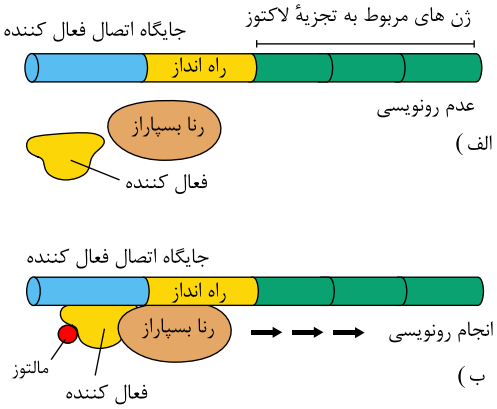
پاسخنامه تشریحی

۱ – گزینه ۴ در باکتری اشرشیاکلای در حضور قند مالتوز، انواعی از پروتئین به نام فعال‌کننده وجود دارند که به توالی‌های خاصی از دنا متصل می‌شوند. به این توالی‌ها جایگاه اتصال فعال‌کننده گفته می‌شود. در حضور مالتوز، پروتئین فعال‌کننده به جایگاه خود متصل می‌شود و پس از اتصال به رنابسپاراز کمک می‌کند تا به راه‌انداز متصل شود و رونویسی را شروع کند. درواقع اتصال مالتوز به فعال‌کننده باعث پیوستن آن به جایگاه اتصال شده و رونویسی شروع می‌شود. راه‌انداز سبب می‌شود رنابسپاراز اولین نوکلئوتید مناسب را به‌طور دقیق پیدا و رونویسی را از آنجا آغاز کند.



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱) فعال‌کننده به راه‌انداز متصل نمی‌شود.

گزینهٔ ۲) پروتئین مهارکننده در تنظیم منفی رونویسی دخالت دارد نه در حضور مالتوز و تنظیم مثبت رونویسی

گزینهٔ ۳) با توجه به تصویر، مشاهده می‌کنید که رنابسپاراز ژن‌های مربوط به تجزیهٔ مالتوز را رونویسی می‌کند نه ژن‌های سنتزکنندهٔ مالتوز را.

۲ – گزینه ۲ در ساختار پروتئین‌های حداکثر ۲۰نوع آمینواسید شرکت دارد که حداقل برای هر کدام یک نوع tRNA وجود دارد. از آنجایی‌که تعداد آنتی‌کدون‌ها و tRNAهای مربوط به آمینواسیدها ۶۱نوع است، بیش از یک نوع tRNA برای اکثر آمینواسیدها وجود دارد.

۳ – گزینه ۳ رنایی که به رشتهٔ پلی‌پپتید درحال ساخت متصل است، رنای ناقل است که در باکتری‌ها توسط رنابسپاراز باکتری و در هستهٔ یوکاریوت‌ها توسط رنابسپاراز شمارهٔ ۳ تولید می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: نادرست. تمام رناها در ساختار خود پیوندهای اشتراکی دارند، ولی مثلاً رنای پیک مربوط به تجزیهٔ مالتوز باکتری‌ها از روی چند ژن مجاور رونویسی شده است.

گزینهٔ «۲»: نادرست. رنایی که دارای رمزهٔ پایان است، رنای پیک است. البته رنای پیک یوکاریوتی درون هسته پیرایش یافته، ولی رنای پیک پیش‌هسته‌ای‌ها نیاز به پیرایش ندارد و البته پیش‌هسته‌ای‌ها اصلاً هسته ندارند!

گزینهٔ «۴»: نادرست. هر رنا از روی یک رشته از دنا (رشتهٔ الگو) ساخته‌شده و به خاطر روابط مکملی میان بازها به رشتهٔ رمزگذار بسیار شبیه است؛ اما همهٔ رناها دارای کدون (رمزه) نیستند و رمزهٔ مخصوص رناهای پیک است.

۴ – گزینه ۱ اولین محصول مستقیم همه‌ی ژن‌ها، RNA است که دارای پیوندهای فسفودی‌استر است. RNAها می‌توانند دارای رونوشت اگزون و اینترون باشند.

۵ – گزینه ۲ در هنگام جابه‌جایی ریبوزوم، $tRNA$ موجود در جایگاه P ریبوزوم که فاقد آمینو اسید است وارد جایگاه E می‌شود

توجه کنید که تشکیل پیوند پپتیدی درون جایگاه A ریبوزوم، قبل از جابه‌جایی صورت گرفته است. و در حین جابه‌جایی ممکن است کدون پایان وارد جایگاه A شود.

۶ – گزینه ۳ محصول ترجمهٔ رنای پیک لزوماً آنزیم نیست و محصول یک رنای پیک سه ژنی، سه رشتهٔ پلی‌پپتید است که می‌توانند آنزیم باشند. محصول یک رنای پیک سه ژنی نمی‌تواند یک رشتهٔ پلی‌پپتید باشد.

۷ – گزینه ۳ پروتئین فعال‌کننده با اتصال به جایگاه اتصال خود در دنا، به رنابسپاراز کمک می‌کند تا به راه‌انداز متصل شود و رونویسی را آغاز کند. در ابتدای رونویسی، رنابسپاراز اولین نوکلئوتید از ژن را رونویسی می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: نادرست. اتصال مالتوز به پروتئین فعال‌کننده باعث اتصال فعال‌کننده به دنا خواهد شد.

گزینهٔ «۲»: نادرست. ژن‌های مربوط به تجزیهٔ مالتوز رونویسی می‌شوند.

گزینهٔ «۴»: نادرست. در باکتری‌ها عوامل رونویسی وجود ندارد.

۸ – گزینه ۳ ساخته‌شدن همزمان چند رنا از یک ژن در اثر عملکرد هم‌زمان چند آنزیم RNA پلی‌مراز و تولید هم‌زمان چند RNA تشکیل می‌شود.

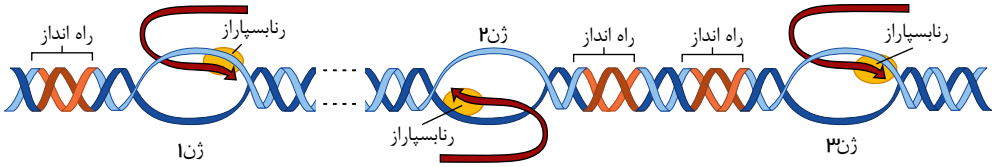
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی (۱): بسیاری از محصولات حاصل از رونویسی ژن‌ها هرگز ترجمه نمی‌شوند، مانند $tRNA$ و $rRNA$ و RNAهای کوچک

گزینه‌ی (۲): نوکلئوتیدهای قبل از کدون آغاز و نوکلئوتیدهای کدون پایان به بعد ترجمه نمی‌شوند.

گزینه‌ی (۴): درون شبکه آندوپلاسمی زیر ریبوزومی وجود ندارد. ریبوزوم‌ها روی غشای این شبکه هستند.

۹ – گزینه ۴ در مولکول دنا، در هر ژن یکی از دو رشتهٔ الگو است؛ ولی رشتهٔ الگو در ژن‌های مجاور می‌تواند متفاوت باشد.



رنای در حال رونویسی

توجه کنید که در دنای حلقوی باکتری‌ها ممکن است حالتی وجود داشته باشد که اگر در یک ژن یکی از دو رشته الگو باشد، ناچار در ژن مجاور هم باید همان رشتهٔ الگو باشد؛ مانند ۳ ژن لازم برای استفاده از لاکتوز یا مالتوز در اشرشیاکلای.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: نادرست. $mRNA$ یوکاریوتی در هنگام یا پس از رونویسی می‌تواند دستخوش تغییر شود.

گزینهٔ «۲»: نادرست. بخشی از رنای پیک که زودتر ساخته می‌شود، زودتر هم ترجمه خواهد شد.

گزینهٔ «۳»: نادرست. اولین آمینواسید در انتهای آمین همهٔ پلی‌پپتیدهای تازه ساخته‌شده متیونین است.

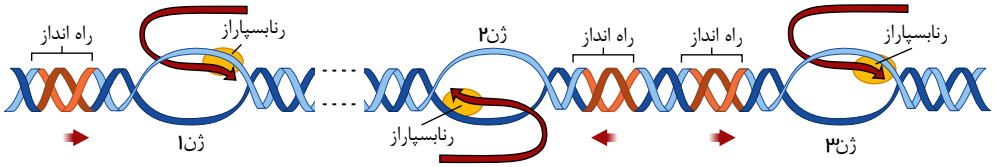
۱۰ – گزینه ۱ در یوکاریوت ها محل رونویسی ژن های هسته با محل ترجمه آن متفاوت می‌باشد. رونویسی در هستهٔ یاخته و ترجمه در سیتوپلاسم انجام می‌شود.ویژگی ذکر شده برای باکتری هاست.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۲) پلی‌پپتیدها از واحدهای تکرار شونده‌ای به نام آمینواسید تشکیل شده‌اند. هر آمینواسید دارای یک انتهای آمین و یک انتهای کربوکسیل است. یک آمینواسید به‌طور معمول از سمت عامل آمین خود به عامل کربوکسیل آمینواسید قبلی متصل می‌شود؛ پس در اولین آمینواسید عامل آمین، انتهای رشتهٔ پلی‌پپتیدی را ایجاد می‌کند.

گزینهٔ ۳) با توجه به شکل زیر می‌توان مشاهده کرد که در یک ژن رشتهٔ بالایی و در ژن بعدی رشتهٔ پایینی می‌تواند مورد رونویسی قرار گیرد.

گزینهٔ ۴) رنای پیک ممکن است دستخوش تغییراتی در حین رونویسی و یا پس از آن شود. یکی از تغییراتی که در یوکاریوت‌ها و پس از رونویسی متداول است، حذف بخش‌هایی از مولکول رنای پیک است.



رنای در حال رونویسی

۱۱ – گزینه ۴ در پروکاریوت‌ها در تنظیم بیان ژن مربوط به مصرف لاکتوز چندین رناتن به صورت هم‌زمان ترجمه یک مولکول رناپیک که از روی ۳ ژن مختلف تولید شد و ۳ ژنی است را شروع می‌کند. (گزینهٔ ۴)

۱۲ – گزینه ۱ همواره تعداد انواع کدون‌های ترجمه‌شده با تعداد انواع آنتی‌کدون‌ها برابر است. چون دقیقاً به‌ازای هر ۱ نوع کدون قابل ترجمه، ۱ نوع آنتی‌کدون مکمل وجود دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۲): همواره تعداد جابه‌جایی ریبوزوم با $tRNA$های استقراریافته در جایگاه A برابر است. به‌طور مثال اگر ۴ کدون در یک $mRNA$ وجود داشته باشد، دو $tRNA$ در جایگاه A استقرار می‌یابد و دو حرکت صورت می‌گیرد. (توجه کنید که اولین $tRNA$ فقط در جایگاه P استقرار می‌یابد و آخرین کدون، کدون پایان است که با آنتی‌کدون هیچ $tRNA$ی پیوند برقرار نمی‌کند.)

گزینهٔ (۳): همواره تعداد پیوند پپتیدی با تعداد جابه‌جایی‌های ریبوزوم برابر است. مثلاً اگر یک $mRNA$ چهار کدون داشته باشد، دو جابه‌جایی صورت می‌گیرد و بین سه آمینواسید مورد استفاده در رشتهٔ پپتیدی، دو پیوند موجود است. (توجه کنید که کدون پایان، آمینواسیدی را رمز نمی‌کند.)

گزینهٔ (۴): تعداد کدون‌های ترجمه‌شده برابر تعداد آمینواسیدهاست که همواره یک عدد از تعداد جابه‌جایی‌ها بیشتر است. مثلاً در یک $mRNA$ دارای چهار کدون دو حرکت صورت می‌گیرد و سه آمینواسید در رشتهٔ حاصل وجود دارد.

۱۳ – گزینه ۳ در مرحلهٔ طویل شدن همانند مرحلهٔ آغاز، نوکلئوتیدهای مکمل نوکلئوتیدهای رشتهٔ الگوی دنا، در زنجیره رنا قرار می‌گیرند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در مرحلهٔ طویل شدن حباب رونویسی به سوی انتهای آن پیش می‌رود، درحالی‌که در مرحلهٔ پایان این پیشروی رخ نمی‌دهد.

گزینهٔ «۲»: در مرحلهٔ طویل شدن و پایان، پیوندهای هیدروژنی میان رشته‌های الگو و رمزگذار دنا که توسط آنزیم رنابسپاراز شکسته شده بودند، مجدداً تشکیل می‌شوند.

گزینهٔ «۴»: در مراحل آغاز و طویل شدن، پیوندهای هیدروژنی میان دو رشته مولکول دنا، توسط آنزیم رنابسپاراز شکسته می‌شود.

۱۴ – گزینه ۱ در مرحلهٔ طویل‌شدن ممکن است رناهای ناقل مختلفی وارد جایگاه A رناتن شوند؛ ولی فقط رنایی که مکمل رمزهٔ جایگاه A است، استقرار پیدا می‌کند؛ در غیر این‌صورت جایگاه را ترک می‌کند. در مرحلهٔ پایان نیز، طبق شکل زیر، رنای ناقل بدون ورود به جایگاه E از رناتن خارج می‌شود؛ پس در دو مرحلهٔ طویل‌شدن و پایان، رنای ناقل می‌تواند بدون ورود به جایگاه E از رناتن خارج شود.

در مرحلهٔ طویل‌شدن، پس از ورود به رنای ناقلی که مکمل رمزهٔ جایگاه A است، آمینواسید یا رشتهٔ پلی‌پپتیدی موجود در جایگاه P از رنای ناقل خود جدا می‌شود (شکسته‌شدن پیوند میان نوکلئوتید

و آمینواسید). و با آمینواسید جایگاه A پیوند برقرار می‌کند(تشکیل شدن پیوند میان دو آمینواسید) پس از آن رناتن به اندازهٔ یک رمزه به‌سوی رمزهٔ پایان پیش می‌رود. در این موقع رنای ناقل که حامل رشتهٔ پپتیدی درحال ساخت است، در جایگاه P قرار می‌گیرد و جایگاه A خالی می‌شود تا پذیرای رنای ناقل بعدی باشد و رنای ناقل بدون آمینواسید در جایگاه E قرار می‌گیرد و سپس از این جایگاه خارج می‌شود (گسستن پیوند هیدروژنی میان دو نوکلئوتید).

در مرحلهٔ پایان، عوامل آزادکننده باعث جداشدن پلی‌پپتید از آخرین رنای ناقل می‌شوند (شکسته‌شدن پیوند میان نوکلئوتید و آمینواسید). همچنین جداشدن زیرواحدهای رناتن از هم و آزادشدن رنای پیک روی می‌دهد. طبق شکل زیر، در مرحلهٔ پایان، آخرین رنای ناقل از رمزهٔ مکمل خود جدا می‌شود (شکسته‌شدن پیوند هیدروژنی میان دو نوکلئوتید).

بنابراین می‌توان گفت در هر دو مرحلهٔ طویل‌شدن و پایان، شکسته‌شدن پیوند هیدروژنی میان دو نوکلئوتید و نیز شکسته شدن پیوند میان نوکلئوتید و آمینواسید روی می‌دهد.

۱۵ - گزینه ۱ در مرحلهٔ طویل‌شدن، رنابسپاراز (RNA پلیمراز) که به ساختن رنا ادامه می‌دهد، دو رشتهٔ دنا در جلوی آن باز می‌گردد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: در مرحلهٔ اول علاوه بر بازشدن دو رشتهٔ دنا، رونویسی نیز رخ می‌دهد.

گزینهٔ «۳»: کدون پایان در مرحلهٔ پایان ترجمه وارد جایگاه A می‌شود.

گزینهٔ «۴»: در مرحلهٔ آغاز ترجمه ابتدا بخش کوچک ریبوزوم به $mRNA$ متصل شده و سپس $tRNA$ به مجموعه اضافه و درنهایت بخش بزرگ به بخش کوچک متصل می‌شود.

۱۶ - گزینه ۴ واکنش موازنه شده به‌صورت روبه‌رو است:

$$۲RCOONa + CaCl_۲ \rightarrow (RCOO)_۲Ca + ۲NaCl$$

ابتدا، مقدار صابونی که با آب سخت به‌طور کامل واکنش می‌دهد را محاسبه می‌کنیم:

$$۲۰۰mL \text{ محلول} \times \frac{۱g \text{ محلول}}{۱mL \text{ محلول}} \times \frac{۲۰۰۰g\ Ca^{۲+}}{۱۰^۶g \text{ محلول}} \times \frac{۱mol\ Ca^{۲+}}{۴۰g\ Ca^{۲+}} \times \frac{۱mol\ CaCl_۲}{۱mol\ Ca^{۲+}} \times \frac{۲mol \text{ صابون}}{۱mol\ CaCl_۲} \times \frac{۲۳۶g \text{ صابون}}{۱mol \text{ صابون}} = ۴٫۷۲g \text{ صابون}$$

با توجه به اینکه جرم صابون موردنیاز برابر ۴٫۷۲ گرم است، بنابراین تمام صابون اضافه شده (۱۰۰٪) به حالت رسوب در می‌آید.

۱۷ - گزینه ۳ ت- نادرست، بخش هیدروکربنی در پاک‌کننده‌ها آب‌گریز است.

۱۸ - گزینه ۱ تمام عبارت‌ها درست‌اند.

مورد الف) اوره و عسل برخلاف بنزین ترکیب‌هایی قطبی هستند؛ پس در آب حل می‌شوند.

مورد ب) فرمول عمومی صابون‌های جامد $RCOONa$ و فرمول عمومی صابون‌های مایع $RCOOK$ و $RCOONH_۴$ می‌باشد. در صورت برابر بودن تعداد اتم‌های کربن زنجیر آلکیل، اختلاف جرم مولی صابون‌ها مربوط به جرم مولی کاتیون موجود در آنها می‌شود. اگر کاتیون موجود در صابون مایع، K باشد، جرم مولی صابون مایع از صابون جامد بیشتر می‌شود.

مورد پ) اگر مقداری صابون به مخلوط آب و روغن اضافه کنید، مخلوطی از نوع کلوئید ایجاد می‌شود. کلوئیدها را می‌توان همانند پلی میان محلول‌ها و سوسپانسیون‌ها در نظر گرفت.

مورد ت) ژله و شیر هر دو کلوئید هستند. ذره‌های موجود در کلوئیدهای درشت‌تر از محلول‌اند و به‌همین دلیل نور را پخش می‌کنند.

۱۹ - گزینه ۳ شیمی‌دان‌ها، مدت‌ها پیش از آن که ساختار اسیدها و بازها شناخته شوند، با ویژگی‌های هر کدام و واکنش میان آن‌ها آشنا بودند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): اغلب داروها، ترکیب‌های شیمیایی با خاصیت اسیدی یا بازی هستند.

گزینهٔ (۲): چند تن از شیمی‌دان‌های پیش از آرنیوس برای تعریف اسیدها و بازها و توجیه رفتار آن‌ها تعاریف و ایده‌هایی را مطرح کرده بودند.

گزینهٔ (۴):

$$\begin{matrix} ۲N_۲O_۵(g) + ۲H_۲O(l) \rightarrow ۴H^+(aq) + ۴NO_۳^-(aq) & (\text{ ۸ مول یون }) \\ \frac{۱}{۲}K_۲O(s) + \frac{۱}{۲}H_۲O(l) \rightarrow K^+(aq) + OH^-(aq) & (\text{ ۲ مول یون }) \end{matrix} \Rightarrow \frac{۸}{۲} = ۴$$

۲۰ - گزینه ۲ نادرست. آرنیوس طی پژوهش‌هایی که روی رسانایی الکتریکی ترکیب‌های محلول در آب (نه ترکیب‌های یونی) انجام داد به نظریه‌ای برای اسیدها و بازها دست یافت.

- درست.
- نادرست. محلول آبی HCl هیدروکلریک اسید نام دارد نه $HCl(g)$.
- درست. $N_۲O_۵$ (اکسید نافلزی) و $K_۲O$ (اکسید فلزی) به ترتیب اسید و باز آرنیوس هستند. با حل شدن در آب (واکنش با آب) به ترتیب یون‌های $H^+(aq)$ و $OH^-(aq)$ پدید می‌آورند.

۲۱ - گزینه ۳ قدرت پاک‌کنندگی صابون‌ها در آب‌های سخت کاهش می‌یابد و آب‌های سخت دارای یون‌های کلسیم و منیزیم است. این یون‌ها مربوط به گروه قلیایی خاکی هستند نه گروه قلیایی.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: پارچه‌های نخی نسبت به پارچه‌های پلی‌استر، چسبندگی کمتری به چربی‌ها دارند.

گزینهٔ ۲: افزایش دما قدرت پاک‌کنندگی صابون‌ها را افزایش می‌دهد.

گزینهٔ ۴: صابون همانند الکل‌ها دارای هر دو بخش قطبی و ناقطبی می‌باشد.

۲۲ - گزینه ۳ صابون‌های مایع آمونیوم‌دار با فرمول $RCOONH_۴$، عنصر فلزی در ساختار خود ندارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در ساختار عسل همانند متانول (ساده‌ترین الکل) گروه‌های هیدروکسیل وجود دارد و هر دوی آنها می‌توانند با آب پیوند هیدروژنی برقرار کنند.

گزینهٔ «۲»: اسیدهای چرب سیرشده، کربوکسیلیک اسیدهایی با زنجیر بلند کربنی هستند که فرمول عمومی آنها $C_nH_{۲n}O_۲$ می‌باشد، پس فرمول اسید چرب موردنظر $C_{۱۷}H_{۳۴}O_۲$ بوده و جرم مولی آن برابر $۲۷۰g \cdot mol^{-۱}$ می‌باشد.

گزینهٔ «۴»: شکل نشان‌دهندهٔ استری با جرم مولی زیاد است که در ساختار آن ۶ اتم اکسیژن وجود دارد.

$(RCOO)_۳C_۳H_۵$

۲۳ - گزینه ۴ همهٔ موارد درست‌اند.

بررسی موارد:

مورد اول: اتیلن گلیکول یک الکل دو عاملی است و به دلیل برخورداری از گروه عاملی هیدروکسیل، با آب پیوند هیدروژنی برقرار می‌کند.

مورد دوم: روغن زیتون همانند استرهای بلند زنجیر ناقطبی است و در حلال ناقطبی هگزان حل می‌شود.

مورد سوم: اسیدهای چرب، کربوکسیلیک‌اسیدهایی با زنجیر کربنی بلند هستند که فرمول عمومی آن‌ها (با گروه هیدروکربنی خطی و سیرشده) به‌صورت $C_nH_{۲n}O_۲$ می‌باشد.

مورد چهارم: صابون ماده‌ای است که هم در آب و هم در چربی حل می‌شود. در حالی که اسیدهای چرب دارای مولکول‌های ناقطبی بوده و در آب حل نمی‌شوند.

۲۴ - گزینه ۳ عبارت‌های «آ» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت «آ»: کلوئیدها همانند محلول‌ها پایدار و همانند سوسپانسیون‌ها قادر به پخش نور هستند.

عبارت «ب»: آب دریا نسبت به آب چشمه مقدار بیش‌تری از یون‌های کلسیم و منیزیم را دارد که صابون با این یون‌ها تشکیل رسوب می‌دهد. درنتیجه ارتفاع کف در آب دریا کم‌تر خواهد بود.

عبارت «پ»: لکه‌های سفید رسوب $(RCOO)_۲Mg$ و $(RCOO)_۲Ca$ هستند.

عبارت «ت»: برای تولید صابون جامد در مقیاس انبوه، به‌مقدار زیادی چربی و سدیم هیدروکسید (سود) به‌عنوان واکنش‌دهنده نیاز داریم.

۲۵ - گزینه ۱ ابتدا با استفاده از معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش زیر، فرمول مولکولی اسیدچرب را به‌دست می‌آوریم:

$$C_nH_{۲n+۱}COOH + NaOH \rightarrow C_nH_{۲n+۱}COONa + H_۲O$$

$$۷۱gC_nH_{۲n+۱}COOH = ۱۲/۵gNaOH\text{ناخالص} \times \frac{۸۰gNaOH\text{خالص}}{۱۰۰gNaOH\text{ناخالص}} \times \frac{۱molNaOH}{۴۰gNaOH} \times \frac{۱molC_nH_{۲n+۱}COOH}{۱molNaOH}$$

$$\times \frac{(۱۲n + ۲n + ۱ + ۱۲ + ۳۲ + ۱)gC_nH_{۲n+۱}COOH}{۱molC_nH_{۲n+۱}COOH}$$

$$۷۱ = \frac{۱}{۴} \times (۱۴n + ۴۶) \Rightarrow ۲۸۴ = ۱۴n + ۴۶ \Rightarrow n = ۱۷$$

اکنون فرمول شیمیایی صابون را نوشته و جرم مولی آن را محاسبه می‌کنیم:

$$C_{۱۷}H_{۳۵}COONa = ۳۰۶g \cdot mol^{-۱}$$

۲۶ - گزینه ۴ اگر سرعت اولیه را $v_۰$ و سرعت در نیمه مسیر را $v_۱$ و سرعت در انتهای مسیر را $v_۲$ فرض کنیم، می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{array}{l} v_۱^۲ - v_۰^۲ = ۲a(\frac{x}{۲}) \Rightarrow v_۱^۲ - ۰ = ax \\ v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲a(\frac{x}{۲}) \Rightarrow ۱۲^۲ - v_۱^۲ = ax \end{array}\right\} \Rightarrow v_۱^۲ = ۱۲^۲ - v_۱^۲$$

$$\Rightarrow ۲v_۱^۲ = ۱۲^۲ \Rightarrow \sqrt{۲}v_۱ = ۱۲ \Rightarrow v_۱ = \frac{۱۲}{\sqrt{۲}} = ۶\sqrt{۲}\frac{m}{s}$$

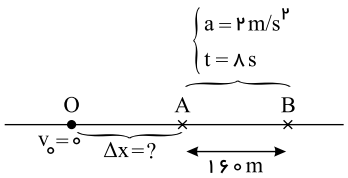
۲۷ - گزینه ۳ با توجه به نمودار، شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ در لحظهٔ $t = ۰$ برابر صفر است، پس $v_۰ = ۰$ است.

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \Rightarrow ۱۰ = \frac{۱}{۲}a(۶)^۲ + ۰ - ۸ \Rightarrow a = ۱$$

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \Rightarrow ۰ = \frac{۱}{۲} \times t^۲ - ۸ \Rightarrow t^۲ = ۱۶ \Rightarrow t = ۴$$ لحظه‌ای که متحرک از مبدأ عبور می‌کند.

$$v = at + v_۰ \Rightarrow v = ۱ \times ۴ + ۰ = ۴\frac{m}{s}$$

۲۸ - گزینه ۲ در ابتدا با توجه به معلوم بودن زمان جابه‌جایی، شتاب و مقدار جابه‌جایی AB، سرعت در نقطه A را می‌یابیم



$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_At \rightarrow ۱۶۰ = (\frac{۱}{۲})(۲)(۸)^۲ + V_A(۸) \rightarrow v_A = ۱۲(\frac{m}{s})$$

حال با استفاده از معادلهٔ سرعت - جابه‌جایی (مستقل از زمان) بین دو نقطهٔ O و A داریم:

$$v_A^2 - v_0^2 = 2a(\Delta x) \xrightarrow{v_0=0} (12)^2 - 0 = (2)(2)\Delta x \rightarrow \Delta x_{OA} = 36m$$

۲۹ - گزینه ۲ با توجه به معادلهٔ مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت، شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$x_0 = 0 \Rightarrow \Delta x = x$$

$$x = \frac{v^2}{8} - 2 \Rightarrow \begin{cases} v^2 = 8x + 16 \\ v^2 = 2a\Delta x + v_0^2 \end{cases} \Rightarrow 2a\Delta x = 8x \Rightarrow 2ax = 8x \Rightarrow a = 4\frac{m}{s^2}$$

$$v_0^2 = 16 \Rightarrow v_0 = \pm 4\frac{m}{s} \xrightarrow{\text{حرکت در جهت محور } x\text{ها}} v_0 = +4\frac{m}{s}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v_{(t=2s)} = 4 \times 2 + 4 = 12\frac{m}{s}$$

۳۰ - گزینه ۴ طبق رابطهٔ شتاب:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \Rightarrow 4 = \frac{25 - v_1}{6} \Rightarrow 24 = 25 - v_1 \Rightarrow v_1 = 1\frac{m}{s}$$

۳۱ - گزینه ۲ در حرکت با شتاب ثابت در مسیر مستقیم، داریم:

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} \Rightarrow \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{v_1 + v_2}{2} \Rightarrow \frac{22 - (-18)}{4} = \frac{v_1 + 16}{2} \Rightarrow v_1 = 4m/s$$

حال با استفاده از معادلهٔ سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v - v_0 = at \Rightarrow \frac{v_2 - v_1}{v_2 - v_0} = \frac{t_2 - t_1}{t_2 - t_0} \Rightarrow \frac{16 - 4}{16 - v_0} = \frac{4}{6} \Rightarrow v_0 = -2m/s$$

۳۲ - گزینه ۳ روش‌های متفاوتی وجود دارد. می‌توان از رسم نمودار $(v-t)$ و یافتن مساحت سطح زیر نمودار $(v-t)$ استفاده نمود.

یک روش، مشخص نمودن سرعت در ابتدا و انتهای بازه‌های زمانی داده‌شده و یافتن جابه‌جایی‌های انجام شده در بازه است:

$$(\text{در بازهٔ زمانی صفر تا } 10s) \Rightarrow \begin{cases} v_{(10)} = at + v_0 = (-2)(10) + 30 = 10\ m/s \\ v_{(0)} = 30\ m/s \end{cases}$$

$$(\text{در بازهٔ زمانی } 10s \text{ تا } 15s) \Rightarrow \Delta x_1 = v\Delta t = v_{(10)}\Delta t = 10 \times 5 = 50m$$

$$(\text{در بازهٔ زمانی } 15s \text{ تا } 30s) \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_2 = (\frac{10 + 40}{2})(15) = 25 \times 15 = 375 \\ v_{(15)} = v_{(10)} = 10\ m/s \\ v_{(30)} = v_{(15)} + 2 \times 15 = 10 + 30 = 40\ m/s \end{cases}$$

$$\text{کل } \Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 50 + 375 = 425 \rightarrow v_{av} = \frac{425}{20} = 21{,}25$$

۳۳ - گزینه ۱

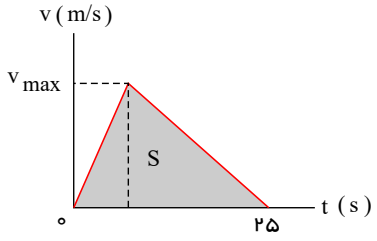
می‌دانیم که در این سوال که متحرک فقط در یک جهت حرکت کرده (همواره $v > 0$) و نمودار $v-t$ آن به صورت یک مثلث است. سرعت متوسطش، نصف ارتفاع مثلث است. یعنی:

$$v_{av} = \frac{1}{2}v_{max} \xrightarrow{V_{av}=10\frac{m}{s}} 10 = \frac{1}{2}v_{max} \rightarrow v_{max} = 20\frac{m}{s}$$

$$\frac{\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}}{2} = \Delta x = S_{\text{مثلث}}$$

$$\Delta x = 10 \times 25 = 250$$

$$\frac{v \times 25}{2} = 10 \times 25 \Rightarrow v = 20\ m/s$$



۳۴ - گزینه ۴

با نوشتن معادلهٔ جابه‌جایی برای ثانیهٔ اول و دو ثانیهٔ اول، می‌توان نسبت آنها را پیدا کرد.

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲$$

$$\begin{cases} t = ۱s \Rightarrow \Delta x_۱ = \frac{۱}{۲}a \times ۱^۲ = \frac{۱}{۲}a \text{ (ثانیهٔ اول)} \\ t = ۲s \Rightarrow \Delta x_۲ = \frac{۱}{۲}a \times ۲^۲ = ۲a \text{ (دو ثانیهٔ اول)} \end{cases}$$

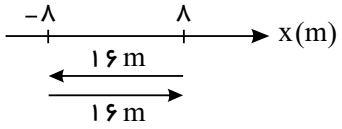
$$\Rightarrow \frac{\text{جابه‌جایی دو ثانیهٔ اول}}{\text{جابه‌جایی ثانیهٔ دوم}} = \frac{\Delta x_۲}{\Delta x_۲ - \Delta x_۱} = \frac{۲a}{۱٫۵a} = \frac{۴}{۳}$$

۳۵ - گزینه ۳ شتاب حرکت ثابت است.

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ = ۴t^۲ - ۱۶t + ۸ \Rightarrow \begin{cases} a = ۸\frac{m}{s^۲} \\ v_۰ = -۱۶\frac{m}{s} \end{cases}$$

$$v = at + v_۰ = ۸t - ۱۶ \xrightarrow{v=۰} t = ۲s$$

متحرک در لحظهٔ $t = ۲s$ تغییر جهت می‌دهد.



$$\begin{cases} t_۱ = ۰ \Rightarrow x_۱ = ۸m \\ t_۲ = ۲s \Rightarrow x_۲ = -۸m \\ t_۳ = ۴s \Rightarrow x_۳ = ۸m \end{cases}$$

کل مسافت طی‌شده $= ۱۶m + ۱۶m = ۳۲m$

۳۶ - گزینه ۳

$$f(x) = \sqrt{x} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } y\text{ها}} g(x) = \sqrt{-x} \xrightarrow[\text{مثبت}]{\text{دو واحد به طرف } x\text{های}} h(x) = \sqrt{-(x-۲)} = \sqrt{-x+۲}$$

$$\begin{cases} h(x) = \sqrt{-x+۲} \\ \text{نیمساز ناحیه اول و سوم } y = x \end{cases} \xrightarrow{\text{تلاقی}} \sqrt{-x+۲} = x \xrightarrow{\text{توان ۲}} -x+۲ = x^۲ \Rightarrow x^۲ + x - ۲ = ۰ \Rightarrow (x+۲)(x-۱) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -۲ & \text{غ‌ق‌ق (در معادله صدق نمی‌کند)} \\ x = ۱ & \text{ق‌ق} \end{cases}$$

۳۷ - گزینه ۴ روش اول:

$$۲x - ۳ = t \Rightarrow ۲x = t + ۳ \Rightarrow x = \frac{t+۳}{۲}$$

$$= t^۲ + ۹ + ۶t - ۷t - ۲۱ + ۱۳ = t^۲ - t + ۱ \Rightarrow f(x) = x^۲ - x + ۱ \Rightarrow f(t) = ۴(\frac{t+۳}{۲})^۲ - ۱۴(\frac{t+۳}{۲}) + ۱۳ = (t+۳)^۲ - ۷(t+۳) + ۱۳$$

روش دوم: یک عدد دلخواه مانند $x = ۲$ را انتخاب می‌کنیم.

$$f(۲x-۳) = ۴x^۲ - ۱۴x + ۱۳ \xrightarrow{x=۲} f(۱) = ۱۶ - ۲۸ + ۱۳ \to f(۱) = ۱$$

تنها گزینهٔ چهارم است که اگر به جای x آن عدد یک قرار دهیم T حاصل برابر یک می‌شود.

۳۸ - گزینه ۱

$$\begin{cases} f(x) = x^۲ - x - ۲ \Rightarrow f(g(x)) = (g(x))^۲ - (g(x)) - ۲ \\ f(g(x)) = x^۲ + x - ۲ \end{cases}$$

حال با تغییر متغیر $g(x) = t$ و تساوی دو رابطه‌ی بالا داریم:

$$\Rightarrow t^۲ - t - ۲ = x^۲ + x - ۲ \Rightarrow t^۲ - t = x^۲ + x$$

$$\Rightarrow (t - \frac{۱}{۲})^۲ - \frac{۱}{۴} = (x + \frac{۱}{۲})^۲ - \frac{۱}{۴} \to (t - \frac{۱}{۲})^۲ = (x + \frac{۱}{۲})^۲$$

$$\Rightarrow (t - \frac{۱}{۲}) = \pm(x + \frac{۱}{۲})$$

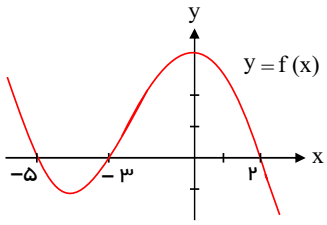
$$\Rightarrow \begin{cases} t - \frac{۱}{۲} = x + \frac{۱}{۲} \Rightarrow t = x + ۱ \Rightarrow g(x) = x + ۱ \\ t - \frac{۱}{۲} = -x - \frac{۱}{۲} \Rightarrow t = -x \Rightarrow g(x) = -x \end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} (f+g)(x) = f(x) + g(x) = x^۲ - x - ۲ + (-x) = x^۲ - ۲x - ۲ \\ (f+g)(x) = f(x) + g(x) = x^۲ - x - ۲ + x + ۱ = x^۲ - ۱ \end{cases}$$

۳۹ - گزینه ۴

اگر نمودار $f(x-۲)$ را دو واحد به سمت چپ منتقل کنیم نمودار تابع $f(x)$ به‌دست می‌آید.



برای پیدا کردن دامنه‌ی تعریف $\sqrt{xf(x)}$ باید زیر رادیکال را بزرگ‌تر مساوی صفر قرار دهیم.

$$xf(x) \geq ۰ \rightarrow xy \geq ۰ \xrightarrow{x,y \text{ باید هم علامت باشند}} [-۵,-۳] \cup [۰,۲]$$

۴۰ - گزینه ۱

$$y = x^۲ - x - ۳ \xrightarrow[x \to x+۲]{\text{۲ واحد به چپ}} y = (x+۲)^۲ - (x+۲) - ۳ \xrightarrow{\text{۹ واحد پایین}} y = (x+۲)^۲ - (x+۲) - ۳ - ۹ = x^۲ + ۳x - ۱۰$$

حال باید نامعادلهٔ $y < ۰$ را حل کنیم.

$$\Rightarrow x^۲ + ۳x - ۱۰ = (x-۲)(x+۵) < ۰ \Rightarrow -۵ < x < ۲ \Rightarrow x \in (-۵,۲)$$

۴۱ - گزینه ۴

$$g(f(x)) = \frac{۲(\frac{۲x-۱}{x+۱}) + ۲}{۲ - (\frac{۲x-۱}{x+۱})} = \frac{\frac{۴x-۲+۲x+۲}{x+۱}}{\frac{۲x+۲-۲x+۱}{x+۱}} = \frac{۶x}{۳} = ۲x$$

۴۲ - گزینه ۳

$$f(x) = |x| \ , \ g(x) = (x+۱)^۲$$

$$fog(۱-\sqrt{۲}) = f(g(۱-\sqrt{۲})) = f((۱-\sqrt{۲}+۱)^۲) = f((۲-\sqrt{۲})^۲) = |(۲-\sqrt{۲})^۲|$$

$$= (۲-\sqrt{۲})^۲ = ۴ - ۴\sqrt{۲} + ۲ = ۶ - ۴\sqrt{۲}$$

$$gof(۱-\sqrt{۲}) = g(f(۱-\sqrt{۲})) = g(\underbrace{|۱-\sqrt{۲}|}) = g(-۱+\sqrt{۲}) = (-۱+\sqrt{۲}+۱)^۲ = ۲$$

$$\Rightarrow fog(۱-\sqrt{۲}) - gof(۱-\sqrt{۲}) = ۶ - ۴\sqrt{۲} - ۲ = ۴ - ۴\sqrt{۲} = ۴(۱-\sqrt{۲})$$

۴۳ - گزینه ۲

$$f(x) = (x-۱)^۲ \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به مبدأ}} g(x) = -(-x-۱)^۲ \xrightarrow{\text{۴ واحد به سمت بالا}} h(x) = -(-x-۱)^۲ + ۴$$

تلاقی: $(x-۱)^۲ = -(-x-۱)^۲ + ۴ \Rightarrow x^۲ + ۱ - ۲x = -x^۲ - ۱ - ۲x + ۴ \Rightarrow ۲x^۲ = ۲ \Rightarrow x^۲ = ۱ \Rightarrow x = ۱ \ , \ x = -۱$

۴۴ - گزینه ۲

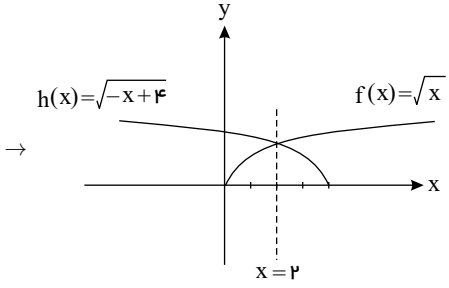
$$y = f(x) \xrightarrow[x \to x+۱]{\text{۱ واحد انتقال به چپ}} f(x+۱) \xrightarrow[x \to -x]{\text{قرینه نسبت به محور } y \text{ ها}} f(-x+۱)$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } x \text{ ها}} -f(-x+۱) \xrightarrow{\text{انقباض عمودی با ضریب } \frac{۱}{۴}} y = -\tfrac{۱}{۴}f(-x+۱)$$

۴۵ - گزینه ۳

۲ نمودار را در یک دستگاه رسم می‌کنیم.

$$f(x) = \sqrt{x} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } y \text{ ها}} g(x) = \sqrt{-x} \xrightarrow{\text{۴ واحد به سمت راست}} h(x) = \sqrt{-(x-۴)} = \sqrt{-x+۴}$$



مشخص است که این دو نسبت به خط $x = ۲$ متقارن هستند.