

مساحت لوزی و ذوزنقه

فعالیت

مستطیل - لوزی - مثلث



۱- به تصاویر زیر نگاه کنید. کدام شکل هندسی را می بینید؟
متوازی الاضلاع



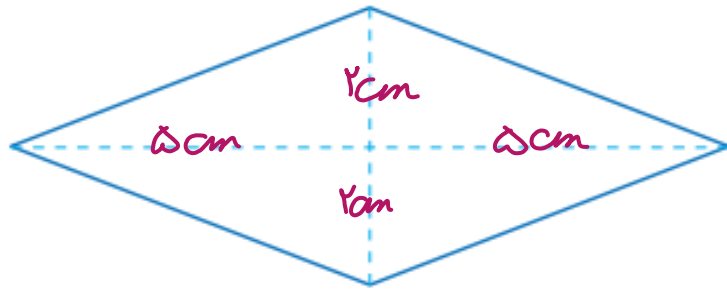
ذوزنقه

۲- جدول زیر را کامل کنید.

| لوزی | مربع | متوازی الاضلاع | ویژگی |
|------|------|----------------|-----------------------------|
| ✓ | ✓ | ✓ | ضلع های روبه رو برابرند |
| ✗ | ✓ | ✗ | قطرها برابرند |
| ✓ | ✓ | ✓ | قطرها یکدیگر را نصف می کنند |
| ✓ | ✓ | ✗ | قطرها برهم عمودند |

۳- دانش آموزان می خواهند مساحت یک لوزی با قطرهای ۴ و ۱۰ سانتی متر را پیدا کنند.
به آنها کمک کنید که راه حل های خود را کامل کنند.

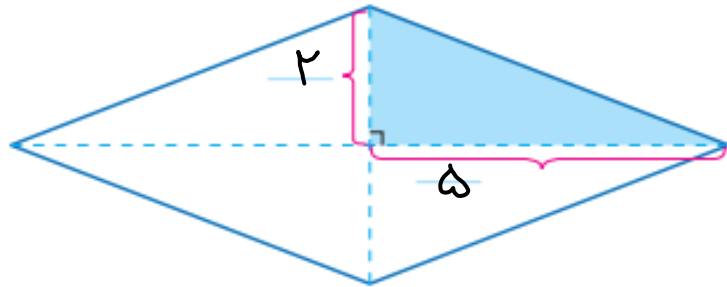
$$\div 2 (\text{ارتفاع} \times \text{قاعدہ}) : \text{مساحت مثلث}$$



روش پرنیان :

پرنیان قطرهای لوزی را رسم کرد و به کمک آنها لوزی را به ۴ مثلث مساوی تقسیم کرد.

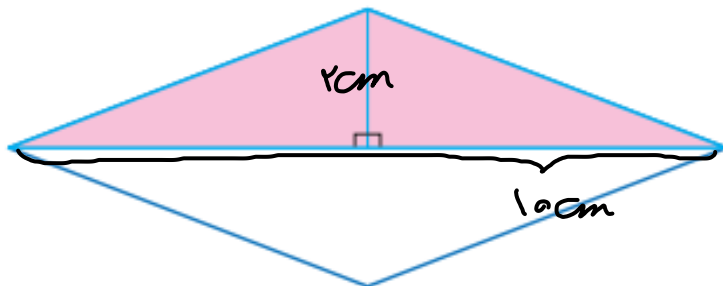
$$\begin{aligned} \text{مساحت مثلث رنگ شده} &= (5 \times 2) \div 2 = 5 \text{ (سانتی متر مربع)} \\ \text{مساحت لوزی} &= 4 \times 5 = 20 \text{ (سانتی متر مربع)} \end{aligned}$$



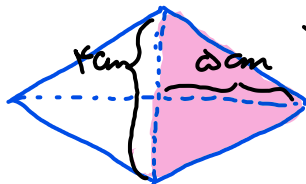
روش پرستو :

هر قطر، لوزی را به دو مثلث مساوی تقسیم می کند.

$$\begin{aligned} \text{مساحت مثلث بالایی} &= (10 \times 2) \div 2 = 10 \text{ (سانتی متر مربع)} \\ \text{مساحت لوزی} &= 2 \times 10 = 20 \text{ (سانتی متر مربع)} \end{aligned}$$



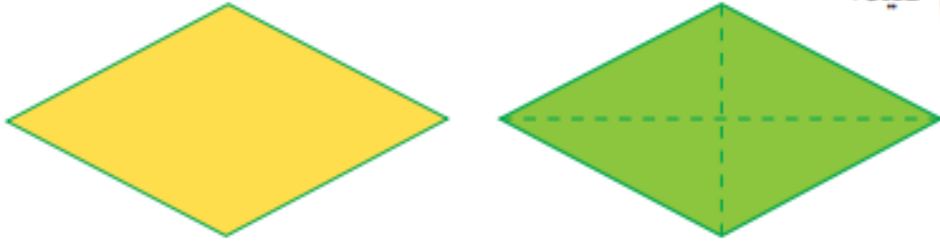
آیا شما هم می توانید مساحت این لوزی را به روش دیگری پیدا کنید؟
 $\text{مساحت مثلث سمت راست} = (4 \times 5) \div 2 = 10 \text{ cm}^2$



$$\text{مساحت لوزی} = 2 \times 10 = 20 \text{ cm}^2$$

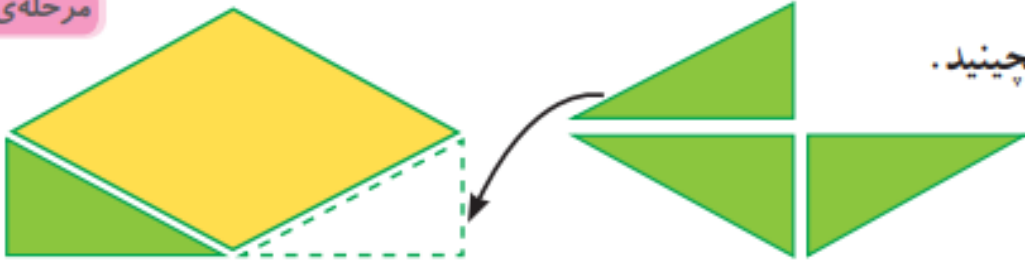
۴- می‌خواهیم یک دستور کلی برای محاسبه‌ی مساحت لوزی پیدا کنیم.

مرحله‌ی ۱



روی دو مقوّا به رنگ‌های متفاوت، دو لوزی هم‌اندازه رسم کنید.

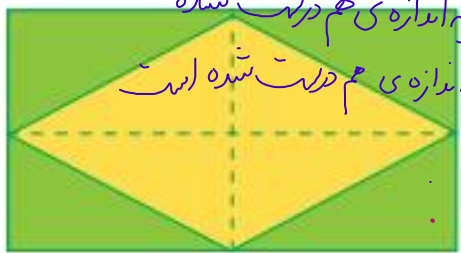
مرحله‌ی ۲



یکی از لوزی‌ها را از روی قطرهای آن برش بزنید.
حالا چهار مثلث را مثل شکل در اطراف لوزی اوّل بچینید.

چه شکلی ساخته شد؟ مستطیل

چرا مساحت این مستطیل دو برابر مساحت لوزی است؟ مساحت مستطیل از ۸ مثلث قائم الزاویه اندازه‌ی هم درخت شده
 مساحت لوزی از ۴ مثلث قائم الزاویه اندازه‌ی هم درخت شده است
 طول و عرض مستطیل را با قطرهای لوزی مقایسه کنید. \Rightarrow $\frac{\text{مساحت مستطیل}}{2} = \text{مساحت لوزی}$



قطر بزرگ : طول مستطیل

قطر کوچک : عرض مستطیل

عرض \times طول = مساحت مستطیل

\Rightarrow $\frac{\text{قطر کوچک} \times \text{قطر بزرگ}}{2} = \text{مساحت لوزی}$

به زبان ساده‌تر :

مساحت لوزی برابر است با حاصل ضرب دو قطر تقسیم بر ۲

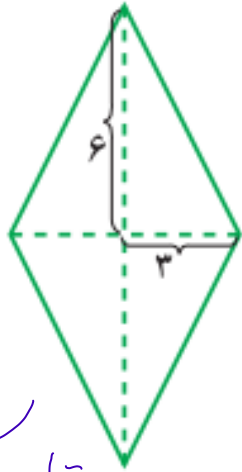
قطر بزرگ = ۱۰

قطر کوچک = ۴

مساحت لوزی فعالیت قبل را با همین روش پیدا کنید.
 مساحت لوزی = $\frac{\text{قطر کوچک} \times \text{قطر بزرگ}}{2} = \frac{10 \times 4}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ cm}^2$
 سانتی‌متر مربع

• کار در کلاس •

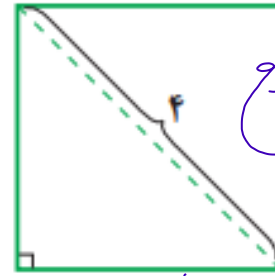
در شکل های زیر، با توجه به اندازه های داده شده، مساحت هر شکل را محاسبه کنید.



$$\text{مساحت} = \frac{3 \times 9}{2} = 13.5 \text{ cm}^2$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{قطر بزرگ} \\ \text{قطر کوچک} \end{array} \right\} = 9 \times 2 = 18 \text{ cm}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{قطر کوچک} \\ \text{قطر بزرگ} \end{array} \right\} = 3 \times 2 = 6 \text{ cm}$$



$$\text{مساحت مربع} = \frac{4 \times 4}{2} = \frac{16}{2} = 8 \text{ cm}^2$$

مربع یک نوع لوزی است و تمام خاصیت های آن را دارد.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{مساحت مربع} = \frac{\text{قطر} \times \text{قطر}}{2} \\ \text{مساحت مربع} = \text{اندازه ضلع} \times \text{اندازه ضلع} \end{array} \right.$$

فعالیت

می‌خواهیم یک دستور کلی برای محاسبه‌ی مساحت یک دوزنقه پیدا کنیم.



۱- روی دو مقوا به رنگ‌های متفاوت، دو دوزنقه‌ی هم‌اندازه رسم کنید.



با کنار هم قرار دادن دوزنقه‌ها، شکل‌های مختلف بسازید و شکل آنها را رسم کنید.

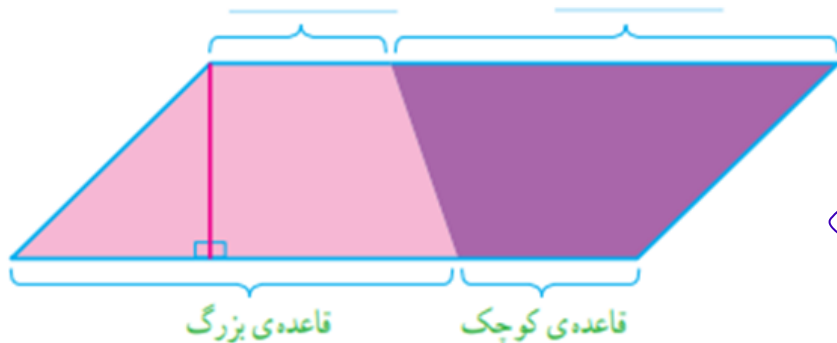
۲- دو دوزنقه را، مثل شکلِ روبه‌رو، کنار هم قرار دهید.

چه شکلی به دست می‌آید؟ متوازی‌الاضلاع

مساحت این متوازی‌الاضلاع و مساحت دوزنقه چه ارتباطی

باهم دارند؟ مساحت متوازی‌الاضلاع = مساحت دوزنقه

۲



ارتفاع و قاعده‌ی این متوازی‌الاضلاع را با ارتفاع و قاعده‌ی

دوزنقه مقایسه کنید.

ارتفاع دوزنقه = ارتفاع متوازی‌الاضلاع

قاعده‌ی بزرگ دوزنقه + قاعده‌ی کوچک دوزنقه = قاعده‌ی متوازی‌الاضلاع

به کمک مساحت متوازی‌الاضلاع، روش محاسبه‌ی مساحت دوزنقه را نتیجه بگیرید.

$$2 \div (\text{ارتفاع} \times \text{مجموع دو قاعده}) = \text{مساحت دوزنقه}$$

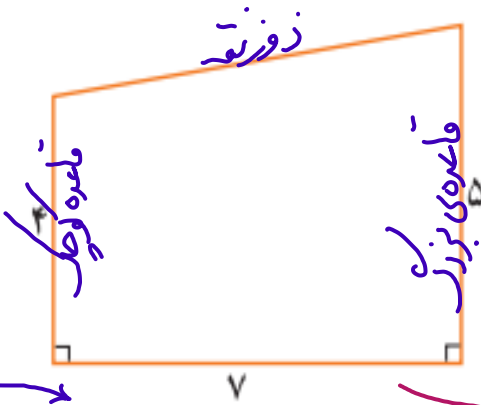
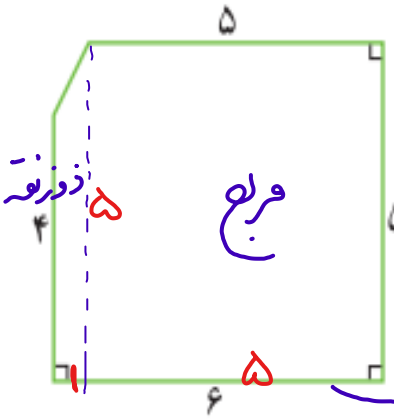
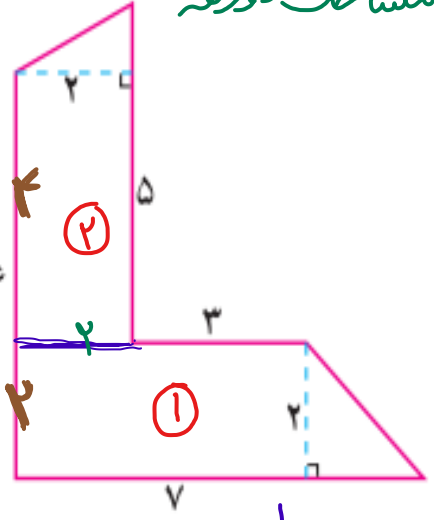
قاعده‌ی کوچک + قاعده‌ی بزرگ

کار در کلاس

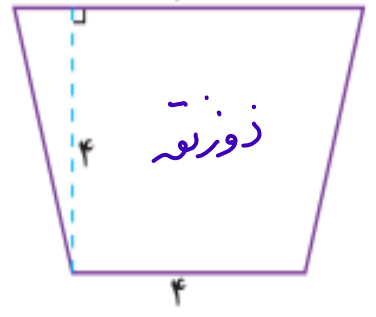
برای محاسبه مساحت اشکال ناآشنا، آن را به اشکال ساده‌تر تقسیم می‌کنیم.

مساحت ذوزنقه = $\frac{(\text{قاعده بزرگ} + \text{قاعده کوچک}) \times \text{ارتفاع}}{2}$

مساحت هر یک از شکل‌های زیر را پیدا کنید.



مساحت = $\frac{(4+7) \times 4}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ cm}^2$



مساحت ① = $\frac{(3+7) \times 4}{2} = 20 \text{ cm}^2$

مساحت ② = $\frac{(4+5) \times 4}{2} = 18 \text{ cm}^2$

مساحت کل = ① + ②

مساحت کل = $10 + 20 = 30 \text{ cm}^2$

مساحت ① = $5 \times 5 = 25 \text{ cm}^2$

مساحت ② = $\frac{(4+5) \times 4}{2} = 18 \text{ cm}^2$

مساحت کل = ① + ②

مساحت کل = $25 + 18 = 43 \text{ cm}^2$

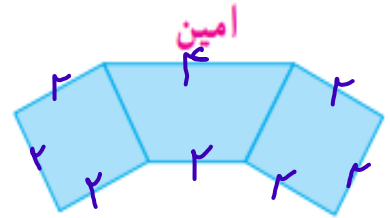
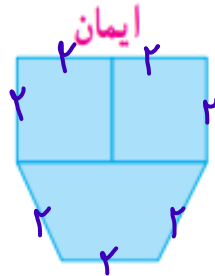
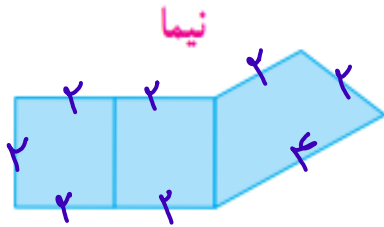
مساحت = $\frac{(4+5) \times 4}{2} = 18 \text{ cm}^2$

مساحت = $31 \frac{1}{2} \text{ cm}^2$

$$\begin{array}{r} 43 \\ - 40 \\ \hline 3 \\ + 1 \\ \hline 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \hline 30 \\ + 1 \\ \hline 31 \end{array}$$

تمرین

۱- امین و ایمان و نیما سه کاشی زیر را به شکل‌های مختلف کنار هم چیده‌اند. (ضلع مربع و قاعده‌ی کوچک دوزنقه ۲ سانتی متر است.) هر شکل از دو مربع و یک دوزنقه درست شده است. فقط جایه‌ها جابجا شده‌اند. الف) کدام جمله درباره‌ی مساحت این شکل‌ها درست است؟



□ مساحت شکل امین از مساحت همه‌ی شکل‌ها بیشتر است. □ مساحت شکل ایمان از مساحت همه‌ی شکل‌ها بیشتر است. ▣ مساحت همه‌ی شکل‌ها برابر است.

ب) محیط هر شکل را پیدا کنید. محیط کدام یک از همه کمتر است؟

$$\text{نیما} = 18 \text{ cm}$$

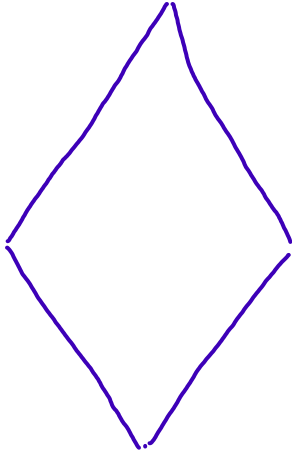
$$\text{ایمان} = 14 \text{ cm}$$

$$\text{امین} = 18 \text{ cm}$$

نکته: یک بسیار مهم
اگر مساحت دو شکل برابر باشند، ممکن است محیط آن دو شکل برابر نباشد

۲- مساحت یک لوزی ۱۵ سانتی متر مربع و یکی از قطرهای آن ۵ سانتی متر است. اندازهی قطر دیگر لوزی

چقدر است؟



$$\text{مساحت لوزی} = \frac{\text{قطر ۱} \times \text{قطر ۲}}{۲}$$

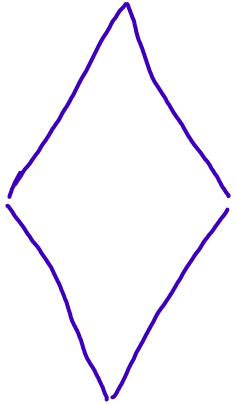
$$۱۵ = \frac{۵ \times \text{قطر ۲}}{۲}$$

$$۱۵ \times ۲ = ۵ \times \text{قطر}$$

$$۳۰ = ۵ \times \text{قطر}$$

$$\text{قطر} = ۶ \text{ cm}$$

۳- مساحت یک لوزی ۶ سانتی متر مربع است. اندازه‌ی قطرهای چقدر می‌تواند باشد؟ (۳ جواب مختلف بنویسید.)

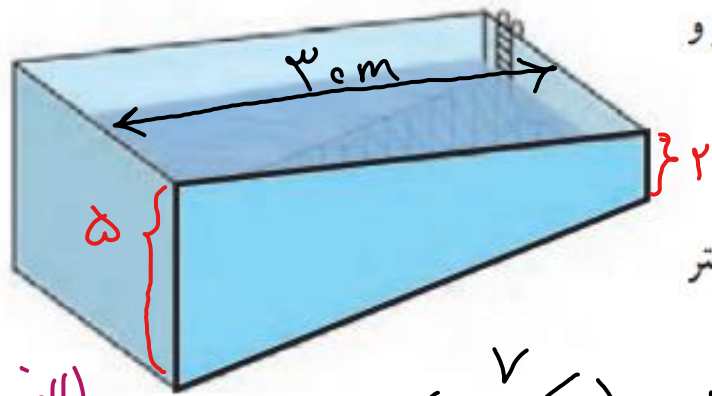


$$6 = \frac{\text{قطر ۱} \times \text{قطر ۲}}{2}$$

$$12 = \text{قطر ۱} \times \text{قطر ۲}$$

جواب‌ها :

$$\left\{ \begin{array}{ll} 1 & 12 \\ 3 & 4 \\ 2 & 6 \end{array} \right.$$



۴- دیواره‌ی کناری استخری به شکل دوزنقه است. اگر طول استخر ۳۰ متر و عمق استخر در قسمت کم عمق و عمیق به ترتیب ۲ و ۵ متر باشد:

(الف) مساحت این دیوار چقدر است؟ ۱۰۵ اسانتی متر مربع

(ب) می‌خواهیم این دیوار را با کاشی‌های لوزی شکلی که هر دو قطر آن ۱۰ اسانتی متر است، بپوشانیم. به چند کاشی نیاز داریم؟

(الف)

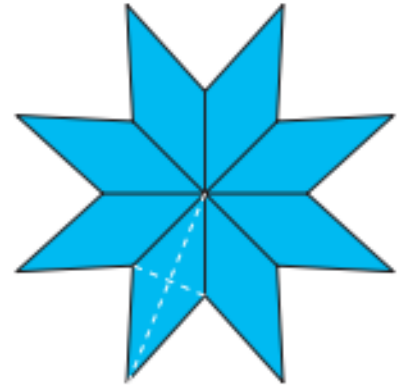
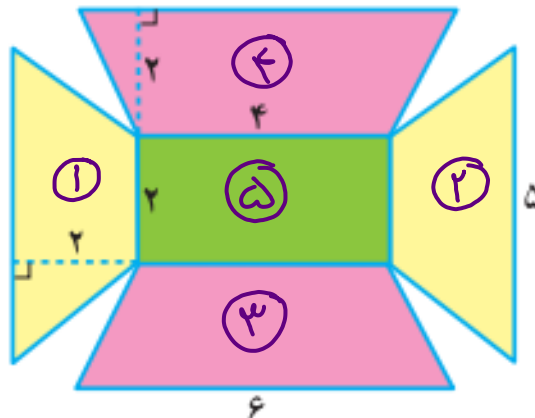
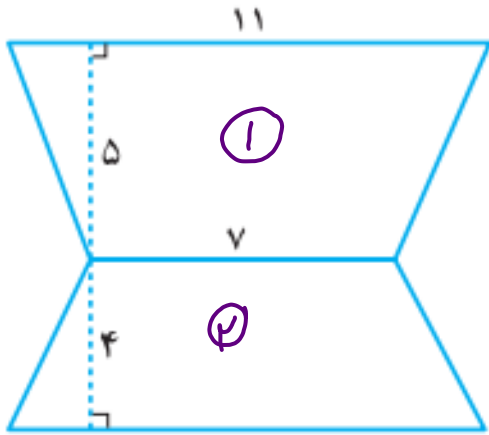
$$\text{مساحت دوزنقه} = \frac{(2 + 5) \times 30}{2} = \frac{210}{2} = 105 \text{ m}^2 \text{ (متر مربع)}$$

(ب)

$$\text{مساحت لوزی} = \frac{0,1 \times 0,1}{2} = \frac{0,01}{2} = \frac{1}{100} \div 2 = \frac{1}{100} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{200} \text{ m}^2 \text{ (متر مربع)}$$

$$105 \div \frac{1}{200} = 105 \times 200 = 21000 \text{ به } 21000 \text{ کاشی نیاز است.}$$

۵- مساحت شکل های زیر را پیدا کنید.



قطر بزرگ هر لوزی: ۳ و قطر کوچک: ۱

۸ لوزی

$$\text{مساحت هر لوزی} = \frac{3 \times 1}{2} = \frac{3}{2} \text{ cm}$$

$$\text{مساحت کل} = 8 \times \frac{3}{2} = \frac{24}{2} = 12 \text{ cm}^2$$

$$\text{مساحت } 1 = \text{مساحت } 2$$

$$\text{مساحت} = \frac{(7+11) \times 5}{2} = 45 \text{ cm}^2$$

$$\text{مساحت } 3 = \text{مساحت } 4$$

$$\text{مساحت} = \frac{(4+7) \times 4}{2} = 10 \text{ cm}^2$$

$$\text{مساحت } 5 = \text{طول} \times \text{عرض} = 4 \times 2 = 8 \text{ cm}$$

$$\text{مساحت کل} = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

$$= 7 + 7 + 10 + 10 + 8 = 42 \text{ cm}$$

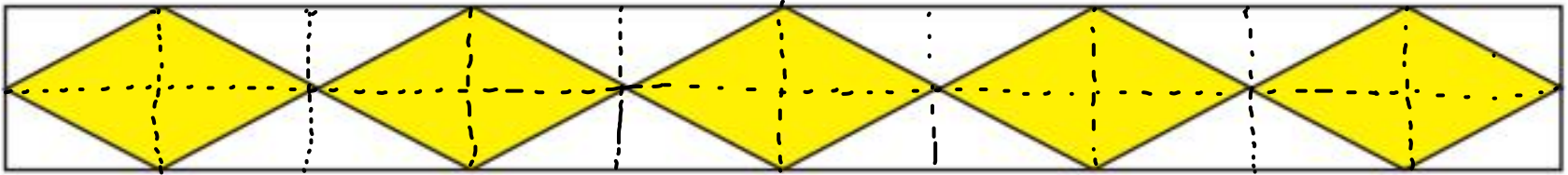
$$1 = \frac{(7+11) \times 5}{2} = 45 \text{ cm}^2$$

$$2 = \frac{(7+11) \times 4}{2} = 36 \text{ cm}^2$$

$$\text{مساحت کل} = 1 + 2$$

$$\text{مساحت کل} = 45 + 36 = 81 \text{ cm}^2$$

۶- اگر طول این نوار مستطیل شکل ۴۰ سانتی متر و عرض آن ۵ سانتی متر باشد و در آن لوزی‌های رنگی بکشیم، چه کسری از نوار را رنگ کرده‌ایم؟ آیا می‌توانید بدون محاسبه برای این مسئله جوابی پیدا کنید؟



ابتدا شکل را به قسمت‌های مساوی تقسیم می‌کنیم

کل مثلث‌ها: ۴۰ تا

مثلث‌های رنگ شده: ۲۰ تا

$\frac{1}{2}$ از شکل رنگ شده است.

$$\frac{\text{مثلث‌های رنگ شده}}{\text{کل مثلث‌ها}} = \frac{20 \div 20}{40 \div 20} = \frac{1}{2}$$