منفی را به مثبت تبدیل کنیم. $11 = -11$ قرینه‌ی عدد +۱۱، $+7 = -7$ قرینه‌ی عدد (-۷)

[نکته!]

قرینه‌ی صفر، برابر خود صفر است. عدد صفر تنها عددی است که قرینه‌اش با خودش برابر است.

اگر ساعت ۱۲ ظهر را مبدأ در نظر بگیریم، با تعیین جهت‌های مثبت و منفی، هر یک از زمان‌های زیر را با یک عدد صحیح نمایش دهید.

(الف) ۲۳ دقیقه قبل از ظهر: ۲۳ دقیقه قبل از ظهر یعنی -۲۳

(ب) ۴۷ دقیقه بعد از ظهر: ۴۷ دقیقه بعد از ظهر یعنی +۴۷

(ج) یک ساعت و ۷ دقیقه قبل از ظهر: یک ساعت و ۷ دقیقه قبل از ظهر یعنی ۶۷ دقیقه قبل از ظهر که آن را به صورت -۶۷ نمایش می‌دهیم.

(د) ۲ ساعت و ۲۳ دقیقه بعد از ظهر: ۲ ساعت و ۲۳ دقیقه بعد از ظهر یعنی ۱۴۳ دقیقه بعد از ظهر که آن را به صورت +۱۴۳ نمایش می‌دهیم.

(ه) ساعت ۱۲:۳۶: ساعت ۱۲:۳۶ یعنی ۳۶ دقیقه بعد از ظهر که آن را به صورت +۳۶ نمایش می‌دهیم.

(و) ساعت ۱۱:۴۵: ساعت ۱۱:۴۵ یعنی ۱۵ دقیقه قبل از ظهر که آن را به صورت -۱۵ نمایش می‌دهیم.

شماره ۲۳

فصل اول

ریاضی هشتم

عدد و الگوهای عددی

