

فصل ۳: نسبت، تناسب و درصد

الف

(الف)

(ب)

$$\frac{\text{تعداد خانه های رنگی}}{\text{تعداد کل خانه ها}} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{\text{تعداد خانه های رنگی}}{\text{تعداد کل خانه ها}} = \frac{5}{8}$$

(۶)

$$\text{الف) } \frac{\text{مقدار بارش در خرداد}}{\text{مقدار بارش در اردیبهشت}} = \frac{10}{20}$$

$$\text{ب) } \frac{\text{مقدار بارش در فروردین}}{\text{مقدار بارش در بهار}} = \frac{15}{15+20+10} = \frac{15}{45}$$

(۱۱) الف) زیرا: $\frac{4}{7}$

$$\frac{4}{7} = \frac{\square}{105} \Rightarrow \square = 4 \times 15 = 60$$

$$\frac{4}{7} = \frac{48}{\square} \Rightarrow \square = 7 \times 12 = 84$$

ب) زیرا: $\frac{48}{84}$

$$\frac{\text{عدد صورت}}{\text{جمع صورت و مخرج}} = \frac{4}{4+7} = \frac{\square}{11} \Rightarrow \frac{4}{11} = \frac{\square}{88}$$

$$\Rightarrow \square = 4 \times 8 = 32 \text{ عدد صورت}$$

$$\frac{\text{جمع صورت و مخرج}}{\text{عدد مخرج}} = \frac{4+7}{7} = \frac{11}{\square} \Rightarrow \frac{11}{7} = \frac{88}{\square}$$

$$\Rightarrow \square = 7 \times 8 = 56 \text{ عدد مخرج}$$

$$\Rightarrow \text{نسبت} = \frac{32}{56}$$

ج) زیرا: $\frac{32}{56}$

$$\frac{\text{عدد صورت}}{\text{اختلاف صورت و مخرج}} = \frac{4}{7-4} = \frac{\square}{60} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{\square}{60}$$

$$\Rightarrow \square = 20 \times 4 = 80 \text{ عدد صورت}$$

$$\frac{\text{اختلاف صورت و مخرج}}{\text{عدد مخرج}} = \frac{7-4}{7} = \frac{60}{\square} \Rightarrow \frac{3}{7} = \frac{60}{\square}$$

$$\Rightarrow \square = 7 \times 20 = 140 \text{ عدد مخرج}$$

$$\Rightarrow \text{نسبت} = \frac{80}{140}$$

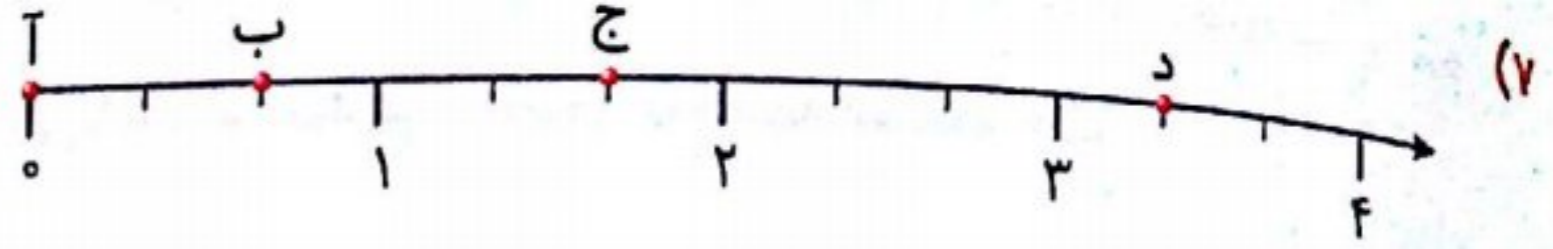
نکته می‌توانیم برای این که صورت و مخرج را یک جا به دست آوریم، از یک جدول تناسب سه طبقه استفاده کنیم.

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{صورت} = 4 \times 20 = 80 \\ \text{مخرج} = 7 \times 20 = 140 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{نسبت} = \frac{80}{140}$$

(۱۳) الف) $\frac{5}{13} = \frac{80}{\square} \Rightarrow \square = 13 \times 16 = 208$

ب) $\frac{27}{72} = \frac{\square}{48} \Rightarrow \frac{3}{8} = \frac{\square}{48} \Rightarrow \square = 3 \times 6 = 18$

ج) $\frac{256}{\square} = \frac{32}{60} \Rightarrow \square = 60 \times 8 = 480$



الف) $\frac{\text{اندازه‌ی پاره‌خط «آج»}}{\text{اندازه‌ی پاره‌خط «ب‌د»}} = \frac{5}{8}$

ب) $\frac{\text{اندازه‌ی پاره‌خط «ج‌د»}}{\text{اندازه‌ی پاره‌خط «آب»}} = \frac{5}{2}$

ج) $\frac{\text{اندازه‌ی پاره‌خط «ب‌ج»}}{\text{اندازه‌ی پاره‌خط «آد»}} = \frac{3}{10}$

(۸) الف) مساحت قسمت‌های رنگی
مساحت کل

$$= \frac{(2 \times 1) + (1 \times 2) + (3 \times 1)}{8 \times 3} = \frac{2+2+3}{24} = \frac{7}{24}$$

ب) می‌دانیم قطرها شکل را به چهار مثلث هم‌مساحت تقسیم می‌کنند، پس نسبت مورد نظر $\frac{1}{4}$ است.

(۹) الف) $\frac{2}{7} = \frac{4}{14} = \frac{6}{21} = \frac{8}{28}$

ب) $\frac{6}{26} = \frac{3}{13} = \frac{9}{39} = \frac{15}{65}$

(۱۰) الف) $\frac{32 \div 4}{36 \div 4} = \frac{8}{9}$

ب) $\frac{30 \div 5}{105 \div 5} = \frac{6 \div 3}{21 \div 3} = \frac{2}{7}$

ج) $\frac{108 \div 9}{72 \div 9} = \frac{12 \div 4}{8 \div 4} = \frac{3}{2}$

(۱۱) نسبت ۵ به ۷ همان $\frac{5}{7}$ است و حالا هر نسبت را به صورت کسری نوشته و آن را ساده می‌کنیم.

الف) $\frac{60 \div 4}{84 \div 4} = \frac{15 \div 3}{21 \div 3} = \frac{5}{7}$ ✓

ب) $\frac{49 \div 7}{35 \div 7} = \frac{7}{5}$ ✗

ج) $\frac{70 \div 7}{56 \div 7} = \frac{10 \div 2}{8 \div 2} = \frac{5}{4}$ ✗

د) $\frac{75 \div 5}{105 \div 5} = \frac{15 \div 3}{21 \div 3} = \frac{5}{7}$ ✓

ب) چون دارای «صورت»، «مخرج» و «اختلاف صورت و مخرج» می باشد، می توانیم از جدول سه طبقه استفاده کنیم.

صورت	۷	
مخرج	۱۱	
تفریق صورت و مخرج	۴	۴۸

$\times 12$

$$\left. \begin{array}{l} \text{صورت} = 7 \times 12 = 84 \\ \text{مخرج} = 11 \times 12 = 132 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{نسبت} = \frac{84}{132}$$

(۱۷) در این مسئله، مشخص نشده که ۴۰ عدد کوچک تر است یا عدد

بزرگ تر، پس هر دو حالت را بررسی می کنیم:

$$\frac{2}{5} = \frac{40}{\square} \Rightarrow \square = 5 \times 20 = 100 \Rightarrow \text{نسبت} = \frac{40}{100}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{\square}{40} \Rightarrow \square = 2 \times 8 = 16 \Rightarrow \text{نسبت} = \frac{16}{40}$$

(۱۸)

اندازه ی عرض	۱	۳	۴
اندازه ی محیط	۸	۲۴	۳۲

اندازه ی عرض	۱	۳	۴
اندازه ی مساحت	۳	۲۷	۴۸

الف) نسبت ها را می نویسیم و تا حد امکان ساده می کنیم.

$$\frac{1}{8}, \frac{3 \div 3}{24 \div 3} = \frac{1}{8}, \frac{4 \div 4}{32 \div 4} = \frac{1}{8}$$

چون هر سه برابرند، پس متناسب اند.

$$\frac{1}{3}, \frac{3 \div 3}{27 \div 3} = \frac{1}{9}, \frac{4 \div 4}{48 \div 4} = \frac{1}{12}$$

ب)

برابر نیستند، پس متناسب نمی باشند.

(۱۹)

$$\left. \begin{array}{l} \frac{64 \div 8}{72 \div 8} = \frac{8}{9} \\ \frac{96 \div 4}{108 \div 4} = \frac{24 \div 3}{27 \div 3} = \frac{8}{9} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{برابرند پس متناسب دارند}$$

$$\frac{20}{65} = \frac{4}{\square} \Rightarrow \square = 65 \div 5 = 13$$

$$\frac{\square}{7} = \frac{198}{126} \Rightarrow \square = 198 \div 18 = 11$$

(۱۴)

$$\frac{108}{108} = \frac{28}{\square} = \frac{4}{9} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \square = 9 \times 7 = 63 \\ \square = 4 \times 12 = 48 \end{array} \right.$$

$$\frac{196}{196} = \frac{121}{14} = \frac{22}{14} = \frac{11}{7} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \square = 14 \div 2 = 7 \\ \square = 7 \times 11 = 77 \\ \square = 22 \times 14 = 308 \end{array} \right.$$

دقت کنید که ابتدا \square را به دست آوردیم، سپس از روی \square مقدار \bullet را محاسبه کردیم.

(۱۵) الف) چون عدد بزرگ تر را داده است، پس آن را جلوی ۱۵ می نویسیم.

$$\frac{8}{15} = \frac{\square}{75} \Rightarrow \square = 8 \times 5 = 40$$

ب) چون عدد کوچک تر ۵۶ است، پس آن را جلوی ۸ می نویسیم.

$$\frac{8}{15} = \frac{56}{\square} \Rightarrow \square = 15 \times 7 = 105$$

(۱۶) الف) چون دارای «صورت»، «مخرج» و «مجموع صورت و مخرج» می باشد، می توانیم از جدول سه طبقه استفاده کنیم.

صورت	۷	
مخرج	۱۱	
مجموع صورت و مخرج	۱۸	۱۴۴

$\times 8$

$$\left. \begin{array}{l} \text{صورت} = 7 \times 8 = 56 \\ \text{مخرج} = 11 \times 8 = 88 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{نسبت} = \frac{56}{88}$$

(۲۴) $\frac{\text{زمین برای سبزی کاری}}{\text{کل زمین}} = \frac{2}{5} = \frac{144}{720} \Rightarrow \square = 144 \times 2 = 288$

۲۸۸ متر مربع برای سبزی کاری اختصاص دادیم.

برابرند پس تناسب دارند \Rightarrow

(ب) $\frac{56+8}{40+8} = \frac{7}{5}$
 $\frac{21+3}{15+3} = \frac{7}{5}$

(ج) کسر $\frac{144}{86}$ بزرگتر از واحد و کسر $\frac{8}{108}$ کوچکتر از واحد است، پس تناسب ندارند. اگر آنها را ساده کنیم نیز به همین نتیجه می‌رسیم.

(۲۵) علی ۵ ساعت کار می‌کند و فرید ۴ ساعت بیشتر از علی، یعنی ۹ ساعت کار می‌کند.

(الف) $\frac{\text{کار علی}}{\text{کار فرید}} = \frac{5}{9}$ (ب) $\frac{\text{کار فرید}}{\text{کل کار}} = \frac{9}{5+9} = \frac{9}{14}$

(۲۶) چون در این مسئله از «سن الهام» و «سن میثم» و «مجموع سن آنها» صحبت شده است، می‌توانیم از جدول سه طبقه استفاده کنیم:

سن الهام	۴	
سن میثم	۵	
مجموع سن‌ها	۹	۷۲

\Rightarrow $\begin{cases} \text{سال سن الهام} = 4 \times 8 = 32 \\ \text{سال سن میثم} = 5 \times 8 = 40 \end{cases}$

(۲۶) یک جدول سه طبقه برای پول الهام، پول پریا و اختلاف پول آنها تشکیل می‌دهیم.

پول الهام	۲	
پول پریا	۵	
اختلاف پول آنها	۳	۱۸

\Rightarrow $\begin{cases} \text{میلیون تومان پول الهام} = 2 \times 6 = 12 \\ \text{میلیون تومان پول پریا} = 5 \times 6 = 30 \end{cases}$

(۲۷) در این مسئله نیز از درآمد مهرداد، درآمد امیر و مجموع درآمدها صحبت شده است، پس از جدول سه طبقه استفاده می‌کنیم:

درآمد مهرداد	۲	
درآمد امیر	۵	
مجموع درآمدها	۷	۸۴۰۰۰

\Rightarrow $\begin{cases} \text{تومان درآمد مهرداد} = 2 \times 120000 = 240000 \\ \text{تومان درآمد امیر} = 5 \times 120000 = 600000 \end{cases}$

(۲۸) وقتی می‌گوییم ۱۲ کتاب بیشتر دارد، یعنی اختلاف تعداد کتاب‌ها ۱۲ است.

سن امیر	۵	
سن محمد	۷	
اختلاف سن آنها	۲	۸

\Rightarrow $\begin{cases} \text{سال سن امیر} = 5 \times 4 = 20 \\ \text{سال سن محمد} = 7 \times 4 = 28 \end{cases}$

(۲۹) کتاب‌های رضا، کتاب‌های امین و اختلاف کتاب‌ها

کتاب‌های رضا	۹	
کتاب‌های امین	۷	
اختلاف کتاب‌ها	۲	۱۲

\Rightarrow $\begin{cases} \text{تعداد کتاب‌های رضا} = 9 \times 6 = 54 \\ \text{تعداد کتاب‌های امین} = 7 \times 6 = 42 \end{cases}$

(۳۰) تعداد زنان، تعداد مردان و کل افراد

تعداد زنان	۲	
تعداد مردان	۳	
کل افراد	۵	۴۰

\Rightarrow $\begin{cases} \text{نفر تعداد زنان} = 2 \times 8 = 16 \\ \text{نفر تعداد مردان} = 3 \times 8 = 24 \end{cases}$

(۳۳) وقتی می‌گوییم الهام سه برابر سمیرا کتاب دارد، یعنی نسبت کتاب‌های الهام به سمیرا مثل ۳ به ۱ است.

کتاب‌های الهام	۳	
کتاب‌های سمیرا	۱	
مجموع کتاب‌ها	۴	۳۶

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{کتاب‌های الهام} = 3 \times 9 = 27 \\ \text{کتاب‌های سمیرا} = 1 \times 9 = 9 \end{cases}$$

عدد کوچک‌تر	۲	
عدد بزرگ‌تر	۱۱	
اختلاف دو عدد	۹	۲۷

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{عدد کوچک‌تر} = 2 \times 3 = 6 \\ \text{عدد بزرگ‌تر} = 11 \times 3 = 33 \end{cases}$$

(۳۴) وقتی می‌گوییم امیر ۶ برابر محمد کار می‌کند، یعنی نسبت کارکردن امیر به محمد ۶ به ۱ است.

حقوق امیر	۶	
حقوق محمد	۱	
اختلاف حقوق‌ها	۵	۳۵۰۰۰

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{تومان حقوق امیر} = 6 \times 70000 = 420000 \\ \text{تومان حقوق محمد} = 1 \times 70000 = 70000 \end{cases}$$

قیمت کتاب	۷	۲۱۰۰۰
قیمت هر دو	۱۰	

$$\Rightarrow \text{تومان قیمت هر دو} = 10 \times 30000 = 300000$$

حقوق مهرداد	۷	
حقوق مهران	۵	
حقوق هر دو	۱۲	۸۴۰۰۰۰

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{حقوق مهرداد} = 7 \times 700000 = 4900000 \\ \text{حقوق مهران} = 5 \times 700000 = 3500000 \end{cases}$$

(۳۵) الف

$$\frac{\text{مسافتی که می‌دود}}{\text{زمانی که می‌دود}} = \frac{12}{20} = \frac{\square}{60}$$

$$\Rightarrow \square = 12 \times 3 = 36$$

بنابراین در ۶۰ دقیقه ۳۶ کیلومتر می‌دود.

$$\text{ب) } \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} = \frac{12}{20} = \frac{\square}{75} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{\square}{75}$$

$$\Rightarrow \square = 3 \times 15 = 45$$

بنابراین در ۷۵ دقیقه ۴۵ کیلومتر می‌دود.

$$\text{ج) } \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} = \frac{12}{20} = \frac{27}{\square} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{27}{\square}$$

$$\Rightarrow \square = 9 \times 5 = 45$$

بنابراین، ۲۷ کیلومتر را در ۴۵ دقیقه طی می‌کند.

(۳۲) ابتدا باید طول و عرض را به دست آوریم. محیط را نصف می‌کنیم تا مجموع طول و عرض به دست آید.

$$264 \div 2 = 132$$

طول	۷	
عرض	۴	
مجموع طول و عرض	۱۱	۱۳۲

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{طول} = 7 \times 12 = 84 \text{ متر} \\ \text{عرض} = 4 \times 12 = 48 \text{ متر} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مترمربع} = 84 \times 48 = 4032$$

(۳۶) یک تناسب تشکیل می‌دهیم که مخرج کسر دومی عدد صد باشد.

$$\frac{2}{25} = \frac{\square}{100} \Rightarrow \square = 8$$

۸٪ از کل کار شرکت را مهرداد انجام می‌دهد.

$$\frac{\text{مساحت قسمت رنگی}}{\text{مساحت کل}} = \frac{(1 \times 1) + (2 \times 1) + (2 \times 1) + (2 \times 2)}{5 \times 5}$$

$$= \frac{1+2+2+4}{25} = \frac{9}{25}$$

$$\frac{9}{25} = \frac{\square}{100} \Rightarrow \square = 36$$

بنابراین، ۳۶٪ از مهره‌ها آبی هستند.

(۴۳) ابتدا باید کل پول را به دست آوریم.

$$\frac{25}{100} = \frac{800}{\square} \Rightarrow \square = 3200 \text{ تومان}$$

بنابراین، ۴۰٪ از کل پول را به دست می‌آوریم.

$$\frac{40}{100} = \frac{\square}{3200} \Rightarrow \square = 1280 \text{ تومان}$$



$$\frac{25}{3} \text{ (۴۴)}$$

(۴۵) نسبت

(۴۷) ۲۸، زیرا:

$$\frac{7}{25} = \frac{\square}{100} \Rightarrow \square = 7 \times 4 = 28$$

(۴۹) ۹، زیرا ۹ تا یک رقمی داریم.

(۴۸) ۱، ۵



(۵۰) غلط

$$\frac{2}{5} = \frac{\square}{100} \Rightarrow \square = 2 \times 20 = 40$$

(۵۱) صحیح

(۵۲) غلط

(۵۳) غلط

$$\frac{\text{تعداد مهره‌های آبی}}{\text{تعداد کل مهره‌ها}} = \frac{8}{8+7+5} = \frac{\square}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{20} = \frac{\square}{100} \Rightarrow \square = 40$$

بنابراین، ۴۰٪ از مهره‌ها آبی هستند.

$$\text{ب) } \frac{\text{تعداد مهره‌های سبز}}{\text{تعداد کل مهره‌ها}} = \frac{7}{20} = \frac{\square}{100} \Rightarrow \square = 35$$

بنابراین، ۳۵٪ از مهره‌ها سبز هستند.

(۴۸) ابتدا $\frac{1}{2}$ از عدد $\frac{3}{2}$ را به دست آورده و سپس آن را به درصد تبدیل می‌کنیم.

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{\square}{100} \Rightarrow \square = 75$$

بنابراین، $\frac{1}{2}$ از عدد $\frac{3}{2}$ ، معادل با ۷۵٪ است.

(۴۹) چون ۲۵۰۰ تومان مبلغ کل یا مبلغ اصلی است، باید آن را جلوی

۱۰۰ بنویسیم.

$$\frac{35}{100} = \frac{\square}{2500} \Rightarrow \square = 875 \text{ تومان}$$

(۵۰) چون ۱۳۵ تومان کل پول نیست، پس باید آن را جلوی ۴۵ بنویسیم.

$$\frac{45}{100} = \frac{135}{\square} \Rightarrow \square = 300 \text{ تومان}$$

بنابراین، کل پول ۳۰۰ تومان است.

(۵۱) ۲۰۰۰ لیتر کل شربت است، پس باید آن را مقابل ۱۰۰ بنویسیم.

$$\frac{85}{100} = \frac{\square}{2000} \Rightarrow \square = 85 \times 20 = 1700$$

۱۷۰۰ لیتر آب احتیاج داریم.

(۵۲) الف

$$\frac{18000}{25000} = \frac{\square}{100} \Rightarrow \square = 72$$

یعنی ۷۲٪ از کل مبلغ را پرداخت کرده‌ایم.

ب) درصد پرداختی - درصد کل = درصد تخفیف

$$100 - 72 = 28$$

یعنی ۲۸٪ تخفیف گرفته‌ایم.