

پاسخ فصل ۱

آشنایی با منطق و استدلال ریاضی



۱ (۲) (۳) (۴) (۱)

هر جمله خبری یک گزاره نیست، مانند جملاتی که خبری هستند ولی هر فرد در مورد ارزش آن نظر متفاوتی دارد. مثلاً جمله خبری « $\frac{1}{1}$ عدد خیلی کوچکی است.» گزاره نیست، زیرا در علم منطق قانون خاصی برای بزرگی و کوچکی اعداد نداریم، پس بر اساس این توضیح گزینه (۳) نادرست و گزینه (۲) درست است. در مورد گزینه (۱) جملات پرسشی نمی‌توانند گزاره باشند ضمناً ارزش هر گزاره، دقیقاً درست است یا نادرست و نمی‌تواند گاهی درست و گاهی نادرست باشد.

۲ (۲) (۳) (۲) (۱)

برای توضیح نادرستی گزینه (۴) مثلاً ارزش جمله خبری « 5921 عددی اول است.» برای ما معلوم نیست ولی می‌دانیم این جمله گزاره است.

۳ (۲) (۳) (۲) (۱)

گزینه (۱): درست است، چون هم دو رقمی است و هم اول است.
گزینه (۲): 99 جذر کامل ندارد پس مربع کامل نیست.
گزینه (۳): طبق مطالب سال دهم، درست است.

گزینه (۴): اگر نمودار را به زوج مرتب تبدیل کنیم خواهیم داشت: $\{(2,4), (3,4), (5,4)\}$ می‌بینیم تابع است. پس گزینه (۴) نادرست است.

۴ (۴) (۲) (۳) (۱)

جمله «ساده‌ترین درس کنکور، زبان انگلیسی است.» گزاره نیست، چون طبق قوانین علم منطق نمی‌توان آن را ارزشیابی کرد، زیرا هر فردی نظر خاصی درباره‌ی دشواری یا آسانی این درس دارد.

بقیه گزینه‌ها همگی گزاره‌اند، دقت کنید که « a^2 عددی نامنفی است.» گزاره است و ارزش درست دارد.

۵ (۴) (۳) (۲) (۱)

بررسی گزینه (۱): می‌دانیم اگر داده‌ها برابر باشند، واریانس و انحراف معیار آن‌ها برابر صفر است.

بررسی گزینه (۲): 51 بر 3 بخش پذیر است پس اول نیست.

بررسی گزینه (۳): مقسوم‌علیه‌های طبیعی 3^0 عبارت‌اند از $1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 20$ که در گزینه (۳) عدد 6 نیامده است.

بررسی گزینه (۴): ارزش گزاره داده‌شده نادرست است، زیرا اگر n عددی زوج باشد مثل 2 ، آن‌گاه حاصل عبارت منفی می‌گردد:

$$(-3)^{n+1} = (-3)^{2+1} = (-3)^3 = -27$$

۶ (۴) (۳) (۲) (۱)

$2^n = 256 = 2^8 \Rightarrow n = 8$
تعداد ردیف‌های جدول ارزش‌ها $= 2^n$

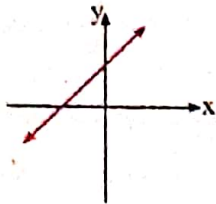
۷ (۴) (۳) (۲) (۱)

$2^{11} =$ تعداد ردیف‌های جدول ارزش‌ها

$$\begin{cases} n = 5 \Rightarrow 2^5 = 32 \\ n = 7 \Rightarrow 2^7 = 128 \end{cases} \Rightarrow \text{نسبت این دو عدد} = \frac{2^5}{2^7} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

۸ (۴) (۳) (۲) (۱)

(ا) اگر نمودار $y = 2x + 5$ را رسم کنیم، از ناحیه اول می‌گذرد، پس نادرست است.



(ب) اتحاد مزدوج است و درست می‌باشد.

(پ) هر خطی به موازات محور y ‌ها رسم کنیم، نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند پس تابع است، پس این گزاره نادرست است.

(ت) مرزه غذاها، کیفی ترتیبی است. پس گزاره درست است.

(ث) درست است.

(ج) میانه در واقع چارک دوم محسوب می‌شود، پس این گزاره نادرست است.

۹ (۴) (۳) (۲) (۱)

نادرستی گزینه (۱): $\sim (a^2 < b^2) \equiv a^2 \geq b^2$

درستی گزینه (۲): $\sim (\sqrt{5} \in \mathbb{Q}) \equiv (\sqrt{5} \notin \mathbb{Q})$

نادرستی گزینه (۳): نقیض نقیض هر گزاره همان گزاره می‌شود.

$$\sim [\sim (\frac{1}{3} < \frac{2}{9})] \equiv (\frac{1}{3} < \frac{2}{9})$$

نادرستی گزینه (۴):

ارزش درست دارد. $\Rightarrow x^2 + 1$ همواره مثبت است.
ارزش نادرست دارد. (وزن، متغیر کمی نسبتی است). \Rightarrow وزن افراد، متغیر کیفی ترتیبی است.

۱۰ (۴) (۳) (۲) (۱)

با توجه به نکات گفته‌شده در درس، در گزینه‌های (۱) و (۲) نقیض‌ها کنار هم آمده‌اند. در مورد گزینه (۳) هم هر عددی فرد نباشد، حتماً زوج است. اما در مورد گزینه (۴) آیا عددی که اول نباشد حتماً مرکب است؟ خیر، زیرا عدد 1 نه اول است نه مرکب.

۱۱ (۴) (۳) (۲) (۱)

بررسی گزینه (۱): هر دو گزاره درست هستند. $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$ می‌بینیم که الزاماً ضرب دو عدد گنگ، گنگ نمی‌باشد، پس هم‌ارز هستند.

بررسی گزینه (۲): $\sqrt{5}$ عددی گنگ است که درست است ولی $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ گویا نیست، پس هم‌ارز نیستند.

بررسی گزینه (۳): $(a > b) \equiv (a \leq b)$ ، پس درمی‌یابیم که طرف اول و دوم هم‌ارز نیستند.

بررسی گزینه (۴): می‌دانیم که $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$ ، پس گزاره $\sqrt{9+16} = 3+4 = 7$ نادرست است.

هم‌چنین $9 \geq 0 = (-3)^2$ درست است. پس هم‌ارزی گزینه (۴) نادرست است.

در ردیف اول چون حاصل درست است و گزاره عطفی می باشد باید هر دو گزاره p و q درست باشند، پس داریم:

$$\begin{matrix} (\sim p \wedge q) \equiv T \\ T \end{matrix} \rightsquigarrow \begin{matrix} p \equiv F \\ q \equiv T \end{matrix} \rightsquigarrow \begin{matrix} A \equiv F \\ \sim q \equiv B \equiv F \end{matrix}$$

در ردیف دوم چون حاصل نادرست است و $p \equiv F$ می باشد، پس داریم:

$$\begin{matrix} p \equiv F \\ (\sim p \wedge q) \equiv F \end{matrix} \rightsquigarrow \sim p \equiv T \rightsquigarrow q \equiv F \rightsquigarrow \sim q \equiv C \equiv T$$

پس $A \equiv F$ و $B \equiv F$ ، $C \equiv T$ و گزینه (۲) جواب این سؤال می باشد.

$$\text{پارامتر دایره های توپر} = \frac{\text{تعداد کل دایره های توپر جامعه}}{\text{تعداد کل دایره های جامعه}} = \frac{10}{10+8} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$$

$$\text{آماره دایره های توخالی} = \frac{\text{تعداد دایره های توخالی نمونه}}{\text{تعداد دایره های نمونه}}$$

$$= \frac{5}{5+5} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

پس می بینیم ارزش گزاره مطرح شده نادرست است و برای اصلاح آن باید طبق روابط بالا گزینه (۳) را انتخاب نمود.

$$3 - \frac{1}{x^2} = -\frac{2}{x} \xrightarrow{x \neq 0} 3x^2 - 1 = -2x$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4(3)(-1) = 16$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 \pm 4}{6} \Rightarrow \begin{cases} x' = \frac{1}{3} \\ x'' = -1 \end{cases}$$

پس معادله، دو جواب قابل قبول دارد. پس گزاره p درست است.

$$x^2 - x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4(1)(1) = 1 - 4 = -3 < 0$$

چون Δ منفی است لذا معادله جواب حقیقی ندارد، پس گزاره q نیز درست است.

$$(p \wedge q) \equiv (T \wedge T) \equiv T$$

ارزش گزاره «شدت زلزله، متغیر کیفی اسمی است.» نادرست است. (کمی نسبتی است) پس باید در جای خالی، گزاره ای با ارزش درست قرار دهیم. از پارسال می دانید که مد، میانه و میانگین، نسبت به چهار عمل اصلی، تأثیرپذیرند پس ارزش گزاره گزینه (۳) درست است.

(تمام مقسوم علیه های عدد ۴۰ عبارتند از: ۱، ۲، ۴، ۵، ۸، ۱۰، ۲۰، ۴۰)

F (چون ۲۰ و ۸ نیمه است)

$$\forall (\dots) \equiv T$$

الزاماً باید درست باشد.

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}-1} \times \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} \right) = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} = \sqrt{2}+1$$

در بین گزاره ها فقط گزاره (۴) $\sqrt{2}+1$ درست است.

اما در مورد سایر گزینه ها شیب هر خط افقی صفر می باشد، ۲۱ اول نیست.

$$(0.1)^{-2} = \left(\frac{1}{10}\right)^{-2} = 10^2 \neq -10^2 \text{ و در مورد گزینه (۳) باید گفت:}$$

نادرست است. $\sim [\sim (3 \notin \mathbb{N})] \equiv (3 \notin \mathbb{N}) \Rightarrow$

بررسی گزینه (۱): هر عدد حقیقی منفی را که به توان ۳ برسانیم، حاصل منفی می شود پس ارزش این گزاره درست است.

بررسی گزینه (۲): آماره و پارامتر، می توانند مساوی باشند، پس این گزاره درست است.

بررسی گزینه (۳): می دانیم طول رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ برابر

$$\text{است با } x = -\frac{b}{2a}$$

$$\text{پس طول رأس این سهمی } = -\frac{(-6)}{2(-1)} = \frac{6}{-2} = -3 \text{ می باشد.}$$

لذا این گزاره هم درست است.

بررسی گزینه (۴): برد تابع $f(x) = 5$ فقط $\{5\}$ می باشد، نه کل اعداد حقیقی، پس این گزاره نادرست است.

نمودار جعبه ای، فقط یک متغیر را نشان می دهد.

پس ارزش p نادرست و ارزش $\sim p$ درست است. از سال گذشته می دانید که ۴ روش برای جمع آوری داده ها وجود دارد که عبارتند از:

(۱) مشاهده و آزمایش (۲) پرسش نامه (۳) مصاحبه (۴) دادگان

پس ارزش گزاره مربوطه، درست و ارزش نقیض آن، نادرست است.

مختصات رأس هر سهمی به معادله $y = (x-k)^2 + h$ به صورت $S(k, h)$ می باشد پس گزاره متن سؤال نادرست است. چون مختصات رأس $S(1, 4)$ می باشد. در بین گزینه ها فقط گزاره «دامنه تابع $y = 3$ برابر $\{3\}$ می باشد.» نادرست است، چون می دانید که دامنه خط افقی $y = 3$ برابر \mathbb{R} است و این برد تابع است که $\{3\}$ می باشد. در بقیه گزینه ها، ارزش گزاره ها درست هستند.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$	$p \wedge (\sim p \wedge \sim q)$
د	د	ن	ن	ن	ن
د	ن	ن	د	ن	ن
ن	د	د	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	د	ن

از آن جایی که گزاره داده شده، ترکیب عطفی است، باید همه درست باشند تا ارزش گزاره حاصل درست باشد، در نتیجه تنها گزینه (۲) ارزش درست دارد.

$$|\sqrt{2} - \sqrt{3}| + \sqrt{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{3}$$

حاصل منفی است پس

قرینه می کنیم.

اما علت نادرستی گزینه های دیگر:

گزینه (۱): تقریباً ۲۵ درصد داده ها کم تر از چارک اول هستند.

گزینه (۳): $\sim (\Delta \in \mathbb{Z}) \equiv \Delta \notin \mathbb{Z}$

$$\text{گزینه (۴): } \frac{x^2 - 4}{x^4 - 16} = \frac{(x^2 - 4)}{(x^2 - 4)(x^2 + 4)} = \frac{x \neq \pm 2}{x^2 + 4}$$

$$f(x) = \sqrt{3x+1} \Rightarrow \begin{cases} f(0) = \sqrt{1} = 1 \\ f(1) = \sqrt{4} = 2 \\ f(5) = \sqrt{16} = 4 \end{cases} \Rightarrow R_f = \{1, 2, 4\}$$

می‌دانیم ۷۵ درصد داده‌ها به عبارتی $\frac{3}{4}$ از داده‌ها بعد از چارک اول قرار دارند. در نتیجه برای گزاره متن سؤال داریم:

$(T \vee F) \equiv T$ حال گزینه‌ای که ارزش آن نادرست باشد، پاسخ سؤال است. بررسی گزینه (۱): چون داده ۵ خیلی از داده‌های دیگر کوچک‌تر است (دورافتاده) پس شاخص میانه بهتر از میانگین است لذا ارزش این گزاره درست است.

بررسی گزینه (۲): داده ۹۹۹۹ دورافتاده است یعنی از داده‌های دیگر خیلی بزرگ‌تر است، پس میانه و دامنه میان‌چارکی، پراکندگی را بهتر نشان می‌دهد تا میانگین و انحراف معیار. لذا این گزاره درست است.

بررسی گزینه (۳): طبق اطلاعات سال گذشته این گزاره نیز درست است. بررسی گزینه (۴):

$$f(x) = x^2 - 1 \Rightarrow \begin{cases} f(\sqrt{3}) = 3 - 1 = 2 \\ f(0) = 0 - 1 = -1 \\ f(2) = 4 - 1 = 3 \end{cases} \Rightarrow R_f = \{-1, 2, 3\}$$

در حالی که در گزینه (۴) برد تابع $\{1, 2, 3\}$ عنوان شده است که نادرست می‌باشد.

پس گزاره مربوط به گزینه (۴) هم‌ارز با گزاره سؤال نیست.

$$[\sim p \vee \sim (q \vee \sim p)] \equiv [\sim p \vee (\sim q \wedge p)]$$

دمورگان جابه‌جا می‌کنیم.

$$\equiv [\sim p \vee (p \wedge \sim q)] \equiv \sim p \vee \sim q$$

نقیض هم هستند. شبه‌جذب

$$[\sim (q \vee \sim q) \wedge \sim (p \wedge \sim p)] \equiv (\sim T \wedge \sim F) \equiv (F \wedge T) \equiv F$$

T F

ارزش $(\sim p \vee \sim q) \equiv (p \wedge q)$ درست است، پس هم p و هم q درست هستند، در نتیجه:

$$[q \vee (p \wedge r)] \equiv [T \vee (T \wedge r)] \equiv T$$

$$[(\sim q \vee T) \wedge (F \wedge p)] \equiv (T \wedge F) \equiv F$$

T F

بررسی گزینه (۱):

$$[(81 \text{ عددی اول است.}) \wedge (537 \text{ عددی فرد است.})] \equiv F$$

F T

بررسی گزینه (۲):

$$[(\sqrt{3} \text{ عددی گنگ است.}) \wedge (\text{ضرب دو عدد فرد، عددی زوج است.})] \equiv F$$

F T

بررسی گزینه (۳):

$$(2 + \sqrt{3} \notin \mathbb{Z}) \vee [(\sqrt{2})^4 \times (\sqrt{2})^6 = (\sqrt{2})^{10} = 2^5 = 32] \equiv T$$

T T

بررسی گزینه (۴):

$$[(\mathbb{N} \not\subset \mathbb{Q}) \vee (\frac{3}{5} < \frac{5}{9})] \equiv F$$

F F

گزینه‌های (۱)، (۲) و (۴) نادرست هستند پس گزینه (۳) درست می‌باشد.

$$(\sim p \wedge p) \equiv F$$

بررسی گزینه (۱):

$$[\sim (\sim p) \vee (\sim p \wedge T)] \equiv [p \vee (\sim p)] \equiv T$$

بررسی گزینه (۲):

$$[\sim (q \wedge \sim q) \vee (p \wedge \sim p)] \equiv [(\sim F) \vee F] \equiv (T \vee F) \equiv T$$

بررسی گزینه (۳):

$$[\sim p \wedge (\sim q \vee r)] \equiv [(\sim p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge r)]$$

بررسی گزینه (۴):

$$\equiv [\sim (p \vee q) \vee (\sim p \wedge r)]$$

$$[\sim q \vee \sim (p \vee q)] \equiv [(\sim q) \vee (\sim p \wedge \sim q)] \equiv \sim q$$

دمورگان قانون جذب

با توجه به نکات گفته‌شده در درس موارد «پ» و «ث» نادرست هستند. پس ۴ مورد «درست» است.

در مورد (ب) طبق نکات اشاره‌شده، داریم: $\sim [(\sim p \wedge q)] \equiv (p \wedge q)$ یعنی نقیض نقیض هر گزاره، همان گزاره می‌شود.

مورد (آ):

$$[(\underbrace{(x+y)(x-y)}_T) = x^2 - y^2] \vee [\underbrace{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}_T] \equiv T$$

مورد (ب):

$$[(\underbrace{2^0 \text{ مضرب } 5 \text{ است.}}_T) \wedge (\underbrace{x^2 - 3x = 0 \text{ دو ریشه غیرصفر دارد.}}_F)] \equiv F$$

(ریشه‌ها عبارت‌اند از ۰ و ۳) F

مورد (پ):

$$[\underbrace{f(x) = \sqrt{x+2} \text{ متغیر } x \text{ وابسته است.}}_F] \equiv F$$

$$[\underbrace{(\text{شیب‌های هر دو خط موازی با هم برابرند.})}_T] \equiv F$$

مورد (ت):

$$[(\underbrace{\text{درآمد افراد، متغیر کمی فاصله‌ای است.}}_F) \vee (\underbrace{\text{انحراف معیار، جذر واریانس است.}}_T)] \equiv T$$

(آ) درست است. زیرا:

$$[\sim p \vee (p \wedge q)] \equiv [(\sim p \vee p) \wedge (\sim p \vee q)] \equiv (\sim p \vee q)$$

T

(ب) درست است (خاصیت شرکت‌پذیری) $[(p \wedge q) \wedge r] \equiv [p \wedge (q \wedge r)]$

$$[\sim p \wedge (\sim p \vee \sim q)] \equiv \sim p$$

قانون جذب

(ت) درست است. $[p \vee (\sim p \vee \sim q)] \equiv [(p \vee \sim p) \vee (\sim q)] \equiv T$ پس ۳ مورد از هم‌ارزی‌ها درست هستند.

جامعه آماری زیرمجموعه نمونه تصادفی است. (ت): مورد

$$F \equiv [(p \wedge (\sim p \vee \sim q)) \wedge (\sim p \vee (\sim q \wedge \sim p))] \equiv T$$

می بینیم که ۲ گزاره، نادرست هستند، پس گزینه (۳) پاسخ سؤال است.

۳۸ (۴) (۳) (۲) (۱)

$$p \wedge (\sim p \vee \sim q) \equiv (p \wedge \sim q)$$

می دانیم:

قانون شبه جذب

از طرفی $(\sim p \wedge q) \equiv F$ است، پس برای p و q حالت های زیر وجود دارد:

$$\text{حالت اول: } (\sim p \wedge q) \equiv F \begin{cases} p \equiv T \\ q \equiv F \end{cases} \rightarrow (p \wedge \sim q) \equiv T$$

$$\text{حالت دوم: } (\sim p \wedge q) \equiv F \begin{cases} p \equiv F \\ q \equiv F \end{cases} \rightarrow (p \wedge \sim q) \equiv F$$

$$\text{حالت سوم: } (\sim p \wedge q) \equiv F \begin{cases} p \equiv T \\ q \equiv T \end{cases} \rightarrow (p \wedge \sim q) \equiv F$$

پس ارزش گزاره $(p \wedge \sim q)$ بستگی به ارزش p و q دارد. پس گزینه (۴) درست می باشد.

۳۹ (۴) (۳) (۲) (۱)

p	q	~p	p ∨ q	~(p ∨ q)	~p ∨ q	~(p ∨ q) ∧ (~p ∨ q)
د	د	ن	د	ن	د	ن
د	ن	د	د	ن	ن	ن
ن	د	د	د	ن	د	ن
ن	ن	د	ن	د	د	د

۴۰ (۴) (۳) (۲) (۱)

گزاره p نادرست است. چون $\sqrt{2}$ گنگ است، حاصل نیز گنگ خواهد بود. گزاره q درست است.

$$\begin{cases} p \equiv F \\ q \equiv T \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A \equiv F \\ B \equiv T \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \sim p \equiv T \\ \sim q \equiv F \end{cases}$$

$$[(\sim p \wedge q) \vee (p \vee \sim q)] \equiv (T \vee F) \equiv T \rightarrow C \equiv T$$

۴۱ (۴) (۳) (۲) (۱)

گزاره $p: \frac{1}{p} < 0$ نادرست است، چون هر عدد مثبت به هر توانی برسد، مثبت می گردد، حتی اگر توان منفی داشته باشد، پس $p \equiv A \equiv F$

گزاره $q: \mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ درست است، پس $q \equiv B \equiv T$

گزاره $r: 1 - \sqrt{2} \in \mathbb{R}$ درست است $r \equiv C \equiv T$

گزاره $s: \sim[(p \wedge q) \vee r] \equiv \sim(F \vee T) \equiv \sim T \equiv F$

پس $D \equiv F$

پس $D \equiv F$

۳۴ (۴) (۳) (۲) (۱)

همان طور که در صورت سؤال اشاره شده (۱) $[\sim p \vee (\sim q \wedge \sim p)] \equiv T$

از طرفی می دانیم طبق قانون جذب (۲) $[\sim p \vee (\sim q \wedge \sim p)] \equiv \sim p$

$$(۱), (۲) \rightarrow \sim p \equiv T \rightarrow p \equiv F, \sim r \equiv F \rightarrow r \equiv T$$

$$[\sim p \vee (q \wedge r)] \equiv T$$

۳۵ (۴) (۳) (۲) (۱)

$$(\sim p \vee F) \wedge (\sim p \vee q) \equiv [\sim p \wedge (\sim p \vee q)] \equiv \sim p$$

قانون جذب

۳۶ (۴) (۳) (۲) (۱)

$$[(\underbrace{17}_{T} \text{ عددی اول است.}) \vee (\underbrace{17}_{F} \text{ عددی گنگ است.})] \equiv T$$

$$[(\underbrace{\sqrt{2}}_{T} \text{ عددی گنگ است.}) \vee (\underbrace{20}_{F} \text{ عددی اول است.})] \equiv T$$

$$[(\underbrace{10^{-2}}_{T} = 0/0) \wedge ((\underbrace{\sqrt{2}}_{T})^0 = 1)] \equiv T$$

(ا)
(ب)
(پ)
(ت)

$$\left[\left(\begin{array}{l} \text{میان، نقطه وسط} \\ \text{داده های مرتب شده} \\ \text{است.} \end{array} \right) \wedge \left(\begin{array}{l} \text{اگر مقدار ثابتی به داده ها} \\ \text{اضافه شود، به میانگین نیز} \\ \text{همان مقدار اضافه می شود.} \end{array} \right) \right] \equiv T$$

هر چهار گزاره درست هستند.

۳۷ (۴) (۳) (۲) (۱)

می دانیم مجموع ریشه های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ برابر $-\frac{b}{a}$ است. پس

مجموع ریشه های معادله $3x^2 - 5x + 2 = 0$ برابر $\frac{5}{3}$ می باشد.

$$[\underbrace{\text{مجموع ریشه های } 3x^2 - 5x + 2 = 0 \text{ برابر } \frac{5}{3} \text{ است.}}_T] \wedge$$

$$[\underbrace{\text{پارامتر همیشه از آماره بزرگ تر است.}}_F] \equiv F$$

پس گزاره هایی با ارزش نادرست هم ارز با این گزاره هستند.

مورد (ا):

$$[\underbrace{\text{یکی از مشکلات سرشماری، عدم امکان بررسی های مخرب است.}}_T]$$

$$\wedge [\underbrace{\text{[مراحل رشد انسان، متغیر کیفی ترتیبی است.}}_T]$$

مورد (ب):

$$[\underbrace{\text{در تجزیه } (x^2 - 5x - 6) \text{ عبارت } (x - 2) \text{ وجود ندارد.}}_T]$$

$$\vee [\underbrace{\text{[۲۱ عددی اول است.}}_F]$$

$$[\underbrace{\text{[معکوس هر عدد از خود آن کوچک تر است.}}_F]$$

مورد (پ):

$$\vee [\underbrace{\text{[تعداد دوچرخه ها متغیر کمی فاصله ای است.}}_F]$$

$[p \wedge (\sim q \vee \sim r)] \equiv T$ حتماً درست است. p

$\sim q \vee \sim r \equiv T$
 حالت اول: $\sim q \equiv T, \sim r \equiv T \rightarrow q \equiv F, r \equiv F$
 حالت دوم: $\sim q \equiv T, \sim r \equiv F \rightarrow q \equiv F, r \equiv T$
 حالت سوم: $\sim q \equiv F, \sim r \equiv T \rightarrow q \equiv T, r \equiv F$

حالت اول: $\begin{cases} p \equiv T \\ q \equiv F \\ r \equiv F \end{cases} \rightarrow (\sim p \vee q) \wedge r \equiv (F \vee F) \wedge F \equiv F$

حالت دوم: $\begin{cases} p \equiv T \\ q \equiv F \\ r \equiv T \end{cases} \rightarrow (\sim p \vee q) \wedge r \equiv (F \vee F) \wedge T \equiv F$

حالت سوم: $\begin{cases} p \equiv T \\ q \equiv T \\ r \equiv F \end{cases} \rightarrow (\sim p \vee q) \wedge r \equiv (F \vee T) \wedge F \equiv F$

پس گزاره مورد نظر همیشه ارزش نادرست دارد.

بررسی (آ):

$f(x) = |x^2 + 3x| \Rightarrow f(-2) = |(-2)^2 + 3(-2)| = |4 - 6| = |-2| = 2$

عبارت $x^2 + 1$ چون همواره مثبت است قابل تجزیه نیست.

$f(x)$ مقدار $f(-2)$ برابر با ۲ است. \wedge

$(x^2 + 1)$ قابل تجزیه است. $\equiv F$

پس ارزش گزاره (آ) نادرست است.

بررسی گزاره (ب):

زاویه بین هر دو محور متوالی $= \frac{36^\circ}{\text{تعداد متغیرها}} = \frac{36^\circ}{9} = 4^\circ$

مجموع فراوانی ها $= 4 + 6 + 10 = 20 \Rightarrow$ درصد رنگ زرد $= \frac{6}{20} \times 100\% = 30\%$

$(T \wedge T) \equiv T$

پس ارزش گزاره (ب) درست است.

بررسی گزاره (پ):

مجموع فراوانی گروه های خونی $N = 24 + 16 + 8 + 12 = 60$

زاویه گروه خونی $O = \frac{12}{60} \times 36^\circ = 72^\circ$
 زاویه مورد نظر $= \frac{f}{N} \times 36^\circ \Rightarrow O$

$(\frac{\sqrt{3}}{2})^2 = \frac{3}{4} \in \mathbb{Q}$ (گویاست)

$(F \vee T) \equiv T$

پس ارزش گزاره (پ) درست است.

$f = \{(1,2), (2,2), (3,2)\}$

بررسی گزاره (ت):

چون مؤلفه های اول تکراری نیستند، پس f تابع است.

$x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases}$ دارای ۲ جواب است.

$(T \wedge F) \equiv F$

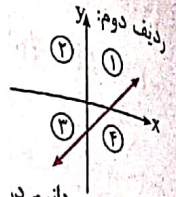
پس ارزش گزاره (ت) نادرست است.

$[(\text{عدد } 9 \text{ مربع کامل است.}) \vee (\text{عدد } 9 \text{ اول است.})] \equiv T$

ردیف اول:

\wedge (اعداد منفی جذر ندارند.) $\equiv T$

$[(\text{خط } y = 3x - 2 \text{ از ناحیه سوم نمی گذرد.})] \equiv F$



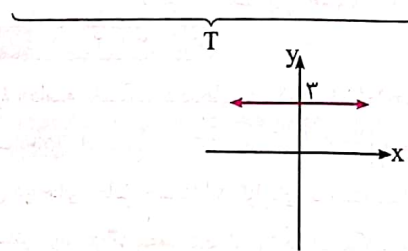
ردیف سوم: می دانیم در روش مربع کامل باید ضریب x^2 همواره یک باشد، پس ابتدا باید معادله $3x^2 - 5x + 2 = 0$ بر ضریب x^2 یعنی ۳ تقسیم گردد و نمودار دایره ای هم برای متغیرهای کیفی، مناسب است، پس $(T \wedge T) \equiv T$ در نتیجه ارزش گذاری هر سه ردیف درست می باشد، پس هیچ اشتباهی رخ نداده و گزینه (۴) صحیح می باشد.

بررسی گزاره (آ):

$\frac{2x-1}{x-1} = \frac{x+1}{2x+1} \Rightarrow 4x^2 - 1 = x^2 - 1 \Rightarrow 3x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$

معادله داده شده دارای ۲ ریشه قابل قبول است. $\equiv F$

$(\text{نمودار } y = 3 \text{ محور طول ها را قطع نمی کند.}) \wedge$



بررسی گزاره (ب):

۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۸، ۱۰، ۱۲، ۱۸، ۲۰، ۲۱
 میان \downarrow

میان = ۸

میانگین $= \frac{1+2+3+4+6+8+10+12+18+20+21}{11} = \frac{105}{11} = 9.5$

میان = ۸ ، میانگین = ۹.۵

اختلاف میانگین و میانگین $= 9.5 - 8 = 1.5$

اختلاف میانگین و میانگین کمتر از ۲ واحد است. $\equiv T$

$(\text{میانگین بزرگ تر است.}) \vee$
 $(\text{میانگین از میانگین بزرگ تر است.}) \equiv F$

بررسی گزاره (پ):

$x^3 - 4x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow x(x-2)(x+2) = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \\ x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$

مجموع ریشه ها $= 0 + 2 - 2 = 0$

عبارت $x^3 - 4x = 0$ به ۳ عامل تجزیه می شود. $\equiv T$

$(\text{مجموع ریشه های } x^3 - 4x = 0 \text{ برابر صفر است.}) \wedge$

گزاره های (ب) و (پ) دارای ارزش درست هستند، پس گزینه (۲) درست است.