

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱ ابتدا تمام زوایا را برحسب ۱۵° می نویسیم:

$$\cos ۲۸۵^\circ = \cos(۲۷۰^\circ + ۱۵^\circ) = \sin ۱۵^\circ, \quad \sin ۲۵۵^\circ = \sin(۲۷۰^\circ - ۱۵^\circ) = -\cos ۱۵^\circ$$

$$\sin ۵۲۵^\circ = \sin(۵۴۰^\circ - ۱۵^\circ) = \sin(۱۸۰^\circ - ۱۵^\circ) = \sin ۱۵^\circ, \quad \sin ۱۰۵^\circ = \sin(۹۰^\circ + ۱۵^\circ) = \cos ۱۵^\circ$$

بنابراین داریم:
$$\frac{\cos ۲۸۵^\circ - \sin ۲۵۵^\circ}{\sin ۵۲۵^\circ - \sin ۱۰۵^\circ} = \frac{\sin ۱۵^\circ + \cos ۱۵^\circ}{\sin ۱۵^\circ - \cos ۱۵^\circ}$$

صورت و مخرج را بر $\cos ۱۵^\circ$ تقسیم می کنیم. در نتیجه:

$$\frac{\tan ۱۵^\circ + ۱}{\tan ۱۵^\circ - ۱} = \frac{۰٫۲۸ + ۱}{۰٫۲۸ - ۱} = \frac{۱٫۲۸}{-۰٫۷۲} = \frac{-۱۲۸}{۷۲} = -\frac{۱۶}{۹}$$

۲ - گزینه ۳

ابتدا تمام زوایا را برحسب ۲۰° می نویسیم:

$$\sin ۲۵۰^\circ = \sin(۲۷۰^\circ - ۲۰^\circ) = -\cos ۲۰^\circ, \quad \sin ۷۰۰^\circ = \sin(۷۲۰^\circ - ۲۰^\circ) = \sin(-۲۰^\circ) = -\sin ۲۰^\circ$$

$$\cos ۵۶۰^\circ = \cos(۵۴۰^\circ + ۲۰^\circ) = \cos(۱۸۰^\circ + ۲۰^\circ) = -\cos ۲۰^\circ, \quad \cos ۱۱۰^\circ = \cos(۹۰^\circ + ۲۰^\circ) = -\sin ۲۰^\circ$$

بنابراین داریم:

$$\frac{\sin ۲۵۰^\circ + \sin ۷۰۰^\circ}{\cos ۵۶۰^\circ - \cos ۱۱۰^\circ} = \frac{-\cos ۲۰^\circ - \sin ۲۰^\circ}{-\cos ۲۰^\circ + \sin ۲۰^\circ}$$

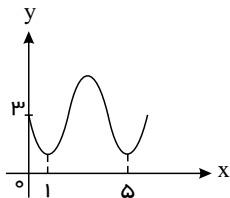
تمام جملات را بر $\cos ۲۰^\circ$ تقسیم می کنیم در نتیجه:

$$\frac{-۱ - \tan ۲۰^\circ}{-۱ + \tan ۲۰^\circ} = \frac{-۱ - ۰٫۳۴}{-۱ + ۰٫۳۴} = \frac{-۱٫۳۴}{-۰٫۶۶} = \frac{۱۳}{۶} = \frac{۷}{۳}$$

۳ - گزینه ۲

با توجه به شکل روبه رو به راحتی پی می بریم که دوره تناوب اصلی تابع $y = a + \sin(b\pi x)$ برابر $T = ۴$ می باشد. از طرفی عرض از مبدأ این تابع برابر ۳

است یعنی: $f(۰) = ۳ \rightarrow a = ۳$



توجه کنید که دوره تناوب تابع $y = \sin kx$ برابر $T = \frac{۲\pi}{|k|}$ است.

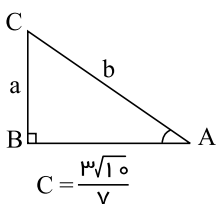
$$y = a + \sin\left(\frac{b\pi}{k}x\right) \Rightarrow \text{دوره تناوب} = T = \frac{۲\pi}{|k|} = \frac{۲\pi}{|b\pi|} = \frac{۲}{|b|} \xrightarrow{T=۴} \frac{۲}{|b|} = ۴ \Rightarrow |b| = \frac{۱}{۲} \rightarrow b = \pm \frac{۱}{۲}$$

چون به ازای $x > ۰$ ، تابع ابتدا نزولی می باشد، پس مقدار b منفی می باشد، یعنی $b = -\frac{۱}{۲}$ است. داریم:

$$y = ۳ + \sin\left(-\frac{۱}{۲}\pi x\right)$$

$$\Rightarrow y\left(\frac{۲۵}{۳}\right) = ۳ + \sin\left(-\frac{۲۵}{۶}\pi\right) = ۳ - \sin\left(۴\pi + \frac{\pi}{۶}\right) = ۳ - \sin\frac{\pi}{۶} = ۳ - \frac{۱}{۲} = ۲٫۵$$

۴ - گزینه ۲



$$\sin A = \frac{a}{b} = \frac{۲}{۷} \Rightarrow a = \frac{۲}{۷}b$$

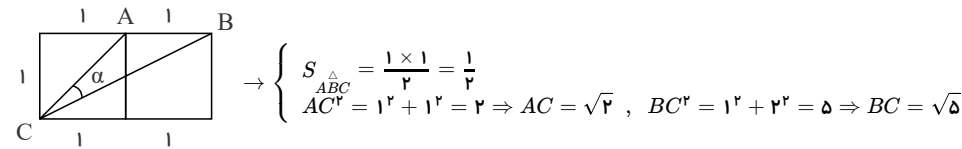
از رابطه فیثاغورس استفاده می کنیم.



$$a^2 + c^2 = b^2 \Rightarrow \left(\frac{2}{\sqrt{3}}b\right)^2 + \frac{9}{49} = b^2$$

$$\frac{4b^2}{49} + \frac{9}{49} = b^2 \Rightarrow 4b^2 + 9 = 49b^2 \Rightarrow 45b^2 = 90 \Rightarrow b^2 = 2 \Rightarrow b = \sqrt{2}$$

۵ - گزینه ۱



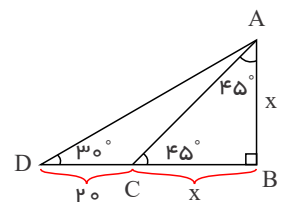
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} CA \times CB \times \sin \alpha \Rightarrow \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{5} \sin \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{10} \sin \alpha = 1 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

۶ - گزینه ۱

$$\triangle ABC : \hat{ACB} = \hat{CAB} = 45^\circ \Rightarrow AB = BC = x$$

$$\triangle ADB : \tan 30^\circ = \frac{AB}{DB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{2 + x}$$



$$\Rightarrow 3x = 2\sqrt{3} + \sqrt{3}x \Rightarrow (3 - \sqrt{3})x = 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2\sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} \times \frac{3 + \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3} + 6}{9 - 3} \Rightarrow x = \frac{6(\sqrt{3} + 1)}{6} = 1(\sqrt{3} + 1)$$

۷ - گزینه ۴ تابع از نقطه $(0, -2)$ می‌گذرد، پس داریم:

$$f(x) = a \cos bx$$

$$(0, -2) \Rightarrow f(0) = -2 \Rightarrow a \cos 0 = -2 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow f(x) = -2 \cos bx$$

با توجه به این که دوره تناوب تابع 2π است و دوره تناوب تابع $f(x) = a \cos bx + c$ به صورت $T = \frac{2\pi}{|b|}$ است، داریم:

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 2\pi \Rightarrow |b| = 1 \Rightarrow b = \pm 1$$

با توجه به این که $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ ، هر دو مقدار ± 1 را می‌تواند اختیار کند.

$$b = 1 \Rightarrow a + b = -2 + 1 = -1$$

$$b = -1 \Rightarrow a + b = -2 - 1 = -3$$

۸ - گزینه ۱ ابتدا ضابطه تابع را ساده‌تر کنیم:

$$y = a \sin \pi \left(\frac{1}{3} - bx\right) + c \Rightarrow y = a \sin \left(\frac{\pi}{3} - b\pi x\right) + c \Rightarrow y = a \cos b\pi x + c$$

فاصله افقی بین مینیمم و ماکزیمم متوالی برابر $\frac{T}{2}$ است. پس داریم:

$$\frac{T}{2} = 2 \Rightarrow T = 4 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b\pi|} = 4 \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$$

هر دو $\pm \frac{1}{2}$ قابل قبول است، زیرا $\cos(-x) = \cos x$. مطابق شکل ماکسیمم تابع ۲ و مینیمم تابع -۶ است. پس:

$$\left. \begin{array}{l} Max = 2 \rightarrow |a| + c = 2 \\ Min = -6 \rightarrow -|a| + c = -6 \end{array} \right\} \rightarrow c = -2, a = \pm 4$$

شکل داده شده، فرمت تابع $\cos x$ را دارد. پس فقط $a = 4$ صحیح است و داریم:

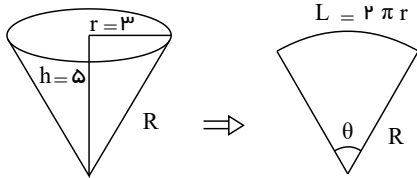
$$f(x) = 4 \cos \frac{\pi}{2}x - 2 \xrightarrow{x=\frac{2}{3}}, f\left(\frac{2}{3}\right) = 4 \cos \left(\frac{\pi}{2} \times \frac{2}{3}\right) - 2 = 4 \cos \frac{\pi}{3} - 2$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{2}{3}\right) = 4 \cos \left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) - 2 = 4 \left(-\cos \frac{\pi}{6}\right) - 2 = -4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 2 = -2\sqrt{3} - 2$$

۹ - گزینه ۲

ابتدا طبق شکل مقابل اندازه مولد R را می‌یابیم.

محیط قاعده مخروط برابر طول کمان مقابل به زاویه θ در قطاع است.



$$R^2 = r^2 + h^2 = 9 + 25 = 34 \rightarrow R = \sqrt{34}$$

$$L = 2\pi r = 2\pi \times 3 = 6\pi$$

$$\theta = \frac{L}{R} = \frac{6\pi}{\sqrt{34}} \rightarrow \text{مساحت } S = \frac{\theta}{2\pi} \times \pi R^2 = \frac{\frac{6\pi}{\sqrt{34}}}{2\pi} \times \pi \times 34$$

$$S = \frac{6\pi}{2\sqrt{34}} \times \pi \times 34 = \frac{3\pi \times 34}{\sqrt{34}} = 3\pi\sqrt{34}$$

۱۰ - گزینه ۳ ابتدا تابع را ساده می‌کنیم.

$$y = a \sin\left(\frac{\pi}{4} + b\pi x\right) = a \cos(b\pi x)$$

از آنجا که دوره تناوب $y = a \cos bx + c$ برابر است با $T = \frac{2\pi}{|b|}$ و با توجه به این که نمودار ۴ تناوب خود را طی کرده است، داریم:

$$4T = 5,5 - (-2,5) = 8 \Rightarrow T = \frac{8}{4} = 2$$

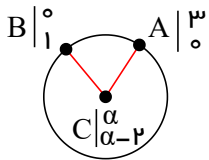
$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = 2 \Rightarrow |b| = 1 \Rightarrow b = \pm 1$$

و از طرفی نقطه $(0, 2)$ روی نمودار قرار دارد، پس در ضابطه آن صدق می‌کند، یعنی:

$$2 = a \cos(0) \Rightarrow a = 2$$

که عدد ۲ در گزینه‌ها موجود است. $a \times b = 2 \times (\pm 1) = \pm 2$

۱۱ - گزینه ۳



قطر دایره از مرکز دایره می‌گذرد پس مختصات مرکز به صورت $\begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha - 2 \end{pmatrix}$ می‌باشد. (زیرا معادله قطر دایره به صورت $y = x - 2$ می‌باشد.)

$$R = AC = \sqrt{(3-\alpha)^2 + (-\alpha+2)^2}, \quad R = BC = \sqrt{\alpha^2 + (\alpha-3)^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{(3-\alpha)^2 + (-\alpha+2)^2} = \sqrt{\alpha^2 + (-\alpha+3)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} 9 - 6\alpha + \alpha^2 + \alpha^2 - 4\alpha + 4 = \alpha^2 + \alpha^2 - 6\alpha + 9 \Rightarrow -4\alpha = -4 \Rightarrow \alpha = 1$$

$$\text{بنابراین } R = AC \stackrel{\alpha=1}{=} \sqrt{(3-1)^2 + (-1+2)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

۱۲ - گزینه ۳ در معادله دایره ضرایب x^2 و y^2 با یکدیگر برابرند، پس:

$$n-1 = 5-2n \rightarrow 3n = 6 \rightarrow n = 2$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری در معادله}} x^2 + y^2 + \underbrace{(2m-3)}_a x + \underbrace{11}_b y + \underbrace{(m^2-2)}_c = 0$$

شرط اینکه معادله بالا دایره باشد این است که:

$$a^2 + b^2 > 4c \rightarrow (2m-3)^2 + 11^2 > 4(m^2-2)$$

$$\rightarrow 4m^2 - 12m + 9 + 121 > 4m^2 - 8 \rightarrow 9 + 121 + 8 > 12m$$

$$\rightarrow 138 > 12m \rightarrow 11,5 > m \rightarrow m = \text{بیشترین مقدار صحیح برای } m$$

$$\rightarrow m + n = \text{بیشترین مقدار صحیح} = 11 + 2 = 13$$

$$x^2 + y^2 - 2\sqrt{2}x + 2\sqrt{2}y - 1 = 0$$

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2} \sqrt{(-2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2 - 4(-1)} = \frac{1}{2} \sqrt{8+8+4} = \frac{1}{2} \sqrt{20}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{20} = \frac{1}{2} (2\sqrt{5}) = \sqrt{5}$$

۱۳ - گزینه ۴ معادله ضمنی دایره به صورت روبه‌رو می‌باشد:

با استفاده از معادله ضمنی، شعاع دایره را محاسبه می‌کنیم:

$$S = \pi R^r = \pi(\sqrt{\delta})^r = \delta\pi$$

نقطه A درون دایره قرار دارد. $A(-1, -1) \rightarrow (-1)^2 + (-1)^2 - 2(-1) + 4(-1) - 5 = -5 < 0 \rightarrow$

نقطه B درون دایره قرار دارد. $\rightarrow B(1, -2) \rightarrow 1^2 + (-2)^2 - 2(1) + 4(-2) - 5 = -1 < 0$

نقطه C بیرون دایره قرار دارد. $\rightarrow C(2,3) \rightarrow 2^2 + 3^2 - 2 \times 2 + 4(3) - 5 = 16 > 0$

نقطه $D(4, -1)$ روی دایره قرار دارد. $4^2 + (-1)^2 - 2 \times 4 + 4(-1) - 5 = 0 \rightarrow$

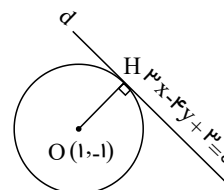
۱۵ - گزینه ۴

قضیه فرما: اگر p اول باشد و $(a, p) = 1$ آنگاه $a^{p-1} \equiv 1$

$$\text{فرما } V^{1\lambda} \equiv 1 \xrightarrow{11} V^{1q\lambda} \equiv 1 \xrightarrow{\times V^2} V^{2\circ\circ} \equiv 11 \equiv 11 \Rightarrow V^{2\circ\circ} + a \equiv 11 + a \equiv \circ \Rightarrow \min(a) = \lambda$$

۱۶- گزینه ۴ شعاع دایره در نقطه تماس (H) بر خط مماس (d) عمود است و فاصله مرکز دایره از خط مماس، شعاع دایره می باشد:

$$R = OH = \frac{|\mathbf{r} \times \mathbf{l} - \mathbf{r}(-1) + \mathbf{r}|}{\sqrt{\mathbf{r}^2 + \mathbf{r}^2}} = \frac{10}{8} = 1.25$$



معادله دایره را می‌نویسیم:

$$(x - 1)^r + (y - (-1))^r = r^r \rightarrow x^r - rx + 1 + y^r + ry + 1 = r^r$$

$$\rightarrow x^{\mathfrak{r}} + y^{\mathfrak{r}} - \mathfrak{r}x + \mathfrak{r}y - \mathfrak{r} = \circ$$

۱۷ - گزینه ۱

بروش اول: بین این دو تاریخ ۵ ماه ۳۱ روزه (اردیبهشت، خرداد، تیر، مرداد و شهریور) و یک ماه ۳۰ روزه (مهر) و ۳۰ روز از فروردین ($30 = 1 - 31$) داریم. لذا جمعاً

$215 = 30 + 30 + 31 \times 5$ روز داریم. حال باقیمانده ۲۱۵ به هفت روز هفته را حساب می‌کنیم:

پس در این بازه زمانی تعدادی هفته کامل داریم و ۵ روز $\Rightarrow 5 \times 7 = 35$ اضافه. هفته‌های کامل تا همان روز یکشنبه را می‌سازند. ۵ روز اضافه را باید به یکشنبه اضافه کنیم. پنج روز بعد از یکشنبه می‌شود جمعه.

روش دوم: می‌توانیم باقیمانده‌های هر ماه به ۷ روز را هم جدا جدا حساب کنیم:

۵. روز بعد از یکشنبه یعنی جمعه
 مهر ۳۰ ≡ ۳ + ۲ = ۱۹
 شهریور ۳۱
 مرداد ۳۱
 تیر ۳۱
 خرداد ۳۱
 اردیبهشت ۳۱
 فروردین ۳۰
 ۲ + ۳ + ۳ + ۳ + ۳ + ۳ + ۲ = ۱۹

۱۸ - گزینه ۱ روش اول:

نکته: اگر $a \equiv^m b$ و $a \equiv^n b$ ، آنگاه $a \equiv^{[m,n]} b$

$$\left. \begin{aligned} a &= 6q + 5 \Rightarrow a \stackrel{6}{\equiv} 5 \equiv 29 \\ a &= 11q' + 7 \Rightarrow a \stackrel{11}{\equiv} 7 \equiv 29 \end{aligned} \right\} \longrightarrow a \stackrel{[6,11]=66}{\equiv} 29$$

روش دوم:

$$\left. \begin{array}{l} a = 6q + 5 \xrightarrow{\times 11} 11a = 66q + 55 \\ a = 11q' + 7 \xrightarrow{\times 6} 6a = 66q' + 42 \end{array} \right\} \xrightarrow{-} \Delta a = \underbrace{66(q - q')}_{q''} + 13 \Rightarrow \Delta a = 66q'' + 13$$

داشتیم $6a = 66q' + 42$ پس:

$$\begin{cases} \Delta a = 66q'' + 13 \\ 6a = 66q' + 42 \end{cases} \xrightarrow{-} a = 66\underbrace{(q' - q'')}_{k} + 29 \Rightarrow a = 66k + 29$$

روش سوم:

گزینه‌ای درست است که باقی‌مانده آن بر ۶ عدد ۵ و باقی‌مانده آن بر ۱۱ عدد ۷ باشد.

۱۹ - گزینه ۳

تعداد خرید از کالای ۲۲۰ تومانی: x



دیبرستان دخترانه علوی واحد شرق

تعداد خرید از کالای ۱۴۰ تومانی: y

$$220x + 140y = 19000 \xrightarrow{\div 20} 11x + 7y = 950 \quad (1)$$

$$\Rightarrow 11x = -7y + 950 \Rightarrow 11x \equiv 950 \xrightarrow{950 \equiv 5} 11x \equiv 5 \xrightarrow{11 \equiv 1} 5 \equiv 5 + 4 \times 7 \xrightarrow{11 \times 7 = 77} 33$$

$$\xrightarrow{\div 11} x \equiv 3 \Rightarrow x = 7k + 3$$

حال در معادله (۱) مقدار $x = 7k + 3$ را صدق می‌دهیم:

$$11(7k + 3) + 7y = 950 \Rightarrow 7y = -11 \times 7k + 917 \xrightarrow{\div 7} y = -11k + 131$$

حال باید تعداد جواب‌های حسابی را یافته و اشتراک بگیریم:

$$0 \leq x \Rightarrow 0 \leq 7k + 3 \Rightarrow -3 \leq 7k \Rightarrow -\frac{3}{7} \leq k \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} 0 \leq k \quad (I)$$

$$0 \leq y \Rightarrow 0 \leq -11k + 131 \Rightarrow 11k \leq 131 \Rightarrow k \leq \frac{131}{11} = 11.909 \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k \leq 11 \quad (II)$$

$$(I) \cap (II): 0 \leq k \leq 11 \rightarrow \text{مقدار } 12$$

چون برای k دوازده مقدار محاسبه شد پس مسئله ۱۲ جواب دارد.

۲۰ - گزینه ۲

$$\overline{fab} \equiv \overline{bfa} \Rightarrow b - 3 + a - 4 \equiv 4 - a + 3 - b \Rightarrow 2(a + b) \equiv 14 \xrightarrow{\div 2} a + b \equiv 7$$

۲۱ - گزینه ۳ جرم (۲) از جرم (۱) کمتر است.

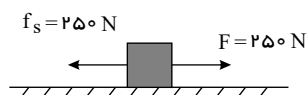
$$F_r = F_1 \rightarrow m_1 a_1 = m_r a_r \xrightarrow{m_r < m_1} a_r > a_1$$

بنابراین در یک زمان یکسان:

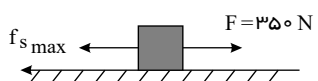
$$\begin{cases} \Delta t_r = \Delta t_1 = \Delta t \\ \Delta x_r = \frac{1}{r} a_r \Delta t^2 \\ \Delta x_1 = \frac{1}{1} a_1 \Delta t^2 \end{cases} \rightarrow \Delta x_r > \Delta x_1 \rightarrow \text{(بین } A \text{ و } O \text{ به هم می‌رسند.)}$$

۲۲ - گزینه ۱

ابتدا که جسم ساکن است: نیروی وارد بر جسم متوازن‌اند، بنابراین، نیروی اصطکاک ایستایی هم‌اندازه با نیروی F است



در آستانه حرکت



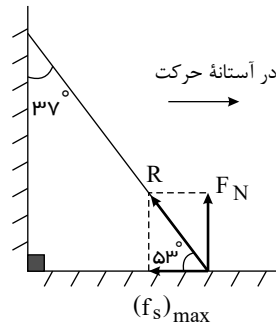
$$f_s = F = 250 \text{ N}$$

در حالت دوم، نیز این نیروها هم‌اندازه‌اند و داریم:

$$(f_s)_{\max} = \mu_s F_N = \mu_s mg \rightarrow \mu_s = \frac{(f_s)_{\max}}{mg} = \frac{250}{500} \rightarrow \mu_s = 0.5$$

۲۳ - گزینه ۳

قدم اول: نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند، معادل برآیند نیروی اصطکاک و عمودی تکیه‌گاه است، با رسم نیروی وارد بر نردبان از طرف سطح زمین، داریم:



$$\tan 53^\circ = \frac{F_N}{(f_s)_{\max}} = \frac{F_N}{\mu_s F_N} = \frac{1}{\mu_s} \rightarrow \mu_s = \frac{1}{\tan 53^\circ} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4} \rightarrow \mu_s = 0.75$$

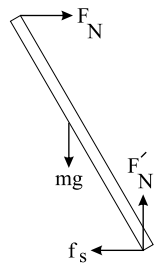
وزن نردبان تأثیری نداشته است!

۲۴ - گزینه ۲ نیروهای وزن و عمودی تکیه گاه سطح افقی متوازن هستند. از طرفی نیروهای اصطکاک و عمودی تکیه گاه دیوار قائم نیز متوازن هستند.

$$\text{تبادل افقی: } f_s = F_N = 300 \text{ N}$$

$$\text{تبادل قائم: } F'_N = mg = 40 \times 10 = 400 \text{ N}$$

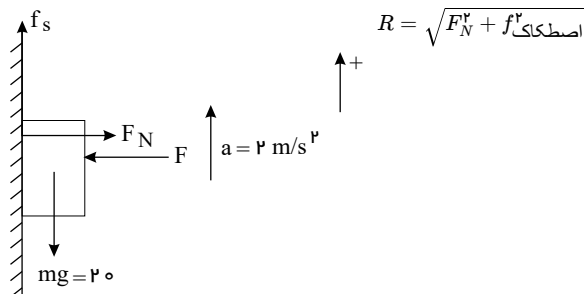
$$\text{نیروی وارده از طرف سطح افقی به نردبان: } R = \sqrt{f_s^2 + F_N'^2} = 500 \text{ N}$$



۲۵ - گزینه ۳ طبق قانون سوم نیوتون، نیروی وارده از طرف جسم به کف آسانسور با نیروی وارده از طرف کف آسانسور به جسم، هم اندازه (شتاب و سرعت (جهت حرکت) هم سو هستند) حرکت تندشونده است:

$$\begin{aligned} \text{رو به بالا: } N &= m(g+a) \\ \text{رو به پایین: } N' &= m(g-a) \end{aligned} \Rightarrow N - N' = 2ma = 2 \times 5 \times 2 = 20 \text{ N}$$

دقت کنید که در اینجا، نیرویی که کتاب به دیوار آسانسور وارد می کند، هم اندازه با نیرویی است که از طرف سطح دیواره آسانسور به کتاب وارد می شود، یعنی حالت اول گزینه ۴ - ۲۶



نسبت به ناظر ساکن، در بیرون آسانسور داریم

$$F_N = F = 32 \text{ N} \Rightarrow \text{کتاب در امتداد افق ساکن است}$$

$$(کتاب در امتداد قائم حرکت دارد) \Rightarrow f_s - mg = ma \Rightarrow f_s - 20 = 2 \times 2 \Rightarrow f_s = 24 \text{ N}$$

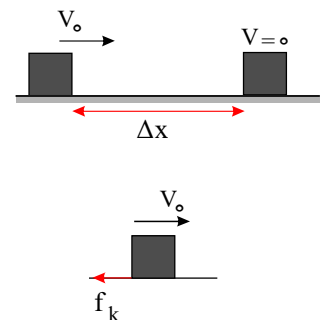
$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{32^2 + 24^2} = \sqrt{4^2 \times 8^2 + 3^2 \times 8^2} = 8\sqrt{25} = 40 \text{ N}$$

۲۷ - گزینه ۴ با توجه به اینکه پس از پرتاب تنها نیروی مؤثر بر جسمها در راستای افقی، نیروی اصطکاک است، پس حرکت جسمها کند شونده بوده و پس از طی مسافت Δx متوقف می شوند.

$$F_{\text{net}} = ma \rightarrow -f_k = ma \rightarrow -\mu_k mg = ma \rightarrow a = -\mu_k g$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x_{\text{توقف}} \xrightarrow{v=0} \Delta x_{\text{توقف}} = \frac{-v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2\mu_k g}$$

$$\frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \frac{v_{0A}^2}{v_{0B}^2} \times \frac{\mu_{kB}}{\mu_{kA}} = \frac{v_{0A}^2 = v_{0B}^2}{\mu_{kA} = 2\mu_{kB}} \times \frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \frac{1}{2}$$



توجه داشته باشید که جرم وزنه ها در مسافت توقف آنها تأثیری ندارد.

۲۸ - گزینه ۱ با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:



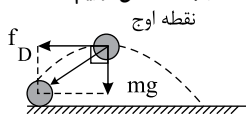
دیرستان دخترانه علوی واحد شرق

$$F - f_k = ma \Rightarrow F - \mu_k mg = ma \Rightarrow 24 - \mu_k \times 6 \times 10 = 6 \times 3 \Rightarrow \mu_k = 0.1$$

۲۹ - گزینه ۲ هنگامی که نیروی وارد بر گوی به آرامی افزایش می‌یابد زمان کافی برای انتقال نیرو به گوی وجود دارد و چون نیروی وارد بر نخ بالایی به اندازه وزن گوی بیش‌تر از نیروی وارد بر نخ پایینی است، نخ از بالای گوی پاره شده و از سقف جدا می‌شود.

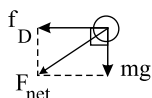
هنگامی که نخ را به سرعت می‌کشیم، زمان انتقال نیرو به گوی وجود ندارد و طبق قانون اول نیوتون جسم تمایل دارد حالت اولیه خود را حفظ کند، بنابراین نخ از پایین پاره می‌شود.

۳۰ - گزینه ۲ نیروی مقاومت هوا در خلاف جهت حرکت است، پس در نقطه اوج، این نیرو افقی است. نیروهای وارد بر توپ را در نقطه اوج رسم کرده و برآیند آن‌ها را به دست می‌آوریم:



$$F_{net} = \sqrt{f_D^2 + (mg)^2}$$

همچنین اندازه برآیند نیروها برابر ma است، پس:



$$F_{net} = ma \Rightarrow \sqrt{f_D^2 + (mg)^2} = m\left(\frac{4}{3}\right)g \xrightarrow{\text{توان}} f_D^2 = \frac{16}{9}(mg)^2 - (mg)^2 \Rightarrow f_D^2 = \frac{7}{9}(mg)^2 \Rightarrow f_D = \frac{\sqrt{7}}{3}mg$$

۳۱ - گزینه ۱ ابتدا شتاب نیروی ترمز را می‌یابیم. سپس با توجه با معلوم بودن سرعت اولیه و نهایی (توقف)، جابه جایی اتومبیل از لحظه ترمز تا توقف را می‌یابیم. دقت کنید که در اینجا سرعت باید بر حسب $\frac{m}{s}$ باشد.

$$v = 54 \div 3.6 = 15$$

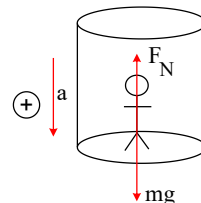
$$\Rightarrow F_{net} = ma \Rightarrow 0 - \mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g \Rightarrow a = -0.7 \times 10 = -7 \frac{m}{s^2}$$

$$x_{\text{توقف}} = \frac{v_0^2}{2|a|} = \frac{(15)^2}{2 \times 7} = \frac{225}{14} \approx 16.1m$$

۳۲ - گزینه ۴ آسانسور حرکت تند شونده به پایین دارد بنابراین، شتاب حرکت روبه پایین است و داریم:

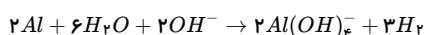
$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_N = ma \Rightarrow F_N = m(g - a)$$

$$F_N = 80(10 - 2) \Rightarrow F_N = 640N$$



۳۳ - گزینه ۲ هنگامی که جسم به تندی حدی می‌رسد، نیروی خالص وارد بر جسم برابر صفر می‌شود. یعنی نیروی مقاومت هوا با نیروی وزن برابر خواهد شد.

۳۴ - گزینه ۴



$$pH = 13 \Rightarrow [H^+] = 10^{-13} \Rightarrow [OH^-] = 10^{-1}$$

پس غلظت $NaOH$ از یک مولار به ۰٫۱ مولار می‌رسد.

$$2L \times (1 - 0.1) mol \cdot L^{-1} = 1.8 mol \text{ مصرف شده } NaOH$$

$$R_{(H_2)} = 50 \frac{mL}{s} \times \frac{1L}{1000mL} \times \frac{1mol}{22.4L} = 0.0022 \frac{mol}{s}$$

$$R(NaOH) = \frac{2}{3}R_{(H_2)} = \frac{2 \times 0.0022}{3} = \frac{4}{3000} \frac{mol}{s} = \frac{1.8}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 1350s$$

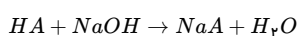
۳۵ - گزینه ۲

$$pH = 2 \Rightarrow [H^+] = 10^{-2}$$

مول اسید در هر دو حالت برابر است و تغییری نمی‌کند، پس:

$$C_{M1}V_1 = C_{M2}V_2 \Rightarrow C_{M1} \times 10 = 10^{-2} \times (10 + 90)$$

$$\Rightarrow C_{M1} = 10^{-1} mol \cdot L^{-1} \text{ (غلظت مولی محلول اولیه و غلیظ اسید)}$$



$$\frac{1L \times 10^{-1} \frac{mol}{L}}{1} = \frac{xg}{40} \Rightarrow x = 4g NaOH$$

$$?g NaOH = 1L HA \times \frac{10^{-1} mol HA}{1L HA} \times \frac{1mol NaOH}{1mol HA} \times \frac{40g NaOH}{1mol NaOH} = 4g$$



ابتدا، غلظت یون هیدرونیوم را در محلول HCl تعیین می‌کنیم. با توجه به این که اسید قوی است داریم:

$$M_{HCl} = 0.01 \text{ mol L}^{-1} \rightarrow [H^+] = 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

با توجه به این که pH و در نتیجه غلظت H^+ در دو محلول برابر است، خواهیم داشت:

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{M_{HA} - [H^+]} \xrightarrow{\text{رابطه تقریبی}} K_a = \frac{[H^+]^2}{M_{HA}} \Rightarrow 5 \times 10^{-5} = \frac{(10^{-2})^2}{M_{HA}} \Rightarrow M_{HA} = 2 \text{ mol L}^{-1} \Rightarrow \frac{M_{HA}}{M_{HCl}} = \frac{2}{0.01} = 200$$

۳۷ - گزینه ۳ عبارت‌های «آ» و «پ» درست هستند.

بررسی موارد نادرست:

ب) مقایسه غلظت گونه‌ها در محلول الکترولیت HA به صورت زیر خواهد بود. به دلیل یونیده شدن کامل HA ، تقریباً مولکول‌های یونیده نشده در محلول یافت نخواهد شد و مقدار آن‌ها در حد صفر است.

$$[H^+] = [A^-] \gg [HA]$$

ت) HA یک اسید قوی است. اما HF یک اسید ضعیف بوده و نمی‌توان آن را به HA نسبت داد.

$$10^{-pOH} = M \cdot n \cdot \alpha = 1 \times 1 \times \alpha$$

$$pOH = -\log \alpha$$

یک بار α را ۱ و یک بار ۰٫۵ در نظر می‌گیریم.

$$\alpha = 1 \Rightarrow pOH = -\log 1 = 0 \Rightarrow pH = 14$$

$$\alpha = 0.5 \Rightarrow pOH = -\log 0.5 = -\log \frac{1}{2} = -\log 2^{-1} = \log 2 = 0.3 \Rightarrow pH = 13.7$$

پس گزینه ۴ صحیح است.

روش دوم: با این که محلول بازی است، $pH > 7$ است و از آن جایی که رابطه لگاریتمی است، گزینه ۴ درست است.

۳۹ - گزینه ۱ - عبارت اول نادرست است چون هالوژن‌ها کوچک‌ترین شعاع اتمی را در مقایسه با عناصر هم‌دوره خود دارند.

- عبارت دوم نادرست است چون پیوند بریلم با هالوژن‌ها از نوع کووالانسی است.

- عبارت سوم درست است. با افزایش عدد اتمی و افزایش شعاع هالوژن‌ها، انرژی پیوند و واکنش‌پذیری هالوژن‌ها کاهش می‌یابد.

- عبارت چهارم نادرست است. در هیدروژن هالیدها، با افزایش عدد اتمی خاصیت اسیدی افزایش می‌یابد.

$$HF < HCl < HBr < HI \text{ : خاصیت اسیدی}$$

۴۰ - گزینه ۱ چون اتانویک اسید از HCl ضعیف‌تر است، پس با مولاریته یکسان، $[H^+]$ در اولی از دومی کوچک‌تر است و در نتیجه میزان اسیدی بودن آن کمتر است، پس pH اولی بزرگ‌تر از pH دومی است.

۴۱ - گزینه ۲ هر ۳ مولکول قطبی هستند؛ ولی HF به دلیل وجود پیوند هیدروژنی نقطه جوش بیشتری نسبت به بقیه دارد و از سوی دیگر HF یک اسید ضعیف و HCl ، HBr اسیدهای قوی هستند؛ بنابراین pH آن‌ها با هم برابر نیست.

۴۲ - گزینه ۲ بررسی موارد:

مورد آ) نادرست. رسانایی الکتریکی در محلول HB ، HA به قدرت اسیدی (ثابت یونش اسیدی) و همچنین غلظت یون‌ها بستگی دارد.

مورد ب) نادرست. میزان انحلال‌پذیری یک اسید یا باز تأثیری بر ثابت یونش آن ندارد. به عنوان مثال، آمونیاک انحلال‌پذیری خوبی در آب دارد ولی باز ضعیف است (ثابت یونش کوچکی دارد).

مورد پ) نادرست. درجه یونش یک اسید به قدرت اسید (ثابت یونش اسید) و همچنین غلظت آن وابسته است.

مورد ت) درست. قدرت اسیدی تنها به ثابت یونش اسید بستگی دارد.

۴۳ - گزینه ۳ بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: گاز تولید شده در هر دو ظرف گاز هیدروژن است.

گزینه ۲: به دلیل تشکیل بیشتر گاز هیدروژن در ظرف ۱ اسید موجود در این ظرف قوی‌تر و ثابت یونش بیشتری دارد.

گزینه ۴: در ظرف (۱) اسید مورد نظر قوی‌تر است؛ در نتیجه غلظت یون H^+ در آن بیشتر و غلظت یون هیدروکسید در آن کمتر است.