



بخوان و بیاموز

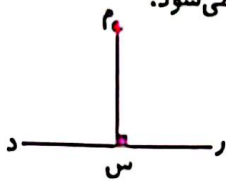


در سال‌های قبل خواندیم که:

از دو نقطه فقط یک خط راست می‌گذرد که طول (اندازه‌ی) این خط برابر با فاصله‌ی بین این دو نقطه است و کافی است با خط‌کش این فاصله را اندازه بگیریم.



فاصله‌ی یک نقطه از خط (پاره‌خط) برابر است با طول پاره‌خط عمودی که از آن نقطه بر خط رسم می‌شود.

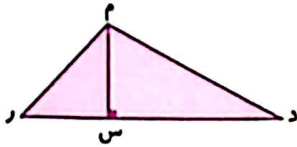


در این شکل فاصله نقطه‌ی (م) از خط (د) برابر با طول پاره‌خط (م س) است که پاره‌خط (م)

س) بر پاره‌خط (د) عمود است.

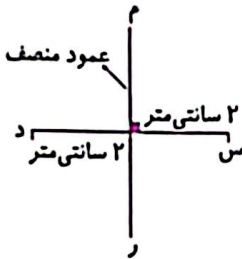
مثلاً در مثلث (م ر د) فاصله‌ی نقطه‌ی (م) از ضلع (د) همان اندازه‌ی ارتفاع وارد بر

ضلع (د) است.



عمودمنصف یک پاره‌خط

خطی است که از وسط پاره‌خط بگذرد و بر آن عمود شود. در این شکل خط (م ر) بر پاره‌خط



۴ سانتی‌متری (س د) هم عمود شده و هم آن را نصف کرده است. بنابراین خط (م ر)

عمودمنصف پاره‌خط (د س) است.



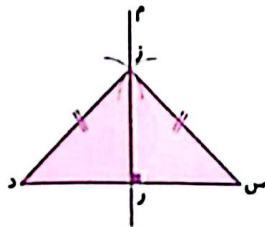
هر پاره‌خط یک نقطه‌ی وسط دارد، بنابراین هر پاره‌خط فقط یک عمودمنصف دارد.

نکته

ویژگی عمودمنصف

فاصله‌ی هر نقطه روی عمودمنصف از دو سر پاره‌خط به یک اندازه است.

در این شکل:



(م ر) عمودمنصف پاره‌خط (د س) است و نقطه‌ی (ز) روی عمودمنصف این پاره‌خط واقع است.

بنابراین: $ز س = ز د$

زاویه

از برخورد دو نیم‌خط که در نقطه‌ای به نام (رأس) مشترک هستند، زاویه به وجود می‌آید. واحد اندازه‌گیری زاویه درجه و

وسیله‌ی اندازه‌گیری آن نقاله نام دارد.



انواع زاویه



(۱) زاویه تندی: زاویه‌ای است که از ۹۰ درجه کم‌تر است.



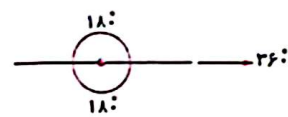
(۲) زاویه راست (قائم): زاویه‌ای است که اندازه‌ی آن ۹۰ درجه می‌باشد.



(۳) زاویه باز: زاویه‌ای است که اندازه‌ی آن از ۹۰ درجه بیشتر و از ۱۸۰ درجه کم‌تر باشد.



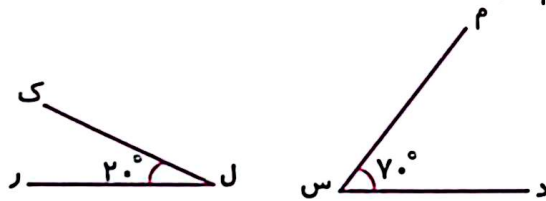
(۴) زاویه نیم‌صفحه: زاویه‌ای است که اندازه‌ی آن ۱۸۰ درجه است.



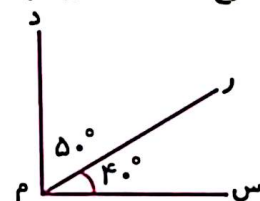
(۵) زاویه تمام صفحه: همان دایره است که اندازه‌ی آن ۳۶۰ درجه است.

دو زاویه متمم

دو زاویه که مجموع آن‌ها ۹۰ درجه باشد، دو زاویه متمم نام دارد.



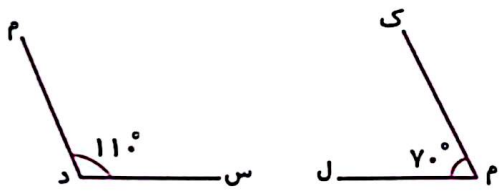
$$\widehat{ک ل ر} + \widehat{ل م س} = 20^\circ + 70^\circ = 90^\circ$$



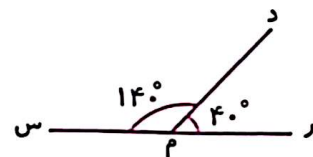
$$\widehat{ر م س} + \widehat{م د ر} = 40^\circ + 50^\circ = 90^\circ$$

دو زاویه مکمل

دو زاویه که مجموع آن‌ها ۱۸۰ درجه باشد، دو زاویه مکمل نام دارد.



$$\widehat{ک م ل} + \widehat{ل م د} = 70^\circ + 110^\circ = 180^\circ$$



$$\widehat{د م س} + \widehat{س م ر} = 40^\circ + 140^\circ = 180^\circ$$

اختلاف دو زاویه مکمل و متمم برای یک زاویه همواره ۹۰ درجه است.

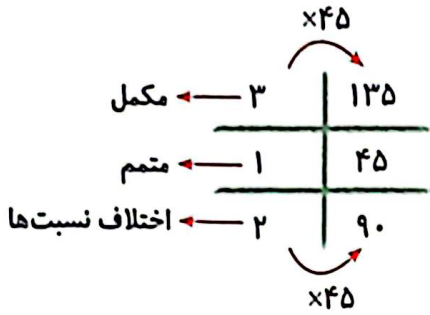


مثال: متمم و مکمل زاویه ۵۵ درجه و اختلاف آن‌ها را محاسبه کن.

$$\begin{aligned} 90^\circ - 55^\circ &= 35^\circ \\ 180^\circ - 55^\circ &= 125^\circ \Rightarrow 125^\circ - 35^\circ = 90^\circ \end{aligned}$$

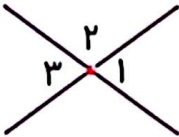
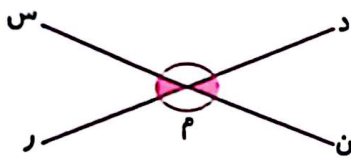
با دانستن نکته‌ی بالا می‌توانیم مثال‌های زیر را حل کنیم.

مثال: نسبت متمم زاویه‌ای به مکمل آن $\frac{1}{3}$ است. اندازه‌ی هر زاویه چند درجه است؟



دو زاویه‌ی متقابل به رأس

اگر دو خط راست یکدیگر را قطع کنند ۴ زاویه درست می‌شود که زاویه‌های روبه‌رو با هم متقابل به رأس هستند. دو زاویه متقابل به رأس همواره با هم برابرند.
 $\hat{م} \hat{ر} = \hat{د} \hat{ن}$
 $\hat{ن} \hat{م} = \hat{د} \hat{س}$



$$\begin{aligned} \hat{۱} + \hat{۲} &= 180^\circ \\ \hat{۲} + \hat{۳} &= 180^\circ \end{aligned} \Rightarrow \hat{۱} = \hat{۳}$$

مثال: چرا دو زاویه‌ی متقابل به رأس باهم برابرند؟

زاویه‌ی بین عقربه‌های ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار

$$\frac{۶۰}{۳۶۰} = \frac{۱}{۶}$$

عقربه‌های دقیقه‌شمار در ۶۰ دقیقه یک دور کامل می‌زند و ۳۶۰ درجه را طی می‌کند، یعنی: بنابراین عقربه‌ی دقیقه‌شمار در هر دقیقه ۶ درجه طی می‌کند.

عقربه‌های ساعت‌شمار در ۱۲ ساعت که ۷۲۰ دقیقه است یک دور کامل می‌زند و ۳۶۰ درجه را طی می‌کند. یعنی:

$$\frac{۳۶۰}{۷۲۰} = \frac{۱}{۲} = 0.۵^\circ$$

بنابراین عقربه‌ی ساعت‌شمار در هر دقیقه $\frac{1}{2}$ درجه (0.۵°) را طی می‌کند. پس:

(ساعت $\times 30$) - (دقیقه $\times 5/5$) = زاویه‌ی بین دو عقربه ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار

یادآوری

ویژگی‌های انواع مثلث‌ها

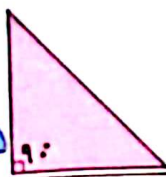
(۱) مثلث متساوی‌الاضلاع (سه ضلعی منتظم): مثلثی که سه ضلع برابر دارد و زاویه‌های آن ۶۰ درجه است.



(۲) مثلث متساوی‌الساقین: مثلثی که دو ساق برابر دارد و زاویه‌های مجاور دو ساق باهم برابرند.

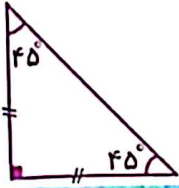


(۳) مثلث قائم‌الزاویه: مثلثی که یک زاویه راست دارد. در این مثلث، دو زاویه‌ی تند متمم یکدیگرند.



۱. شکل‌های منتظم به شکل‌هایی که اضلاع برابر و زاویه‌های برابر دارند، گفته می‌شود.

۴) مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین: مثلثی که یک زاویه راست دارد، اضلاع قائم آن باهم برابر است. بنابراین زاویه‌های مجاور دو ساق آن باهم برابرند و چون دو زاویه‌ی تند هم متمم یکدیگرند بنابراین هر زاویه‌ی آن 45° است.



مجموع سه زاویه‌ی داخلی در هر مثلث 180° درجه است.

ویژگی‌های انواع چهارضلعی

مربع (چهارضلعی منتظم)

- ۱) تمامی اضلاع باهم برابرند.
 - ۲) اضلاع متوالی بر هم عمودند بنابراین همه‌ی زاویه‌ها با هم برابر و 90° درجه است.
 - ۳) قطرها با هم مساوی و عمودمنصف یکدیگرند.
- مستطیل
- ۱) اضلاع روبه‌رو باهم مساوی و موازی است.
 - ۲) اضلاع متوالی بر هم عمودند بنابراین زاویه‌ها با هم برابر و همگی 90° درجه هستند.
 - ۳) قطرها با هم برابرند و هر قطر از وسط قطر دیگر می‌گذرد.
- لوزی

- ۱) تمامی اضلاع با هم برابرند.
- ۲) زاویه‌های روبه‌رو باهم برابر هستند. (دو زاویه‌ی تند، دو زاویه‌ی باز)
- ۳) زاویه‌های مجاور مکمل یکدیگرند. ($180 = \text{باز} + \text{تند}$)
- ۴) قطرها عمودمنصف یکدیگرند ولی با هم برابر نیستند.

متوازی‌الاضلاع

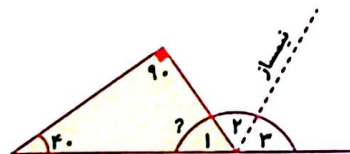
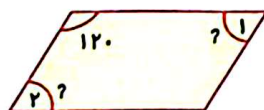
- ۱) اضلاع روبه‌رو با هم مساوی و موازی‌اند.
- ۲) زاویه‌های روبه‌رو باهم برابرند. (دو تا تند، دو تا باز)
- ۳) زاویه‌های مجاور مکمل یکدیگرند. ($180 = \text{باز} + \text{تند}$)
- ۴) هر قطر از وسط قطر دیگر می‌گذرد، ولی باهم برابر نیستند.

دوزنقه

تنها چهارضلعی است که فقط دو ضلع موازی دارد. با دانستن مطالب بالا می‌خواهیم زاویه‌هایی که با (؟) مشخص شده را پیدا کنیم.

$$180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$\hat{1} = \hat{2} = 60^\circ$$



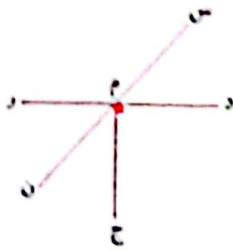
$$\hat{1} = 180^\circ - (90^\circ + 40^\circ) = 50^\circ$$

$$\hat{2} + \hat{3} = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

$$\hat{2} = \hat{3} = 130^\circ \div 2 = 65^\circ$$



فعالیت کلاسی

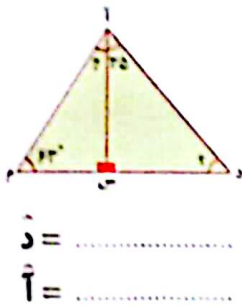


۱ در شکل زاویه‌های خواسته شده‌ی زیر را بنویس.

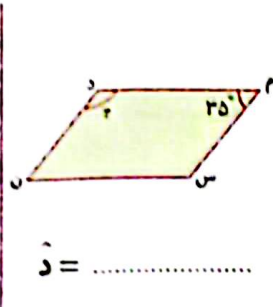
- الف: دو زاویه متمم:
- ب: دو زاویه مکمل:
- پ: دو زاویه متقابل به رأس:
- ت: یک زاویه‌ی راست:

۲ متمم و مکمل زاویه‌ی $72/5$ درجه را به دست آور.

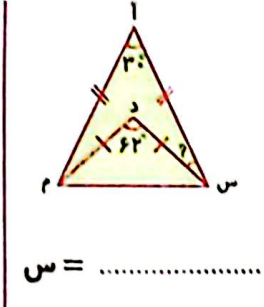
۳ اندازه‌ی زاویه‌ی مشخص شده در هر شکل را به دست آور.



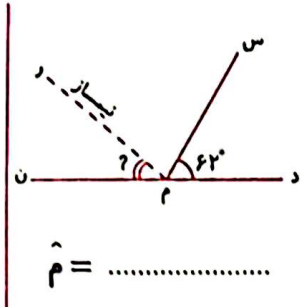
$\hat{د} = \dots\dots\dots$
 $\hat{آ} = \dots\dots\dots$



$\hat{د} = \dots\dots\dots$



$\hat{س} = \dots\dots\dots$



$\hat{م} = \dots\dots\dots$

۴ نسبت دو زاویه‌ی مکمل ۲ به ۷ است.

الف: اندازه‌ی هر کدام از زاویه‌ها چند درجه است؟

ب: متمم زاویه‌ی کوچک‌تر چند درجه است؟

۵ نسبت دو زاویه‌ی متمم ۴ به ۵ است. مکمل زاویه‌ی بزرگ‌تر را به دست بیاور؟

۶ نسبت متمم زاویه‌ای به مکمل آن $\frac{1}{5}$ است. این زاویه چند درجه است؟

۷ زاویه‌ی بین عقربه‌ی ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار در زمان $2:45'$ چند درجه است؟

تمرین

۱ موارد مرتبط را به یکدیگر وصل کن. (یک مورد اضافی است).

- 27°
- 60°
- 90°
- 65°
- 25°

- مکمل زاویه 135 درجه
- اختلاف زاویه متمم و زاویه مکمل
- اندازه‌ی هر زاویه‌ی مثلث متساوی‌الاضلاع
- متمم زاویه‌ی 43 درجه