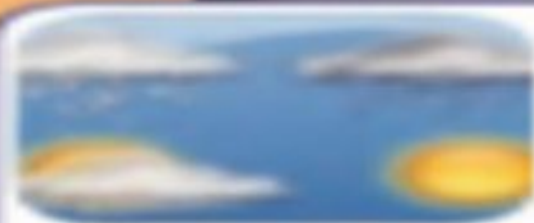
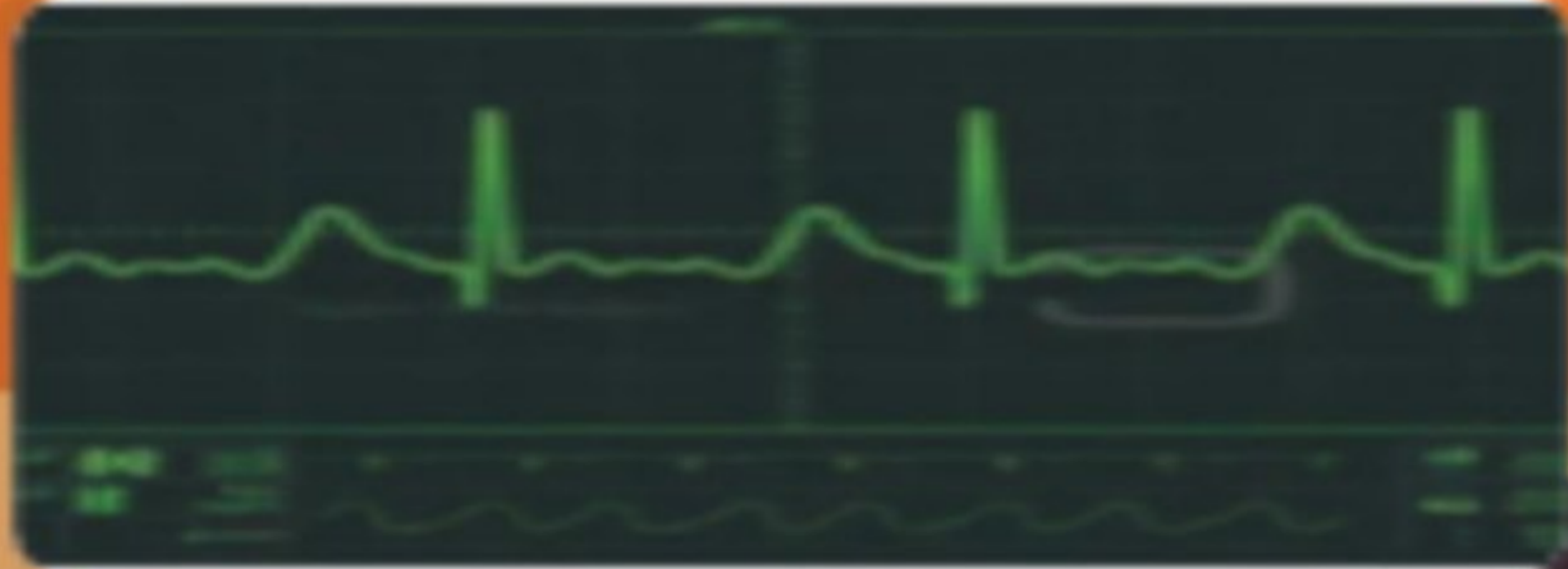


# ... آمار و احتمال



با استفاده از نمودارهای آماری و بررسی تغییرات این اطلاعات در زمان‌های مشخص می‌توان اتفاقاتی بعدی را پیش‌بینی کرد.  
برای مثال، تغییرات قیمت طلا، قیمت نفت و آب و هوا این امکان را می‌دهد که وضعیت روزانه‌های آینده‌ی بازار یا هوا را با دقت خوبی حدس بزنیم یا پیش‌بینی کنیم.

## حل مسئله

۱- می‌خواهیم عددهای ۱۱۲، ۱۰۷ و ۱۱۷ را مقایسه کنیم. راه حل‌های ۴ دانش‌آموز را کامل کنید و هر کدام را توضیح دهید.

❖ پروانه: من از رقم صدگان شروع می‌کنم. چون رقم صدگان سه عدد مساوی است به سراغ رقم دهگان می‌روم. رقم دهگان عدد ۱۰۷ صفر است، پس از همه کوچک‌تر است. رقم دهگان عددهای ۱۱۲ و ۱۱۷ برابر است، پس:

به سراغ رقم یکان می‌روم. پس ۱۱۲ از ۱۱۷ کوچکتر می‌باشد.

❖ ستاره: من عددها را به صورت گسترده می‌نویسم و سپس با هم مقایسه می‌کنم:

۱۱۷	۱۰۷	۱۱۲
$100 + 10 + 7$	$100 + 0 + 7$	$100 + 10 + 2$

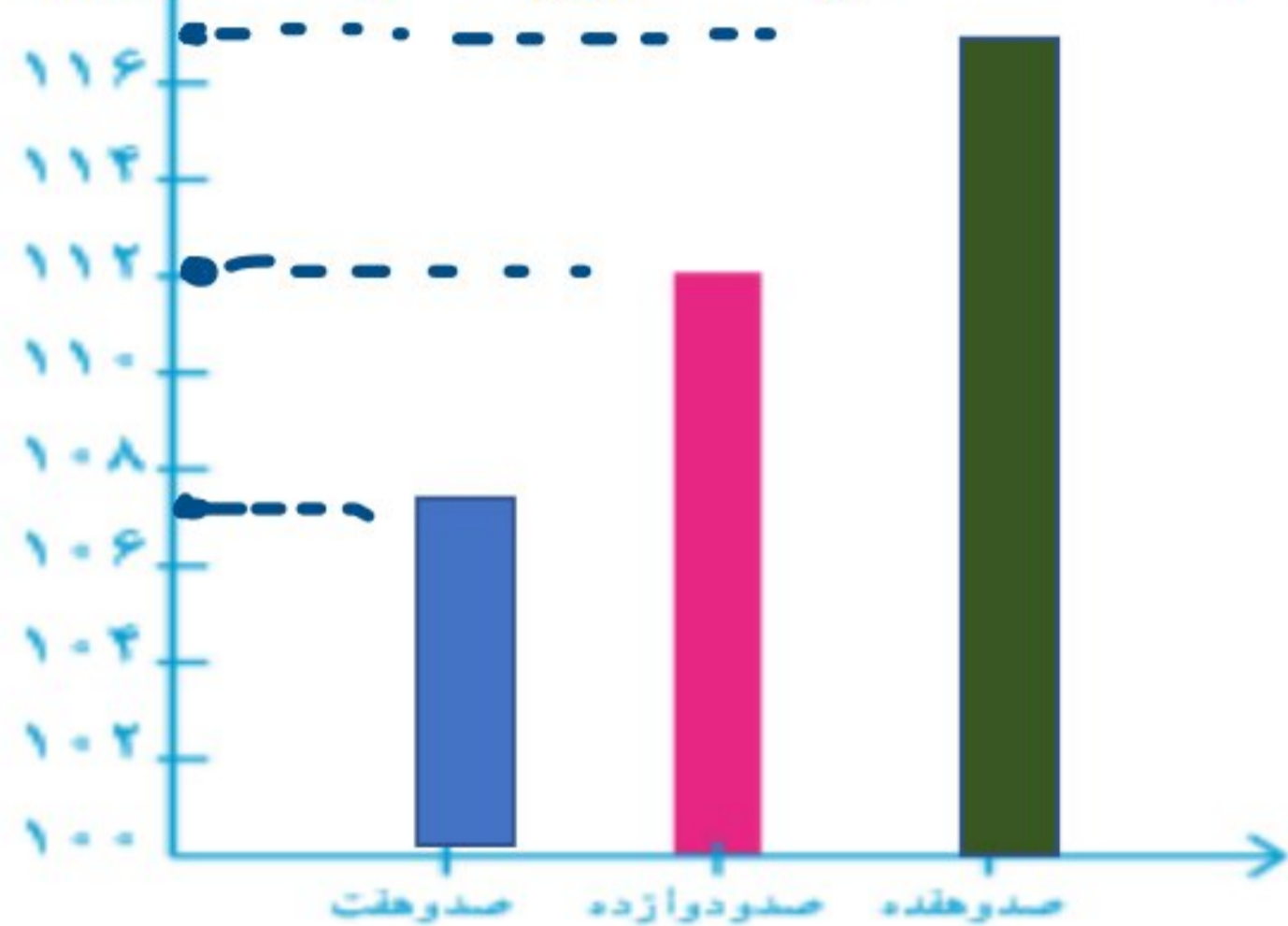
عدد ۱۰۰ در هر سه عدد مشترک است و آن را کنار می‌گذارم. سپس

رقم وسط در گسترده عددها را در نظر می‌گیریم، پس ۱۰۷ از همه کوچکتر می‌باشد. رقم‌های ۲ و ۷ را مقایسه می‌کنیم. چون ۲ از ۷ کوچکتر است پس ۱۱۲ از ۱۱۷ کوچکتر می‌باشد.  $107 < 112 < 117$

❁ **نسرین**: من عددها را روی محور نشان می‌دهم عددها به ترتیب روی محور، از کوچک به بزرگ قرار می‌گیرند



چرا نسرین محور خود را از عدد 100 شروع کرده است؟ چون همه عددها از 100 بزرگ ترند.



❁ **مونا**: من عددها را با نمودار ستونی نمایش می‌دهم:

محور عمودی شکل از چه عددی شروع شده است؟ 1000

تقسیم‌های این محور چندتا چندتا است؟ 2 تا 2 تا

در هر 4 روش، این دانش‌آموزان چگونه مسئله‌ی خود را آسان‌تر کرده‌اند؟ توضیح دهید.

همه‌ی دانش‌آموزان مقایسه را از عدد 100 شروع کردند و رقم‌های دیگر عددها را با هم مقایسه کردند

## حل مسئله‌ی ساده‌تر، حدس و آزمایش

۲- حسن یک سکه را ۱۰ مرتبه انداخته و رو یا پشت آمدن آن را یادداشت کرده است. جدول او را به صورت حدسی ادامه دهید.

جدول ۱

۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	آزمایش
ر	پ	پ	ر	پ	ر	ر	پ	پ	ر	وضعیت سکه

در جدول شما چندبار رو نوشته شده است؟ ۵ بار چند بار پشت نوشته شده است؟

حالا شما این آزمایش را انجام دهید و جدول زیر را کامل کنید.

جدول ۲

۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	آزمایش
ر	پ	ر	پ	پ	ر	پ	پ	ر	پ	وضعیت سکه

آیا تعداد رو یا پشت آمدن آزمایش‌های شما با جدول ۱ تفاوت دارد؟

بله

۳- اگر از کیسه‌ی روبه‌رو بدون نگاه کردن به داخل آن یک مهره در بیاوریم، به احتمال بیشتر چه رنگی خواهد داشت؟ پاسخ دو دانش‌آموز به صورت زیر است:



**امیر:** فرقی نمی‌کند؛ چون در کیسه دو رنگ داریم.

**علی:** احتمال بیرون آمدن رنگ سبز بیشتر است؛ چون تعداد سبزها بیشتر است.  
کدام یک درست گفته‌اند؟ چرا؟

**پاسخ علی درست است، چون هرچه تعداد مهره‌های سبز بیش‌تر باشد، شانس بیرون آمدن آن بیشتر است.**

حالا این آزمایش را ده بار انجام دهید و نتیجه را یادداشت کنید. حدس کدام دانش‌آموز در این آزمایش تأیید شد؟

آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
رنگ	سبز	سبز	سبز	قرمز	سبز	قرمز	سبز	سبز	قرمز	سبز

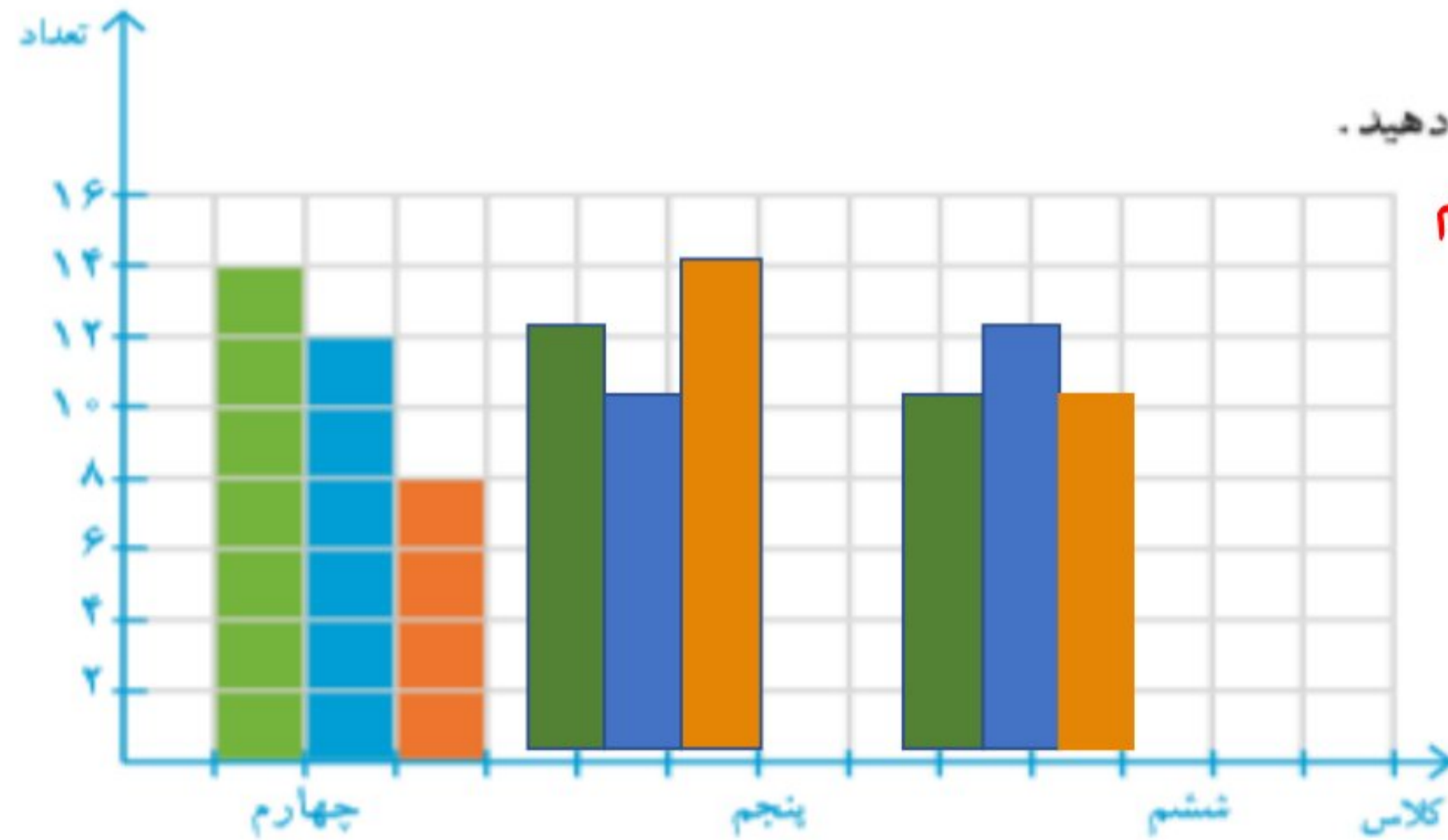


در سال گذشته جدول تعداد علاقه‌مندان به ورزش‌های فوتبال، والیبال و بسکتبال یکی از دبستان‌ها را برای انشأ‌آموزان کلاس‌های چهارم، پنجم و ششم به صورت زیر مشاهده کردید.

ششم			پنجم			چهارم		
ب	و	ف	ب	و	ف	ب	و	ف
۱۰	۱۲	۱۰	۱۴	۱۰	۱۲	۸	۱۲	۱۴



حالا می‌خواهیم نمودار ستونی این اطلاعات را رسم کنیم. از سه رنگ مشخص شده‌ی بالا استفاده می‌کنیم. برای نمونه، شکل مربوط به کلاس چهارم انجام شده است.



شما بقیه‌ی نمودار را کامل کنید و به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

در کدام کلاس علاقه‌مندان به بسکتبال بیشتر است؟ **پنجم**

در کلاس پنجم، کدام ورزش علاقه‌مندان بیشتری دارد؟

**بسکتبال**

تعداد دانش‌آموزان کلاس چهارم علاقه‌مند به این سه

رشته چند نفر است؟  $۸+۱۲+۱۴=۳۴$

در مجموع، چند نفر به همه‌ی ورزش‌ها علاقه‌مندند؟

$$۸+۱۲+۱۴=۳۴$$

$$۱۲+۱۰+۱۴=۳۶$$

$$۱۰+۱۲+۱۰=۳۲$$

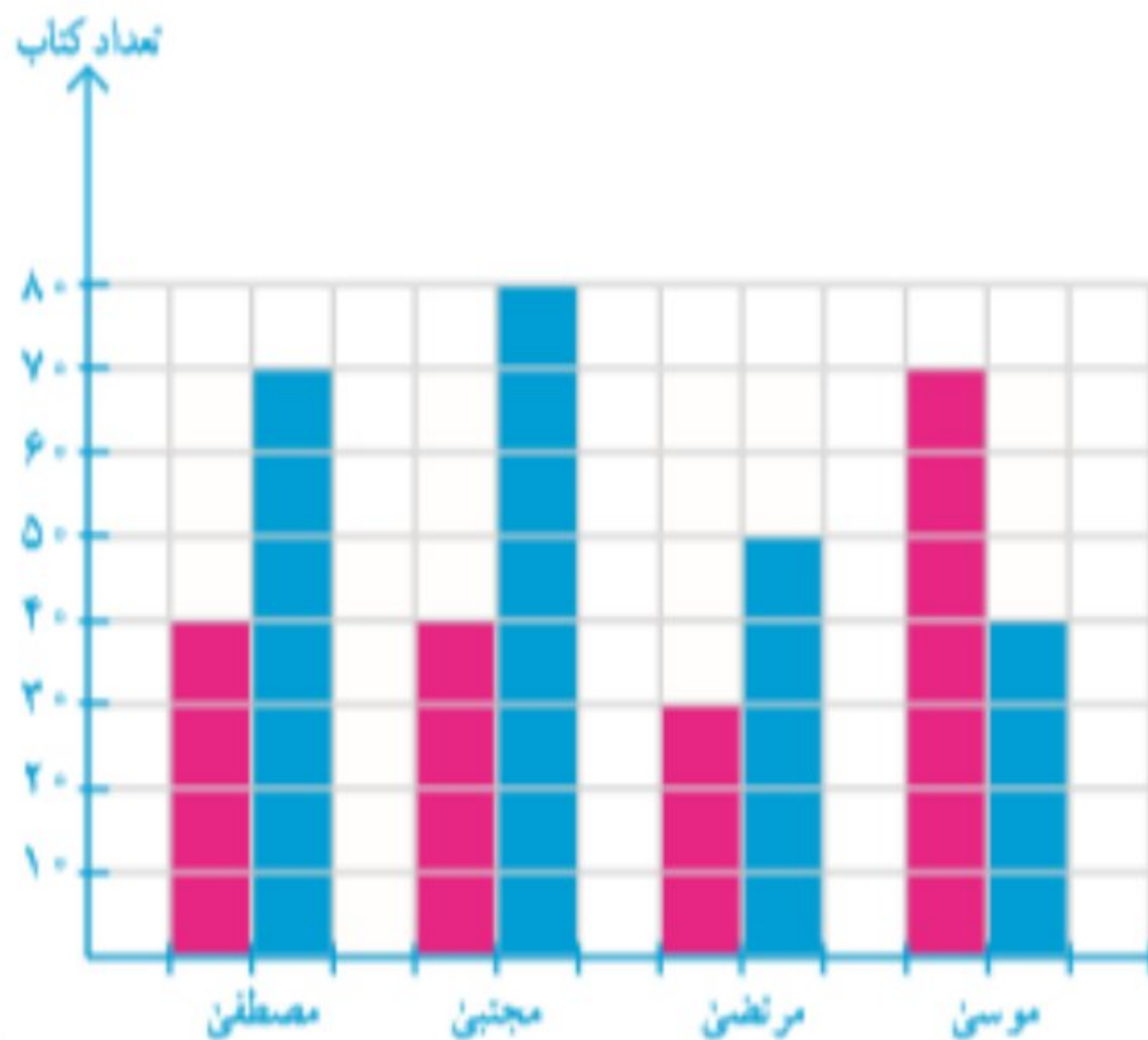
$$۳۴+۳۶+۳۲=۱۰۲$$

نمودار زیر تعداد کتاب‌های داستان و غیرداستان خوانده شده توسط ۴ دانش‌آموز را نشان می‌دهد.  
با توجه به نمودار رسم شده، جدول را کامل کنید.



کار در کلاس

کتاب داستان  
کتاب غیر داستان



موسی		مرئضی		مجتبی		مصطفی	
د	غ	د	غ	د	غ	د	غ
۷۰	۴۰	۳۰	۵۰	۴۰	۸۰	۴۰	۷۰

— چه کسی بیشترین کتاب را خوانده است؟

مجتبی با ۱۲۰ کتاب



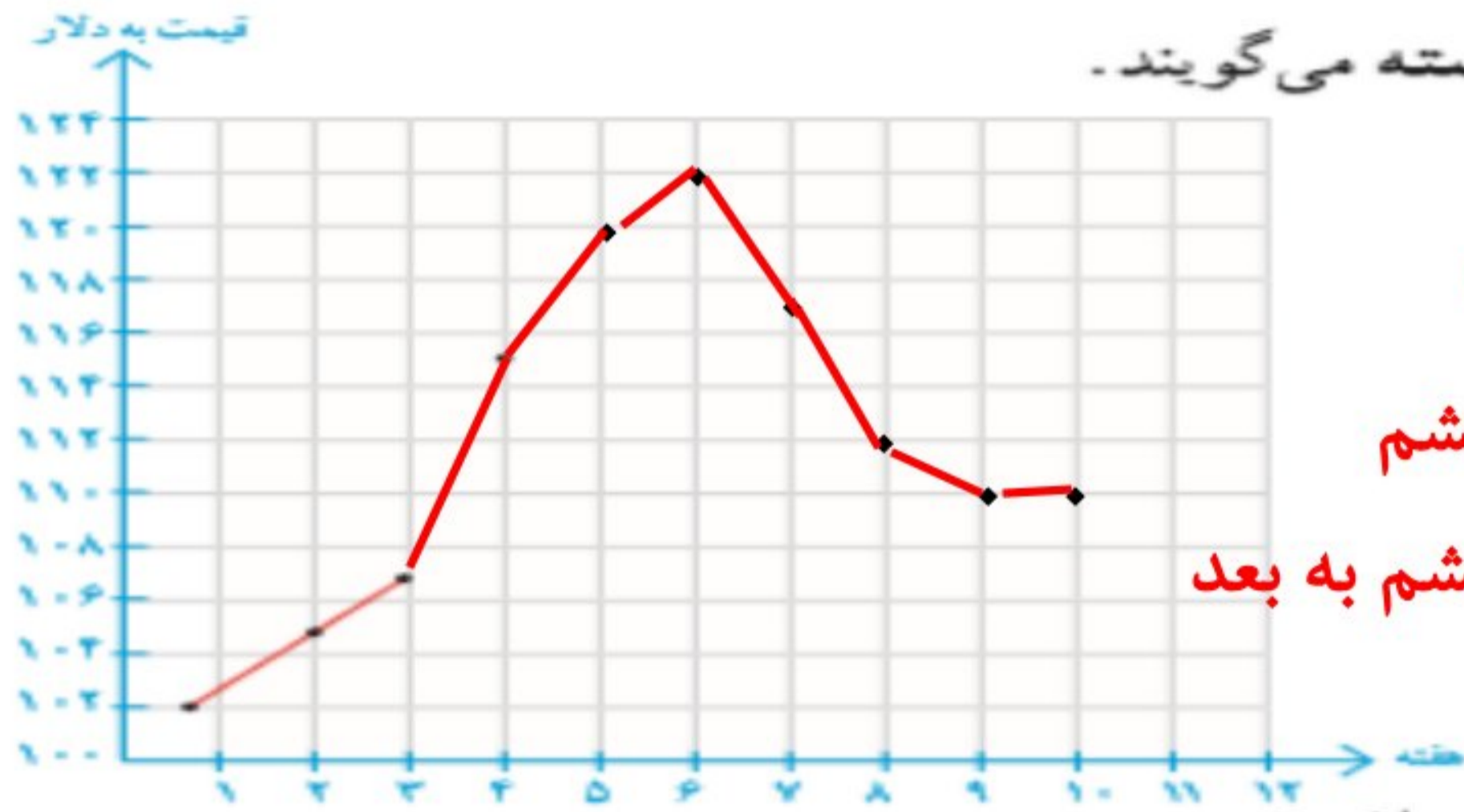
۱- قیمت هر بشکه نفت ایران در ده هفته در جدول زیر مشخص شده است.

هفته	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
قیمت به دلار	۱۰۲	۱۰۵	۱۰۷	۱۱۵	۱۲۰	۱۲۲	۱۱۷	۱۱۲	۱۱۰	۱۱۰

برای اینکه تغییرات قیمت نفت را بهتر نشان دهیم، ابتدا مانند نمونه قیمت مربوط به هر هفته را با یک نقطه در نمودار نشان می‌دهیم. شما بقیه‌ی نقاط را پیدا کنید.

(توجه داشته باشید که قیمت‌ها از ۱۰۰ شروع شده‌اند.)

حالا نقطه‌ها را به هم وصل کنید. به این نمودار، نمودار خط شکسته می‌گویند. با توجه به نمودار، به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.



● در بین کدام دو هفته، تغییرات از همه بیشتر بوده است؟ **۳ و ۴**

● قیمت نفت در کدام هفته‌ها افزایش داشته است؟ **هفته اول تا ششم**

● قیمت نفت از کدام هفته شروع به کم شدن کرده است؟ **از هفته ششم به بعد**

● در این نمودار معنی **—** چیست؟

**قیمت نفت بین این دو هفته تغییر نداشته و ثابت بوده است**

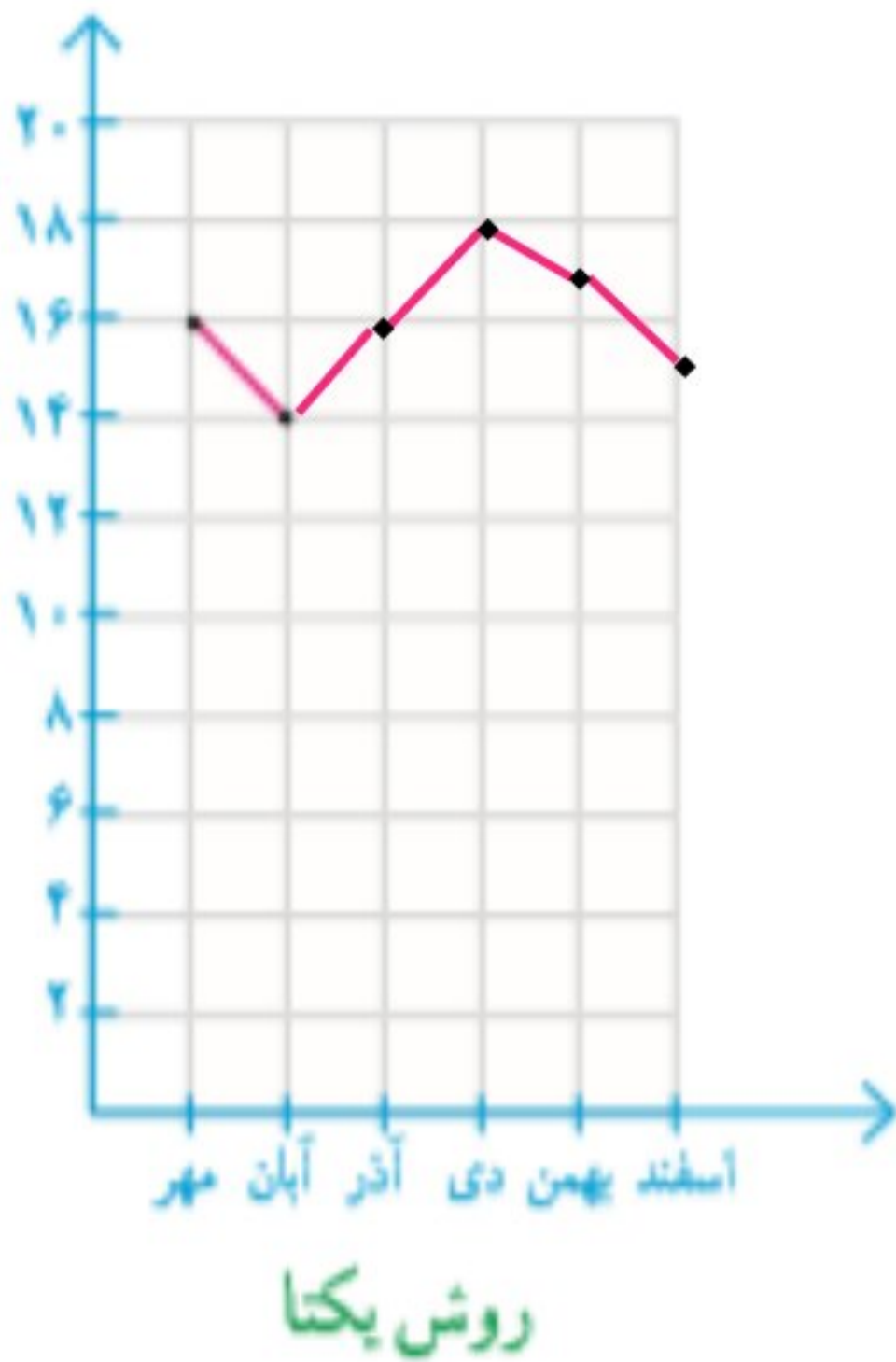
● با توجه به این نمودار فکر می‌کنید که در هفته‌ی بعد چه اتفاقی می‌افتد؟

**احتمال دارد که قیمت افزایش یابد**

۲- نمره‌های ریاضی یک دانش‌آموز کلاس هفتم به صورت زیر است :

ماه مهر : ۱۶ ، ماه آبان : ۱۴ ، ماه آذر : ۱۶ ، ماه دی : ۱۸ ، ماه بهمن : ۱۷ ، ماه اسفند : ۱۵

برای نمایش بهتر این اطلاعات، دو دانش‌آموز روش‌های زیر را انتخاب کرده‌اند.  
کار آنها را کامل کنید.



ماه	مهر	آبان	آذر	دی	بهمن	اسفند
نمره	۱۶	۱۴	۱۶	۱۸	۱۷	۱۵

برای فهمیدن تغییرات نمره‌های این دانش‌آموز در درس ریاضی، کدام روش مناسب‌تر است؟ چرا؟

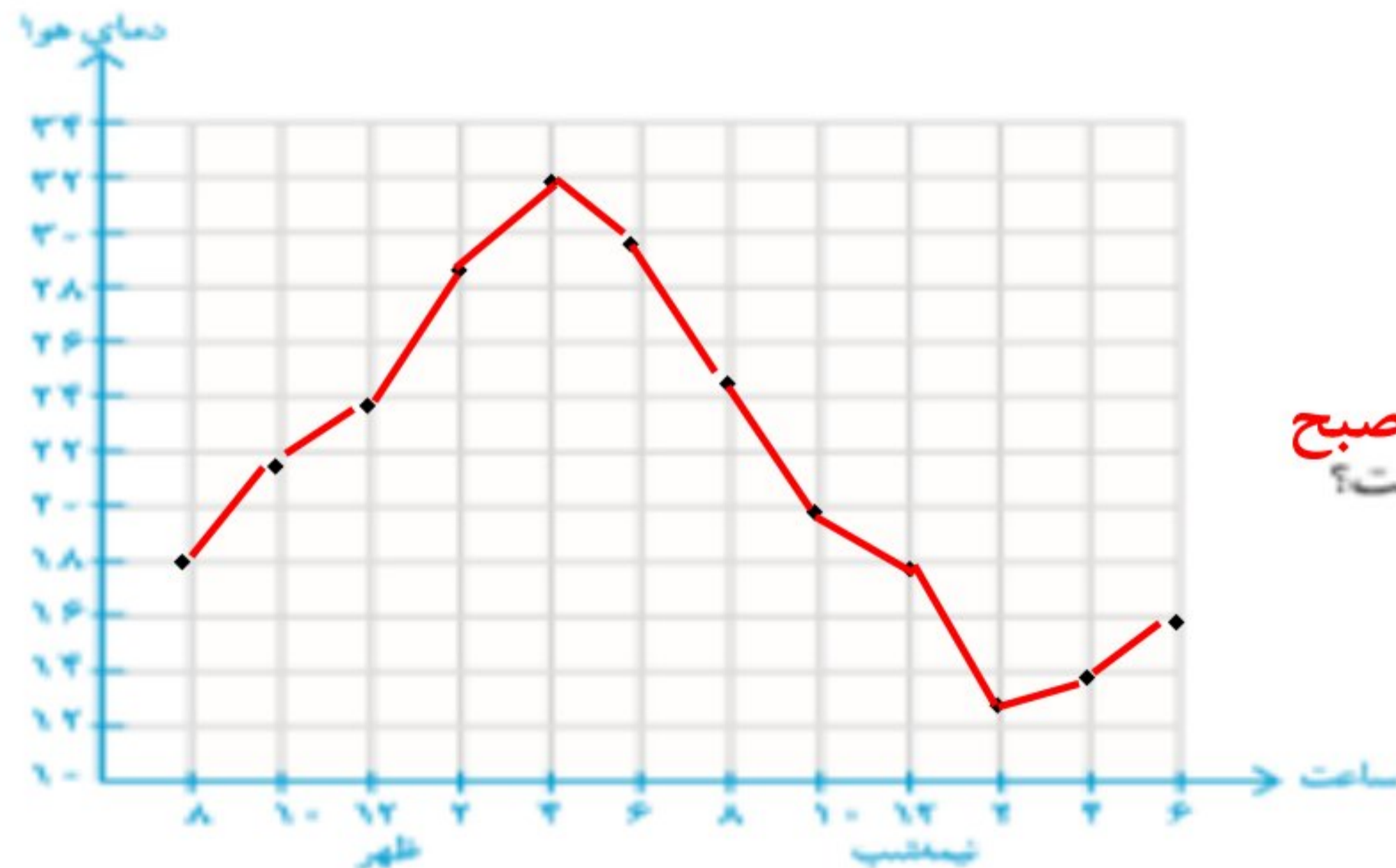
روش یکتا (نمودار خط شکسته) ، چون تغییرات نمره‌ها را راحت‌تر می‌توان روی این نمودار بررسی کرد



دمای هوای یک شهر در یک شبانه‌روز هر دو ساعت یک بار اندازه‌گیری شده است. با توجه به اطلاعات داده شده، ابتدا جدول را کامل و سپس نمودار خط شکسته‌ی آن را رسم کنید.

۸ صبح: ۱۸      ۱۰ صبح: ۲۲      ۱۲ ظهر: ۲۶      ۲ بعدازظهر: ۲۹      ۴ بعدازظهر: ۳۲      ۶ بعدازظهر: ۳۰  
 ۸ شب: ۲۵      ۱۰ شب: ۲۰      ۱۲ شب: ۱۸      ۲ صبح: ۱۳      ۴ صبح: ۱۴      ۶ صبح: ۱۶

زمان	صبح	ظهر	شب	نیمه شب	صبح
۸	۱۰	۱۲	۲	۴	۶
۱۸	۲۲	۲۶	۲۹	۳۲	۳۰



با توجه به جدول و نمودار، به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

بین کدام ساعت‌ها بیشترین تغییر دما دیده می‌شود؟  
 ۶ بعد از ظهر تا ۸ و ۸ شب تا ۱۰ شب و ۱۲ نیمه شب تا ۲ صبح  
 اختلاف دما بین ساعت‌های ۱۰ صبح و ۱۲ ظهر چند درجه است؟

$$26 - 22 = 4$$

بیشترین دما و کمترین دما در چه ساعت‌هایی بوده است؟  
 بیشترین دما: ۴ بعد از ظهر و کمترین دما: ۲ صبح  
 اختلاف بین بیشترین و کمترین دما چند درجه است؟

$$32 - 13 = 19$$

با توجه به نمودار، توضیح دهید که تغییرات دمای روز و شب

این شهر چگونه است؟ دمای هوا در روز افزایش یافته و هوا گرم‌تر است و در شب دمای هوا کاهش می‌یابد و هوا سردتر است

## انجام بده.



یک عدد دورقمی انتخاب کنید. جای رقم‌های یکان و دهگان را عوض کنید تا یک عدد دورقمی دیگر به دست آید. این دو عدد دورقمی را از هم کم کنید. حاصل تفریق را بر ۹ تقسیم کنید. آیا این تقسیم، باقی‌مانده دارد؟ این کار را سه بار دیگر تکرار کنید.

$$۴۳ - ۳۴ = ۹$$

خیر ، باقیمانده صفر می شود.

$$۸۵ - ۵۸ = ۲۷$$



۱- یک پرستار هر ساعت ضربان قلب یک بیمار را در دقیقه گرفته و در جدول زیر نوشته است.

		صبح												بعد از ظهر	
		۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱	۲
زمان		۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱	۲
ضربان		۸۵	۸۵	۸۲	۸۰	۸۰	۸۰	۷۸	۸۰	۷۸	۷۵	۷۲	۷۰	۷۰	۷۰



- نمودار خط شکسته را رسم کنید.

- بین کدام ساعت‌ها تغییرات ضربان زیاد بوده است؟  
**بین ساعت‌های ۲ و ۳ صبح، ۹ و ۱۰ صبح، ۱۰ و ۱۱ صبح**

- اگر ضربان قلب کمتر از ۷۰ برای این بیمار خطرناک باشد،

در چه ساعتی این بیمار به مراقبت ویژه احتیاج داشته است؟

**در ساعت ۱۲ ظهر تا ۱ بعد از ظهر ضربان قلب بیمار روی مرز خطر است و نیاز به مراقبت ویژه دارد.**

۲- برای رسم نمودار خط شکسته‌ی تعداد ضربان قلب در سؤال ۱ از چه عددی شروع می‌کنید؟ چرا؟

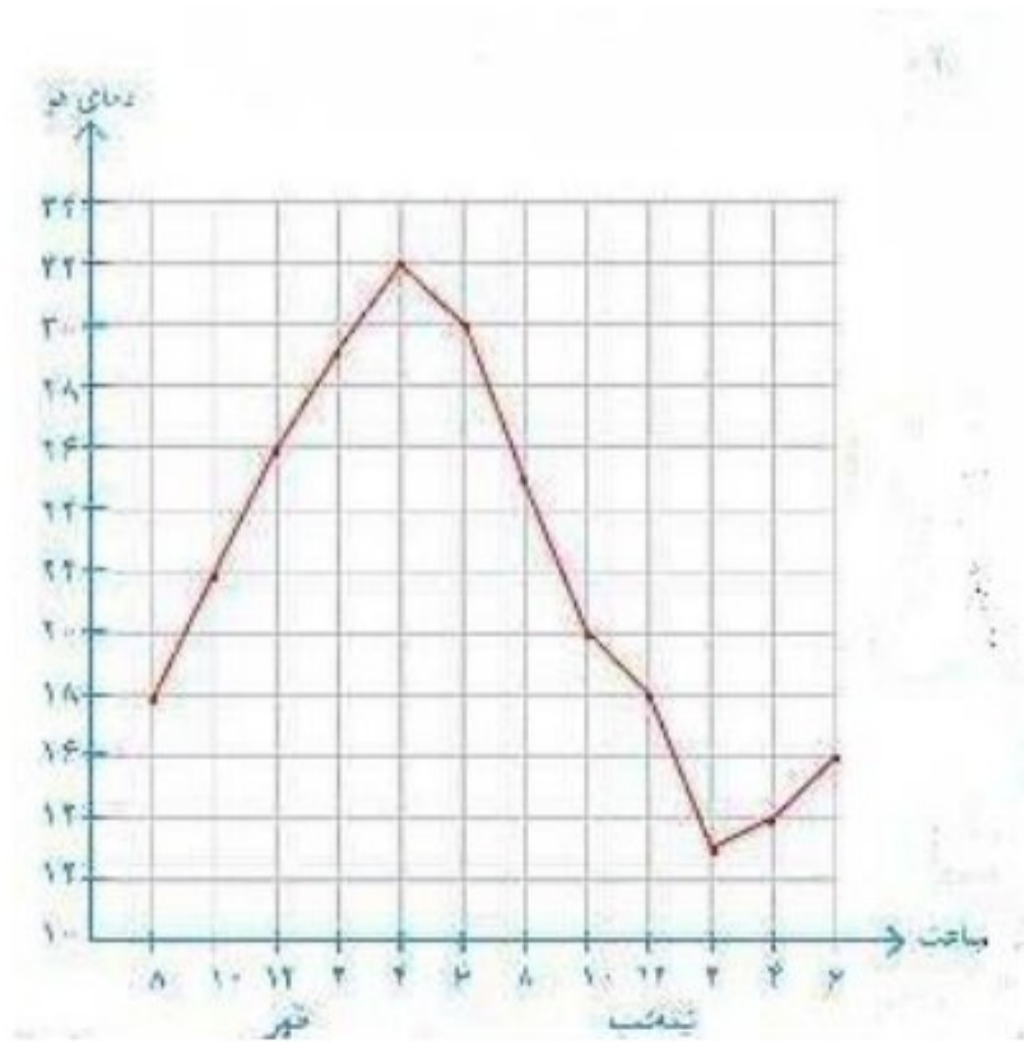
تقسیم‌های محور را چندتایی در نظر می‌گیرید؟ تا کجا ادامه می‌دهید؟

از ۷۰ شروع می‌کنیم زیرا کم‌ترین تعداد ضربان قلب، برابر با ۷۰ است.

۲ تا ۲ تا تقسیم بندی می‌کنیم و تا ۸۶ ادامه می‌دهیم.

۳- دمای هوای یک شهر در ماه‌های یک سال در جدول زیر آمده است.

ماه	فروردین	اردیبهشت	خرداد	تیر	مرداد	شهریور	مهر	آبان	آذر	دی	بهمن	اسفند
دما	۲۱	۲۵	۳۰	۳۱	۳۴	۲۷	۲۴	۱۵	۱۰	۸	۱۰	۱۴



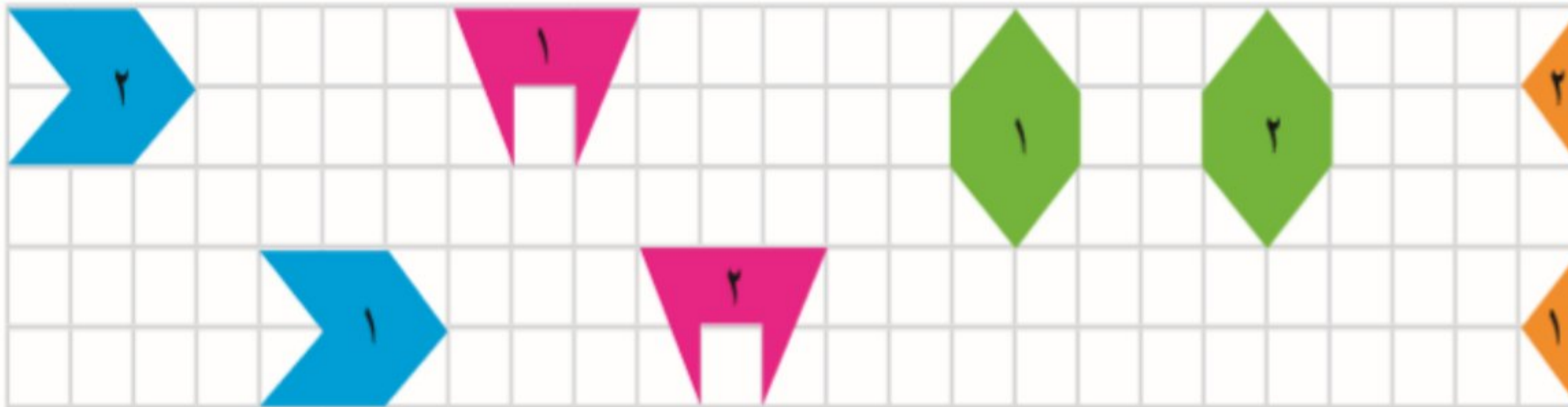
● گرم‌ترین و سردترین ماه را پیدا کنید. **مرداد گرم‌ترین ماه و دی سردترین ماه**

● بیشترین تغییر دما بین کدام دو ماه بوده است؟ **بین ماه‌های مهر و آبان**

● کمترین تغییر دما بین کدام دو ماه بوده است؟ **بین ماه‌های خرداد و تیر**

## توضیح بده.

توضیح دهید هر شکل با چه حرکتی بر شکل مشابه خود منطبق می‌شود.



هر نقطه روی شکل ( ۱ ) در نظر بگیریم و حرکت کنیم تا به همان نقطه در به شکل ( ۲ ) برسیم می‌توان مسیر را پیدا کرد.



۱- همان طور که سال های قبل یاد گرفتید، از عبارت «احتمال دارد» در زندگی روزمره هم بسیار استفاده می کنیم. گاهی نیز عبارت های «به احتمال بیشتر» یا «به احتمال کمتر» یا «به احتمال برابر» را به کار می بریم. با این توضیح مانند نمونه و با توجه به جمله ی داخل کادر برای هر یک از موارد زیر، عبارتی مناسب انتخاب کنید و دلیل انتخاب خود را توضیح دهید.

اینکه بدون نگاه کردن به کیسه، یک مهره درآوریم و مهره قرمز باشد،

الف) چون مهره قرمز نداریم.

ب) چون تعداد مهره های قرمز بیشتر است.

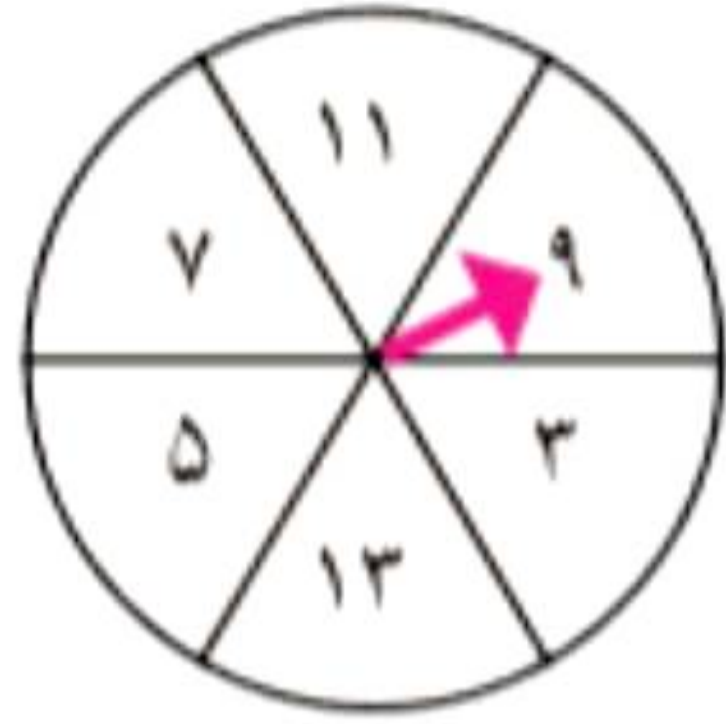
ج) چون هر سه مهره قرمز است.

د) چون یکی از مهره ها قرمز است و دو تای دیگر قرمز نیست.

ه) چون تعداد مهره های قرمز و سبز برابر است.



به طور حتم اتفاق می افتد	به احتمال کمتر	به احتمال برابر	به احتمال بیشتر	به طور حتم اتفاق می افتد
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



۲- چرخنده‌ای به صورت شکل روبه‌رو داریم.

عقربه‌ی چرخنده هر بار پس از ایستادن عددی را نشان می‌دهد.

برای هر یک از موارد زیر یکی از پنج عبارت بالا را انتخاب کنید و دلیل انتخاب خود را بنویسید.

الف) روی عدد زوج بایستد : به طور حتم اتفاق نمی‌افتد. **دلیل :** چون عدد زوجی در این چرخنده وجود ندارد.

ب) روی عدد فرد بایستد : به طور حتم اتفاق می‌افتد. **دلیل :** چون همه عددها در این چرخنده فرد است.

ج) روی عدد کمتر از ۳ بایستد : به طور حتم اتفاق نمی‌افتد. **دلیل :** چون عدد کمتر از ۳ در این چرخنده وجود ندارد.

د) روی عدد بزرگ‌تر از ۹ بایستد : به احتمال کمتر اتفاق می‌افتد. **دلیل :** چون تعداد عددهای بزرگ‌تر از ۹ کم‌تر از بقیه اعداد است.

ه) روی یکی از عددهای بزرگ‌تر از ۵ بایستد : به احتمال بیشتر اتفاق می‌افتد. **دلیل :** چون تعداد عددهای بزرگ‌تر از ۵ بیشتر از بقیه اعداد است.

و) روی یک عدد بزرگ‌تر از ۱۵ بایستد : به طور حتم اتفاق نمی‌افتد. **دلیل :** چون عدد بزرگ‌تر از ۱۵ در این چرخنده وجود ندارد.

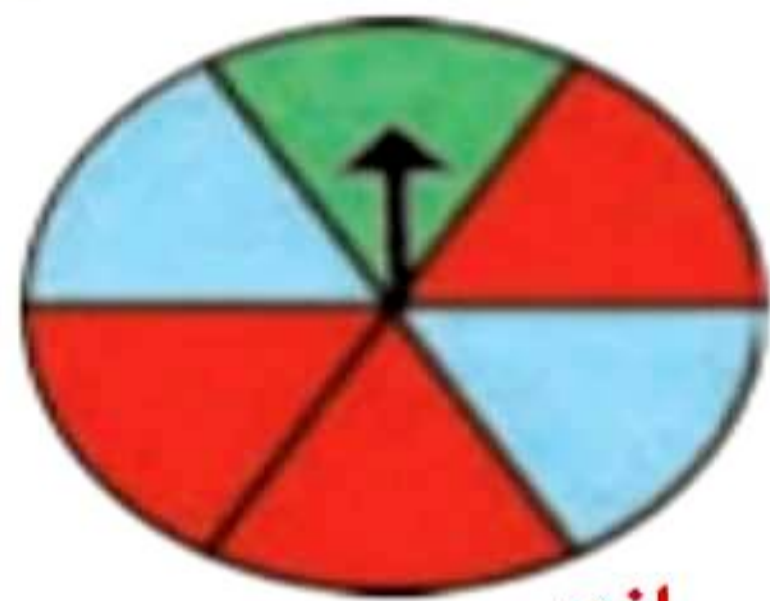
رنگ سیب	تعداد
سبز	۷
قرمز	۳
زرد	۵

۱- جدول روبه‌رو تعداد سیب‌هایی را که به رنگ‌های مختلف در یخچال موجودند، نشان می‌دهد. اگر بخواهیم بدون نگاه کردن یک سیب برداریم، این احتمال را که آن سیب به رنگ قرمز باشد، با عبارت مناسب مشخص کنید و دلیل این انتخاب را بنویسید.

به احتمال کم تر رنگ سیب، قرمز است. چون تعداد سیب‌های قرمز نسبت به بقیه سیب‌ها کم تر است.



۲- از کیسه‌ی روبه‌رو بدون نگاه کردن به داخل آن یک مکعب درمی‌آوریم. احتمال بیرون آمدن کدام رنگ مکعب بیشتر است؟ چرا؟ رنگ سبز، زیرا تعداد آن نسبت به بقیه رنگ‌ها بیش تر است. احتمال بیرون آمدن کدام رنگ مکعب کمتر است؟ چرا؟ رنگ قرمز، زیرا تعداد آن نسبت به بقیه رنگ‌ها کم تر است.



۱- چرخنده‌ای به شکل روبه‌رو داریم.

در این چرخنده، احتمال این را که عقربه روی هر رنگ بیفتد، با یک عبارت مشخص کنید.

**قرمز به احتمال بیشتر آبی: به احتمال کم تر سبز: به احتمال کم تر زرد:**  
به طور حتم اتفاق نمی افتد.

اگر عقربه‌ی این چرخنده را ۲۰ بار بچرخانیم، انتظار داریم کدام رنگ بیشتر بیاید؟ چرا؟

**قرمز، زیرا قسمت های بیش تری از این چرخنده به رنگ قرمز می باشد.**

۲- این آزمایش را انجام دهید : عقربه‌ی چرخنده را ۲۰ بار بچرخانید و پس از ایستادن، رنگ آن را یادداشت کنید.

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	آزمایش	
●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	رنگ

چند مرتبه روی رنگ قرمز ایستاد؟ **۹ مرتبه**

آیا تعداد دفعات ایستادن عقربه روی رنگ قرمز بیشتر از بقیه است؟ **بله**

آیا در کلاس شما دانش‌آموزی هست که در آزمایش او رنگ قرمز کمتر از بقیه‌ی رنگ‌ها باشد؟ **بله**

آیا انتظار شما درباره‌ی رنگ آبی و سبز هم اتفاق افتاد؟ (تعداد دفعات ایستادن عقربه روی رنگ آبی بیشتر از سبز است.) **بله**



۱- اگر یک سکه را بیندازیم، یا رو می‌آید یا پشت.

احتمال رو یا پشت آمدن سکه را با چه عبارتی بیان می‌کنید؟ چرا؟

**به احتمال برابر سکه رو یا پشت می‌آید. چون سکه یک رو و یک پشت دارد.**

اگر سکه را ۲۰ بار بیندازیم، پیش‌بینی می‌کنید چند مرتبه رو و چند مرتبه پشت آن بیاید؟ چرا؟  
**۱۰ مرتبه رو و ۱۰ مرتبه پشت. چون احتمال رو آمدن با احتمال پشت آمدن با هم برابر است.**  
- یک سکه را ۲۰ بار بیندازید و هر بار رو یا پشت آمدن آن را در جدول زیر یادداشت کنید.

آزمایش																				
۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	وضعیت سکه
	ر	ر	پ	ر	پ	پ	ر	ر	پ	ر	پ	ر	ر	پ	ر	پ	پ	ر	ر	

تعداد پشت آمدن : **۹ بار**

تعداد رو آمدن : **۱۱ بار**

آیا این آزمایش مطابق انتظار شما بود؟ **بله. تقریباً تعداد رو آمدن ها و پشت آمدن ها با هم برابر بود.**

آیا در کلاس شما دانش‌آموزی هست که در آزمایش او سکه ۱۰ بار به رو و ۱۰ بار به پشت آمده باشد؟ **بله**

۲- ساناز عقربه‌ی یک چرخنده را ۲۰ بار چرخانده و هر بار رنگ آن را یادداشت کرده است. نتیجه‌ی آزمایش او را در جدول روبه‌رو می‌بینید.

تعداد	رنگ
۷	آبی
۱۱	سبز
۲	نارنجی

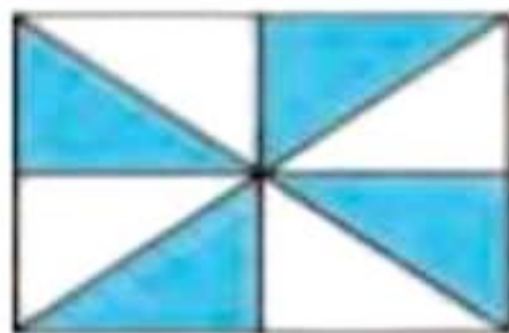
اگر ساناز یک بار دیگر عقربه را بچرخاند، احتمال آمدن رنگ نارنجی را با بیان یک عبارت پیش‌بینی کنید.

دلیل خود را توضیح دهید. **به احتمال کم تر اتفاق می‌افتد.**

**چون تعداد رنگ نارنجی کم تر از رنگ های دیگر است**

خلاق باش

هرکدام از شکل‌های زیر، چند درجه باید بچرخند تا دوباره روی خودشان بیفتند؟



۹۰ درجه



۱۲۰ درجه



۹۰ درجه



۱۸۰ درجه