

پاسخنامه تشریحی

۱ در یک خانواده ۴ نفره در دو حالت، گروه خونی همه اعضا با هم متفاوت است.

حالت اول) ژنوتیپ پدر و مادر به صورت AB و OO باشد؛ که در نتیجه فرزندان ژنوتیپ های AO و BO را نشان می دهند.
حالت دوم) ژنوتیپ پدر و مادر به صورت AO و BO باشد؛ که در نتیجه ژنوتیپ فرزندان به صورت AB و OO می تواند باشد.
با توجه به موارد فوق در هیچ یک از حالات، فرزندان کربوهیدرات مشابه ندارند.
بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ۱: تنها در حالت اول، یکی از والدین دارای ژن نمود ناخالص است.

گزینه ۲: در حالت اول، والدین فاقد دگره مشابه گروه خونی در کروموزوم شماره ۹ خود هستند.

گزینه ۴: با توجه به موارد فوق تنها در حالت دوم، حداقل یکی از فرزندان فاقد آنزیمی که کربوهیدرات را به غشای گویچه های قرمز اضافه می کند، می باشد.

۲ وقتی پسری مبتلا به هموفیلی از مادری سالم به دنیا آمده است، حتماً مادر او ناقل هموفیلی است، زیرا پسر همواره فام تن X را از والد مادر دریافت می کند.
دقت کنید در صورت بیمار بودن پدر، دختران خانواده الزاماً ژن بیماری را از پدر خود دریافت می کنند و تمامی آنها می توانند آن را به نسل بعد منتقل کنند.
بررسی سایر گزینه ها:

گزینه های ۱ و ۲: از ازدواج پدر سالم و مادر ناقل هموفیلی، تمامی زاده های دختر سالم هستند، ولی نیمی از آنها ژن هموفیلی را دارند و ناقل محسوب می شوند و دختر ناقل می تواند ژن هموفیلی را به پسران نسل بعد انتقال دهد. نیمی دیگر از دختران سالم و خالص هستند، پس هیچ گاه نمی توانند دخترانی مبتلا به هموفیلی در نسل بعد داشته باشند.
گزینه ۳: از ازدواج پدر هموفیل و مادر ناقل نیمی از دختران بیمار می شوند؛ یعنی ژن هموفیلی را در هر دو فام تن X دارند. بنابراین، این دختران همواره پسران هموفیلی در نسل بعدی ایجاد می کنند. نیمی از دختران نیز ناقل می شوند.

۳ تنها مورد (ج) جمله را به درستی کامل می کند.

الف) به عنوان مثال جهش های خاموش تأثیری در فعالیت پروتئین ندارند.

ب و د) ممکن است جهش سبب تغییر در توالی اینترون های ژن شود و تأثیری بر رنای بالغ نداشته باشد.

ج) عامل تعیین کننده توالی رنایی پیک، توالی نوکلئوتیدی دنا می باشد که در پی هر نوع جهش، توالی دنا قطعاً تغییر می کند.

۴ صفت وابسته به جنس چه بر روی فام تن Y و چه بر روی فام تن X باشد، قطعاً در بدن فرزند پسر یا دختر، در یاخته های ماهیچه ای اسکلتی بیش از یک دگره دارد.

سایر گزینه ها برای صفاتی که بر روی فام تن Y قرار دارند، صادق نیست.

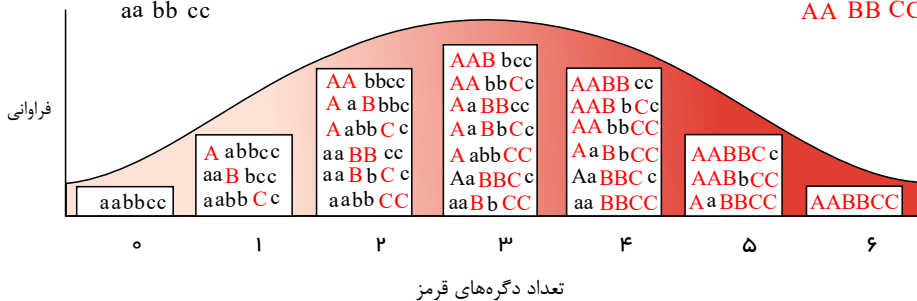
۵ از آمیزش دو ذرت با ژنوتیپ $AABBCC$ و $aabbcc$ ، ذرت هایی با ژنوتیپ $AaBbCc$ به وجود می آید و تعداد دگره های بارز نشان دهنده رنگ قرمز است و طبق نمودار زیر، رخ نمود ذرت های حاصل بیشترین شباهت را از نظر رنگ با گزینه ۱ دارند.



aa bb cc



AA BB CC



۶ بررسی گزینه ها:

گزینه ۱: جهش های تغییر در چارچوب این ویژگی را دارند.

گزینه ۲: باکتری توالی افزایش داده دارد.

گزینه ۳: در این نوع جهش، اندازه DNA ثابت می ماند.

گزینه ۴: جهش در جایگاه آغاز یا پایان رونویسی ممکن است در اندازه رونوشت ژن تغییر ایجاد کند.

۷ موارد (ب) و (د) به درستی بیان شده اند.

بررسی موارد:

مورد الف) اگر این جهش کوچک در ژنگان سیتوپلاسمی یاخته اسپرم صورت گیرد، به یاخته تخم منتقل نمی‌شود.
مورد ب) توالی‌های اینترونی و آگزونی، بخشی از دنا محسوب می‌شوند که حذف آنها از ماده وراثتی جهش محسوب می‌شود.
مورد ج) اگر این جهش در کروموزوم‌های جنسی موجود در یاخته‌های پیکری صورت گیرد، به نسل بعد منتقل نمی‌شود.
مورد د) جهشی که همواره بین دو کروموزوم رخ می‌دهد، مضاعف‌شدگی است که بین دو کروموزوم همتا رخ می‌دهد؛ دو کروموزوم همتا باید ژن‌های مربوط به صفات مشابه را داشته باشند؛ حالا یکی از آنها برخی از ژن‌ها را نداشته و دیگری دو ژن را با هم دارد.

۸) هر گونه جهش کوچک رخ داده در توالی ژن نوعی پروتئین تک رشته‌ای، منجر به ایجاد تغییر در توالی رنای پیک نابالغ تازه ساخت به وجود می‌آورد.
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱) جهش تغییر در چارچوب الزاماً حذف یا اضافه شدن یک نوکلئوتید نیست؛ بلکه ممکن است تعداد بیشتری نوکلئوتید حذف یا اضافه شود. ولی حتماً باید مضرری از عدد ۳ نباشد.
گزینه ۲) جهش از نوع دگرمعنا باعث تغییر آمینواسید می‌شود و باعث تغییر ساختار اول رشته می‌شود؛ اما الزاماً شکل و عملکرد پروتئین را تغییر نمی‌دهد.
گزینه ۴) طی جهش تغییر چارچوب ممکن است یک کدون پایان به کدون پایان دیگر تبدیل شود که در این صورت طول رشته پلی‌پپتیدی تغییری نمی‌کند.
۹) صفت چند ژنی، چندین جایگاه ژنی دارد که ممکن است این جایگاه‌ها در بخش‌های مختلفی از یک کروموزوم قرار گرفته باشند.
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱): صفت چند دگره‌ای دارای بیش از دو نوع دگره در تمامی افراد جمعیت است؛ اما تعداد دگره‌ها در رابطه با یک فرد بستگی به تعداد مجموعه‌های کروموزومی جاندار دارد.
گزینه ۲): صفت دو ژنی دارای دو جایگاه ژنی متفاوت در کروموزوم (های) فرد است. حتی اگر فرد در رابطه با هر دو جایگاه ژنی ژن‌نمود خالص داشته باشد، دو نوع دگره متفاوت (به دلیل دو ژنی بودن صفت) در رابطه با این صفت خواهد داشت.

گزینه ۳): صفت تک ژنی در یک فرد تریپلوئید دارای یک جایگاه ژنی و سه ژن است؛ در نتیجه فرد تریپلوئید در رابطه با این صفت سه دگره دارد.

۱۰) وقوع جهش کوچک در یک ژن، همواره موجب تغییر در RNA حاصل از رونویسی می‌شود؛ ولی لزوماً منجر به تغییر پروتئین نخواهد شد.
۱۱) همه افراد، در غشای همه یاخته‌های زنده و سالم خود دارای پروتئین هستند. (و این پروتئین‌ها ممکن است کانال پروتئین، پمپ و ... باشند).
بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱): افراد با گروه خونی Rh منفی و یا مثبت ناخالص، دارای ژنی هستند که نمی‌تواند پروتئین D را بسازد. (نادرست)
گزینه ۲): ممکن است هر نوع گروه خونی را داشته باشد. (نادرست)

گزینه ۳): در همه افراد سالم، ژن‌های Rh بخشی از فام‌تن شماره ۱ یک را به خود اختصاص داده‌اند. (درست)

گزینه ۴): در گویچه‌های قرمز بالغ خون که فاقد هسته و دنا هستند، دگره‌ای برای گروه خونی Rh وجود ندارد. (نادرست)

۱۲) چون مرد از نظر بیماری سالم است و دختر آنها بیمار می‌باشد، لذا صفت بیماری وابسته به جنس بارز است. دگره بیماری را به صورت X^M و دگره سالم را به صورت X^m نمایش می‌دهیم. ژن‌نمود (ژنوتیپ) مادر از نظر بیماری یا خالص بارز است یا ناخالص، ژن‌نمود (ژنوتیپ) پدر از نظر گروه خونی Rh یا خالص نهفته است یا ناخالص.

ژن‌نمود (ژنوتیپ) مادر: dd و $I^A i$ یا $X^M X^M$ یا $X^M X^m$

ژن‌نمود (ژنوتیپ) پدر: Dd ، $I^B i$ ، $X^m Y$ یا dd

با توجه به این توضیحات، مادر بزرگ پدری دختر در ارتباط با بیماری یا ژن‌نمود (ژنوتیپ) خالص نهفته دارد یا ناخالص. بنابراین یا سالم (خالص نهفته) است یا بیمار (ناخالص)

۱۳) حداکثر توانایی تولید انواع گامت در گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.

$$1 - X^H X^h OOdd \leftarrow \text{دو نوع گامت } 2 = 2^1$$

$$2 - X^h X^h ABdd \leftarrow \text{دو نوع گامت } 2 = 2^1$$

$$3 - X^H Y ABdd \leftarrow \text{نوع گامت } 4 = 2^2$$

$$4 - X^h Y OOdd \leftarrow \text{نوع گامت } 2 = 2^1$$

۱۴) همه موارد نادرست است.

بررسی موارد:

الف) جهش‌هایی که در بخش بین ژنی رخ می‌دهند بر توالی محصول ژن و بر ساختار رنای پیک تأثیر نمی‌گذارند.

ب) این مورد تنها در مورد جهش تغییر چارچوب صحیح است.

ج) جهش خاموش روی ساختار یا عملکرد پروتئین‌ها اثر نمی‌گذارد.

د) در جهش جانیشینی مقدار ماده وراثتی کم یا زیاد نمی‌شود.

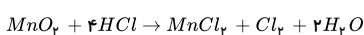
۱۵) جهش خاموش جهشی است که با تبدیل رمز یک آمینواسید به رمز دیگری برای همان آمینواسید، تغییری در توالی پروتئین حاصل ایجاد نمی‌کند؛ اما توجه کنید که توالی رنای پیک حاصل از آن دچار تغییر می‌شود.

گزینه ۱) تغییر آمینواسید در هر جایگاه موجب تغییر در ساختار اول پروتئین می‌شود و ممکن است فعالیت آن را تغییر دهد.

گزینه ۲) اگر گروه خونی فرد از نوع منفی باشد، رونویسی از ژن Rh در بدن وی صورت نمی‌گیرد.

گزینه ۴) اگر حذف و اضافه شدن تعداد نوکلئوتیدها مضرری از عدد ۳ باشد، تغییر چارچوب خواندن محسوب نمی‌شود.

۱۶) ۱ ۲ ۳ ۴



$$\text{محلول } 300\text{ mL} = \frac{1\text{ mL محلول}}{1\text{ g محلول}} \times \frac{100\text{ g محلول}}{14.6\text{ g HCl}} \times \frac{36.5\text{ g HCl}}{1\text{ mol HCl}} \times \frac{4\text{ mol HCl}}{22.4\text{ L Cl}_2} \times \frac{1\text{ mol Cl}_2}{6.72\text{ L Cl}_2} = \text{حجم محلول}$$

۱۷) همه عبارتهای بیان شده درست هستند. (۱) (۲) (۳) (۴)

بررسی موارد:

آ) با توجه به نمودار، انحلال پذیری $NaNO_3$ در دمای $30^\circ C$ بیشتر از انحلال پذیری KNO_3 در همین دما است.

ب) با توجه به نمودار، انحلال پذیری KNO_3 در دمای $35^\circ C$ برابر ۵۰ گرم در ۱۰۰ گرم آب است. پس با اضافه کردن ۵۰ گرم نمک به ۵۰ گرم آب تنها ۲۵ گرم از آن حل می شود، بنابراین ۷۵ گرم محلول سیر شده خواهیم داشت.

۵۰ گرم نمک	۱۰۰ گرم آب
x گرم نمک	۵۰ گرم آب

$$\text{محلول } 75g = 25g + 50g = 50g + 25g = 75g$$

نمک آب

پ) با افزایش دما، انحلال پذیری سدیم کلرید با شیب ملایمی افزایش می یابد.

ت) چون شیب نمودار انحلال پذیری KNO_3 بیشتر از KCl است؛ تأثیر دما بر انحلال پذیری KNO_3 بیشتر خواهد بود.

۱۸) هرچه Ka (ثابت یونش) اسید بزرگتر، قدرت اسیدی آن، بیشتر است. (۱) (۲) (۳) (۴)

گزینه ۱: در هیدرونیوم، اتم هیدروژن به آرایش He می رسد.

گزینه ۲: قدرت اسید به غلظت آن بستگی ندارد.

گزینه ۳: رسانایی محلول اسید و باز به قدرت و غلظت آنها بستگی دارد.

۱۹) فقط مورد اول درست است. (۱) (۲) (۳) (۴)

بررسی سایر موارد:

$$E_{\text{محلول}}^\circ = E_{\text{اکس}}^\circ - E_{\text{اند}}^\circ = -0,14 - (-2,38) = +2,24V$$

مورد سوم و چهارم: با توجه به اینکه E° منبزم کمتر از E° قلع است، پس در جدول پتانسیل کاهش، منبزم پایین تر از قلع جای دارد و قدرت اکسندگی یون آن کمتر از Sn^{2+} است.

۲۰) با توجه به واکنش $A + B \rightarrow A^{2+} + B^{2-}$ به ازای مبادله ۲ مول الکترون یک مول ترکیب یونی AB تشکیل می شود. (۱) (۲) (۳) (۴)

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ۱: با توجه به عدد اتمی A که برابر ۳۰ می باشد، این عنصر در گروه ۱۲ جدول دوره ای قرار دارد.

گزینه ۳: اتم B کاهش یافته و نقش اکسندار دارد.

گزینه ۴: ${}_3A : [Ar]3d^1 4s^2 \Rightarrow {}_3A^{2+} : [Ar]3d^1$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۲۱)

$$0,0338 \text{ mol نمک} \times \frac{136 \text{ g نمک}}{1 \text{ mol نمک}} \approx 4,6 \text{ g}$$

$$2LH_2O \times \frac{1000mLH_2O}{1LH_2O} \times \frac{1gH_2O}{1mLH_2O} = 2000gH_2O$$

$$\frac{\text{نمک } 4,6g}{x} \mid \frac{\text{آب } 2000g}{100g \text{ آب}} \Rightarrow x = 0,23g \Rightarrow 0,01 < S < 1 \Rightarrow \text{کم محلول}$$

۲۲) موارد الف، و د، درست اند. (۱) (۲) (۳) (۴)

با توجه به پُر نور بودن لامپ، این محلول می تواند محلول یک اسید یا باز قوی باشد.

بررسی موارد:

مورد الف: A اگر اسید باشد، اسید قوی با ثابت یونش بسیار بزرگتر از ثابت یونش اسید موجود در ریواس است زیرا، اسید موجود در ریواس اسیدی ضعیف است.

مورد ب: از حل شدن لیتیم اکسید و باریم اکسید در آب به ترتیب، بازهای قوی لیتیم هیدروکسید و باریم هیدروکسید به وجود می آید.

مورد پ: HF اسیدی ضعیف است.

مورد ت: تنها در صورتی A محلولی با pH کمتر از ۷ است که A یک اسید باشد. در این سؤال ممکن است ماده A یک باز قوی باشد، پس این عبارت الزاماً صحیح نیست.

۲۳) بررسی گزینه ها: (۱) (۲) (۳) (۴)

گزینه ۱: $pH > 7$ نشان دهنده محیط بازی است. اگر pH به ۷ نزدیک شده، باز ضعیف و اگر pH به ۱۴ نزدیک باشد باز قوی است.

گزینه ۲: معده محیط اسیدی ($pH < 7$) و روده یک محیط بازی ($pH > 7$) است.

گزینه ۳:

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow 8,5 = -\log[H^+] \Rightarrow [H^+] = 10^{-8,5} = 10^{-9+0,5} = 10^{-9} \times 10^{0,5} = 3 \times 10^{-9} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

گزینه ۴: کاغذ pH در محیط های اسیدی به رنگ قرمز درمی آید.

۲۴) ابتدا غلظت H^+ را محاسبه می کنیم: (۱) (۲) (۳) (۴)

$$pH = 1 \Rightarrow [H^+] = 10^{-1} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{M - [H^+]} \Rightarrow 0,5 = \frac{(10^{-1})^2}{M - 0,1} \Rightarrow M = 0,12 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

با توجه به رابطه K_a داریم:

$$?gHA = 1L \text{ محلول} \times \frac{0.12 \text{ mol HA}}{1L \text{ محلول}} \times \frac{114gHA}{1 \text{ mol HA}} = 13.68gHA$$

الکترودی که E^\ominus کوچک تری دارد، الکترون دهنده تر یا کاهنده تر است و آنده سلول را تشکیل می دهد. **۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵**

با توجه به این توضیح، شکل A درست می باشد. (در شکل A، ۸ تا Cl^- و ۴ تا Mg^{2+} وجود دارد.) **۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶**

توجه به این توضیح، شکل A درست می باشد. (در شکل A، ۸ تا Cl^- و ۴ تا Mg^{2+} وجود دارد.)

حال برای اینکه ببینیم هر گوی نشان دهنده چند مول است، از دو روش می توان استفاده کرد:

(۱) روش کسر تبدیل: ابتدا باید تعداد مول Cl^- تولید شده به ازای انحلال $0.952g$ $MgCl_2$ را به دست آوریم.

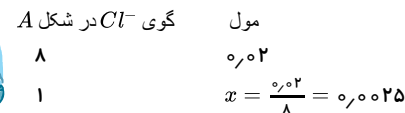
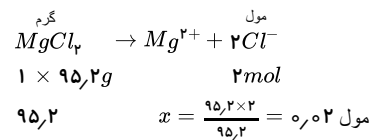
$$?molCl^- = 0.952gMgCl_2 \times \frac{1molMgCl_2}{95.2gMgCl_2} \times \frac{2molCl^-}{1molMgCl_2} = 0.02molCl^-$$

در شکل A، ۸ تا Cl^- داریم.

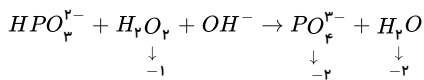
$$\frac{0.02molCl^-}{8} = 0.0025$$

هر گوی معادل 0.0025 مول می باشد.

روش تناسب:



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷



در اینجا عدد اکسایش اکسیژن در H_2O ، -1 است که در PO_4^{3-} و H_2O به -2 کاهش یافته است؛ پس H_2O کاهش یافته و نقش اکسنده را دارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸

$BaSO_4$ (باریم سولفات) نمک نامحلول در آب است؛ پس نیروی جاذبه یون - دوقطبی در مخلوط حاصل از این نمک و آب ضعیف تر از میانگین نیروی جاذبه در حلال خالص (آب) و حل شونده خالص ($BaSO_4$) می باشد.

میانگین پیوند یونی در $BaSO_4$ و پیوندهای هیدروژنی در آب $<$ نیروی جاذبه یون - دوقطبی در محلول (حل شونده خالص) (حلال خالص)

بجز عبارت دوم، بقیه عبارت ها درست اند. **۱ ۲ ۳ ۴ ۲۹**

بررسی عبارت های دوم تا چهارم:

عبارت دوم: آمونیوم نیترات (NH_4NO_3) برخلاف اتانول و شکر، یک ترکیب یونی است و ترکیبات یونی به هنگام انحلال در آب، ساختارشان تغییر می کند.

عبارت سوم: در مولکول قطبی آب، اتم اکسیژن سرمنفی و اتم های هیدروژن سر مثبت مولکول را تشکیل می دهند. به هنگام آب پوشی یون ها، مولکول های H_2O از سرهای مخالف به یون نزدیک شده و آن را می پوشانند (احاطه می کنند).

عبارت چهارم: این سه ترکیب عبارتند از: NH_3 ، H_2O و HF

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۰

روش اول:

$$HA : pH = -\log[H^+] \Rightarrow -\log[H^+] = 2.3 \Rightarrow -\log[H^+] = 3 - 0.7$$

$$\Rightarrow \log[H^+] = -3 + 0.7 \Rightarrow \log[H^+] = \log 10^{-3} + \log 5 \Rightarrow [H^+] = 5 \times 10^{-3}$$

$$HB : pH = -\log[H^+] \Rightarrow -\log[H^+] = 1.5 \Rightarrow -\log[H^+] = 2 - 0.5$$

$$\Rightarrow \log[H^+] = -2 + 0.5 \Rightarrow \log[H^+] = \log 10^{-2} + \log 3 \Rightarrow [H^+] = 3 \times 10^{-2}$$

$$\frac{\text{غلظت } H^+ \text{ در محلول } HA}{\text{غلظت } H^+ \text{ در محلول } HB} = \frac{5 \times 10^{-3}}{3 \times 10^{-2}} = 0,16$$

روش دوم:

$$\frac{[H^+]_{HA} = 10^{-2,3}}{[H^+]_{HB} = 10^{-1,5}} = 10^{-0,8} = \frac{1}{10^{0,8}} = \frac{1}{6} = 0,16$$

با توجه به واکنش کلی، فلز Cu که دهنده الکترون است، نقش آند را دارد و دچار اکسایش شده است. الکترون نقره نیز کاتد می‌باشد و دچار کاهش شده است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۳۱)

$$E^\circ = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}} \Rightarrow 0,46 = E^\circ \left(\frac{Ag^+}{Ag} \right) - 0,34 \Rightarrow E^\circ \left(\frac{Ag^+}{Ag} \right) = 0,80 V$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۳۲)

$$K_a = \frac{[H^+][CN^-]}{[HCN]} = \frac{(7 \times 10^{-6})^2}{0,1} = 4,9 \times 10^{-11} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

هیدرویدیک اسید یک اسید قوی است و فورمیک اسید یک اسید ضعیف، بنابراین سرعت واکنش منیزیم در فورمیک اسید کمتر است.

در یک سامانه تعادلی مقدار مواد ثابت می‌ماند، اما لزوماً برابر نیستند.

در یک سامانه تعادلی سرعت واکنش‌های رفت و برگشت برابر است؛ در نتیجه میزان یونش HF با میزان به هم پیوستن یون‌ها و تشکیل دوباره آن برابر است.

طلا و پلاتین فلزات نجیب هستند که با اکسیژن واکنش نمی‌دهند؛ اکسیژن کاهش می‌یابد و هر مولکول آن که ۲ اتم اکسیژن دارد، ۴ الکترون مبادله می‌کند و روی اکسایش می‌یابد (کاهنده است) که هر اتم آن ۲ الکترون می‌دهد. (۱) (۲) (۳) (۴) (۳۳)

بررسی گزینه‌ها: (۱) (۲) (۳) (۴) (۳۴)

گزینه ۱: جهت حرکت الکترون از آند به سمت کاتد است و گاز اکسیژن از سمت کاتد وارد می‌شود.

گزینه ۲: چون در آند اکسایش هیدروژن انجام می‌گیرد و E° آن صفر است؛ بنابراین پتانسیل سلول با پتانسیل نیم سلول کاتدی برابر است.

گزینه ۳: صحیح است.

گزینه ۴: نادرست است. بازدهی اکسایش گاز هیدروژن در سلول سوختی به تقریب حدود ۳ برابر بازدهی سوزاندن آن در موتور درون سوز است.

گلاب مخلوطی همگن است که از انحلال چند ماده آلی در آب حاصل شده است و فقط شامل مواد آلی نیست! (۱) (۲) (۳) (۴) (۳۵)

گزینه چهارم صحیح است زیرا: (۱) (۲) (۳) (۴) (۳۶)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - 1}{x + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - 1}{x + x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - 1}{2x} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

توجه کنید تابع در همسایگی چپ صفر، تعریف نمی‌شود زیرا مخرج به صورت $x - x$ یعنی صفر مطلق می‌شود.

(۱) (۲) (۳) (۴) (۳۷)

$$\sin^2 x = \sin x \rightarrow \sin x (\sin x - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} \text{حالت خاص} \\ \sin x = 0 \rightarrow x = k\pi \rightarrow x = 0, \pi, 2\pi \\ \text{حالت خاص} \\ \sin x = 1 \rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

بنابراین این معادله در بازه $[0, 2\pi]$ دارای ۴ ریشه است.

(۱) (۲) (۳) (۴) (۳۸)

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x + \sqrt{x+2}}{x+2} = \frac{-2+0}{(-2)^+ + 2} = \frac{-2}{0^+} = -\infty$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۳۹)

روش اول:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1 - \sqrt{x})}{2 - \sqrt{5-x}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1-x)(2 + \sqrt{5-x})}{(4+x-5)(1+\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 + \sqrt{5-x}}{-(1+\sqrt{x})} = \frac{4}{-2} = -2$$

روش دوم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{2 - \sqrt{5-x}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{HOP} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-\frac{1}{2\sqrt{x}}}{-\frac{1}{2\sqrt{5-x}}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} = -2$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۴۰)

$$\cos^2(6x) - 6 \cos(6x) = 0 \Rightarrow \cos(6x)(\cos 6x - 6) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{حالت خاص} \\ \cos 6x = 0 \rightarrow 6x = k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{k\pi}{6} + \frac{\pi}{12} \\ \cos 6x = 6 \rightarrow \text{امکان ندارد.} \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۱

روش اول: با ابهام صفر صفر مواجه هستیم، عبارت را در مزدوج صورت، ضرب و تقسیم می‌کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x + \sqrt{3-x}}{x^2 + x} \times \frac{2x - \sqrt{3-x}}{2x - \sqrt{3-x}} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^2 + x - 3}{x(x+1)(2x - \sqrt{3-x})}$$

صورت را بر $x+1$ تقسیم می‌کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(4x-3)}{x(x+1)(2x - \sqrt{3-x})} = \frac{-7}{(-1)(-4)} = \frac{-7}{4}$$

روش دوم:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x + \sqrt{3-x}}{x^2 + x} = \frac{0}{0} \xrightarrow{HOP} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2 + \frac{1(-1)}{2\sqrt{3-x}}}{2x+1} = \frac{2 - \frac{1}{4}}{-1} = \frac{-7}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۲

$$\sin 2x = \sin x \Rightarrow \begin{cases} x=2k\pi+\alpha \rightarrow 2x=2k\pi+x \Rightarrow x=2k\pi \\ x=2k\pi+\pi-\alpha \rightarrow 2x=2k\pi+\pi-x \Rightarrow x=\frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

k	۰	۱	۲
x	۰, $\frac{\pi}{3}$	$2\pi, \pi$	$\frac{5\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$

بنابراین معادله دارای ۵ جواب است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۳

می‌دانیم: $(\sin a \pm \cos a)^2 = 1 \pm \sin 2a$

$$\frac{(\sin x + \cos x)^2}{(\sin x - \cos x)^2} = \frac{1 + \sin 2x}{1 - \sin 2x} = \frac{1 + \sin \frac{\pi}{6}}{1 - \sin \frac{\pi}{6}} = \frac{1 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} = 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۴

می‌دانیم: $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 2\left(\frac{2}{9}\right) - 1 = \frac{4}{9} - 1 = \frac{-5}{9}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۵

می‌دانیم: $1 + \cot^2 a = \frac{1}{\sin^2 a}$

$$1 + \cot^2 x = \sin x \Rightarrow \frac{1}{\sin^2 x} = \sin x \Rightarrow \sin^3 x = 1 \Rightarrow \sin x = 1 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

k	۰	۱
x	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{2}$

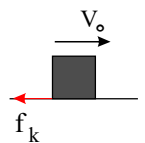
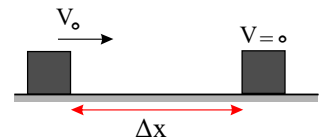
۱ ۲ ۳ ۴ ۴۶

با توجه به اینکه پس از پرتاب تنها نیروی مؤثر بر جسمها در راستای افقی، نیروی اصطکاک است، پس حرکت جسمها کند شونده بوده و پس از طی مسافت متوقف می‌شوند.

$$F_{net} = ma \rightarrow -f_k = ma \rightarrow -\mu_k mg = ma \rightarrow a = -\mu_k g$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a \Delta x_{\text{توقف}} \xrightarrow{v=0} \Delta x_{\text{توقف}} = \frac{-v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2\mu_k g}$$

$$\frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \frac{v_{0A}^2}{v_{0B}^2} \times \frac{\mu_{kB}}{\mu_{kA}} = \frac{v_{0A}^2}{v_{0B}^2} \times \frac{\mu_{kB}}{\mu_{kA}} = \frac{1}{2}$$



توجه داشته باشید که جرم وزنه‌ها در مسافت توقف آنها تأثیری ندارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۷

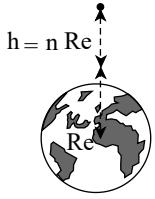
شتاب گرانشی با مجذور فاصله از مرکز زمین رابطه معکوس دارد $(g' \propto \frac{1}{r^2})$. در صورتی که شعاع کره زمین را برابر R_e فرض کنیم، فاصله نقطه مورد نظر از مرکز زمین برابر است با:

$$r = R_e + h = R_e + nR_e = (n + 1)R_e$$

اگر شتاب گرانش در سطح زمین برابر g باشد. و برای محاسبه‌ی محلی که شتاب گرانش $\frac{1}{4}$ سطح زمین است داریم:

$$\frac{g'}{g} = \frac{\frac{GM_e}{r^2}}{\frac{GM_e}{R_e^2}} = \left(\frac{R_e}{r}\right)^2 = \left(\frac{R_e}{(n+1)R_e}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\text{جذر گرفتن از طرفین رابطه} \Rightarrow \frac{1}{n+1} = \frac{1}{2} \Rightarrow n = 1$$



تذکر: به طور ذهنی نیز می‌توان گفت اگر فاصله از مرکز زمین از R_e به $2R_e$ برسد، شتاب گرانش $\frac{1}{4}$ برابر می‌شود.

$$g = \frac{GM_e}{r^2} \Rightarrow \text{شتاب } g, \text{ برابر می‌شود } \frac{1}{4} \Rightarrow \text{دو برابر می‌شود } r$$

$$\begin{cases} r = 2R_e \\ r = h + R_e \end{cases} \Rightarrow h = R_e$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۸

$$p_A = p_B \Rightarrow m_A v_A = m_B v_B \Rightarrow 2m_B v_A = m_B v_B \Rightarrow v_B = 2v_A$$

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{\frac{1}{2} m_A v_A^2}{\frac{1}{2} m_B v_B^2} = \frac{(2m_B) v_A^2}{m_B (2v_A)^2} = \frac{2v_A^2}{4v_A^2} = \frac{1}{2}$$

روش دوم:

$$K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \left(\frac{m_B}{m_A}\right) \times \left(\frac{p_A}{p_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \left(\frac{m_B}{2m_B}\right) \times 1 = \frac{1}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۹

$$p_k = p_o \Rightarrow m_k v_k = m_o v_o \Rightarrow \Delta m_o v_k = m_o v_o \Rightarrow v_o = \Delta v_k$$

$$\frac{K_k}{K_o} = \frac{m_k}{m_o} \times \left(\frac{v_k}{v_o}\right)^2 = \Delta \times \left(\frac{1}{\Delta}\right)^2 = \frac{1}{\Delta}$$

روش دوم:

$$K = \frac{p^2}{2m} \xrightarrow{P_T = P_S} \frac{K_T}{K_A} = \frac{m_A}{m_T} = \frac{1}{\Delta}$$

باتوجه به رابطه $\vec{F}_{av} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$ ، ابتدا اندازه‌ی تغییرات تکانه را محاسبه می‌کنیم:

$$|\Delta p| = |F| \times \Delta t \Rightarrow |\Delta p| = 4 \times 3 = 12 \frac{kg \cdot m}{s}$$

چون نیرو در خلاف جهت حرکت وارد شده است پس $\Delta p = -12 \frac{kg \cdot m}{s}$ است:

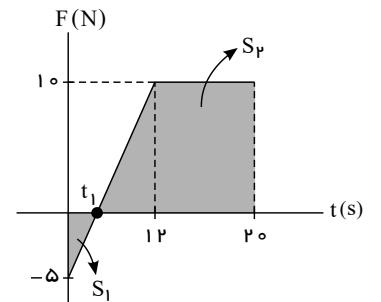
$$p_1 = mv_1 = 3 \times 5 = 15 \frac{kg \cdot m}{s}$$

$$\Delta p = p_r - p_1 \Rightarrow -12 = p_r - 15 \Rightarrow p_r = 3 \frac{kg \cdot m}{s}$$

اگر لحظه‌ی برخورد با محور را t_1 فرض کنیم با استفاده از تشابه مثلثها داریم:

$$\frac{\Delta}{t_1} = \frac{10}{12 - t_1} \Rightarrow 12 - t_1 = 2t_1$$

$$3t_1 = 12 \Rightarrow t_1 = 4s$$



مساحت سطح محور بین این منحنی و محور زمان تغییرات تکانه است.

$$S_1 = \frac{\Delta \times \Delta}{2} = -10$$

$$S_2 = \left(\frac{8 + 16}{2}\right) \times 10 = 120$$

$$\Delta p = S_1 + S_2 = 110 \frac{kg \cdot m}{s}$$

وقتی که جسم در امتداد سطح افقی پرتاب می‌شود، در طول مسیر، تنهای نیروی موثر وارد بر آن در امتداد افقی، نیروی اصطکاک است. پس در ابتدا شتاب

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۲

حرکت مکعب را می‌یابیم و پس از آن، با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی، سرعت مکعب پس از ۳۲ متر جابه‌جایی را محاسبه می‌کنیم.

$$f_{net} = ma \rightarrow 0 - f_k = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma$$

$$a = -\mu_k g = -0,1 \times 10 = -1 \text{ m/s}^2$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \quad V^2 - 100 = 2 \times (-1) \times 32$$

$$v^2 - 100 = -64 \quad v^2 = 36 \quad v = 6 \text{ m/s}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۳

انرژی جنبشی با مجذور تکانه متناسب و با جرم جسم نسبت عکس دارد. یعنی:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_B = \frac{5}{8} m_A \\ p_A = \frac{4}{3} p_B \end{array} \right. \xrightarrow{k = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow \frac{k_A}{k_B} = \left(\frac{p_A}{p_B}\right)^2 \left(\frac{m_B}{m_A}\right)} \frac{k_A}{k_B} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \left(\frac{5}{8}\right) \Rightarrow \frac{k_A}{k_B} = \frac{16}{9} \times \frac{5}{8} = \frac{10}{9} \Rightarrow \frac{k_A}{k_B} = \frac{10}{9}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۴

ابتدا شتاب جسم در حرکت کند شونده را به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 1 - 3^2 = 2a(2,5) \Rightarrow a = -1,6$$

چون سرعت کاهش یافته پس تحت تأثیر نیروی اصطکاک در حال توقف است.

$$\mu a = \cancel{m} a \Rightarrow -\mu \times 10 = (-1,6) \Rightarrow \mu = 0,16$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۵ با استفاده از رابطه مقایسه‌ای شتاب گرانش برای دو نقطه مختلف داریم:

$$g = \frac{GM_e}{(h + R_e)^2} \Rightarrow \frac{g_r}{g_1} = \left(\frac{h_1 + R_e}{h_r + R_e}\right)^2 = \left(\frac{R_e + R_e}{3R_e + R_e}\right)^2 = \frac{1}{4}$$