

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳ در یک خانواده ۴ نفره در دو حالت، گروه خونی همه اعضا با هم متفاوت است.

حالت اول) ژنوتیپ پدر و مادر به صورت AB و OO باشد؛ که در نتیجه فرزندان ژنوتیپ های AO و BO را نشان می دهند.

حالت دوم) ژنوتیپ پدر و مادر به صورت AO و BO باشد؛ که در نتیجه ژنوتیپ فرزندان به صورت AB و OO می تواند باشد.

با توجه به موارد فوق در هیچ یک از حالات، فرزندان کربوهیدرات مشابه ندارند.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ۱: تنها در حالت اول، یکی از والدین دارای ژن نمود ناخالص است.

گزینه ۲: در حالت اول، والدین فاقد دگره مشابه گروه خونی در کروموزوم شماره ۹ خود هستند.

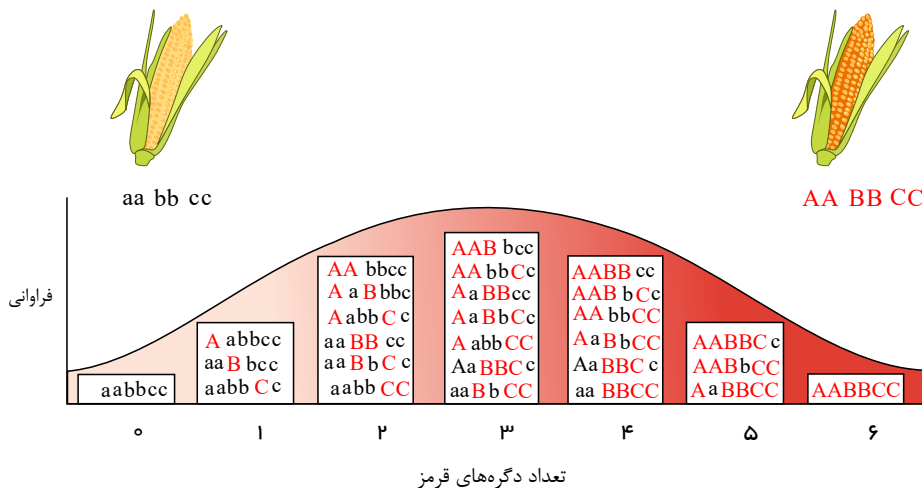
گزینه ۴: با توجه به موارد فوق تنها در حالت دوم، حداقل یکی از فرزندان فاقد آنزیمی که کربوهیدرات را به غشای گویچه های قرمز اضافه می کند، می باشد.

۲ - گزینه ۴ صفت وابسته به جنس چه بر روی فام تن Y و چه بر روی فام تن X باشد، قطعاً در بدن فرزند پسر یا دختر، در یاخته های ماهیچه ای اسکلتی بیش از یک دگره دارد.

سایر گزینه ها برای صفاتی که بر روی فام تن Y قرار دارند، صادق نیست.

۳ - گزینه ۱ از آمیزش دو ذرت با ژنوتیپ $AABBCC$ و $aabbcc$ ، ذرت هایی با ژنوتیپ $AaBbCc$ به وجود می آید و تعداد دگره های بارز نشان دهنده رنگ قرمز است و طبق نمودار زیر،

رخ نمود ذرت های حاصل بیشترین شباهت را از نظر رنگ با گزینه ۱ دارند.



۴ - گزینه ۳ ژنوتیپ گیاه والد ماده WW است، پس ژنوتیپ یاخته تخمزا به صورت W و ژنوتیپ یاخته دو هسته ای به صورت WW می باشد، از طرفی ژنوتیپ گیاه والد نر برابر با RW است، پس اسپرم های این گیاه دارای ژنوتیپ R و W می باشد. با توجه به توضیحات اگر اسپرم R باشد ژنوتیپ تخم RW و فنوتیپ آن صورتی است و اگر اسپرم W باشد ژنوتیپ WW و فنوتیپ سفید است.

در مورد آندوسپرم هم در حالت اول RWW و در حالت دوم WWW اتفاق می افتد.

۵ - گزینه ۴ در یاخته های ماهیچه ای اسکلتی به علت چند هسته ای بودن بیشتر از دو ژن برای این آنزیم وجود دارد.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ۱: توجه کنید اگرچه فرد می تواند DD یا Dd باشد اما این افراد می توانند گروه خونی AB داشته باشند و از نظر سیستم گروه خونی ABO دارای رابطه هم توانی بین دگره های A و B باشند.

گزینه ۲: گلبول های قرمز بالغ انسان هسته ندارند و اساساً کروموزوم ندارند!!!

گزینه ۳: شکل ظاهری یا حالت بروز یافته صفت را رخ نمود می نامند. افرادی که دگره D دارند Dd یا DD می باشند؛ پس نمی توان گفت قطعاً DD است.

۶ - گزینه ۱ منظور از یاخته های بالغ دارای هموگلوبین، همان گویچه های قرمز بالغ است که درون خود آنزیم کربنیک انیدراز دارند.

این یاخته ها هسته ندارند و در نتیجه محتوای ژنوم و رونویسی نیز ندارند و نمی توان گفت دارای ژن های مشابهی با سایر یاخته های سفید خونی هستند. در غشای یاخته ها، در سطح خارجی غشا، انواع مختلفی از رشته های قندی مشاهده می شود.

۷ - گزینه ۲ در این تست کافی است بدانیم تنها مشکل انعقاد خون بیماری هموفیلی و فقدان عامل $VIII$ نیست!

۸ - گزینه ۱ رابطه بین دگره ها در گل های میمونی، بارزیت ناقص است و امکان ایجاد زاده ای با رخ نمود هم توان در گل های میمونی وجود ندارد، بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ۲: نمی توان انتظار داشت که انواع ژن نمودها بیشتر از تعداد انواع رخ نمودها شود و در هر نوع آمیزشی انواع ژن نمود و رخ نمود برابر است.

گزینه ۳: اگر ژن نمود والدین به صورت $RW \times RW$ باشد امکان ایجاد زاده ای با ژن نمود و رخ نمود مشابه هر ۲ والد یعنی زاده RW وجود دارد.



گزینه ۴: امکان ندارد تعداد انواع رخ نمود در این آمیزش‌ها بیشتر از تعداد انواع ژن نمود شود.

۹ - گزینه ۲ صورت سوال مربوط به گروه خونی ABO است که در آن هر فرد دارای یک جایگاه ژنی در هر یاختهٔ دولا و هسته دار خود برای این صفت می باشد و در صورت ناتوانی در اضافه کردن کربوهیدرات های A و B به غشای گویچهٔ قرمز گروه خونی O داشته و خالص است و ضمناً هر فرد دارای ۲ دگره برای این صفت می باشد که می توانند از ۲ نوع باشند، بنابراین گزینه های ۱، ۳، ۴ صحیح اند اما گزینه ۲ نمی تواند صحیح باشد چون افراد ناخالص با دگره های A و B برای این صفت دارای رخ نمود هم توان اند نه حد واسط!

۱۰ - گزینه ۳ موارد (ب) و (ج) عبارت را به درستی کامل می کنند.

بررسی موارد:

الف) به دلیل عدم مشخص بودن ژن نمود دقیق مرد با گروه خونی B که ممکن است BB یا BO باشد، ژن نمود قطعی فرزندان قابل حدس نمی باشد.

ب) مرد سالم از نظر هموفیلی $X^H Y$ و زن هموفیل نیز قطعاً $X^h X^h$ می باشد، در نتیجه تمامی دختران سالم ناخالص و تمامی پسران نیز بیمار خواهند بود.

ج) گل میمونی سفید به صورت WW و گل میمونی صورتی به صورت RW می باشد. فرزندان به هر دو شکل صورتی و سفید قابل مشاهده هستند.

د) به دلیل عدم مشخص بودن ژن نمود قطعی زن سالم از نظر هموفیلی، ژن نمود قطعی فرزندان قابل حدس نمی باشد.

۱۱ - گزینه ۳ فردی که دارای گروه خونی Dd است، همانند فردی که دارای گروه خونی DD است، دارای گروه خونی Rh مثبت است و در غشای گویچه های قرمز دارای پروتئین D است.

فردی که دارای گروه خونی Dd است، برخلاف فردی که دارای گروه خونی DD است، برای صفت گروه خونی Rh ، ناخالص است.

۱۲ - گزینه ۱ این زن هر دو دگره بارز را روی فام تن های جنسی خود خواهد داشت. در تمامی فرزندان وی حداقل یک دگره قابل مشاهده است؛ در نتیجه فرزندان با داشتن این دگره هرگز به بیماری مبتلا نخواهد شد؛ حتی اگر فرزند دختر دگره نهفته را نیز داشته باشد.

بررسی سایر گزینه ها:

۱) این زن هر دو دگره بارز را روی فام تن های جنسی خود دارد؛ پس هر دو والد حداقل یک دگره بیماری را داشته اند. اگر مادر او ناخالص باشد، امکان سالم بودن برادر این زن وجود خواهد داشت.

۲) اگر مردی از نظر این صفت سالم باشد، قطعاً خالص خواهد بود. این فرد دگره های نهفته خود را از پدر و مادر دریافت کرده است؛ حال اگر والدین علاوه بر دگره نهفته دارای دگره بارز نیز باشند (ناخالص)، در مورد این صفت بیمار خواهند شد.

۴) مردی که از نظر بیماری غیرجنسی نهفته بیمار باشد، قطعاً به صورت خالص است. یکی از دگره های نهفته خود را به دخترش منتقل می کند؛ حال اگر از مادر دگره بارز به دختر به ارث برسد، دختر سالم خواهد شد.

۱۳ - گزینه ۲ موارد الف و ب صحیح هستند.

بررسی همه موارد:

الف و ب): اضافه شدن کربوهیدرات های A و B به غشای گلبول قرمز یک واکنش آنزیمی است. دو نوع آنزیم وجود دارد. یکی آنزیم A ، که کربوهیدرات A را به غشا اضافه می کند و دیگری آنزیم B ، که کربوهیدرات B را به غشا اضافه می کند. اگر هیچ یک از این ۲ آنزیم وجود نداشته باشد آنگاه هیچ کربوهیدراتی اضافه نخواهد شد و در ژن نمود AB هر ۲ آنزیم ساخته می شوند و به همین علت گویچهٔ قرمز هر دو کربوهیدرات A و B را خواهد داشت.

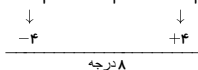
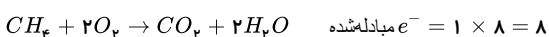
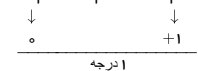
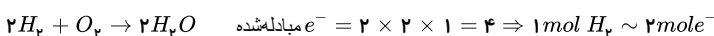
مورد ج): دگره های A و B گروه خونی نسبت به دگره دیگر آن بارزند.

مورد د: هر چند دگره های A و B را با I^A و I^B نشان می دهند اما دگره O را با i نشان می دهند نه I !

۱۴ - گزینه ۴ با توجه به اینکه فنوتیپ ها به سه صورت مختلف مشاهده می شوند و یکی از فنوتیپ ها حد واسط دوتای دیگر است، در نتیجه این صفت دو دگره دارد که هیچ کدام بر دیگری بارزیت کامل ندارد.

۱۵ - گزینه ۴ فردی که تنها ۲ نوع ژن بارز مربوط به گروه های خونی دارد یا AB^- یا A^+ یا B^+ است و اگر دارای ژن نمود AB^- باشد، نمی تواند صاحب فرزند فاقد دگرهٔ بارز شود [رد گزینه ۱] و همچنین فردی با ژن نمود AB^- فاقد پروتئین D در غشای گویچه های قرمز خود است [رد گزینه ۲] و این فرد می تواند والدینی Rh منفی داشته باشد، یعنی نمی توان گفت حداقل در ژن نمود یکی از والدینش دگرهٔ D وجود داشته است [رد گزینه ۳] اما به هر حال هریک از افرادی که دارای رخ نمود AB^- ، A^+ یا B^+ باشند، حداقل دارای یک دگرهٔ A یا B روی یکی از جایگاه های ژنی کروموزوم شمارهٔ ۹ خود خواهند بود [تأیید گزینه ۴].

۱۶ - گزینه ۱



$$2 \text{ mole}^- \times \frac{1 \text{ mol } CH_4}{8 \text{ mol } e^-} \times \frac{16 \text{ g } CH_4}{1 \text{ mol } CH_4} = 4 \text{ g } CH_4$$

۱۷ - گزینه ۲

$$3.01 \times 10^{23} e^- \times \frac{1 \text{ mole}^-}{6.02 \times 10^{23} e^-} = 0.5 \text{ mole}^-$$

$$0.5 \text{ mole}^- \times \frac{1 \text{ mol } Ni}{2 \text{ mole}^-} = 0.25 \text{ mol } Ni$$

$$0.5 \text{ mole}^- \times \frac{2 \text{ mol } Ag}{2 \text{ mole}^-} = 0.5 \text{ mol } Ag$$



دبیرستان دخترانه علوی واحد شرق

$$Ni = 0.25 \text{ mol} \times 58 = 14.5 \text{ g} \quad (\text{از جرم تیغه کم می شود})$$

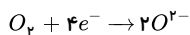
$$Ag = 0.5 \text{ mol} \times 108 = 54 \text{ g}$$

$$54 \text{ g} \times \frac{20}{100} = 10.8 \text{ g} \quad (\text{به جرم تیغه اضافه می شود})$$

$$\text{تغییرات جرم تیغه} = 10.8 - 14.5 = -3.7 \text{ g}$$

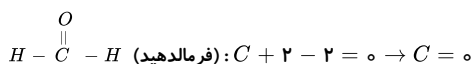
بنابراین ۳٫۷ گرم از جرم تیغه کم می شود.

۱۸ - گزینه ۱ هر مولکول اکسیژن (O_2) می تواند با جذب چهار الکترون به O^{2-} (یون اکسید) کاهش یابد.



بررسی سایر گزینه ها:

(۲) ساده ترین عضو خانواده آلدهیدها، $H - \overset{\overset{O}{\parallel}}{C} - H$ است:



در سایر آلدهیدها ($R - \overset{\overset{O}{\parallel}}{C} - H$)، عدد اکسایش کربن گروه عاملی برابر ۱+ است.

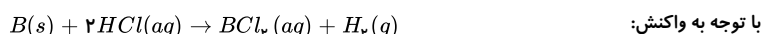
(۳) در SHE پلاتین نقش الکتروود را دارد ولی هیدروژن کاهش می یابد.

(۴) پتانسیل الکتروودی SHE در هر دمایی برابر صفر است.

۱۹ - گزینه ۳ موارد دوم و سوم نادرست هستند.

در پدیده هایی همچون تندر و آذرخش، بخشی از انرژی ممکن است به شکل انرژی الکتریکی میان سامانه واکنش و محیط پیرامون جاری شود. مبنای تولید انرژی الکتریکی، واکنش هایی شامل داد و ستد الکترون هستند.

۲۰ - گزینه ۴



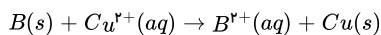
با توجه به واکنش:

Al به همراه HCl ، $AlCl_3$ تولید خواهد کرد و نمی تواند BCl_3 را آزاد کند.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه (۱) پتانسیل کاهشی استاندارد A مثبت و پتانسیل کاهشی استاندارد B منفی است، بنابراین B آند و A کاتد سلول را تشکیل می دهند.

گزینه (۲) فلز مس در سری الکتروشیمیایی بالاتر از B قرار دارد؛ بنابراین واکنش:



انجام پذیر است.

گزینه (۳) $B > A$: قدرت کاهندگی $\Leftarrow B^{2+} < A^{n+}$: قدرت اکسندگی

۲۱ - گزینه ۳ باتوجه به واکنش اول U^{3+} کاهنده قوی تری از Cr^{2+} است.

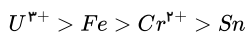
واکنش دوم انجام نشده، پس $Fe(s)$ کاهنده ضعیف تری نسبت به U^{3+} است.

باتوجه به واکنش سوم، Cr^{2+} کاهنده قوی تری نسبت به $Sn(s)$ است.

باتوجه به واکنش چهارم، $Fe(s)$ کاهنده قوی تری نسبت به $Sn(s)$ است.

باتوجه به واکنش آخر، $Fe(s)$ کاهنده قوی تری نسبت به Cr^{2+} است.

در نتیجه مقایسه قدرت های کاهندگی به صورت زیر می باشد:



پس دومین کاهنده قوی Fe است.

۲۲ - گزینه ۲ بررسی عبارات نادرست:

(پ) A' به آرایش الکترونی هشتایی نرسیده است و تعداد الکترون های Y برابر ۱۸ می باشد.

(ت) تعداد الکترون های مبادله شده، برابر ۲ است.

عبارت های الف و ب درست می باشند. مقدار X در مورد الف ۲ الکترون است.

۲۳ - گزینه ۲

بررسی گزینه های نادرست:

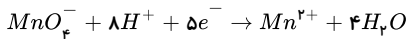
۱- در واکنش های اکسایش - کاهش، دست کم عدد اکسایش دو اتم تغییر خواهد کرد که یکی کاهش و دیگری اکسایش می یابد.

۳- تعداد الکترون های تولیدی در نیم واکنش اکسایش همواره با تعداد الکترون های مصرفی در نیم واکنش کاهش یکسان است.

۴- در این واکنش رنگ محلول از بی رنگ به آبی تغییر می کند.



۲۴ - گزینه ۴



۲۵ - گزینه ۴ به جز عبارت (پ)، بقیه عبارتها درست اند.

در مورد عبارت (پ)، در سلول گالوانی (روی - مس)، مس کاتد (قطب مثبت) است و در کاتد عمل کاهش انجام می شود (منظور از رسانای یونی، محلول و منظور از رسانای الکترونی، الکترودها (کاتد و آند) هستند).

۲۶ - گزینه ۴

در مرکز نوسان، سرعت بیشینه و در نقاط بازگشت، سرعت صفر است.

$$\begin{cases} x = 0 \\ v = \pm v_{max} \end{cases} \Rightarrow v_{max}^2 = 0.4^2 \Rightarrow v_{max} = \sqrt{0.4} \\ \begin{cases} v = 0 \\ x = \pm A \end{cases} \Rightarrow 0 = 0.4 - 4000x^2 \Rightarrow A = 10^{-2} m$$

$$v_{max} = A\omega \Rightarrow \sqrt{0.4} = 10^{-2}\omega \Rightarrow \omega = \sqrt{0.4} \times 100 \Rightarrow a_{max} = A\omega^2 = 10^{-2} \times (0.4 \times 10^4) = 40 \frac{m}{s^2}$$

۲۷ - گزینه ۳ در هر ثانیه یک بار طول پاره خط طی شده بنابراین در هر دو ثانیه نوسانگر یک نوسان کامل انجام می دهد یعنی: $T = 2s$. از طرفی:

$$\begin{cases} \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ rad/s} \rightarrow v_{max} = A\omega = 2 \text{ cm} \times \pi \text{ rad/s} \\ \text{طول پاره خط نوسانی} = \frac{4\text{ cm}}{2} \rightarrow A = \frac{4\text{ cm}}{2} = 2 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\rightarrow v_{max} = 2\pi \text{ cm/s}$$

۲۸ - گزینه ۳

با توجه به مفهوم ضربه (نیرو) و تغییرات سرعت داریم:

$$|\vec{F}| \cdot \Delta t = m|\Delta v| \Rightarrow 3 \times 4 = 2(v - 5) \Rightarrow v - 5 = 6 \Rightarrow v = 11 \frac{m}{s} \\ |\vec{p}_f| = m|\vec{v}| \Rightarrow |\vec{p}_f| = 2 \times 11 = 22 \frac{kg \cdot m}{s}$$

۲۹ - گزینه ۴

$$K = \frac{p^2}{2m} \rightarrow \frac{K_B}{K_A} = \left(\frac{p_B}{p_A}\right)^2 \left(\frac{m_A}{m_B}\right) \rightarrow 5 = (1) \left(\frac{m_A}{m_B}\right) \rightarrow \frac{m_A}{m_B} = 5$$

۳۰ - گزینه ۱ برای محاسبه سرعت متحرک ابتدا با استفاده از رابطه $E = U + K$ ، انرژی جنبشی (K) نوسانگر را به دست می آوریم سپس با استفاده از رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ سرعت نوسانگر را به دست می آوریم.

$$E = U + K \xrightarrow[E=15mJ]{E=20mJ} 20 = 15 + K \Rightarrow K = 5mJ$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 5 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 0.1 \times v^2 \Rightarrow v^2 = 0.1 \Rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{10}} \frac{m}{s}$$

$$\xrightarrow{\times 100} v = \frac{100}{\sqrt{10}} \left(\frac{cm}{s}\right) = 10\sqrt{10} \frac{cm}{s}$$

۳۱ - گزینه ۴ برای پیدا کردن بیشینه سرعت نوسانگر، باید بسامد زاویه ای را محاسبه کنیم:

$$v_{max} = A\omega \Rightarrow v_{max} = 0.04 \times \sqrt{\frac{k}{m}} = 0.04 \times \sqrt{\frac{32}{20 \times 10^{-3}}} = 1.6 \frac{m}{s}$$

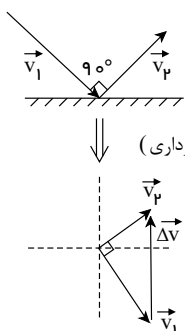
۳۲ - گزینه ۳

نکته: در بررسی تغییرات تکانه باید توجه داشته باشید که تکانه کمیته برداری است، بنابراین در محاسبه آن باید $\Delta \vec{v}$ را بصورت اندازه تغییرات سرعت (مفهوم برداری) در نظر بگیرید نه تغییرات اندازه حرکت (مفهوم عددی تغییر سرعت).

باتوجه به شکل برداری روبرو و عمود بودن $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ می توان گفت:

$$|\Delta \vec{v}| = \sqrt{|\vec{v}_1|^2 + |\vec{v}_2|^2} \Rightarrow |\Delta \vec{v}| = 5 \frac{m}{s} \Rightarrow |\Delta \vec{p}| = m_0 |\Delta \vec{v}| \Rightarrow |\Delta \vec{p}| = 1 \times 5 = 5 kg \frac{m}{s}$$

* دقت کنید که برای محاسبه برداری $\Delta \vec{v}$ باید، ۲ بردار را از یک مبدأ مختصات و در یک دستگاه رسم کرده و سپس اقدام به محاسبه بردار $\Delta \vec{v}$ از نظر جهت و اندازه نمائید.





۳۳ - گزینه ۴

طبق رابطه $g = \frac{GM_e}{R^2_e}$ داریم:

$$\begin{cases} g_1 = \frac{GM_e}{9Re^2} \\ g_2 = \frac{1}{9}g_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{GM_e}{(Re+h)^2} = \frac{1}{9} \frac{GM_e}{9Re^2} \Rightarrow (Re+h)^2 = 81Re^2 \Rightarrow Re+h = 9Re \Rightarrow h = 8Re$$

۳۴ - گزینه ۲ اگر شعاع زمین را Re فرض کنیم در ارتفاع h ، ۱۹ درصد از وزن کم شده، پس ۸۱ درصد باقی مانده. یعنی:

$$\frac{\Delta W}{W} = \%19 \rightarrow W' = \Delta W + W = \%81W$$

حال با توجه به اینکه، نیروی وزن با مربع فاصله از مرکز زمین نسبت عکس دارد، داریم:

$$\begin{aligned} \frac{W'}{W} &= \frac{g'}{g} = \left(\frac{Re}{Re+h}\right)^2 \Rightarrow \frac{81}{100} = \left(\frac{Re}{Re+h}\right)^2 \\ \rightarrow \frac{9}{10} &= \frac{Re}{Re+h} \rightarrow 9Re + 9h = 10Re \rightarrow 9h = Re \\ \rightarrow h &= \frac{Re}{9} = \frac{6399}{9} = 711km \end{aligned}$$

۳۵ - گزینه ۳ روش اول:

با ابهام $\frac{0}{0}$ مواجه هستیم که برای رفع ابهام از اتحاد چاق و لاغر کمک می گیریم $((a+b)(a^2+b^2-ab) = a^3+b^3)$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -8} \frac{x^3 + 10x + 16}{6(2 + \sqrt[3]{x})} \times \frac{4 + \sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x}}{4 + \sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x}} &= \lim_{x \rightarrow -8} \frac{(x+8)(x+2)(4 + \sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x})}{6(8+x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -8} \frac{(x+2)(4 + \sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x})}{6} = \frac{-6(12)}{6} = -12 \end{aligned}$$

روش دوم:

از قاعده هوییتال استفاده می کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow -8} \frac{x^3 + 10x + 16}{12 + 6\sqrt[3]{x}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{HOP} \lim_{x \rightarrow -8} \frac{3x + 10}{6(\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}})} = \frac{-6}{6(\frac{1}{12})} = -12$$

۳۶ - گزینه ۴ روش اول:

با ابهام $\frac{0}{0}$ مواجه هستیم که برای رفع ابهام از اتحاد چاق و لاغر کمک می گیریم $((a-b)(a^2+b^2+ab) = a^3-b^3)$ و مخرج را بر عامل ابهام یعنی $x-2$ تقسیم می کنیم.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt[3]{3x+2}}{5x^2 - 18x + 16} \times \frac{4 + \sqrt[3]{(3x+2)^2} + 2\sqrt[3]{3x+2}}{4 + \sqrt[3]{(3x+2)^2} + 2\sqrt[3]{3x+2}} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\overbrace{8 - (3x+2)}^{-3x+6}}{(x-2)(5x-8)(4 + \sqrt[3]{(3x+2)^2} + 2\sqrt[3]{3x+2})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-3(x-2)}{(x-2)(5x-8)(4 + \sqrt[3]{(3x+2)^2} + 2\sqrt[3]{3x+2})} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-3}{(5x-8)(4 + \sqrt[3]{(3x+2)^2} + 2\sqrt[3]{3x+2})} \\ &= \frac{-3}{(2)(4+4+4)} = \frac{-3}{24} = \frac{-1}{8} \end{aligned}$$

روش دوم:

از قاعده هوییتال کمک می گیریم.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt[3]{3x+2}}{5x^2 - 18x + 16} = \frac{0}{0} \xrightarrow{HOP} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{-3}{3\sqrt[3]{(3x+2)^2}}}{10x - 18} = \frac{\frac{-1}{4}}{2} = \frac{-1}{8}$$

۳۷ - گزینه ۳ باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $x-1$ برابر ۸ است، پس $P(1) = 8$ و باقی مانده تقسیم بر $2x+1$ برابر ۵ است پس $P(-\frac{1}{2}) = 5$. باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $2x^2 - x - 1$

یک چندجمله ای درجه اول به صورت $mx+n$ است.

$$P(x) = (2x^2 - x - 1)Q(x) + mx + n \Rightarrow \begin{cases} P(1) = m + n = 8 \\ P(-\frac{1}{2}) = -\frac{m}{2} + n = 5 \end{cases} \Rightarrow m = 2, n = 6$$

بنابراین باقی مانده این تقسیم $2x+6$ است.



۳۸ - گزینه ۲

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3, \quad \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = 3 - 1 = 2$$

۳۹ - گزینه ۱

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{\tan^2 x - 1}{\cos 2x} = \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\cos^2 x (\cos^2 x - \sin^2 x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{-1}{\cos^2 x} = \frac{-1}{\frac{1}{2}} = -2$$

توجه کنید $\tan \frac{3\pi}{4} = -1$ می باشد.

۴۰ - گزینه ۱ روش اول: عبارت را در مزدوج صورت، ضرب و تقسیم می کنیم.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + \sqrt{2x+8}}{x+2} &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x + \sqrt{2x+8})(x - \sqrt{2x+8})}{(x+2)(x - \sqrt{2x+8})} \\ &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 2x - 8}{(x+2)(x - \sqrt{2x+8})} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x-4)}{(x+2)(x - \sqrt{2x+8})} = \frac{-6}{-4} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

روش دوم:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + \sqrt{2x+8}}{x+2} = \frac{0}{0} \xrightarrow{HOP} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{1 + \frac{2}{2\sqrt{2x+8}}}{1} = \frac{1 + \frac{1}{2}}{1} = \frac{3}{2}$$

۴۱ - گزینه ۱ چون $P(x)$ بر $x-1$ بخش پذیر است پس $\frac{1}{2}P(x)$ است.

$$P\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{2}\right) + a\left(\frac{1}{2}\right) + 2\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{a}{2} + \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow 1 + a + 1 - 3 = 0 \Rightarrow a = 1$$

بنابراین $P(x) = 2x^2 + 7x^3 + 2x^2 - 3x$ است. اکنون برای پیدا کردن باقی مانده آن بر $x+2$ کافی است که $P(-2)$ را حساب کنید.

$$P(-2) = 2(16) + 7(-8) + 2(4) - 3(-2) = 32 - 56 + 8 + 6 = -10$$

۴۲ - گزینه ۲ روش اول: از اتحاد مزدوج برای رفع ابهام، استفاده می کنیم.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - \sqrt{3x+1}}{2x - \sqrt{3x+1}} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x + \sqrt{3x+1}) - \sqrt{3x+1}}{2x - \sqrt{3x+1}} \times \frac{(2x + \sqrt{3x+1}) + \sqrt{3x+1}}{(2x + \sqrt{3x+1}) + \sqrt{3x+1}} \times \frac{2x + \sqrt{3x+1}}{2x + \sqrt{3x+1}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x + \sqrt{3x+1})^2 - 3x - 1}{(2x + \sqrt{3x+1}) + \sqrt{3x+1}} \times \frac{2x + \sqrt{3x+1}}{(2x + \sqrt{3x+1}) + \sqrt{3x+1}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(4x-25)}{(x-1)(4x+1)} \times \frac{2x + \sqrt{3x+1}}{(2x + \sqrt{3x+1}) + \sqrt{3x+1}} = \frac{-21}{5} \times \frac{4}{14} = -1\frac{1}{2} \end{aligned}$$

روش دوم: از قاعده هوییتال کمک می گیریم.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - \sqrt{3x+1}}{2x - \sqrt{3x+1}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{HOP} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \frac{1}{2\sqrt{3x+1}}}{2 - \frac{1}{2\sqrt{3x+1}}} = \frac{2 - \frac{1}{2}}{2 - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}} = 1$$

۴۳ - گزینه ۱

می دانیم $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$ است.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{\cos 2x} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\sin x}{\cos x} - 1}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\sin x - \cos x}{\cos x}}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\cos x (\cos^2 x - \sin^2 x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-(\cos x - \sin x)}{\cos x (\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-1}{\cos x (\cos x + \sin x)} = \frac{-1}{\frac{\sqrt{2}}{2}(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2})} = -1 \end{aligned}$$

۴۴ - گزینه ۱

روش اول: با ابهام صفر صفر مواجه هستیم، عبارت را در مزدوج صورت، ضرب و تقسیم می کنیم.



$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x + \sqrt{3-x}}{x^2 + x} \times \frac{2x - \sqrt{3-x}}{2x - \sqrt{3-x}} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^2 + x - 3}{x(x+1)(2x - \sqrt{3-x})}$$

صورت را بر $x+1$ تقسیم می‌کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(4x-3)}{x(x+1)(2x - \sqrt{3-x})} = \frac{-7}{(-1)(-4)} = \frac{-7}{4}$$

روش دوم:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x + \sqrt{3-x}}{x^2 + x} = \frac{0}{0} \xrightarrow{HOP} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2 + \frac{1(-1)}{2\sqrt{3-x}}}{2x+1} = \frac{2 - \frac{1}{4}}{-1} = \frac{-7}{4}$$