

۱ معادله‌های زیر را حل کنید.

ب) $4x^6 + 1 = 5x^2$

۲ معادله درجه دوم بنویسید که ریشه‌های آن $1 - \sqrt{2}$ و $1 + \sqrt{2}$ باشد.

۳ مقدار ماکزیمم یا مینیمم توابع با ضابطه‌های زیر را به دست آورید.

ب) $g(x) = 3x^2 + 6x + 5$

الف) $x^4 - 8x^2 + 8 = 0$

الف) $f(x) = -2x^2 + 8x - 5$

۴ موشکی که به طور عمودی رو به بالا شلیک شده، t ثانیه پس از پرتاب در ارتفاع h متری از سطح زمین قرار می‌گیرد که معادله آن به صورت

مقابل است. $h(t) = 100t - 5t^2 \quad (t \geq 0)$

الف) چقدر طول می‌کشد تا موشک به بالاترین ارتفاع ممکن خود برسد؟

ب) ارتفاع نقطه اوج را بیابید.

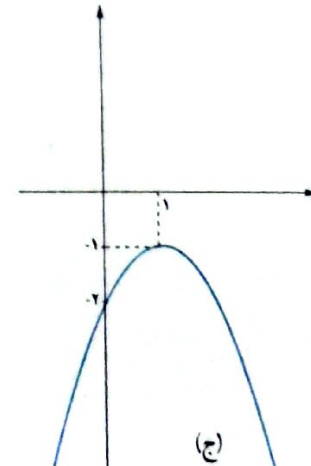
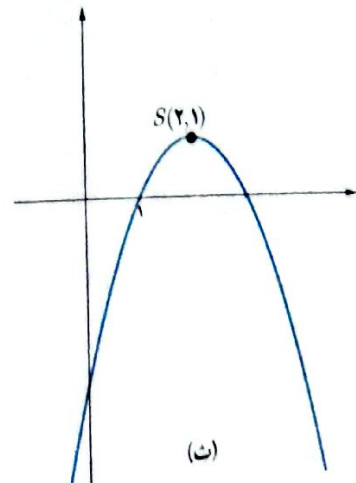
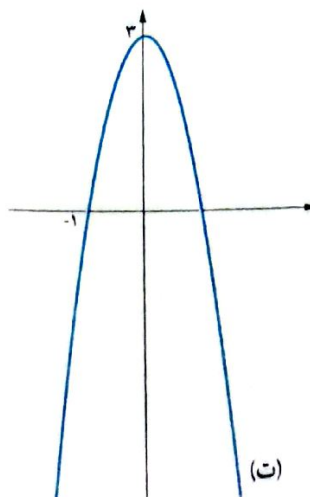
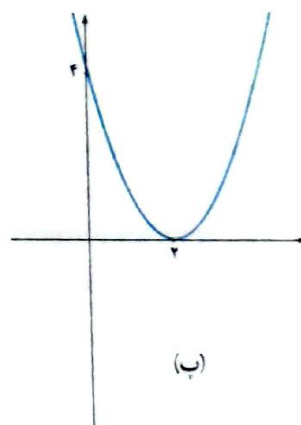
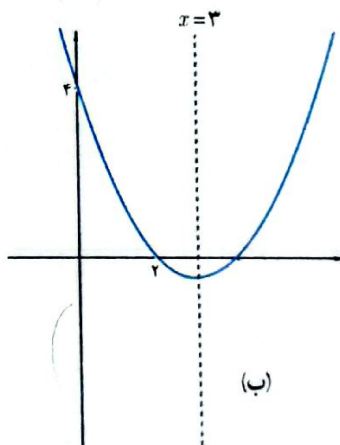
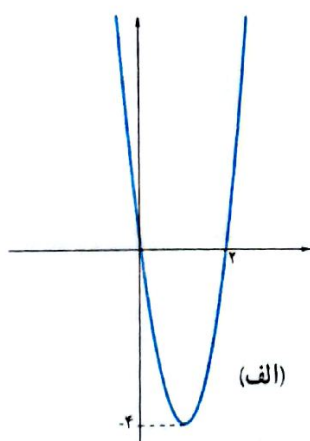
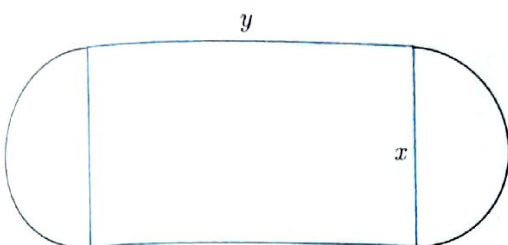
پ) چند ثانیه پس از پرتاب، موشک به زمین بازمی‌گردد؟

۵ استادیومی به شکل مقابل در حال ساخت است که در آن $x \geq 0$ و $y \geq 0$ و نیم‌دایره‌ها به شعاع $\frac{x}{4}$ هستند. اگر محیط استادیوم 1500 متر باشد، x و y را طوری بیابید که:

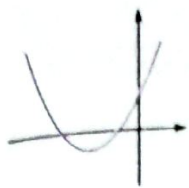
الف) مساحت مستطیل حداکثر مقدار ممکن گردد.

ب) مساحت استادیوم حداکثر مقدار ممکن شود.

۶ ضابطه جبری سهمی‌های زیر را بنویسید.



۸. نمودار تابع $y = cx^2 - bx + a$ به صورت زیر است. علامت a, b, c و Δ را تعیین کنید.



۹. یک استخر مستطیل شکل به ابعاد طول ۱۰ و عرض ۳ متر داریم که یک آبراه در اطرافش است. اگر این آبراه دارای پهنای یکسان و مساحت ۱۴ مترمربع باشد، پهنای آن را حساب کنید.

۱۰. طول یک نوع کاشی یک سانتی متر بلندتر از چهار برابر عرض آن است. برای پوشاندن دیواری به مساحت ۶۰ مترمربع، تعداد دو هزار کاشی مصرف شده است. طول هر کاشی چند سانتی متر است؟

۱۱. به ازای کدام مقدار m ، معادله $mx^2 + 4x + m - 3 = 0$ ریشه مضاعف مثبت دارد؟

۱۲. مجموعه مقادیر m را طوری بیابید که معادله درجه دوم $(2m-1)x^2 + 6x + m - 2 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی متمایز باشد.

۱۳. مجموعه مقادیر m را طوری بیابید که معادله $x^4 - (m+2)x^2 + m + 5 = 0$ دارای ۴ ریشه حقیقی متمایز باشد.

۱۴. به ازای چه مقادیری از m ، مجموع مربعات ریشه های معادله $2x^2 + (m-1)x = 1$ برابر $\frac{13}{4}$ است؟

۱۵. اگر α و β ریشه های معادله $x^2 - 2x - 4 = 0$ باشند، حاصل عبارت $(\alpha^2 - 4)^2 + 4\beta^2$ را بیابید.

۱۶. به ازای کدام مقدار a ، معادله درجه دوم $x^2 - (2m+2)x + m^2 - 4 = 0$ دارای دو ریشه مثبت است؟

۱۷. به ازای کدام مقدار m ، معادله $(a-5)x^2 - 2ax - 4 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی منفی است؟

۱۸. به ازای چه مقادیری از m ، معادله $(m-1)x + 5\sqrt{x} - (m-2) = 0$ دارای یک ریشه حقیقی است؟

۱۹. معادله درجه دومی بنویسید که جواب های آن از نصف جواب های معادله $x^2 - 6x + 1 = 0$ یک واحد کمتر باشد.

۲۰. به ازای کدام مقدار m ، هر یک از ریشه های معادله $3x^2 - 7mx + 2 = 0$ ، توان سوم ریشه های معادله $3x^2 - 4x + 1 = 0$ هستند؟

۲۱. اگر پایین ترین نقطه سهمی به معادله $y = (m-1)x^2 - 2mx + m - 3$ در ناحیه دوم دستگاه مختصات باشد، حدود m را بیابید.

۲۲. به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، منحنی به معادله $f(x) = (2m-4)x^2 + x + 1$ از هر چهار ناحیه مختصات می گذرد؟

۲۳. در معادله درجه دوم $mx^2 - 3mx + m^2 = 0$ یک ریشه ۵ واحد از ریشه دیگر بزرگ تر است. مقدار m را بیابید.

۲۴. اگر در معادله $x^2 - 9x + (m+1) = 0$ یک ریشه دو برابر ریشه دیگری باشد، مقدار m را بیابید.

۲۵. ریشه های حقیقی معادله $ax(x+3) = a^2 - 2$ معکوس یکدیگرند. مجموع مقادیر ممکن برای a را بیابید.

۲۶. در معادله درجه دوم $(2m^2 - 3m)x + (m-4) = 0$ اگر ۲ ریشه قرینه یکدیگر باشند، مقادیر ممکن برای m را بیابید.

۲۷. استادیومی به شکل مستطیل با دو نیم دایره در دو انتهای آن در حال ساخت است. اگر محیط استادیوم ۱۵۰۰ متر باشد، ابعاد مستطیل را طوری بیابید که:

۱. مساحت مستطیل حداکثر مقدار ممکن گردد.

۲. مساحت استادیوم حداکثر مقدار ممکن شود.

۲۸. فرض کنیم فوتبالیستی توپی را با زاویه 45° نسبت به سطح زمین و با سرعت اولیه $20 \frac{m}{s}$ شوت کند. معادله مسیر حرکت این توپ، یک تابع درجه

دوم با ضابطه $y = -\frac{1}{4}x^2 + x$ است. در این رابطه x مسافت افقی طی شده و y ارتفاع توپ از سطح زمین است.

۱. حداکثر ارتفاع توپ را به دست آورید.

۲. به نظر شما حداکثر مسافت افقی طی شده توسط توپ چقدر است؟

۲۹. قرار است در کنار یک رودخانه، محوطه‌ای مستطیل شکل ایجاد کنیم. برای این کار لازم است سه ضلع محوطه نرده‌کشی شود. اگر تنها هزینه نصب

۱۰۰ متر نرده را در اختیار داشته باشیم، ابعاد مستطیل را طوری تعیین کنید که مساحت آن بیش‌ترین مقدار ممکن گردد.



۳۰. یک پنجره به شکل مستطیل است که در بالای آن یک مثلث متساوی‌الاضلاع قرار گرفته است. اگر محیط پنجره $4m$ باشد، ابعاد مستطیل را طوری

بباید که پنجره حداکثر نوردهی را داشته باشد.

۳۱. راکتی که به طور عمودی رو به بالا شلیک شده، t ثانیه پس از پرتاب در ارتفاع h متری از سطح زمین قرار می‌گیرد که معادله آن به صورت

$$h(t) = 100t - 5t^2 \quad (t \geq 0)$$

۱. چقدر طول می‌کشد تا راکت به بالاترین ارتفاع ممکن خود برسد؟

۲. ارتفاع نقطه اوج را بیابید.

۳. چند ثانیه پس از پرتاب راکت به زمین باز می‌گردد؟

۳۲. اگر $(-2, 5)$ و $(0, 5)$ دو نقطه از یک سهمی باشند، خط تقارن این سهمی را به دست آورید.

۳۳. اگر α و β صفرهای سهمی $y = 25\alpha x^2 + 4x + \beta$ و $\beta > \alpha$ باشد، رأس این سهمی در کدام ناحیه از صفحه مختصات قرار دارد؟ (سراسری-۹۳)

۳۴. نقاط $(3, -4)$ و $(-1/5, -4)$ روی یک تابع درجه ۲ واقع هستند. مجموع صفرهای این تابع را بیابید. (سراسری-۹۳)

۳۵. اگر $2x + 3y = 120$ باشد، ماکزیمم مقدار xy را بیابید.

۳۶. در معادله درجه دومی با ضریب‌های گویا، یک ریشه معادله، $3 + \sqrt{5}$ است. ریشه دیگر معادله را بیابید.

۳۷. در معادله درجه دوم $2x^2 - 2x + k = 0$ به‌ازای کدام مقدار k ، یکی از ریشه‌ها ۲ واحد بیشتر از ریشه دیگر است؟

۳۸. اگر α و β ریشه‌های معادله $2x^2 + 4x - 1 = 0$ باشند، حاصل $(\alpha^2 + 2\alpha)^{1397} + (\beta^2 + 2\beta)^{1397}$ را بیابید.

۳۹. فرض کنید α و β ریشه‌های معادله $3x^2 + kx - 3 - k = 0$ باشند و عدد ۲ بین ریشه‌های این معادله باشد، حدود k را بیابید.

۴۰. زمینی به شکل مستطیل را با ۲۴۰ متر نرده محصور می‌کنیم. ابعاد مستطیل چه اندازه باشد تا مساحت زمین بیش‌ترین مقدار ممکن شود؟