

بخوان و بیاموز

عدد نویسی

می‌توان با مشخص کردن طبقه و مرتبه‌ی اعداد و استفاده از جدول ارزش مکانی، اعداد را به حروف و رقم به ترتیب زیر نوشت:

۱. طبقه‌بندی از سمت راست
۲. خواندن و نوشتن از سمت چپ

در همه‌ی اعداد همیشه اولین رقم از سمت راست، کم‌ترین ارزش مکانی و اولین رقم از سمت چپ، بیش‌ترین ارزش مکانی را دارند.



۱۳۵۴۶۸۳۰۹

مثال: با توجه به عدد مقابل به سؤالات زیر پاسخ بده.

الف) به حروف

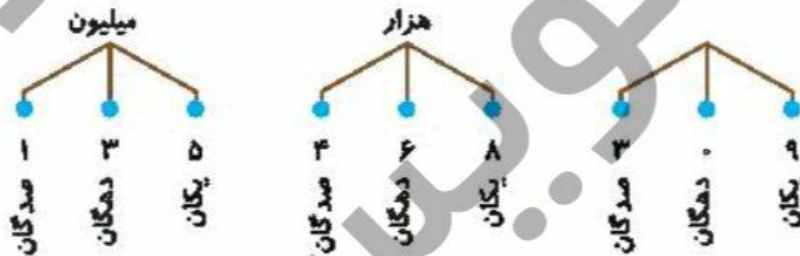
ب) کدام رقم بیش‌ترین ارزش مکانی را دارد؟

پ) کم‌ترین رقم در چه مرتبه‌ای قرار دارد؟

ت) رقم ۵ در چه مرتبه‌ای قرار دارد؟

ث) کدام رقم کم‌ترین ارزش مکانی را دارد؟

پاسخ:



الف) صد و سی و پنج میلیون و چهارصد و شصت و هشت هزار و سیصد و نه
 ب) بیش‌ترین ارزش مکانی را رقم ۱ در مرتبه‌ی صدگان طبقه‌ی میلیون دارد.
 پ) کم‌ترین رقم (۰) در دهگان قرار دارد.
 ت) رقم ۵ در مرتبه‌ی یکان میلیون قرار دارد.
 ث) کم‌ترین ارزش مکانی را رقم ۹ در مرتبه‌ی یکان یکی‌ها دارد.



در رقم‌نویسی به جای رقم‌ها و مرتبه‌هایی که از آن‌ها اسم برده نشده می‌توان، صفر قرار داد.



نکته

محاسبات عددی

در محاسبات عددی با عملیات $(+ - \times \div)$ می‌توان با استفاده از عدد هر مرتبه، حاصل را سریع‌تر به دست آورد.

مثال:

۱) $900000 - 600000 = \square$

۳) $639 - 400 = \square$

۲) ربع تا ده هزار = \square

۴) $4000 \div 200 = \square$

پاسخ:

۱) $300000 \Rightarrow 3 \text{ تا صد هزار} = 6 \text{ تا صد هزار} - 9 \text{ تا صد هزار}$

۲) $10000 \Rightarrow 1 \text{ ده هزار} = 4 \div 4 \text{ تا ده هزار}$

۳) $239 = 639 - 400 \Rightarrow 239 = 39 + 2 \text{ صد تایی} \Rightarrow 4 \text{ تا صد تایی} - (39 + 6 \text{ تا صد تایی})$

۴) $4000 \div 200 = (4000 \div 100) \div 2 \Rightarrow 40 \div 2 = 20$

(ابتدا باید ۴۰۰۰ را بر ۱۰۰ تقسیم کرده، سپس حاصل را نصف یا تقسیم بر ۲ کرد.)

تغییر ارزش یک رقم

به جدول زیر دقت کنید:

در هر عدد ارزش مکانی هر رقم ده برابر ارزش مکانی رقم قبلی (سمت راستی) خود است.

میلیون			هزار					
صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان	یکان
۷
	۷
		۷
			۷

$\leftarrow \times 1000$
 $\leftarrow \times 100$
 $\leftarrow \times 10$

$\rightarrow +10$
 $\rightarrow +100$
 $\rightarrow +1000$



حاصل ضرب، بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار ممکن شود:

مثال: با کارت‌های ۱، ۵، ۹ و ۴ دو عدد دو رقمی بساز که حاصل ضرب آن:

الف) بیش‌ترین مقدار ممکن شود.

ب) کم‌ترین مقدار ممکن شود.

پاسخ:

الف) برای این‌که حاصل ضرب، بیش‌ترین مقدار ممکن شود، ابتدا از بین رقم‌های داده شده، دو رقم بزرگ‌تر یعنی ۹ و ۵ را در جایگاه دهگان قرار می‌دهیم، سپس از بین دو رقم باقی‌مانده، رقم یکان کوچک‌تر را با دهگان بزرگ‌تر (۹۱) و رقم یکان بزرگ‌تر را با دهگان کوچک‌تر (۵۴) در نظر می‌گیریم.

$$\boxed{91} \times \boxed{54} = 4914$$

حاصل ضرب به دست آمده بیش‌ترین مقدار ممکن می‌شود.

ب) برای این‌که حاصل ضرب، کم‌ترین مقدار ممکن شود، ابتدا از بین رقم‌های داده شده، دو رقم کوچک‌تر یعنی ۱ و ۴ را در جایگاه دهگان قرار می‌دهیم، سپس از بین دو رقم باقی‌مانده، رقم یکان کوچک‌تر را با دهگان کوچک‌تر (۱۵) و رقم یکان بزرگ‌تر را با دهگان بزرگ‌تر (۴۹) در نظر می‌گیریم.

$$\boxed{15} \times \boxed{49} = 735$$

حاصل ضرب به دست آمده کم‌ترین مقدار ممکن می‌شود.

گسترده‌نویسی اعداد

جمعیت ایران برابر ۷۷۱۸۰۰۰۰ است، این عدد را به صورت گسترده می‌نویسیم.

میلیون			هزار					
صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان	یکان
	۷
		۷
			۱
				۸

$$77,180,000 = 70,000,000 + 7,000,000 + 100,000 + 80,000$$



بخوان و بیاموز



معرفی میلیارد

- ۱۰ تا ۱۰۰ اتایی می‌شود ۱۰۰۰ (هزار) تا
 - ۱۰ تا ۱۰۰۰۰۰۰ اتایی می‌شود ۱۰۰۰۰۰۰ (یک میلیون) تا
 - ۱۰ تا ۱۰۰۰۰۰۰۰۰ اتایی می‌شود ۱۰۰۰۰۰۰۰۰ (یک میلیارد) تا
- در خواندن و نوشتن این طبقه نیز به روش قبل عمل کنید:
۱. جداسازی طبقه‌ها از راست به چپ
 ۲. خواندن و نوشتن از بالاترین مرتبه

مثال: عدد ۲۵۰۰۷۳۰۴۰۰۵ را به حروف بنویس.

پاسخ: بیست و پنج میلیارد و هفت میلیون و سیصد و چهار هزار و پنج

میلیارد			میلیون			هزار					
صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان	یکان
	۲	۵	۰	۰	۷	۳	۰	۴	۰	۰	۵

مقایسه

- در مقایسه‌ی اعداد از روش زیر استفاده کنید:
- ۱) شمارش تعداد رقم‌های هر عدد ← در صورت تساوی مرحله‌ی دوم را عملی کنید.
 - ۲) مقایسه‌ی اولین رقم از سمت چپ و به ترتیب رقم‌های بعدی

مثال

$$610069453428 \bigcirc 610609453482$$

پاسخ: هر دو عدد ۱۲ رقم هستند، پس به ترتیب مقایسه رقم‌ها را از سمت چپ آغاز کنید.

چون $0 < 6$

$$\underline{610069453428} < \underline{610609453482}$$

رقم ۱۲ رقم ۱۲

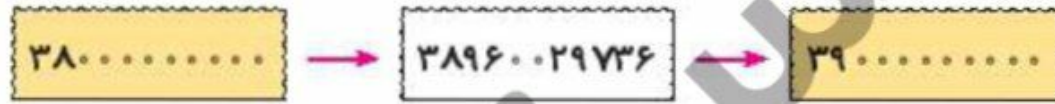


مثال: برای عدد ۳۸۹۶۰۰۲۹۸۳۶ با تقریب کم‌تر از صد میلیون، با قرار دادن صفر به جای رقم‌های کم‌تر از صدگان میلیون تقریب بزنید و حاصل را به حروف بنویسید.

$۳۸,۹۰۰,۰۰۰,۰۰۰$

پاسخ: سی و هشت میلیارد و نهصد میلیون

مثال: عدد مثال قبل به کدام عدد نزدیک‌تر است؟



چون اولین رقمی که حذف شده ۹ می‌باشد، (مانند این که ۳۸۹ به ۳۹۰ نزدیک‌تر است تا ۳۸۰) پس به ۳۹۰۰۰۰۰۰۰۰ نزدیک‌تر است.

الویت انجام اعمال ریاضی

اگر در یک عبارت ریاضی چند عمل داشته باشیم، باید آن‌ها را به ترتیب زیر انجام دهیم:

- ۱) اول باید اعمال داخل پرانتز (یا کروشه) را انجام دهیم.
- ۲) بعد باید همه‌ی ضرب و تقسیم‌ها را از سمت چپ انجام دهیم.
- ۳) باید همه‌ی جمع و تفریق‌ها را از سمت چپ انجام دهیم.

مثال: حاصل عبارت زیر را بیابید.

$$۵ + ۲(۳ + ۲(۴ + ۲))$$

$$۴ + ۲ = ۶ \rightarrow ۲ \times ۶ = ۱۲ \rightarrow ۳ + ۱۲ = ۱۵ \rightarrow ۲ \times ۱۵ = ۳۰ \rightarrow ۵ + ۳۰ = ۳۵$$

پاسخ:

بخوان و بیاموز



به عددی که دارای دو یا چند جزء باشد، عدد مرکب می‌گوییم، مانند (۲ کیلوگرم و ۳۰۰ گرم) یا (۱ ساعت و ۲۰ دقیقه و ۱۳ ثانیه) یا (۳ سال و ۱ ماه و ۲۹ روز و ۳ ساعت).

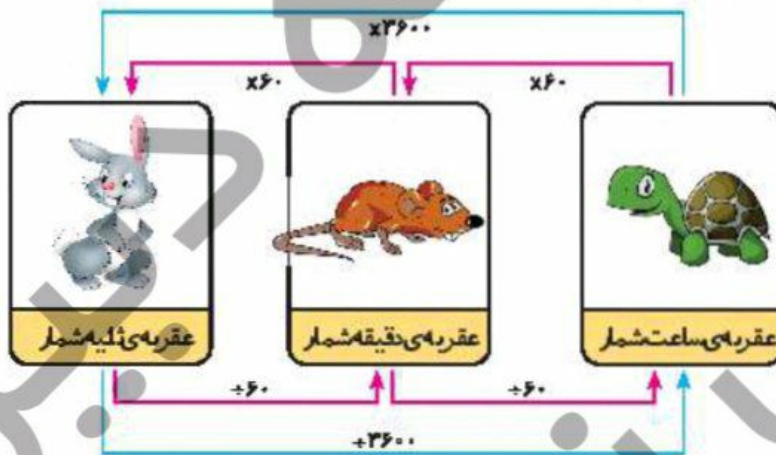
عدد مرکب (ساعت، دقیقه و ثانیه)

برنا از مدرسه یک ساعت آموزشی جایزه گرفته است. به جایزه‌ی او با دقت نگاه کن. اکنون ساعت ۶ و ۱۵ دقیقه و ۴۰ ثانیه است.



۶:۱۵:۴۰"

تبدیل اجزای مختلف ساعت به یکدیگر:



مثال:

الف) ۱۲۰ ثانیه چند دقیقه است؟

ب) پنج دقیقه چند ثانیه است؟

پاسخ:

تبدیل ۱۲۰" به دقیقه $\rightarrow 120 \div 60 = 2'$

تبدیل ۵' به ثانیه $\rightarrow 5 \times 60 = 300''$

الف)

ب)

مثال: ۴۱۳۶ ثانیه چند ساعت، چند دقیقه و چند ثانیه است؟

پاسخ:

پاسخ:

۴۱۳۶	۳۶۰۰	
- ۳۶۰۰	۱	ساعت
۰۵۳۶	۶۰	
۴۸۰	۸	دقیقه
۵۶		ثانیه

۱:۰۸:۵۶"



الگوی زمانی

الگوی زیر یک الگوی عددی مربوط به زمان است که با داشتن فاصله‌ی زمانی ۲۰ دقیقه می‌توان الگو را ادامه داد.

$$7:10', 7:30', 7:50', 8:10', 8:30'$$

$\xrightarrow{20'}$
 $\xrightarrow{20'}$
 $\xrightarrow{20'}$
 $\xrightarrow{20'}$

جمع زمان‌ها

برای انجام جمع، ابتدا ساعت‌ها، دقیقه‌ها و ثانیه‌ها را زیر هم می‌نویسیم، سپس ثانیه‌ها، دقیقه‌ها و بعد ساعت‌ها را با هم جمع می‌کنیم. اگر حاصل جمع ثانیه و یا دقیقه ۶۰ یا بیش‌تر از ۶۰ باشد باید ۶۰ واحد از آن‌ها کم کنیم و یک واحد به زمان سمت چپ آن‌ها اضافه کنیم.

$$\begin{array}{r}
 3 : 31' : 39'' \\
 + 5 : 45' : 23'' \\
 \hline
 8 : 76' : 72'' \\
 \quad \quad \quad +1 - 60'' \\
 \hline
 8 : 77' : 12'' \\
 +1 - 60' \\
 \hline
 9 : 17' : 12''
 \end{array}$$

تفریق زمان‌ها

برای انجام تفریق، ابتدا ساعت‌ها، دقیقه‌ها و ثانیه‌ها را زیر هم می‌نویسیم. اگر در یکی از مراحل تفریق، ثانیه و یا دقیقه عدد اول از عدد دوم کم‌تر باشد، باید یک واحد از زمان سمت چپ کم کنیم و ۶۰ واحد به زمان مورد نظر اضافه کنیم.

$$\begin{array}{r}
 22 : 45' : 38'' \\
 - 11 : 50' : 42'' \\
 \hline
 10 : 54' : 56''
 \end{array}$$

$\xrightarrow{+60}$
 $\xrightarrow{+60}$

عدد مرکب (اندازه‌گیری جرم)

برای انجام جمع و تفریق، باید تن‌ها را زیر هم، کیلوگرم‌ها را زیر هم و گرم‌ها را نیز زیر هم بنویسیم.

کیلوگرم	گرم	
+	7	800
	3	400
<hr/>		
	10	1200
	+1	-1000
<hr/>		
	11	200

گرم	کیلوگرم
300	19
500	- 8
<hr/>	
1300	18
500	-8
<hr/>	
800	10

گرم ← $\div 1000$ ← کیلوگرم ← تن

← $\times 1000$ → ← $\times 1000$ →

عدد مرکب (سال، ماه، روز و ساعت)

می‌دانیم هر سال ۱۲ ماه، هر ماه ۳۰ روز یا ۳۱ روز و هر روز ۲۴ ساعت است و با زیر هم نوشتن دو عدد داده شده جمع و یا تفریق را انجام می‌دهیم.



مثال: برنا در تاریخ ۲۳ فروردین سال ۱۳۸۳ متولد شد و درنا ۶ سال و ۴ ماه و ۱۹ روز بعد به دنیا آمد. درنا

چه تاریخی به دنیا آمده است؟

پاسخ:

روز	ماه	سال
۲۳	۱	۱۳۸۳
+	۴	۶
۴۲	۵	۱۳۸۹
	+	-
۱۱	۶	۱۳۸۹

درنا در تاریخ ۱۱ شهریور ۱۳۸۹ به دنیا آمده است.

عدد مرکب (اندازه‌گیری طول)

برای انجام جمع و تفریق عددهای مربوط به طول، عددهای هم واحد را باهم جمع و تفریق می‌کنیم. می‌دانیم که:

۱۰ میلی‌متر = ۱ سانتی‌متر، ۱۰۰ سانتی‌متر = ۱ متر، ۱۰۰۰ متر = ۱ کیلومتر

مثال:

میلی‌متر	سانتی‌متر	متر
۷	۲۳	۵
+	۸۵	۴
۲۲	۱۰۸	۹
		-
۲	۱۱	۹

$\begin{matrix} \swarrow -20 \\ \searrow -100\text{ cm} \end{matrix}$

۲ میلی‌متر = ۱ سانتی‌متر، ۱۰ متر = ۱ کیلومتر

بخوان و بیاموز

الگویابی عددی

در این نوع الگویابی، به دنبال کشف رابطه‌ی بین شماره و مقدار عددها هستیم و با رسم جدول نظام‌دار می‌توانیم الگو را ادامه دهیم.

مثال: عدد صدم الگوهای زیر را بنویس.

پاسخ:

شماره عدد	۱	۲	۳	...	۱۰۰
مقدار عدد	۳	۶	۹		۳۰۰

$\times 3$

شماره عدد	۱	۲	۳	...	۱۰۰
مقدار عدد	۶	۱۳	۲۰		۶۹۹

$\times 7 - 1$

۳، ۶، ۹، ...
+۳ +۳ +۳

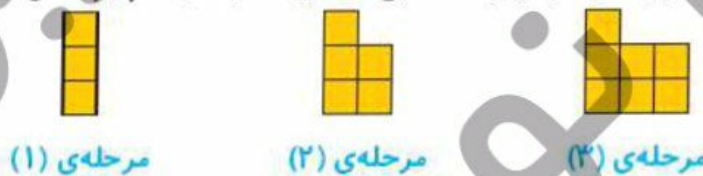
۶، ۱۳، ۲۰، ...
+۶ +۷

الگویابی هندسی

در این نوع الگویابی، به دنبال کشف رابطه‌ی بین تعداد و شماره‌ی شکل‌ها هستیم.

مثال: شکل بعدی الگو را کشیده و سپس تعداد مربع‌های کوچک در شکل صدم را پیدا کن.

پاسخ:



شماره شکل	۱	۲	۳	۴	...	۱۰۰
تعداد مربع	۳	۵	۷	۹		۲۰۱

$\times 2 + 1$

۳، ۵، ۷، ۹
+۲ +۲ +۲

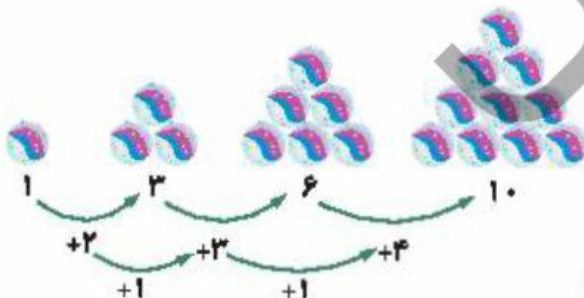
الگوی مثلثی

به عددهای (۱، ۳، ۶، ۱۰، ...) عددهای مثلثی می‌گویند که

از حاصل جمع شماره‌ی شکل و عدد مثلثی قبلی به دست

می‌آید و یا کافی است شماره‌ی شکل را با اعداد متوالی

کوچک‌تر از خودش جمع کنیم.



علوی

(۱) شکل = $0 + 1 = 1$

(۲) شکل = $1 + 2 = 3$

(۳) شکل = $1 + 2 + 3 = 6$

(۴) شکل = $1 + 2 + 3 + 4 = 10$

در الگوی مثلثی در صورتی که تعداد اجزا در شماره‌های خواسته شده را بخولیم به دست آوریم، می‌توانیم از رابطه‌ی زیر استفاده کنیم.

$$[(\text{شماره‌ی شکل} + 1) \times (\text{شماره‌ی شکل})] \div 2$$

مثال: با توجه به الگوی مثلثی، در شکل بیستم چند دایره وجود دارد؟

$$[20 \times (20 + 1)] \div 2 = 210$$

پاسخ:

الگوی مربعی

به عددهای (۱، ۴، ۹، ۱۶، ...) عددهای مربعی می‌گویند که از حاصل ضرب شماره‌ی شکل در خودش (با جمع شدن تعداد

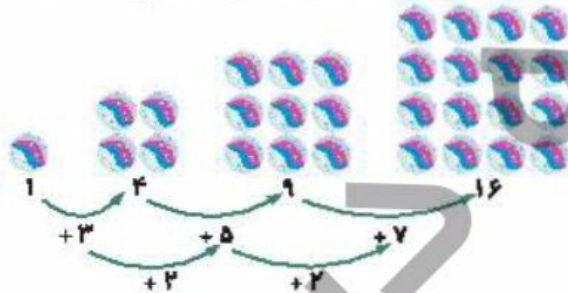
شکل قبلی با عدد فرد متوالی) به دست می‌آیند.

(۱) شکل = $1 \times 1 = 1$

(۲) شکل = $2 \times 2 = 4$

(۳) شکل = $3 \times 3 = 9$

(۴) شکل = $4 \times 4 = 16$



رابطه‌ی بین الگوی مثلثی و الگوی

مربعی

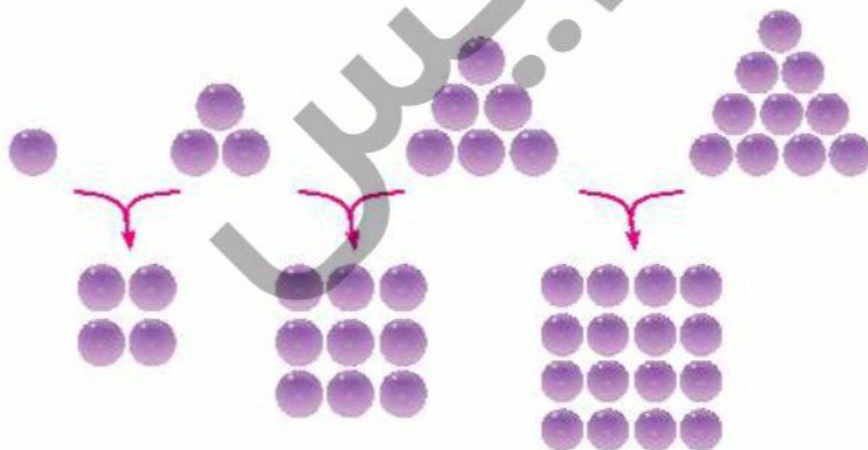
الگوی مربعی را می‌توانیم از روی الگوی مثلثی هم به دست آوریم:

الگوی مثلثی:



الگوی مربعی:

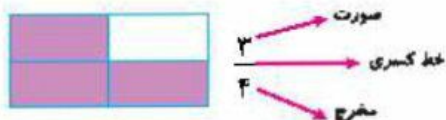
(از جمله دوم به بعد)



بخوان و بیاموز

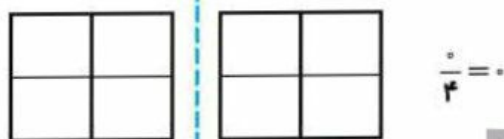


اجزای کسر



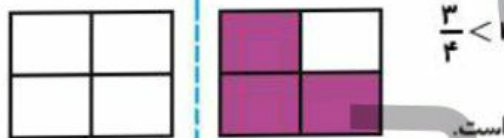
انواع کسر

کسر مساوی صفر: کسری که صورت صفر داشته باشد.



$$\frac{0}{4} = 0$$

کسر کوچکتر از واحد: کسری که صورتش از مخرجش کوچکتر باشد.



$$\frac{3}{4} < 1$$

کسر واحد: کسری که صورت و مخرجش با هم برابر باشد و برابر با یک است.



$$\frac{4}{4} = 1$$

کسر بزرگتر از واحد: کسری که صورتش بزرگتر از مخرجش باشد.



$$\frac{6}{4} > 1$$

عدد مخلوط

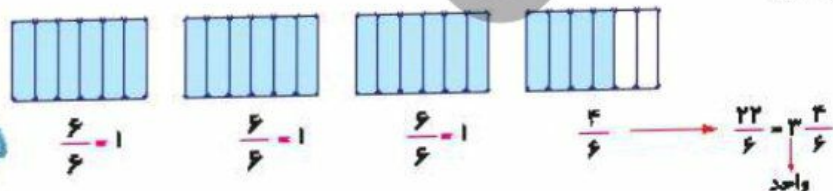
به عددی که از یک قسمت صحیح و یک کسر تشکیل شده باشد، عدد مخلوط می‌گوییم و نوع دیگری از نمایش کسرهای بزرگتر از واحد می‌باشد.



تبدیل کسر بزرگتر از واحد به عدد مخلوط

مثال: کسر $\frac{22}{6}$ را به عدد مخلوط تبدیل کن.

پاسخ: به کمک شکل واحد، این گونه عمل کن.



می‌توانیم کسر بزرگ‌تر از واحد را به کمک تقسیم به عدد مخلوط تبدیل کنیم.



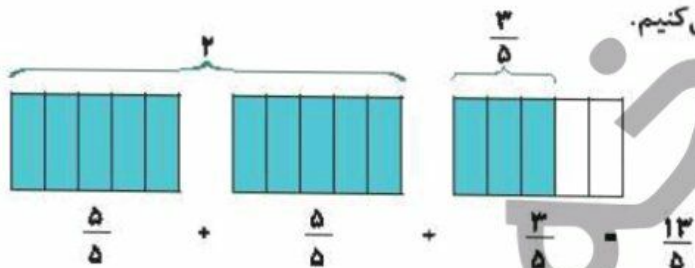
$$\begin{array}{r} 22 \overline{) 6} \leftarrow \text{مخرج} \\ -18 \leftarrow \text{واحد} \\ \hline 04 \leftarrow \text{صورت} \end{array}$$

$$\frac{22}{6} = 3\frac{4}{6}$$

تبدیل عدد مخلوط به کسر بزرگ‌تر از واحد

مثال: عدد مخلوط $2\frac{3}{5}$ را به کسر تبدیل کن.

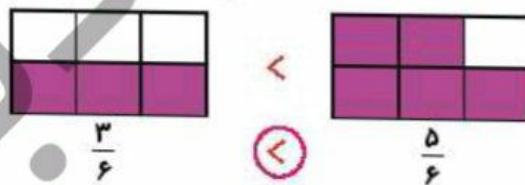
پاسخ: می‌توانیم این کار را با رسم شکل انجام دهیم بدون شکل هم می‌توانیم عدد مخلوط را به کسر تبدیل کنیم. عدد واحد را در مخرج ضرب و حاصل را با صورت جمع می‌کنیم.



$$2\frac{3}{5} = \frac{(2 \times 5) + 3}{5} = \frac{13}{5}$$

مقایسه کسرها

۱) کسرهای با مخرج مساوی: کسری بزرگ‌تر است که صورتش بزرگ‌تر باشد.



۲) کسرهای با صورت مساوی: کسری بزرگ‌تر است که مخرج آن کوچک‌تر باشد.



۳) کسرهای با صورت و مخرج نامساوی: ابتدا دو کسر را هم‌مخرج می‌کنیم، سپس مقایسه را انجام می‌دهیم.

$$\frac{2}{5} \bigcirc \frac{3}{7}$$

$$\frac{2 \times 7}{5 \times 7} \bigcirc \frac{3 \times 5}{7 \times 5}$$

$$\frac{14}{35} \bigcirc \frac{15}{35} \Rightarrow \frac{2}{5} \bigcirc \frac{3}{7}$$



علوی

۳۵/۱۷۶

مقایسه‌ی اعداد مخلوط

در مقایسه‌ی اعداد مخلوط، ابتدا قسمت صحیح و در صورت نیاز قسمت کسری را مقایسه می‌کنیم.

برای مقایسه‌ی اعداد مخلوط، باید دقت داشته باشیم قسمت کسری کوچک‌تر از واحد باشد.

$$\begin{array}{l} 3\frac{2}{5} < 2\frac{2}{3} \\ 3\frac{2}{5} > 2\frac{9}{10} \\ 3 > 2 \text{ چون } 3 \\ 3 = 3 \\ \frac{2}{5} < \frac{2}{3} \text{ اما} \end{array}$$



بخوان و بیاموز



جمع و تفریق اعداد مخلوط با رسم شکل و محور

رسم شکل

برای جمع دو عدد مخلوط، شکل مربوط به هر عدد را کشیده و حاصل را از روی شکل می‌نویسیم.

$$1\frac{1}{3} + 2\frac{1}{2} =$$

مثال: حاصل عبارت روبه‌رو را با رسم شکل به دست بیاور.

پاسخ:

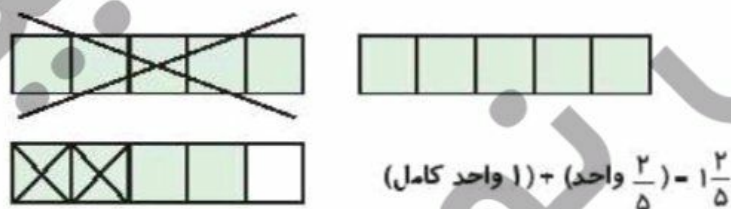


برای تفریق دو عدد مخلوط، شکل مربوط به عدد اول را رسم کرده و به اندازه‌ی عدد دوم از آن حذف می‌کنیم.

$$2\frac{4}{5} - 1\frac{2}{5} =$$

مثال: حاصل تفریق روبه‌رو را با رسم شکل به دست بیاور.

پاسخ:



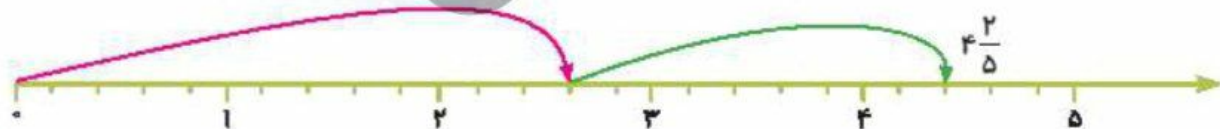
رسم محور

ابتدا به اندازه‌ی عدد اول روی محور جلو می‌رویم و سپس در جمع به اندازه‌ی عدد دوم جلو رفته و در تفریق به اندازه‌ی عدد دوم به عقب برمی‌گردیم.

$$2\frac{3}{5} + 1\frac{4}{5} = 4\frac{2}{5}$$

مثال: حاصل عبارت مقابل را با کمک محور به دست بیاور.

پاسخ:



$$3\frac{1}{2} - 1\frac{2}{6} =$$

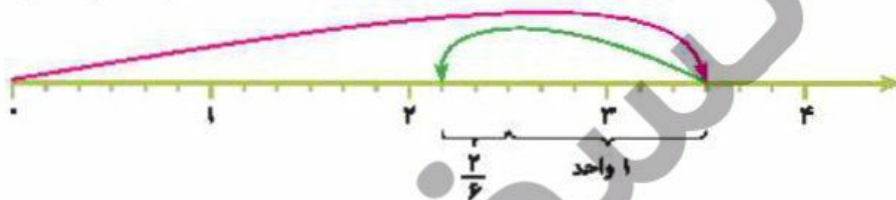
مثال: حاصل عبارت مقابل را با کمک محور به دست بیاور.

ابتدا منفرجه مشترک می‌گیریم و سپس روی محور نمایش می‌دهیم. تعداد قسمت‌های هر واحد روی محور برابر با منفرجه می‌باشد.



پاسخ:

$$3\frac{1 \times 2}{2 \times 2} - 1\frac{2}{6} = 3\frac{2}{6} - 1\frac{2}{6} = 2\frac{1}{6}$$



جمع و تفریق اعداد مخلوط با محاسبه

در جمع یا تفریق عددهای مخلوط، ابتدا قسمت‌های صحیح و سپس قسمت‌های کسری را با هم جمع یا از هم کم می‌کنیم.

$$3\frac{1}{5} + 4\frac{7}{25} = (3 + 4) + \left(\frac{1 \times 5}{5 \times 5} + \frac{7}{25}\right) = 7 + \left(\frac{5}{25} + \frac{7}{25}\right) = 7 + \frac{12}{25} = 7\frac{12}{25}$$

توجه: در بعضی از مسائل مربوط به تفریق دو عدد مخلوط، قسمت کسری عدد دوم بزرگتر از قسمت کسری عدد اول است. به مثال زیر توجه کنید:

$$10\frac{6}{8} - 6\frac{15}{16} = (10 - 6) + \left(\frac{6 \times 2}{8 \times 2} - \frac{15}{16}\right) = 4 + \frac{12}{16} - \frac{15}{16} \quad \left(\frac{12}{16} < \frac{15}{16}\right)$$

برای حل این مسائل به دو روش عمل می‌کنیم:

۱- یک واحد از قسمت صحیح کم و یک کسری واحد به جای آن اضافه می‌کنیم:

$$10\frac{6}{8} - 6\frac{15}{16} = (3 + 1) + \left(\frac{12}{16} - \frac{15}{16}\right) = \left(3 + \frac{16}{16}\right) + \left(\frac{12}{16} - \frac{15}{16}\right) = 3 + \left(\frac{16}{16} + \frac{12}{16}\right) - \frac{15}{16} = 3\frac{13}{16}$$

۲- عدد مخلوط را به کسر تبدیل کنیم:

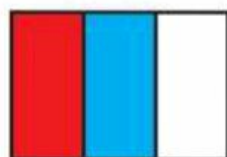
$$10\frac{6}{8} - 6\frac{15}{16} = 4\frac{12}{16} - \frac{15}{16} = \frac{76}{16} - \frac{15}{16} = \frac{61}{16} = 3\frac{13}{16}$$

بخوان و بیاموز



ضرب عدد طبیعی در کسر

عدد صحیح فقط در صورت کسر ضرب می‌شود.



$$2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

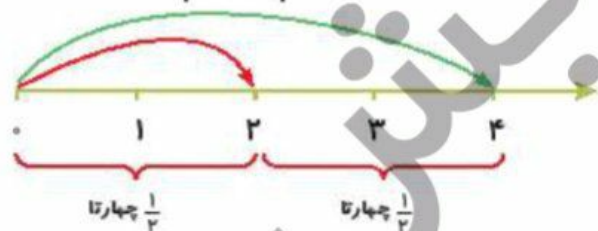


ضرب کسر در عدد طبیعی

یک دوم دسته‌ی چهارتایی یا $\frac{1}{2} \times 4$

در این قسمت ۴ شکل کامل رسم و آن‌ها را به ۲ قسمت مساوی تقسیم کرده و سپس یک قسمت از هر شکل را رنگ می‌کنیم. با توجه به شکل ۴ تا $\frac{1}{2}$ یعنی $\frac{4}{2}$ شکل رنگی داریم.

$$\frac{1}{2} \times 4 = \frac{4}{2}$$

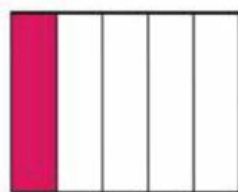


ضرب دو کسر

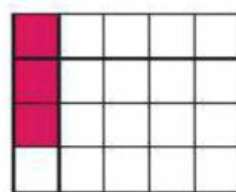
$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{3 \times 1}{4 \times 5} = \frac{3}{20}$$

در این حالت، صورت در صورت و مخرج در مخرج ضرب خواهد شد.

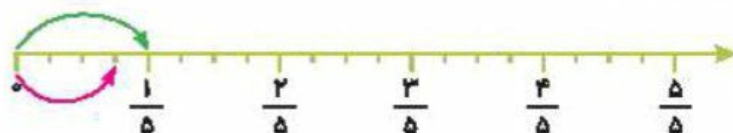
در رسم شکل ابتدا، شکل کسر دوم را (با تقسیم‌بندی عمودی) رسم کرده، سپس برای کسر اول به صورت افقی شکل را به ۴ قسمت مساوی تقسیم و سه قسمت آن را رنگ می‌زنیم. یعنی $\frac{3}{4}$ از $\frac{1}{5}$ شکل را مشخص می‌کنیم.



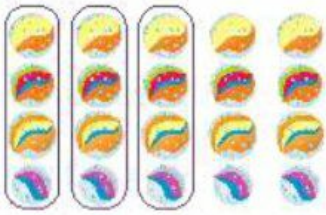
$$\frac{1}{5}$$



$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{20}$$



مثال: $\frac{3}{5}$ از ۲۰ تا تیله برابر چند تا تیله است؟



پاسخ: می‌توانیم به کمک شکل این مسئله را حل کنیم. اما روش سریع‌تر ضرب کردن $\frac{3}{5}$ در ۲۰ است.

$$\frac{3}{5} \times 20 = \frac{60}{5} = 12$$

فعالیت کلاسی



۱ برای شکل‌های زیر ضرب بنویس.



۲ حاصل ضرب‌بهای زیر را با رسم شکل در کادرهای مشخص شده به دست بیاور.

الف: $5 \times \frac{1}{8} =$

ب: $\frac{3}{4} \times 2 =$

پ: $\frac{2}{5} \times \frac{3}{7} =$

۳ ضرب‌بهای زیر را روی محور نشان بده.

الف: $4 \times \frac{2}{9} =$

ب: $\frac{1}{3} \times 12 =$

پ: $\frac{1}{2} \times \frac{1}{7} =$

۴ در یک جعبه ۲۰ شیرینی وجود دارد. اگر درنا خمس شیرینی‌ها و برنا ربع شیرینی‌های باقی‌مانده را بخورند. کدام یک

شیرینی بیشتری خورده است؟ (با رسم شکل)

.....

.....

.....



بخوان و بیاموز

تقسیم کسر بر کسر

در تقسیم دو عدد (یا کسر) اولی را در معکوس دومی ضرب می‌کنیم.

معکوس از عوض کردن جای صورت و مخرج به دست می‌آید.



$$\frac{1}{3} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{3}{1} = 3$$

$$\frac{2}{5} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{5}{2}$$

$$4 = \frac{4}{1} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{1}{4}$$

تقسیم دو عدد طبیعی

مثال: برنا ۴ کیک خریده است. او می‌خواهد هر کدام از این کیک‌ها را بین ۳ نفر از دوستان خود تقسیم کند،

به هر یک از دوستانش چه کسری کیک می‌دهد؟

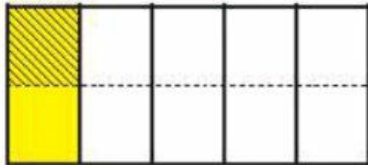


$$4 \div 3 = 4 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

پاسخ:

تقسیم کسر بر عدد طبیعی

مثال: مادر با $\frac{1}{5}$ متر پارچه برای درنا و برنا دستمال جیبی دوخته است. به هر یک چه کسری از پارچه رسیده است؟



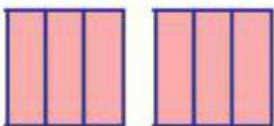
$$\frac{1}{5} \div 2 = \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{10}$$

پاسخ:

تقسیم عدد طبیعی بر کسر

مثال: درنا برای پذیرایی از مهمان‌ها ۲ کیک خرید و هر کیک را به سه قسمت مساوی تقسیم کرد و در بشقاب

گذاشت. در بشقاب چند قسمت کیک وجود دارد؟



$$2 \div \frac{1}{3} = 2 \times \frac{3}{1} = 6$$

پاسخ:



بخوان و بیاموز



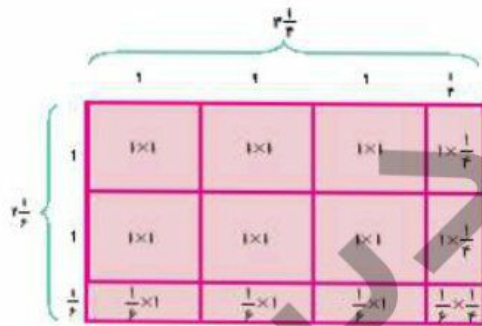
ضرب دو عدد مخلوط

به دو روش می‌توان اعداد مخلوط را در هم ضرب کرد:

(الف) رسم شکل:

ابتدا یک مستطیل دلخواه به طول و عرض دو عدد مخلوط رسم می‌کنیم، سپس با جمع کردن مساحت مستطیل‌های ایجاد شده، مساحت کل شکل که همان حاصل ضرب است به دست می‌آید.

$$3\frac{1}{4} \times 2\frac{1}{6}$$



$$6 + \left(3 \times \frac{1}{6}\right) + \left(2 \times \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{6}\right) =$$

$$6 + \frac{3 \times 4}{6 \times 4} + \frac{2 \times 6}{4 \times 6} + \frac{1}{24} = 6 + \frac{12 + 12 + 1}{24} =$$

$$6 + \frac{25}{24} \Rightarrow 6 + 1\frac{1}{24} = 7\frac{1}{24}$$

پاسخ:

(ب) تبدیل به کسر بزرگ‌تر از واحد:

یکی از مناسب‌ترین روش‌های ضرب اعداد مخلوط، تبدیل آن‌ها به کسر بزرگ‌تر از واحد، سپس انجام ضرب کسری می‌باشد.

$$3\frac{1}{4} \times 2\frac{1}{6} = \square$$

مثال:



$$\frac{13}{4} \times \frac{13}{6} = \frac{169}{24} \xrightarrow{\text{تبدیل به عدد مخلوط}} 7\frac{1}{24}$$

پاسخ:

کسرهای مساوی

اگر صورت و مخرج کسری را در یک عدد (غیر از صفر) ضرب و یا بر آن تقسیم کنیم، کسر جدیدی به وجود می‌آید که با کسر اول برابر است.

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$



علوی

ساده کردن در ضرب کسرها

در ضرب کسرها می‌توانیم یک عدد از صورت و یک عدد از مخرج را بر عددی مشترک تقسیم کنیم.

مثال: عبارتهای زیر را قبل از محاسبه ساده کنید.

$$\text{الف: } \frac{9}{4} \times \frac{2}{18} =$$

$$\text{ب: } \frac{15 \times 16}{12 \times 25} =$$

پاسخ:

$$\frac{\cancel{9}^1}{4} \times \frac{\cancel{2}_2}{\cancel{18}_9} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{18}$$

الف: ۲ و ۴ بر ۲ تقسیم شده و همین‌طور ۹ و ۱۸ بر ۹ تقسیم شده‌اند.

$$\frac{\cancel{15}^3 \times \cancel{16}^4}{\cancel{12}_4 \times \cancel{25}_5} = \frac{1 \times 4}{1 \times 5} = \frac{4}{5}$$

ب: ۱۵ و ۲۵ بر ۵ و سپس ۱۶ و ۱۲ بر ۴ تقسیم شده‌اند.

و در آخر ۳ و ۳ بر ۳ تقسیم شدند.

توجه: ممکن است با ترتیبی دیگر در ساده کردن به همین جواب برسیم اما باید دقت کنیم در هر مرحله از ساده کردن باید یک عدد از صورت و یک عدد از مخرج هر دو بر عددی مشترک تقسیم شوند.

قوانین بخش پذیری

با داشتن قوانین بخش پذیری، ساده کردن کسرها بسیار راحت خواهد شد.

- ★ اعدادی بر ۲ بخش پذیرند که رقم یکان آنها زوج باشد.
- ★ اعدادی بر ۳ بخش پذیرند که مجموع ارقام آنها بر ۳ بخش پذیر باشد.
- ★ اعدادی بر ۵ بخش پذیرند که رقم یکان آنها ۰ یا ۵ باشد.
- ★ اعدادی بر ۹ بخش پذیرند که مجموع ارقام آنها بر ۹ بخش پذیر باشد.
- ★ اعدادی بر ۶ بخش پذیرند که هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش پذیر باشند.
- ★ اعدادی بر ۱۰ بخش پذیرند که رقم یکان آنها ۰ باشد.
- ★ اعدادی بر ۱۵ بخش پذیرند که هم بر ۳ و هم بر ۵ بخش پذیر باشند.

بخوان و بیاموز

نسبت

به رابطه‌ی بین دو مقدار که آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنند، نسبت می‌گوییم. نسبت بین دو مقدار را معمولاً با خط کسری نشان می‌دهیم.

چون نسبت با خط کسری نشان داده می‌شود، پس خواص کسر را دارد.



به شکل روبه‌رو توجه کنید.

در داخل هر گلدان ۳ گل وجود دارد. در این صورت می‌گوییم نسبت گل‌ها به گلدان‌ها مثل ۶ به ۲ است و برعکس نسبت گلدان‌ها به گل‌ها مثل ۲ به ۶ است. (۲ به ۶) را با $\frac{۲}{۶}$ و (۶ به ۲) را با $\frac{۶}{۲}$ می‌توان نمایش داد.

مثال: آرمین روزی ۲ ساعت قرآن و رضا روزی ۳ ساعت درس می‌خواند.

- الف) نسبت قرآن خواندن آرمین به درس خواندن رضا مثل نسبت به است.
- ب) نسبت درس خواندن رضا به قرآن خواندن آرمین مثل نسبت به است.
- پ) نسبت قرآن خواندن آرمین به کل ساعت مطالعه‌ی آرمین و رضا مثل نسبت به است.

پاسخ:

الف) ۲ به ۳ یا $\frac{۲}{۳}$ ب) ۳ به ۲ یا $\frac{۳}{۲}$ پ) $۲ + ۳ = ۵$ کل مطالعه، پس ۲ به ۵ یا $\frac{۲}{۵}$

یک نسبت بیان می‌کند که یک مقدار چند برابر مقدار دیگر است.



مثال: در مستطیل روبه‌رو نسبت طول مستطیل به عرض آن برابر است با

$\frac{۲}{۱}$ یا ۲ به ۱، پس طول مستطیل $۲ = \frac{۲}{۱}$ برابر عرض آن است. یا این‌که نسبت عرض

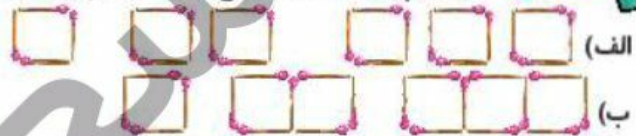
مستطیل به طول آن برابر است با $\frac{۱}{۲}$ ، پس عرض مستطیل $\frac{۱}{۲}$ برابر طول مستطیل است.

بخوان و بیاموز

تناسب

هر گاه دو مقدار طوری تغییر کند که نسبت آن‌ها به یکدیگر همیشه باهم برابر باشد، می‌گوییم آن دو مقدار متناسب هستند.

مثال: در کدام شکل تعداد مربع‌ها با تعداد چوب کبریت‌ها متناسب است؟



پاسخ:

(الف) $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12}$ مربع کبریت نسبت ثابت است، پس متناسب هستند.

(ب) $\frac{1}{4} \neq \frac{2}{7} \neq \frac{3}{10}$ مربع کبریت نسبت ثابت نیست، پس نامتناسب هستند.

توجه: نسبت‌های مساوی (متناسب) یک تناسب را تشکیل می‌دهند.

مثال: در دستور نوعی کیک برای هر قالب از آن ۳ تخم‌مرغ نیاز است. پس نسبت قالب کیک به تخم‌مرغ ۱

به ۳ است. پس:

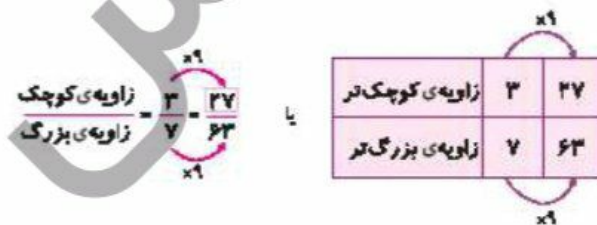


برای ۲ قالب کیک ۶ تخم‌مرغ و برای ۳ قالب کیک ۹ تخم‌مرغ نیاز است.

پاسخ:

مثال: نسبت اندرهای دوزاویه ۳ به ۷ است. اگر زاویه بزرگ‌تر 63° باشد. اندر زاویه کوچک‌تر چند درجه است؟

پاسخ:



جدولی مانند جدول بالا را که مقادیر آن متناسب هستند، جدول تناسب می‌نامیم.

مجموع و اختلاف نسبت‌ها با آن‌ها متناسب هستند. در حل بعضی مسائل می‌توانیم مجموع و اختلاف را هم

در جدول تناسب قرار دهیم.

نکته

مثال: نسبت طول به عرض مستطیلی $\frac{5}{4}$ است. مجموع طول و عرض آن ۳۵ سانتی‌متر است. مساحت مستطیل

چند سانتی‌متر مربع است؟

طول	۵	۲۵
عرض	۴	۲۰
طول + عرض	۹	۳۵

$\times 5$

پاسخ: برای به دست آوردن مساحت باید طول و عرض مستطیل را داشته باشید، با

جدول تناسب سه تایی می‌توان طول و عرض مستطیل را محاسبه کرد.

عرض \times طول = مساحت مستطیل

سانتی‌متر مربع $= 20 \times 25 = 500$ مساحت

مثال: نسبت تعداد شکلات‌های درنا به برنا ۴ به ۹ است. اگر اختلاف تعداد شکلات آن‌ها ۳۵ باشد، تعداد

شکلات‌های هر کدام را حساب کن.

پاسخ: مانند مثال بالا، با جدول تناسب سه طبقه‌ای تعداد شکلات هر یک را به دست می‌آوریم:

تعداد شکلات درنا	۴	۲۸
تعداد شکلات برنا	۹	۶۳
اختلاف شکلات‌ها	۵	۳۵

$\times 7$

مثال: نسبت پول حسین به حامد ۲ به ۵ و نسبت پول حامد به مهدی ۴ به ۶ است. اگر مجموع پول آن‌ها

۱۲۴۰۰۰ تومان باشد، پول هر یک چند تومان است؟

پاسخ:

$$\frac{\text{پول حسین}}{\text{پول حامد}} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{\text{پول مهدی}}{\text{پول حامد}} = \frac{4}{6}$$

برای حامد دو عدد داریم که آن را باید به یک عدد تبدیل کنیم، بنابراین نسبت‌ها را طوری تغییر می‌دهیم که عدد مربوط

به حامد در مخرج قرار بگیرد و در آخر مخرج مشترک می‌گیریم:

پول حسین	۱۲	۲۴۰۰۰
پول حامد	۳۰	۶۰۰۰۰
پول مهدی	۲۰	۴۰۰۰۰
کل پول	۶۲	۱۲۴۰۰۰

$\times 2000$

$$\frac{\text{پول حسین}}{\text{پول حامد}} = \frac{2 \times 6}{5 \times 6} = \frac{12}{30} \quad \frac{\text{پول مهدی}}{\text{پول حامد}} = \frac{4 \times 5}{6 \times 5} = \frac{20}{30}$$

ریاضی پنجم دبستان



علوی

مثال: نسبت دو عدد $\frac{2}{4}$ است. اگر مجموع دو عدد ۶۸ باشد، عدد کوچکتر چند است؟

برای محاسبه‌ی آسان‌تر عدد اعشاری را به کسر تبدیل می‌کنیم. (یعنی نسبت $\frac{2}{4}$ به $\frac{1}{2}$)

نکته

کل پول	۶۲	۱۲۴۰۰۰
--------	----	--------

↖ ↗
× ۲۰۰۰

ریاضی پنجم دبستان



علوی

مثال: نسبت دو عدد $\frac{۲}{۴}$ است. اگر مجموع دو عدد ۶۸ باشد، عدد کوچکتر چند است؟

برای محاسبه‌ی آسان‌تر عدد اعشاری را به کسر تبدیل می‌کنیم. (یعنی نسبت ۲۴ به ۱۰)

$$\frac{۲}{۴} = ۲ \frac{۴}{۱۰} = \frac{۲۴}{۱۰}$$

$$\frac{\text{عدد کوچک تر}}{\text{مجموع}} = \frac{۱۰}{۳۴} = \frac{۲۰}{۶۸}$$

↖ ↗
× ۲

$$\text{مجموع} = ۲۴ + ۱۰ = ۳۴$$



پاسخ:

بخوان و پیاموز



مفهوم درصد

تناسبی را که نسبت کل آن عدد ۱۰۰ باشد درصد می‌نامیم و آن را با گذاشتن % در جلوی عدد نشان می‌دهیم.

توجه: $\frac{۴}{۱۰۰}$ که آن را با ۴% نمایش می‌دهند.

مثال: $\frac{۳}{۴}$ برابر چند درصد است؟



پاسخ:

$$\frac{۳}{۴} = \frac{۷۵}{۱۰۰} = ۷۵\%$$

(x 25)

مثال: ۵۰% را به شکل کسری ساده شده نشان دهید.



پاسخ:

$$۵۰\% = \frac{۵۰}{۱۰۰} = \frac{۵}{۱۰} = \frac{۱}{۲}$$

برای پیدا کردن درصد یک نسبت می‌توانیم از جدول تناسب هم کمک بگیریم. کافی است در جدول تناسب در مقابل مخرج عدد ۱۰۰ را قرار دهیم.

مثال: $\frac{۳}{۸}$ برابر چند درصد است؟



پاسخ:

۳	؟
۸	۱۰۰

$$\Rightarrow ? = \frac{۲۵ \cancel{\times ۳} \times ۳}{۲۸} = \frac{۷۵}{۲}$$

$$\frac{۷۵ \times ۵}{۲ \times ۵} = \frac{۳۷۵}{۱۰} = ۳۷.۵\%$$

کاربرد درصد در حل مسائل

گاهی اوقات نسبت‌ها به صورت درصد بیان می‌شود.

مثال: ۲۰% از ۸۰۰ تومان، چند تومان است؟



پاسخ: با استفاده از جدول به راحتی به پاسخ می‌رسیم.

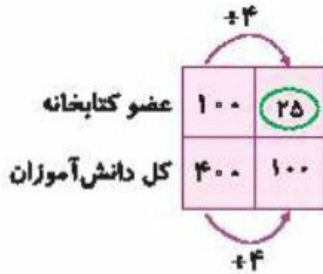
کل ۸۰۰ است پس جلوی ۱۰۰ عدد ۸۰۰ را قرار می‌دهیم.

	×۸		
درصد	۲۰	۱۶۰	۱۶۰ تومان
کل	۱۰۰	۸۰۰	
	×۸		



مثال: از ۴۰۰ نفر دانش آموزان دبستانی ۱۰۰ نفر عضو کتابخانه هستند. چند درصد دانش آموزان این مدرسه

عضو کتابخانه هستند؟



پاسخ: می‌خواهیم مشخص کنیم که نسبت ۱۰۰ به ۴۰۰ برابر چه کسری از صد تا یعنی چند درصد است. پس جلوی ۴۰۰ که کل است ۱۰۰ را قرار می‌دهیم بنابراین ۲۵٪ دانش آموزان عضو کتابخانه هستند.

مسائل تخفیف

در مسائل مربوط به «تخفیف»، با نوشتن نسبت‌های متناسب می‌توان مقادیر خواسته شده را به دست آورد. فقط باید توجه کنیم که تخفیف مبلغی است که خریدار پرداخت نمی‌کند.

مثال: فروشگاه لباس‌های خود را با ۱٪ تخفیف می‌فروشد. اگر قیمت لباسی ۹۵۰۰۰ تومان باشد.

الف) چند تومان تخفیف می‌گیریم؟

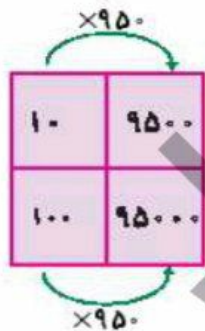
ب) چند تومان باید پردازیم؟

پاسخ:

الف) قیمت اولیه‌ی لباس ۹۵۰۰۰ تومان است. پس در جدول، روبه‌روی ۱۰۰، مبلغ اولیه را می‌نویسیم: مبلغ ۹۵۰۰ تومان تخفیف می‌گیریم.

ب) از دو راه می‌توانیم به جواب برسیم:

راه اول: نسبت مبلغ تخفیف به مبلغ اصلی ۱۰ به ۱۰۰ است. پس نسبت مبلغ قبل پرداخت به مبلغ اصلی، ۹۰ به ۱۰۰ است:



$$100\% - 10\% = 90\%$$

$$\frac{90}{100} = \frac{۸۵۵۰۰}{۹۵۰۰۰}$$

$$۹۵۰۰۰ - ۹۵۰۰ = ۸۵۵۰۰$$

راه دوم: مبلغ تخفیف را از مبلغ اصلی کم می‌کنیم:

مثال: کتابی را با ۱۶٪ تخفیف به مبلغ ۲۵۲۰۰ تومان خریدیم. قیمت کتاب قبل از تخفیف چند تومان بوده است؟

پاسخ: ۱۶٪ تخفیف گرفتیم، یعنی ۱۶٪ از قسمت اصلی را پرداخت نکردیم. پس ۸۴٪ از آن که معادل ۲۵۲۰۰ تومان است را پرداخت کرده‌ایم.

تخفیف	۱۶	۴۸۰۰۰
پرداختی	$100 - 16 = 84$	۲۵۲۰۰
کل	۱۰۰	۳۰۰۰۰


یا

$$\frac{۸۴}{۱۰۰} = \frac{۲۵۲۰۰}{۳۰۰۰۰}$$

پس قیمت کتاب قبل از تخفیف برابر ۳۰۰۰۰ تومان بوده است.



علوی

مثال: یک شلوار را که قیمت آن ۱۴۷۰۰۰ تومان بود، به قیمت ۸۸۲۰۰ تومان خریدیم، چند درصد تخفیف گرفتیم؟ 

پاسخ: قیمت اصلی ۱۴۷۰۰۰ تومان است که ۸۸۲۰۰ تومان را پرداخت کرده‌ایم و مبلغ ۵۸۸۰۰ را پرداخت

نکرده‌ایم نسبت مبلغ تخفیف به قیمت اصلی، ۵۸۸۰۰ به ۱۴۷۰۰۰ است. نسبتی مساوی با آن و با مخرج ۱۰۰ می‌نویسیم:

این شلوار ۴۰٪ تخفیف دارد.

تخفیف	۵۸۸۰۰	۴۰
پرداختی	۸۸۲۰۰	۶۰
کل	۱۴۷۰۰۰	۱۰۰

یا

$$\frac{58800}{147000} = \frac{40}{100}$$

(Note: The diagram shows a pink arrow from 147000 to 58800 labeled +137000, and another pink arrow from 58800 to 147000 labeled +137000, indicating the difference between the original and discounted prices.)

