پاسخنامه تشریحی

۱ – گزینه ۳ در یک خانوادهٔ ۴ نفره در دو حالت، گروه خونی همهٔ اعضا با هم متفاوت است.

حالت اول) ژنوتیپ پدر و مادر به‌صورت AB و OO باشد؛ که در نتیجه فرزندان ژنوتیپ‌های AO و BO را نشان می‌دهند.

حالت دوم) ژنوتیپ پدر و مادر به‌صورت AO و BO باشد؛ که درنتیجه ژنوتیپ فرزندان به‌صورت AB و OO می‌تواند باشد.

با توجه به موارد فوق در هیچ‌یک از حالات، فرزندان کربوهیدرات مشابه ندارند.

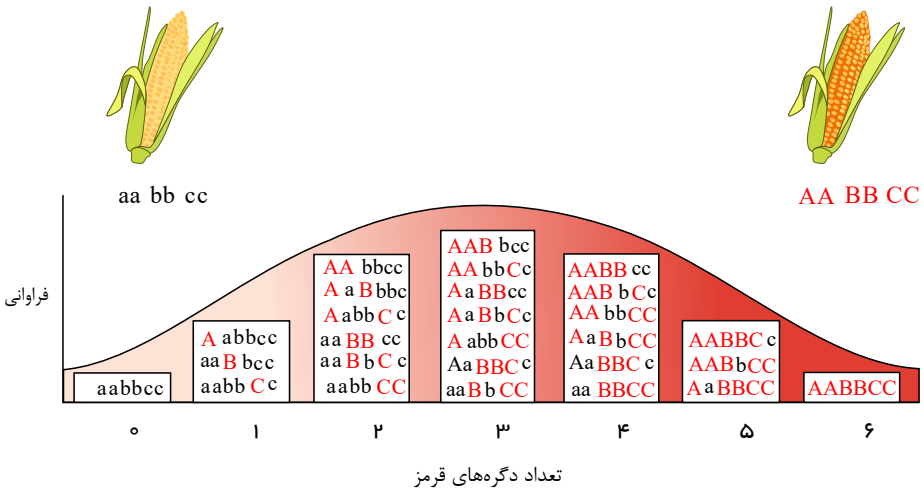
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: تنها در حالت اول، یکی از والدین دارای ژن نمود ناخالص است.

گزینهٔ «۲»: در حالت اول، والدین فاقد دگرهٔ مشابه گروه خونی در کروموزوم شمارهٔ ۹ خود هستند.

گزینهٔ «۴»: با توجه به موارد فوق تنها در حالت دوم، حداقل یکی از فرزندان فاقد آنزیمی که کربوهیدرات را به غشای گویچه‌های قرمز اضافه می‌کند، می‌باشد.

۲ – گزینه ۱ از آمیزش دو ذرت با ژنوتیپ $AABBCC$ و $aabbcc$، ذرت‌هایی با ژنوتیپ $AaBbCc$ به‌وجود می‌آید و تعداد دگره‌های بارز نشان‌دهندهٔ رنگ قرمز است و طبق نمودار زیر، رخ‌نمود ذرت‌های حاصل بیشترین شباهت را از نظر رنگ با گزینهٔ ۱ دارند.



۳ – گزینه ۳ رونویسی از ژن پروتئین D فقط در گویچه‌های قرمز نابالغ موجود در مغز استخوان صورت می‌گیرد؛ این یاخته‌ها هستهٔ دیپلوئیدی را در خود جای داده‌اند. بنابراین دارای کروموزوم‌های همتا بوده و ۲ جایگاه برای این ژن دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): پروتئین، نه کربوهیدرات

گزینهٔ (۲): در دوران جنینی فردی که گروه خونی مثبت دارد، این پروتئین‌ها می‌توانند در کبد و طحال که محل تولید گویچه‌های قرمز جدید هستند نیز ساخته شوند.

گزینهٔ (۴): فامینک‌های خواهری کروموزوم مضاعف‌شده کاملاً مشابه یکدیگر بوده و آلل‌های قرار گرفته روی آنها یکسان است.

با توجه به صورت سوال باید از در نظر گرفتن کراسینگ‌اور صرف‌نظر کرد.

۴ – گزینه ۱ دختر بیمار دارای ژنوتیپ BB است که یک الل B را از پدر و الل B دیگر را از مادر خود دریافت کرده است. وجود یک الل B در مردان سبب بروز بیماری طاسی می‌شود. بنابراین قطعاً پدری طاس دارد (رد گزینهٔ «۳» و تأیید گزینهٔ «۱»)

از سوی دیگر مادر می‌تواند دارای ژنوتیپ BB و یا Bb باشد. فرد مؤنث تنها در حالت BB می‌تواند طاسی را بروز دهد. (رد گزینه‌های «۲» و «۴»)

۵ – گزینه ۳ چون مرد از نظر بیماری سالم است و دختر آنها بیمار می‌باشد، لذا صفت بیماری وابسته به جنس بارز است. دگرهٔ بیماری را به‌صورت X^M و دگرهٔ سالم را به‌صورت X^m نمایش می‌دهیم. ژن‌نمود (ژنوتیپ) مادر از نظر بیماری یا خالص بارز است یا ناخالص، ژن‌نمود (ژنوتیپ) پدر از نظر گروه خونی Rh یا خالص نهفته است یا ناخالص.

ژن‌نمود (ژنوتیپ) مادر: dd و I^Ai و X^MX^m یا X^MX^M

ژن‌نمود (ژنوتیپ) پدر: Dd, I^Bi, X^mY یا dd

با توجه به این توضیحات، مادربزرگ پدری دختر در ارتباط با بیماری یا ژن‌نمود (ژنوتیپ) خالص نهفته دارد یا ناخالص. بنابراین یا سالم (خالص نهفته) است یا بیمار (ناخالص)

۶ – گزینه ۴ از آنجایی که والدین دارای گروه خونی مثبت هستند و فرزند آنها دارای گروه خونی منفی است، درمی‌یابیم که هر دو ناخالص (Dd) هستند. از طرفی چون دختر دارای گروه خونی B است، ژن‌نمود پدر که گروه خونی A دارد ، به‌صورت I^Ai می‌باشد. پس ژن‌نمود گروه خونی والدین به‌صورت I^AI^BDd و I^AiDd است.

دقت داشته باشید، از آنجایی که از پدر و مادری سالم، فرزندی بیمار متولد شده است؛ این بیماری، نوعی بیماری نهفته است؛ اما اگر ژن آن بر روی فام‌تن جنسی باشد، برای اینکه فرزند دختر مبتلا باشد، پدر نیز باید به آن بیماری مبتلا باشد، که چنین نیست. پس این بیماری نوعی صفت نهفته و مستقل از جنس است.

۷ – گزینه ۳ حداکثر توانایی تولید انواع گامت در گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.

۱ – $\underline{X^HX^h}\,OOdd \leftarrow$ دو نوع گامت $= 2^1$

۲ – $X^hX^h\underline{AB}dd \leftarrow$ دو نوع گامت ۲ $= 2^1$

۳ – $\underline{X^HY}\underline{AB}dd \leftarrow$ ۴ نوع گامت ۴ $= 2^2$

۴ – $\underline{X^hY}OOdd \leftarrow$ ۲ نوع گامت ۲ $= 2^1$

۸ – گزینه ۴ فرزند دختر در اغلب یاخته‌های پیکری هسته‌دار ۲ عدد فام‌تن x دارد؛ ولی ممکن است در بعضی صفات وابسته به x، ۲ دگره‌ای که از پدر و مادر دریافت می‌کند، ۲ دگرهٔ (الل) مشابه باشند، یعنی یک نوع دگره (الل) دریافت کند.

صفات وابسته به x، تنها برروی فام‌تن x هستند و تنها از طریق فام‌تن x به ارث می‌رسند، اما توجه داشته باشید صفات وابسته به x می‌توانند تک‌جایگاهی یا چندجایگاهی باشند.

در صفات مستقل از جنس در شرایط عادی، هر فرد دیپلوئید برای صفات تک‌جایگاهی از هر والد خود تنها یک دگره دریافت می‌کند.

فرزند دختر در مورد تمام صفات چه وابسته به x و چه مستقل از جنس از هر والد، یک دگره برای صفات تک‌جایگاهی دریافت می‌کند.

۹ – گزینه ۳ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱) صفات چندجایگاهی می‌تواند بیش از ۲ دگره داشته باشد.

گزینهٔ ۲) در صفات وابسته به فام‌تن Y چنین شرایطی برقرار است. اگر این صفات تک‌جایگاهی باشند، به‌ازای هر دگره یک ژن‌نمود خواهند داشت.

گزینهٔ ۴) در صفات تحت تأثیر محیط می‌تواند تعداد ژن‌نمود از رخ‌نمود کمتر باشد.

پاسخ سؤال گزینهٔ ۳ می‌باشد، تعداد رخ‌نمود (فنوتیپ) در کمترین حالت با تعداد انواع دگره برابر است.

۱۰ – گزینه ۳ موارد الف و د می‌تواند همواره صحیح نباشد.

بررسی موارد:

مورد الف) نادرست- برای صفات وابسته به جنس در جنس نر انسان نیز در زنبور عسل صادق نیست.

مورد ب) درست- دگره‌های مربوط به یک صفت بر روی کروموزوم‌ها می‌توانند مشابه یا متفاوت باشند.

مورد ج) درست- پس از انجام لقاح، دگره بارز اگر وجود داشته باشد می‌تواند اثر خود را ظاهر کند.

مورد د) نادرست- اگر پدیده‌ی باهم ماندن کروموزوم‌ها رخ دهد، گامتی می‌تواند برای یک صفت فاقد دگره باشد و گامت دیگر هر دو دگره را دریافت کند.

۱۱ – گزینه ۱ در یاخته‌های هاپلوئید فقط یک الل برای ساخت پروتئین D وجود دارد.

یاخته‌های هاپلوئید عبارت‌اند از: اووسیت ثانویه، اسپرماتید و جسم قطبی.

گلبول قرمز بالغ نیز به دلیل نداشتن هسته، اللی برای پروتئین D ندارد.

بقیهٔ موارد ۲ الل در مورد پروتئین D دارند.

۱۲ – گزینه ۴ دقت کنید در مورد رنگ گل گیاه ادریسی که یک ژن‌نمود خاص دارد، می‌تواند تحت اثر pH خاک دچار تغییر رنگ شود و رخ نمود آن تغییر کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱) گروهی از صفات فقط تحت تأثیر ژن‌ها بروز می‌کنند.

گزینهٔ ۲) با وجود کلمهٔ الزاماً غلط است. (صفاتی وجود دارد که تحت تأثیر محیط، رخ‌نمود متفاوتی خواهند داشت مثل رنگ پوست)

گزینهٔ ۳) با وجود عبارت فقط نیازمند ژن‌های لازم است، غلط است. (و عوامل دیگری نیز لازم است مثل نور)

۱۳ – گزینه ۲ موارد الف، ج و د صحیح هستند.

بررسی همهٔ موارد:

الف) صحیح است.

ب) ژن درمورد پروتئین D وجود دارد، ولی این ژن نمی‌تواند موجب ساخت پروتئین D شود.

ج) اگر رخ‌نمود مثبت باشد، ژن‌نمود می‌تواند DD یا Dd باشد.

د) اگر رخ‌نمود منفی باشد، ژن‌نمود حتماً dd است.

۱۴ – گزینه ۳ ژنوتیپ پسر برای هموفیلی به شکل X^hY می‌باشد که Y از اسپرم پدر و X^h از تخمک مادر به ارث رسیده است. پس در یاخته‌های مادر X^h وجود دارد. دقت کنید که گویچه‌های قرمز بالغ فاقد فام‌تن هستند، همچنین تخمک‌ها جزء یاخته‌های پیکری نیستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: ژنوتیپ والدین ممکن است به‌صورت I^Bi و I^AI^A باشد.

گزینهٔ «۲»: ممکن است ژنوتیپ والدین به‌صورت X^HY و X^hX^H باشد که در این حالت، هیچ یک از والدین بیمار نخواهند بود.

گزینهٔ «۴»: اگر ژنوتیپ والدین به‌صورت X^hY و X^HX^h باشد، پدر دگرهٔ بیماری‌زا را خواهد داشت.

۱۵ – گزینه ۳ چون در این فرد بالغ برخی از یاخته‌ها، هاپلوئید (جنسی) می‌باشند؛ درنتیجه از این صفت فقط یک دگره (الل) را دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: گلبول قرمز فاقد هسته و درنتیجه فاقد هر گونه دگره‌ای می‌باشد.

گزینهٔ «۲»: چون پدر این فرد دارای گروه خونی O می‌باشد؛ درنتیجه این فرد قطعاً دارای ژنوتیپ BO می‌باشد.

گزینهٔ «۴»: به‌طور طبیعی دو دگرهٔ یک صفت تک‌جایگاهی بر روی یک کروموزوم قرار نمی‌گیرند.

۱۶ – گزینه ۲ گزاره‌های «الف» و «ت» درست هستند.

بررسی گزاره‌های نادرست:

گزارهٔ «ب»: در محلول Li_2O در آب یون هیدرونیوم وجود دارد. اما غلظت یون هیدروکسید از یون هیدرونیوم بیشتر است.

گزارهٔ «پ»: اسیدها در تماس با پوست احساس سوزش و بازها در تماس با پوست احساس لیزی ایجاد می‌کنند.

۱۷ - گزینه ۲

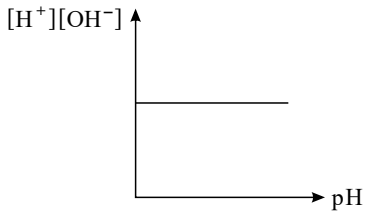
$$[H^+] = \frac{\text{مول } H^+}{\text{حجم محلول } (L)} = \frac{۷ \times ۱۰^{۴}(mol)}{۰/۱(L)} = ۷ \times ۱۰^{-۳} mol \cdot L^{-۱}$$
$$pH = -\log[H^+] = -\log ۷ \times ۱۰^{-۳} = -[\log ۷ + \log ۱۰^{-۳}] = ۲/۱۵$$

۱۸ - گزینه ۳

$$[H^+]_{\text{معده}} = ۱۰^{-pH} \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۱/۷} = ۱۰^{-۲} \times ۱۰^{۰/۳} = ۲ \times ۱۰^{-۲} mol \cdot L^{-۱}$$

$$[H^+]_{\text{روده}} = ۱۰^{-pH} \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۸/۵} = ۱۰^{-۹} \times ۱۰^{۰/۵} = ۳ \times ۱۰^{-۹} mol \cdot L^{-۱}$$

۱۹ - گزینه ۱ حاصل‌ضرب غلظت یون‌های هیدروکسید و هیدروژن در محلول‌های آبی در دمای ثابت عددی ثابت است و به pH محلول بستگی ندارد.



۲۰ - گزینه ۴ گزینهٔ «۱»: تعداد ذرات مولکولی بیشتر از یون‌ها خواهد بود. چون میزان یونش کم است.

گزینهٔ «۲»: رسانایی محلول یک مولار نمک طعام از رسانایی محلول یک مولار HA بیش‌تر است. چون تعداد یون‌های بیشتری ایجاد می‌کند.

گزینهٔ «۳»: اسید معده اسیدی قوی است و شکل داده شده نمایشی از یونش یک اسید ضعیف است.

۲۱ - گزینه ۴

$$HBr: pH = ۲ \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۲} \frac{mol}{L} \Rightarrow H^+ \text{ مول} = ۱۰^{-۲} \frac{mol}{L} \times ۰/۴L = ۰/۰۰۴ mol H^+$$
$$KOH: pH = ۱۲/۳ \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۱۲/۳} \Rightarrow [OH^-] = ۱۰^{-۱/۷} = OH^- = ۲ \times ۱۰^{-۲} \frac{mol}{L}$$
$$\Rightarrow OH^- \text{ مول} = ۲ \times ۱۰^{-۲} \frac{mol}{L} \times ۰/۱L = ۰/۰۰۲ mol OH^-$$

تعداد مول H^+ بیشتر از تعداد مول OH^- است؛ پس تعداد مول H^+ باقی‌مانده عبارت است از:

$$H^+ \text{ تعداد مول باقی‌مانده} = ۰/۰۰۴ - ۰/۰۰۲ = ۰/۰۰۲ mol$$
$$[H^+] = \frac{۰/۰۰۲}{۵۰۰ \times ۱۰^{-۳}} \frac{mol}{L} = ۰/۰۰۴ \rightarrow pH = -\log ۴ \times ۱۰^{-۳} = ۳ - \log ۴ = ۲/۴$$

۲۲ - گزینه ۲ اگر حجم یک محلول شامل اسید یا باز قوی را n برابر کنیم، pH به میزان $\log n$ تغییر می‌کند.

چون حجم محلول با افزودن آب به $۱۰۰۰ ml$ رسیده است، پس به میزان ۵ برابر افزایش حجم خواهیم داشت و pH به میزان $\log ۵$ یعنی ۰/۷ تغییر می‌کند.

۲۳ - گزینه ۳ بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: گل ادریسی در خاک اسیدی به رنگ آبی و در خاک بازی به رنگ سرخ است.

گزینهٔ «۲»:

$$؟ mol OH^- = ۲/۸ g\ KOH \times \frac{۱ mol\ KOH}{۵۶ g\ KOH} \times \frac{۱ mol OH^-}{۱ mol KOH} = ۰/۰۵ mol OH^-$$
$$[OH^-] = \frac{۰/۰۵ mol}{۱ L} \Rightarrow pH = ۱۴ - (-log ۰/۰۵) = ۱۲/۷$$

گزینهٔ «۴»: با افزایش غلظت یون هیدرونیوم در محلول، pH محلول کاهش می‌یابد.

۲۴ - گزینه ۳ با توجه به روابط زیر غلظت یون هیدروکسید و هیدرونیوم محاسبه می‌شود.

$$[H_۳O^+] = ۱۰^{-pH} \quad , \quad [OH^-] = ۱۰^{pH-۱۴} \rightarrow \frac{[OH^-]}{[H_۳O^+]} = ۱۰^{۲pH-۱۴}$$

پس خواهیم داشت:

$$۱۰^{۲pH-۱۴} = ۴ \times ۱۰^{۵} = ۲^{۲} \times ۱۰^{۵} = ۱۰^{۰/۶} \times ۱۰^{۵} = ۱۰^{۵/۶} \rightarrow ۲pH - ۱۴ = ۵/۶ \rightarrow pH = ۹/۸$$

۲۵ - گزینه ۴

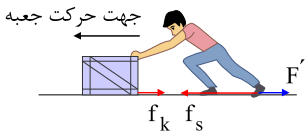
ابتدا غلظت یون هیدرونیوم را تعیین می‌کنیم:

$$K = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} \xrightarrow{[H^+]=x,[H^+]=[A^-]} ۰/۱ = \frac{x^{۲}}{۰/۲ - x} \Rightarrow x = ۰/۱$$
$$pH = -\log ۰/۱ = ۱$$

حال می‌توان نوشت:

$$۰/۱ mol \cdot L^{-۱} H^+ \times \frac{۱ mol HNO_۳}{۱ mol H^+} \times \frac{۶۳ g HNO_۳}{۱ mol HNO_۳} = ۶/۳ g \cdot L^{-۱} HNO_۳$$

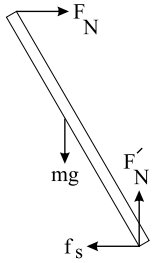
۲۶ - گزینه ۱



نیروی اصطکاک همواره در خلاف جهت حرکت واقعی یا احتمالی جسم به جسم اثر می‌کند. مطابق شکل نیروی f' نیرویی است که از طرف کف کفش شخص به سطح زمین وارد می‌شود. طبق قانون سوم نیوتون عکس‌العمل این نیرو، همان نیروی f_s است که از طرف سطح زمین به پای شخص وارد می‌شود. که جهت آن به طرف غرب خواهد بود. اما به راستی چرا نیروی اصطکاک وارد بر شخص از نوع ایستایی است؟

از طرفی جعبه به سمت غرب حرکت می‌کند. پس نیروی اصطکاک جنبشی وارد بر جعبه در خلاف جهت حرکت آن یعنی در جهت شرق به جعبه وارد می‌شود.

۲۷ - گزینه ۲ نیروهای وزن و عمودی تکیه‌گاه سطح افقی متوازن هستند. از طرفی نیروهای اصطکاک و عمودی تکیه‌گاه دیوار قائم نیز متوازن هستند.

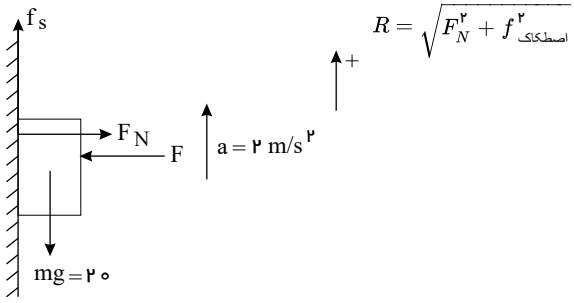


تعادل افقی : $f_s = F_N = ۳۰۰N$

تعادل قائم : $F'_N = mg = ۴۰ \times ۱۰ = ۴۰۰N$

نیروی وارده از طرف سطح افقی به نردبان : $R = \sqrt{f_s^{۲} + F_N'^{۲}} = ۵۰۰N$

۲۸ - گزینه ۴ دقت کنید که در اینجا، نیرویی که کتاب به دیوار آسانسور وارد می‌کند، هم اندازه با نیرویی است که از طرف سطح دیوارهٔ اسانسور به کتاب وارد می‌شود، یعنی حالت اول:



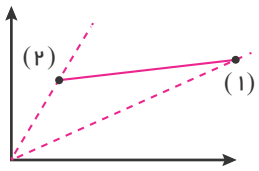
نسبت به ناظر ساکن، در بیرون آسانسور داریم:

کتاب در امتداد افق ساکن است $\Rightarrow F_N = F = ۳۲N$

(کتاب در امتداد قائم حرکت دارد) $\Rightarrow f_s - mg = ma \Rightarrow f_s - ۲۰ = ۲ \times ۲ \Rightarrow f_s = ۲۴N$

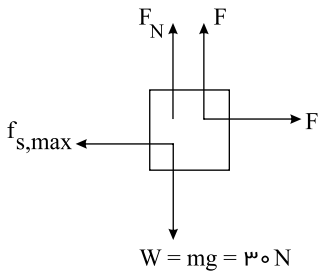
$R = \sqrt{F_N^{۲} + f_s^{۲}} = \sqrt{۳۲^{۲} + ۲۴^{۲}} = \sqrt{۴^{۲} \times ۸^{۲} + ۳^{۲} \times ۸^{۲}} = ۸\sqrt{۲۵} = ۴۰N$

۲۹ - گزینه ۳ در کدام رابطه هم نیرو و هم شتاب وجود دارد؟ آفرین! قانون دوم نیوتون $(F = ma)$، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که شیب خط عبوری از مبدأ در هر نقطه از این نمودار جرم را نشان می‌دهد. واضح است که شیب خط عبوری در نقطهٔ (۲) بیش‌تر است. بنابراین از نقطهٔ (۱) تا (۲) جرم افزایش یافته است.



۳۰ - گزینه ۲

در ابتدا بزرگی نیروی F را در حالت اول محاسبه می‌کنیم.



در آستانهٔ حرکت داریم:

$$\begin{cases} F_N = ۳۰ - F \\ f_{smax} = F \end{cases} \xrightarrow[\mu_s = ۰/۵]{f_{smax} = \mu_s F_N} ۰/۵(۳۰ - F) = F \rightarrow F = ۱۰N$$

حال اگر اندازهٔ نیروی F به اندازهٔ ۴ نیوتون کاهش یابد، نیروی باقی‌مانده $۶N$ خواهد بود. در این موقعیت نیروی اصطکاک در آستانه حرکت را می‌یابیم:

$$\begin{cases} F'_N = ۳۰ - F' \xrightarrow{F' = ۶N} F'_N = ۲۴N \\ f'_{smax} = \mu_s F'_N = (۰/۵)(۲۴) = ۱۲N \end{cases}$$

در این موقعیت چون $F' = ۶N$ کمتر از $f'_{s_{۱}\,max}$ است، بنابراین جسم حرکت نمی‌کند و ساکن است، پس: $f_s = F' = ۶N$ است.

۳۱ - گزینه ۲ در ابتدا ظرفیت خازن در حالت جدید را محاسبه می‌کنیم.

$$U = \frac{۱}{۲}CV^{۲} \xrightarrow[V=۲۰V]{U=۲mJ=۲\times۱۰^{-۳}J} ۲\times۱۰^{-۳} = \frac{۱}{۲}\times C_{۲}\times(۲۰)^{۲} \Rightarrow C_{۲} = ۱۰\times۱۰^{-۶}F = ۱۰\mu F$$

از طرفی چون فقط با ورود عایق بین صفحات خازن، ظرفیت آن تغییر کرده، داریم:

$$C = \frac{k\varepsilon_{۰}A}{d} \xrightarrow[d:\text{ثابت}]{A:\text{ثابت}} \frac{C_{۲}}{C_{۱}} = \frac{k_{۲}}{k_{۱}} \xrightarrow[C_{۲}=۱۰\mu F]{C_{۱}=۵\mu F, k_{۱}=۱} k_{۲} = ۲$$

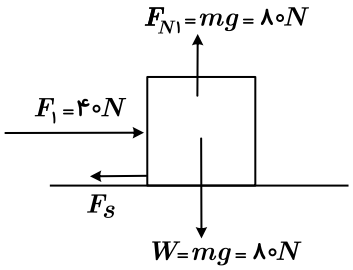
۳۲ - گزینه ۳ برای یک خازن با ظرفیت ثابت، تغییر بار هر یک از صفحه‌های خازن به‌صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$Q = CV \Rightarrow \Delta Q = C(\Delta V) \xrightarrow[\Delta V=۱V]{c=۸\mu F} \Delta Q = ۸\mu C$$

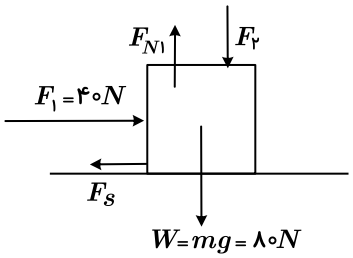
یعنی بار هر یک از صفحات خازن ۸ میکروکولن تغییر کرده است. حال برای تعیین تغییر در تعداد الکترون‌ها داریم:

$$Q = ne \Rightarrow \Delta n = \frac{\Delta Q}{e} = \frac{۸\times۱۰^{-۶}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}} \Rightarrow \Delta n = ۵\times۱۰^{۱۳}$$

۳۳ - گزینه ۲

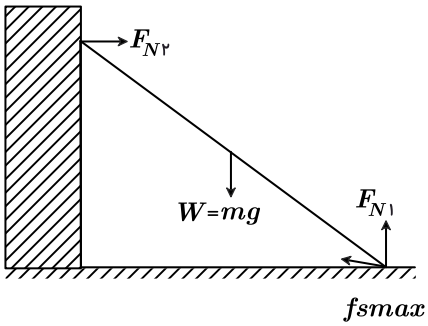


$$\text{جسم ساکن} \Rightarrow f_s = ۴۰\ N$$
$$R = \sqrt{f_s^{۲} + F_{N_{۱}}^{۲}} = ۴۰\sqrt{۵}\ N$$



$$F_{N_{۲}} = F_{۲} + ۸۰ = ۱۲۰N$$
$$f_s = ۴۰\ N$$
$$R' = \sqrt{۴۰^{۲} + ۱۲۰^{۲}} = ۴۰\sqrt{۱۰} \Rightarrow \frac{R'}{R} = \sqrt{۲}$$

۳۴ - گزینه ۲



$$F_{N_{۱}} = mg = ۴۸۰\ N$$
$$f_{smax} = \mu_s F_{N_{۱}} = \mu_s \times ۴۸۰$$

$$R = ۱۲۰\sqrt{۱۷} = \sqrt{F_{N_{۱}}^{۲} + f_{smax}^{۲}} \rightarrow ۱۲۰^{۲}\times۱۷ = ۴۸۰^{۲} + ۴۸۰^{۲}\mu_s^{۲}$$

$$\Rightarrow ۱۲۰^{۲}\times۱۷ = ۱۲۰^{۲}\times۴^{۲} + ۴۸۰^{۲}\mu_s^{۲} \Rightarrow \mu_s^{۲} = \frac{۱۲۰^{۲}(۱۷-۱۶)}{۴۸۰^{۲}}$$

$$\Rightarrow \mu_s = \frac{۱۲۰}{۴۸۰} = \frac{۱}{۴} = ۰/۲۵$$

۳۵ - گزینه ۳

۳۶ - گزینه ۱ ابتدا تمام زوایا را برحسب ۱۵° می‌نویسیم:

$$\cos ۲۸۵^{\circ} = \cos(۲۷۰^{\circ} + ۱۵^{\circ}) = \sin ۱۵^{\circ}\ ,\ \sin ۲۵۵^{\circ} = \sin(۲۷۰^{\circ} - ۱۵^{\circ}) = -\cos ۱۵^{\circ}$$
$$\sin ۵۲۵^{\circ} = \sin(۵۴۰^{\circ} - ۱۵^{\circ}) = \sin(۱۸۰^{\circ} - ۱۵^{\circ}) = \sin ۱۵^{\circ}\ ,\ \sin ۱۰۵^{\circ} = \sin(۹۰^{\circ} + ۱۵^{\circ}) = \cos ۱۵^{\circ}$$

بنابراین داریم: $\frac{\cos ۲۸۵^\circ - \sin ۲۵۵^\circ}{\sin ۵۲۵^\circ - \sin ۱۰۵^\circ} = \frac{\sin ۱۵^\circ + \cos ۱۵^\circ}{\sin ۱۵^\circ - \cos ۱۵^\circ}$

صورت و مخرج را بر $\cos ۱۵^\circ$ تقسیم می‌کنیم. در نتیجه:

$$\frac{\tan ۱۵^\circ + ۱}{\tan ۱۵^\circ - ۱} = \frac{۰/۲۸ + ۱}{۰/۲۸ - ۱} = \frac{۱/۲۸}{-۰/۷۲} = \frac{-۱۲۸}{۷۲} = -\frac{۱۶}{۹}$$

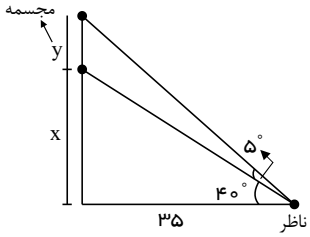
۳۷ - گزینه ۱ $\cos\alpha$ را با استفاده از دو مثلث قائم‌الزاویهٔ $\overset{\triangle}{ABD}$ و $\overset{\triangle}{AEC}$ می‌نویسیم:

$$\left.\begin{array}{l} \overset{\triangle}{ABD}: \cos\alpha = \frac{AB}{\frac{x}{۲}} \\ \overset{\triangle}{AEC}: \cos\alpha = \frac{\frac{۹x}{۲}}{AC} \end{array}\right\} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{AB}{\frac{x}{۲}} = \frac{\frac{۹x}{۲}}{AC} \Rightarrow AB \cdot AC = \frac{۹x^۲}{۴}$$

$$۱۶AB = AC \Rightarrow AB \times ۱۶AB = \frac{۹x^۲}{۴} \Rightarrow ۱۶AB^۲ = \frac{۹x^۲}{۴} \xrightarrow{\sqrt{\ }} ۴AB = \frac{۳x}{۲}$$

$$\Rightarrow AB = \frac{۳x}{۸} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{AB}{\frac{x}{۲}} = \frac{\frac{۳x}{۸}}{\frac{x}{۲}} = \frac{۳}{۴}$$

۳۸ - گزینه ۳ با در نظر گرفتن شکل زیر داریم:



$$\tan ۴۰^\circ = \frac{x}{۳۵}$$

$$\tan ۴۰^\circ = \frac{۸}{۱۰} \Rightarrow \frac{x}{۳۵} = \frac{۸}{۱۰} \Rightarrow x = ۲۸m$$

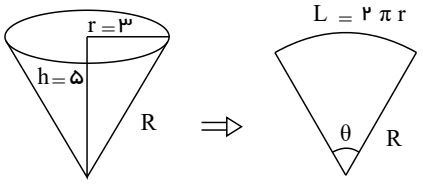
$$\tan ۴۵^\circ = \frac{x+y}{۳۵} = ۱ \Rightarrow x + y = ۳۵ \Rightarrow ۲۸ + y = ۳۵$$

$$\Rightarrow y = ۷m$$ ارتفاع مجسمه ۷ متر است.

۳۹ - گزینه ۲

ابتدا طبق شکل مقابل اندازهٔ مولد R را می‌یابیم.

محیط قاعدهٔ مخروط برابر طول کمان مقابل به زاویهٔ θ در قطاع است.



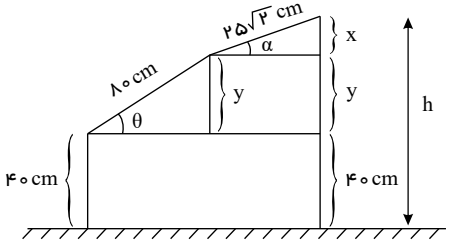
$$R^۲ = r^۲ + h^۲ = ۹ + ۲۵ = ۳۴ \rightarrow R = \sqrt{۳۴}$$

$$L = ۲\pi r = ۲\pi \times ۳ = ۶\pi$$

$$\theta = \frac{L}{R} = \frac{۶\pi}{\sqrt{۳۴}} \rightarrow \text{مساحت } S = \frac{\theta}{۲\pi} \times \pi R^۲ = \frac{\frac{۶\pi}{\sqrt{۳۴}}}{۲\pi} \times \pi \times ۳۴$$

$$S = \frac{۶\pi}{۲\pi\sqrt{۳۴}} \times \pi \times ۳۴ = \frac{۳\pi \times ۳۴}{\sqrt{۳۴}} = ۳\pi\sqrt{۳۴}$$

۴۰ - گزینه ۲ با توجه به شکل زیر داریم:



$$\sin\alpha = \frac{x}{۲۵\sqrt{۲}} \Rightarrow x = ۲۵\sqrt{۲}\sin\alpha \ , \ \sin\theta = \frac{y}{۸۰} \Rightarrow y = ۸۰\sin\theta$$

$$h = ۴۰ + x + y = ۴۰ + ۲۵\sqrt{۲}\sin\alpha + ۸۰\sin\theta$$

$$\Rightarrow h = ۴۰ + ۲۵\sqrt{۲}\sin(-۴۵^\circ) + ۸۰\sin(۰) = ۴۰ - ۲۵\sqrt{۲}\sin ۴۵^\circ + ۰$$

$$\Rightarrow h = ۴۰ - ۲۵\sqrt{۲} \times \frac{\sqrt{۲}}{۲} = ۴۰ - ۲۵ = ۱۵$$

۴۱ - گزینه ۳ مساحت متوازی‌الاضلاع از نصف حاصل‌ضرب دو قطر در سینوس زاویهٔ بین دو قطر به‌دست می‌آید.

قطرها را x و $۲x$ در نظر می‌گیریم:

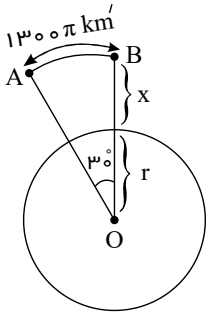
$$S = \frac{۱}{۲}(x)(۲x)\sin ۳۰^\circ \Rightarrow ۳۲ = \frac{۱}{۲}(۲x^۲)(\frac{۱}{۲}) \Rightarrow ۳۲ = \frac{x^۲}{۲} \Rightarrow x^۲ = ۶۴ \Rightarrow x = ۸$$

۴۲ - گزینه ۳

$\sin\alpha \cdot \cos\alpha > ۰ \Rightarrow$ سینوس و کسینوس هم‌علامتند $\Rightarrow$ ناحیه‌ی اول یا سوم $\xrightarrow{\text{اشترک}}$ ناحیه‌ی سوم

$\sin\alpha \cdot \tan\alpha < ۰ \Rightarrow$ سینوس و تانژانت غیر هم‌علامتند $\Rightarrow$ ناحیه‌ی دوم یا سوم

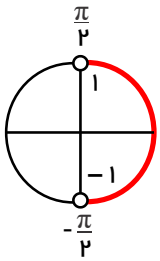
۴۳ - گزینه ۱ می‌دانیم ۳۰° معادل $\frac{\pi}{۶}$ رادیان است، پس داریم:



$$\text{طول کمان } \widehat{AB}\ \ell = (x + r) \cdot \frac{\pi}{۶} = ۱۳۰۰\pi \Rightarrow x + r = ۶ \times ۱۳۰۰$$

$$\Rightarrow x + ۶۴۰۰ = ۷۸۰۰ \Rightarrow x = ۱۴۰۰km$$

۴۴ - گزینه ۱

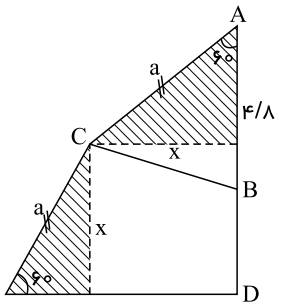


$$\frac{-\pi}{۶} < x < \frac{\pi}{۶} \Rightarrow \frac{-\pi}{۲} < ۳x < \frac{\pi}{۲}$$

واضح است در $(-\frac{\pi}{۲}\ ,\ \frac{\pi}{۲})$ سینوس بین -۱ و ۱ می‌باشد بنابراین:

$$-۱ < \sin ۳x < ۱ \Rightarrow -۱ < m - ۱ < ۱ \Rightarrow ۰ < m < ۲$$

۴۵ - گزینه ۲ طبق مساحت سینوسی مثلث ABC داریم:



$$\begin{cases} S_{ABC} = \frac{۱}{۲}a \times ۴/۸ \times \sin ۶۰^\circ \\ \text{فرض}: S_{ABC} = ۷/۲\sqrt{۳} \end{cases} \rightarrow ۱/۲a\sqrt{۳} = ۷/۲\sqrt{۳} \Rightarrow a = ۶$$

دو مثلث قائم‌الزاویهٔ هاشورخورده با هم هم‌نهشت‌اند و داریم $x = a\sin ۶۰^\circ = ۳\sqrt{۳}$؛ پس CD قطر مربعی به ضلع $۳\sqrt{۳}$ است و درنتیجه:

$$CD = ۳\sqrt{۳} \times \sqrt{۲} = ۳\sqrt{۶}$$