

فیلدز 'نگرفته است'. در این صورت شما برای رد ادعای او چه می‌توانید بگویید؟ اگر شما حتی یک فرد ایرانی را که مدال فیلدز گرفته است، برای او مثال بزنید، در این صورت ادعای او باطل شده است و در واقع شما با استفاده از یک مثال نقض، ادعای او را باطل کرده‌اید.

با دقت در ادعای مطرح شده خواهیم دید که کلمه «هیچ» در این حکم باعث می‌شود که این ادعا یک حکم کلی برای تمام اعضای یک مجموعه (که در اینجا مجموعه افراد ایرانی است) باشد. بنابراین در این مورد نیز آوردن یک مثال نقض کافی است تا آن حکم رد شود و به عبارتی غلط بودن آن حکم اثبات گردد.

در ادامه نمونه‌هایی از حکم‌های کلی آمده‌اند.

(الف) همه اعداد اول فردند. (حکم کلی درباره تمام اعداد اول)

(ب) «در هر مستطیل اندازه قطرها باهم برابر است.» (حکم کلی درباره تمام مستطیل‌ها)

(پ) «به ازای هر عدد طبیعی n ، مقدار عبارت n^2+n+41 عددی اول است.» (حکم کلی در مورد تمام اعداد طبیعی)

درباره درستی یا نادرستی حکم «الف» چه حدسی می‌زنید؟ چگونه می‌توانید حدس خود را ثابت کنید؟ می‌دانیم که ۲ یک عدد اول و زوج است. بنابراین حکم کلی «الف» با ارائه همین مثال نقض رد می‌شود. درباره درستی یا نادرستی حکم‌های «ب» و «پ» چه حدس‌هایی می‌زنید؟ آیا می‌توانید برای آنها مثال نقض بیاورید و آنها را باطل کنید؟ اگر برای یک حکم کلی نتوانیم مثال نقض ارائه کنیم، درباره درستی یا نادرستی آن حکم چه می‌توان گفت؟ آیا در این حالت درستی حکم را باید پذیرفت؟

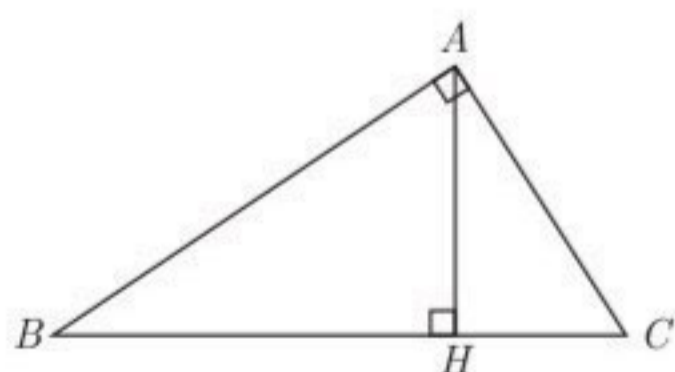
برای قسمت (ب) مثال نقض وجود ندارد؛ اما این برای پذیرش این حکم کافی نیست و باید توجه کرد که «برای نشان دادن درستی یک حکم کلی باید آن را اثبات کنیم».

درباره گزینه (پ) چه می‌توان گفت؟

اگر درستی یا نادرستی یک حکم کلی بر ما مشخص نباشد و برای رد آن، مثال نقض نیز نتوانیم ارائه دهیم، نمی‌توان درباره درستی یا نادرستی آن حکم کلی نتیجه‌ای گرفت.

تمرین

۱ در شکل مقابل مساحت مثلث قائم‌الزاویه ABC را به دو روش محاسبه کنید و از تساوی دو عبارت به دست آمده برای مساحت مثلث، یک تناسب به دست آورید.

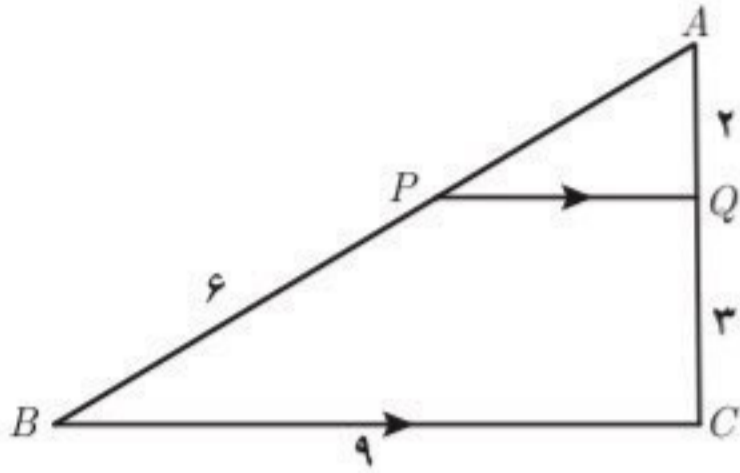


۱- مدال یا نشان فیلدز (Fields medal) جایزه‌ای است که به ابتکار ریاضی‌دان کانادایی جان چارلز فیلدز هر چهار سال یک‌بار به ریاضی‌دانان جوان (کمتر از چهل سال) که کار ارزنده‌ای در ریاضی انجام داده باشند تعلق می‌گیرد. از آنجا که در رشته ریاضی جایزه نوبل اهدا نمی‌شود، این جایزه را «نوبل ریاضیات» می‌خوانند. در سال ۲۰۱۴ نشان فیلدز به ریاضی‌دان ایرانی خانم مریم میرزاخانی تعلق گرفت. گفتنی است که میرزاخانی اولین زنی در دنیاست که موفق به گرفتن این نشان شده است. البته با تأسف تمام موقع تدوین کتاب خبر درگذشت ایشان، جهان علم و جامعه ایرانی را سخت متأثر ساخت، روانش شاد

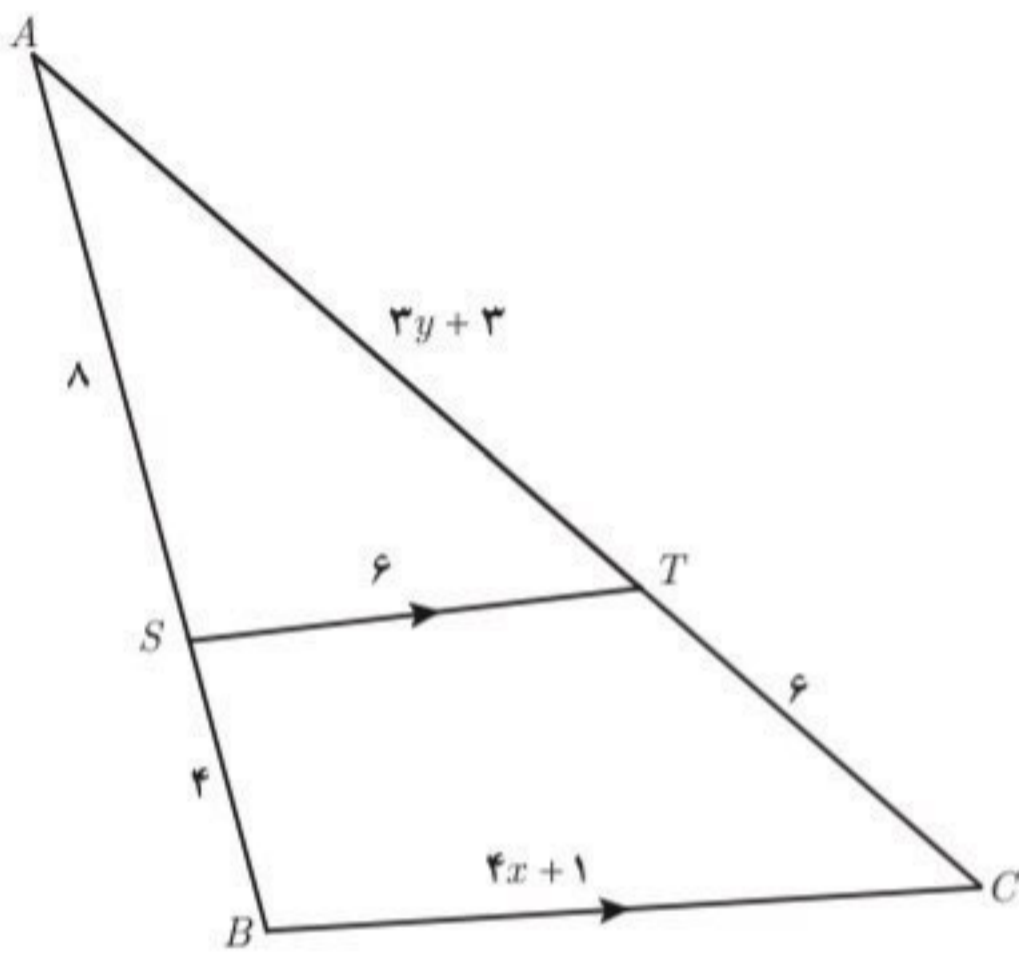
۲ در هر مورد، مقدار عددی نسبت $\frac{a}{b}$ را به دست آورید.

الف) $\frac{a}{10+a} = \frac{b}{8+b}$ ب) $\frac{3a+10}{10+2a} = \frac{3b+7}{7+2b}$

۳ ثابت کنید در هر مثلث پاره خطی که وسط‌های دو ضلع مثلث را به هم وصل کند، با ضلع سوم موازی و مساوی نصف آن است.

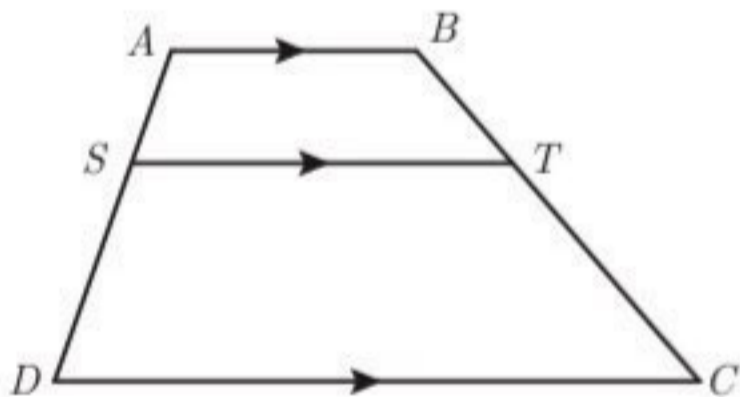


۴ در شکل مقابل $PQ \parallel BC$ است. طول پاره‌خط‌های AP و PQ را به دست آورید.



۵ در شکل مقابل $ST \parallel BC$ است. مقادیر x و y را به دست آورید.

۶ در دوزنقه مقابل $AB \parallel ST \parallel DC$ است. ثابت کنید: $\frac{AS}{SD} = \frac{BT}{TC}$ (راهنمایی: یکی از قطر‌ها را رسم کنید.)



۷ در هر مورد با عوض کردن جای فرض و حکم عکس آنچه را داده شده است، بنویسید.

الف) اگر در مثلثی سه ضلع برابر باشند، آنگاه سه زاویه نیز برابر خواهند بود.

ب) اگر در یک چهارضلعی اضلاع روبه‌رو موازی باشند، در این صورت زوایای مقابل با هم برابرند.

پ) اگر رأس‌های یک چهارضلعی روی یک دایره قرار داشته باشند، در این صورت زوایای مقابل آن چهارضلعی مکمل‌اند.

ت) در یک مثلث اگر دو ارتفاع برابر باشند، «ضلع متناظر به ارتفاع بزرگ‌تر» کوچک‌تر است از «ضلع مقابل به ارتفاع کوچک‌تر». (راهنمایی: شکل بکشید و به زبان ریاضی بنویسید)

۸ با برهان خلف ثابت کنید نمی‌توان از یک نقطه غیر واقع بر یک خط، دو عمود بر آن خط رسم کرد.

۹ هر یک از حکم‌های کلی زیر را با یک مثال نقض رد کنید.

الف) هیچ عدد اول بزرگ‌تر از ۱۲۷ وجود ندارد. ب) مساحت هر مثلث از مساحت هر مربع بیشتر است.

پ) در هر مثلث اندازه هر ضلع از اندازه هر ارتفاع بزرگ‌تر است. ت) در هر مثلث میانه و عمود منصف متناظر به هر ضلع برهم منطبق‌اند.

