پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۲ در زیگوت کبوتر چون یوکاریوت هست هر ژن توسط آنزیم ویژه‌ای رونویسی می‌شود. دقت داشته باشید که دگره نهفته اگر وابسته به جنس باشد می‌تواند به‌تنهایی بروز کند.

۲ - گزینه ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱:

رخ‌نمود: مرد هموفیلی $\underline{AB}$ منفی $\underline{dd}$

ژن‌نمود: X^hY AB

گزینه ۲:

رخ‌نمود: صورتی ساقه بلند $\underline{\underbrace{Li}}$

ژن‌نمود: RW

(صورت سوال به ناخالص بودن این صفت اشاره کرده است.)

گزینه ۳:

رخ‌نمود: ناقل هموفیلی ناقل کم‌خونی داسی‌شکل $\underline{Ss}$

ژن‌نمود: X^HX^h

گزینه ۴:

رخ‌نمود: $\underline{B}$ مثبت $\underline{\underbrace{Dd}}$

ژن‌نمود: BO

(در صورت سوال به ناخالص بودن این صفت اشاره کرده است.)

۳ - گزینه ۲ وقتی پسری مبتلا به هموفیلی از مادری سالم به دنیا آمده است، حتماً مادر او ناقل هموفیلی است (X^HX^h)، زیرا پسر همواره کروموزوم X را از والد مادر دریافت می‌کند.

از ازدواج پدر سالم (X^HY) و مادر ناقل هموفیلی (X^HX^h)، تمامی زاده‌های دختر سالم هستند، ولی نیمی از آن‌ها ژن هموفیلی را دارند و ناقل محسوب می‌شوند و دختر ناقل می‌تواند ژن هموفیلی را به پسران نسل بعد انتقال دهد. نیمی دیگر از دختران سالم و خالص هستند، پس هیچ‌گاه نمی‌توانند دخترانی مبتلا به هموفیلی در نسل بعد داشته باشند. دقت کنید که در این حالت، تمامی دختران سالم هستند و فاکتور انعقادی شمارهٔ هشت را در بدن خود دارند. هر دو والد نیز دگرهٔ بارز (X^H) را دارند.

از ازدواج پدر هموفیل (X^hY) و مادر ناقل هموفیلی (X^HX^h)، نیمی از دختران بیمار می‌شوند؛ یعنی ژن هموفیلی را در هر دو کروموزوم X دارند. نیمی از دختران نیز ناقل و سالم می‌شوند. هر دو گروه این دختران می‌توانند ژن بیماری را به پسران نسل بعد منتقل کنند. با دقت در ژنوتیپ والدین نیز دیده می‌شود که هر دو دارای الل نهفته مربوط به بیماری خواهند بود.

۴ - گزینه ۲ دقت داشته باشید که گویچه‌های قرمز موجود در جریان خون هر فردی، هستهٔ خود را از دست داده‌اند و فاقد ژن و کروموزوم درون هسته می‌باشند. درنتیجه درمورد ژنوتیپ فرد اشاره‌شده در صورت سوال نمی‌توان نظری داد.

از طرفی همهٔ افراد، در غشای همهٔ یاخته‌های زنده و سالم خود دارای پروتئین هستند. اگر گفته شود پروتئین مربوط به گروه خونی، منظور پروتئین D در افراد دارای گروه خونی مثبت است؛ اما چنین چیزی در این گزینه ذکر نشده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌های (۱) و (۳): درمورد ژنوتیپ گروه خونی این فرد نمی‌توان هیچ نظری داد.

گزینه (۴): اگر یاخته‌های پوششی توانایی تقسیم‌شدن داشته باشند، با توجه به این که در مرحلهٔ S چرخه یاخته‌ای، کروموزوم‌ها به صورت دو کروماتیدی درمی‌آیند، می‌توان ۴ الل را برای صفت Rh در درون هر هسته قابل تصور دانست.

۵ - گزینه ۳ پیش از کشف قوانین وراثت، تصور بر آن بود که صفات فرزندان، آمیخته‌ای از صفات والدین و حد واسطی از آن‌هاست. مثلاً اگر یکی از والدین بلند قد و دیگری کوتاه قد باشد، فرزندان آنان قدی متوسط خواهد داشت.

بنابراین، فقط گزینه‌ای صحیح است که صفت زاده، حدواسط والدین بوده و درواقع رابطهٔ بین الل‌های زاده، بارزیت ناقص باشد. با آمیزش گیاه میمونی با گل‌های قرمز و گیاه میمونی دیگری با گل‌های سفید، زاده ژنوتیپ RW و فنوتیپ صورتی (حد واسط والدین) خواهد داشت. صفات مطرح شده در سایر گزینه‌ها از رابطهٔ بارزیت ناقص پیروی نمی‌کنند. صفات گزینه‌های ۲ و ۴ مربوط به رابطهٔ بارز و نهفتگی و صفت گزینهٔ ۱ نیز مربوط به رابطهٔ هم‌توانی است.

۶ - گزینه ۴ مردی که گروه خونی B داشته باشد، ژنوتیپی به یکی از دو شکل BB و BO خواهد داشت. اگر حتی یک دگره B یا O در ژنوتیپ مادر وجود داشته باشد، امکان تولد فرزندی با گروه خونی مشابه پدر (B) به‌وجود می‌آید. لذا، مادر قطعاً فاقد هر دو دگره نام‌برده بوده و ژنوتیپی به‌صورت AA خواهد داشت.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): درمورد ژنوتیپ قطعی در پدر نمی‌توان نظر داد.

گزینهٔ (۲): در بین فرزندان، امکان مشاهدهٔ گروه خونی AO نیز وجود دارد.

گزینهٔ (۳): اگر پدر گروه خونی BO و مادر گروه خونی AA داشته باشد، می‌توان در بین فرزندان گروه‌های خونی AB و AO را مشاهده نمود.

۷ - گزینه ۳ کروموزوم شماره ۹ در تعیین گروه خونی ABO دخیل است. فردی که از روی هر ۱۰ کروموزوم شماره ۹ خود، آنزیم مسئول اتصال کربوهیدرات‌های A یا B به غشای گویچه‌های

قرمز را می‌سازد، از لحاظ گروه خونی ABO، یکی از ژنوتیپ‌های AA، BB یا AB را دارد.

مسلماً با ازدواج این فرد با فردی دارای گروه خونی A (که می‌تواند ژنوتیپ AA یا AO داشته باشد)، امکان تولد فرزندی با گروه خونی OO وجود ندارد.

دقت کنید چون یکی از والدین گروه خونی مثبت (DD یا Dd) دارد و Rh والد دیگر تعیین نشده است، نمی‌توان صرفاً بر اساس صفت خونی Rh، گزینه‌ای را تعیین تکلیف کرد!

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌های (۱) و (۴): با توجه به ژنوتیپ والدین، امکان تولد فردی با ژنوتیپ BO وجود دارد که در این صورت، فاقد کربوهیدرات A در غشای گویچه‌های خونی خود خواهد بود.

گزینه (۲): چون یکی از والدین ممکن است ژنوتیپ AO داشته باشد، پس امکان وجود دگرهٔ O یا همان i در زادهٔ آن وجود دارد.

۸ - گزینه ۳ چون هم فرزندانی مشابه و هم فرزندانی متفاوت از والدین وجود دارد، پس والدین در این صفت ناخالص می‌باشند.

ژنوتیپ هر دو والد به‌صورت Dd بوده و در هر دو دگره خود با هم شباهت دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): افراد دارای گروه خونی مثبت (سازنده پروتئین D) می‌توانند ژنوتیپ‌های خالص (DD) و ناخالص (Dd) داشته باشند.

گزینهٔ (۲): والدین دارای ژنوتیپ مشابه و ناخالص هستند؛ درنتیجه در میان فرزندان، سه نوع ژنوتیپ دیده خواهد شد.

گزینهٔ (۴): یاخته‌های ماهیچه‌ای اسکلتی دارای چندین هسته هستند؛ در نتیجه بیش از ۲ دگره برای این صفت دارند.

۹ - گزینه ۳

منظور از ذرت‌هایی که رنگ سفیدتر از رخ‌نمود میانه دارند، ذرت‌هایی‌اند که کمتر از ۳ دگرهٔ بارز داشته باشند.

ذرتی که نزدیک‌ترین رخ‌نمود را به ذرت‌های کاملاً تیره دارد، باید ۵ دگره بارز داشته باشد و ژنوتیپی به شکل $AaBBCC$ داشته باشد. این ذرت، در بهترین حالت ممکن، دارای ژنوتیپ $AaBbCc$ در یکی از والدین خود است که با فرضیهٔ صورت سوال، ناشی از داشتن کمتر از سه دگره بارز، مطابقت ندارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): از آمیزش ذرت‌هایی که هر دو ژنوتیپ $aabbcc$ دارند، ذرتی با همین ژنوتیپ پدید می‌آید که تنها دارای دگرهٔ مربوط به رنگ سفیددانه است.

گزینهٔ (۲): از آمیزش ذرت‌های $aabbCc$ و $AaBbcc$، ممکن است ذرتی با ژنوتیپ $AaBbCc$ پدید بیاید که با داشتن سه دگره بارز، در میانهٔ نمودار قرار می‌گیرد.

گزینهٔ (۴): از آمیزش ذرت‌های $AaBbcc$ و $AabbCc$، ممکن است ذرتی با ژنوتیپ $AABbCc$ پدید بیاید که با داشتن چهار دگره بارز، از ذرت‌های میانه طیف (سه دگره بارز)، رنگ قرمزتری داشته باشد.

۱۰ - گزینه ۳ افرادی که دارای ژنوتیپ DD یا Dd هستند، می‌توانند پروتئین D را در غشای گویچه‌های قرمز داشته باشند. اگر ژنوتیپ Dd باشد، فرد دو نوع دگره در کروموزوم‌های شماره ۱ خود دارد، در حالی‌که اگر ژنوتیپ DD باشد، فقط یک نوع الل در کروموزوم‌های شماره ۱ دیده می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): فردی که گروه خونی O دارد، دارای ژنوتیپ OO است و در کروموزوم‌های شماره ۹ خود فقط یک نوع الل O را دارد.

گزینهٔ (۲): فرد دارای ژنوتیپ Dd در کروموزوم شماره یک خود بیش از یک نوع دگره دارد، بنابراین با توجه به ژنوتیپ، فرد دارای گروه خونی Rh مثبت می‌باشد.

گزینهٔ (۴): افرادی که دارای ژنوتیپ BO، AO و AB می‌باشند، واجد دو نوع دگره (الل) در فامتن (کروموزوم)های شماره ۹ خود هستند، افرادی که دارای ژنوتیپ AO و BO می‌باشند، به ترتیب دارای گروه خونی A و B هستند و در غشای گویچه‌های قرمز خود فقط یک نوع کربوهیدرات گروه خونی و یک نوع آنزیم (A یا B) دارند و افرادی که ژنوتیپ AB دارند، در غشای گویچه‌های قرمز خود دارای دو نوع کربوهیدرات گروه خونی و دو نوع آنزیم (A و B) هستند.

۱۱ - گزینه ۲ ژنوتیپ‌های مفروض برای این خانواده به صورت $Pp \times pp$، $Pp \times Pp$، $pp \times pp$ و $x^h y \times x^H x^h$ و $x^h y \times x^h x^h$ است و چون در همهٔ این موارد، احتمال تولد دختر بیمار و خالص وجود دارد، پاسخ صحیح گزینهٔ ۲ است، به‌علاوه چون از آمیزش‌های $pp \times pp$ و $x^h y \times x^h x^h$ احتمال تولد فرزند سالم وجود ندارد، گزینه‌های ۱ و ۴ نادرست‌اند و چون از آمیزش در صفات غیر وابسته به جنس احتمال تولد پسر بیمار با یک آلل بیماری‌زا وجود ندارد، گزینهٔ ۳ نیز نادرست است.

۱۲ - گزینه ۴ گروه خونی مادر خانواده به‌صورت A^+، AB^+، A^- یا AB^- است. بنابراین می‌تواند در یاخته‌های هسته‌دار بدن خود دگرهٔ D و d داشته باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در صورتی که مادر Rh مثبت ناخالص باشد (Dd)، دارای دگرهٔ d نیز خواهد بود.

گزینهٔ «۲»: فردی با گروه خونی A یا AB نمی‌تواند به فردی با گروه خونی O خون اهدا نماید.

گزینهٔ «۳»: گروه خونی مادر خانواده می‌تواند به صورت A^+ یا AB^+ و یا A^- یا AB^- است و بنابراین در صورت داشتن گروه خونی مثبت می‌تواند دگرهٔ D را بر روی کروموزوم شمارهٔ ۱ داشته باشد.

۱۳ - گزینه ۳ بیماری هموفیلی وابسته به X است و شایع‌ترین نوع آن به دلیل عدم تولید فاکتور انعقادی شمارهٔ ۸ است و تنها از طریق مادر به فرزندان پسر منتقل می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: یاخته‌های ماهیچه اسکلتی چندهسته‌ای بوده و بنابراین می‌توانند بیش از دو دگره برای بیماری هموفیلی داشته باشند.

گزینهٔ «۲»: در هموفیلی تولید لختهٔ خون با اختلال مواجه می‌شود.

گزینهٔ «۴»: این گزینه فقط مربوط به شایع‌ترین نوع بیماری هموفیلی است، نه همهٔ انواع هموفیلی.

۱۴ - گزینه ۴ گزینهٔ ۱ نادرست است چون اگر مادری خالص و مبتلا به بیماری هموفیلی باشد پسر سالم نخواهد داشت و گزینهٔ ۲ نادرست است چون اگر فرضاً مادری مبتلا به کم‌خونی داسی‌شکل باشد و همسرش سالم و خالص باشد، پسر بیمار نخواهد داشت و گزینهٔ ۳ نیز نادرست است چون اگر فرضاً مادری برای کم‌خونی داسی‌شکل سالم و خالص باشد و همسرش نیز سالم و خالص باشد، دختر ناخالص نخواهد داشت اما گزینهٔ ۴ صحیح است چون یک مادر خالص و سالم صرف‌نظر از اینکه همسرش چه ژنوتیپی دارد، همواره می‌تواند صاحب دختر سالم گردد.

۱۵ - گزینه ۴

۱۶ - گزینه ۲ تیغهٔ کاتد از جنس پلاتین است و نقش جذب‌کنندهٔ گاز هیدروژن (جذب فیزیکی) روی سطح خود را دارد. به‌طور کلی در نیم‌سلول SHE چه در جایگاه کاتد و چه در جایگاه آند باشد، جرم تیغهٔ فلزی (یعنی پلاتین) تغییری نمی‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) دیوارهٔ متخلخل، همواره آنیون‌ها را به‌سمت آند و کاتیون‌ها را به‌سمت کاتد هدایت می‌کند.

۳) واکنش کلی این سلول به‌صورت $Zn(s)+۲H^+(aq)\rightarrow Zn^{۲+}(aq)+H_۲(g)$ است.

۴) الکترود روی در این سلول آند است و قطب منفی سلول را تشکیل می‌دهد.

۱۷ - گزینه ۴

باتوجه به رابطهٔ $[H_۳O^+][OH^-]=۱۰^{-۱۴}$ داریم:

$$pH=۸/۵\Rightarrow[H_۳O^+]=۱۰^{-۸/۵}\Rightarrow[OH^-]=۱۰^{-۵/۵}$$

$$pH=۷/۴\Rightarrow[H_۳O^+]=۱۰^{-۷/۴}$$

$$\text{نسبت خواسته‌شده}=\frac{۱۰^{-۵/۵}}{۱۰^{-۷/۴}}=۱۰^{۱/۹}=۱۰\times(۱۰^{۰/۳})^۳=۱۰\times۲^۳=۸۰$$

۱۸ - گزینه ۴

$$n=M\times V\rightarrow HCl\text{ مول}=۰/۰۲\times\frac{۲۵}{۱۰۰۰}=\frac{۱}{۲۰۰۰}mol$$

$$HCl(aq)+AgNO_۳(aq)\rightarrow AgCl(s)+HNO_۳(aq)$$

با توجه به ضرایب استوکیومتری مواد، تعداد مول HCl مصرفی با $HNO_۳$ تولید شده برابر است. پس تعداد مول اسید در واکنش تغییر نمی‌کند اما حجم محلول دو برابر شده است. پس غلظت جدید اسید را محاسبه می‌کنیم.

$$M=\frac{n}{V}\Rightarrow\frac{\frac{۱}{۲۰۰۰}mol}{\frac{۵۰}{۱۰۰۰}L}=\frac{۱}{۱۰۰}=۱۰^{-۲}mol\cdot L^{-۱}\quad(\text{غلظت مولی }HNO_۳\text{ در حجم }۵۰mL)$$

$$[HCl]=۱۰^{-pH}\Rightarrow pH=۲$$

$$NaOH+HNO_۳\rightarrow NaNO_۳+H_۲O$$

$$\frac{۱}{۲۰۰۰}molHNO_۳\times\frac{۱molNaOH}{۱molHNO_۳}\times\frac{۴۰gNaOH}{۱molNaOH}\times\frac{۱۰۰۰mg}{۱g}=۲۰mgNaOH$$

۱۹ - گزینه ۲ رسانایی الکتریکی محلول‌ها به فراوانی یون‌ها در محلول بستگی دارد. بنابراین محلول اسیدی که یونش آن کم‌تر است، یون‌های کم‌تری وارد محلول می‌کند و رسانایی الکتریکی کم‌تری خواهد داشت. در بین ۴ اسید داده شده، سولفوریک‌اسید و نیتریک‌اسید اسیدهای قوی هستند. اما از آنجایی که $H_۲SO_۴$ یک اسید چند پروتون‌دار است، غلظت یون‌های حاصل از تفکیک آن در محیط آبی بیشتر از $HNO_۳$ است که یک اسید تک پروتون‌دار است.

HCN و $HNO_۲$ جزو اسیدهای ضعیف هستند اما ثابت یونش اسید $HNO_۲$ بیشتر از HCN است. بنابراین ترتیب میزان رسانایی الکتریکی محلول این چهار اسید در گزینه ۲ به درستی نشان داده شده است.

۲۰ - گزینه ۳ با توجه به رابطه ثابت یونش می‌توان نوشت. (دقت کنید نمی‌توان از رابطه تقریبی استفاده کرد، زیرا مقدار K_s بزرگ است.)

$$K_a=\frac{[H^+]^۲}{[HA]_{\text{اولیه}}-[H^+]}$$

اگر مقدار $[H^+]$ را برابر x در نظر بگیریم:

$$K_a=\frac{x^۲}{۰/۲-x}\Rightarrow ۰/۱=\frac{x^۲}{۰/۲-x}\rightarrow x^۲=-۰/۱x+۰/۰۲$$

$$x^۲+۰/۱x-۰/۰۲=۰\Rightarrow x=\frac{-۰/۱\pm\sqrt{۰/۰۱+۰/۰۸}}{۲}=\frac{-۰/۱\pm\sqrt{۰/۰۹}}{۲}=\frac{۰/۲}{۲}=۰/۱$$

$$\Rightarrow[H^+]=x=۰/۱mol\cdot L^{-۱}\Rightarrow pH=-\log۱۰^{-۱}\Rightarrow pH=۱$$

۲۱ - گزینه ۱ واکنش موازنه شده به صورت زیر است:

$$۱Na_۲CO_۳+۲HA\rightarrow ۲NaA+۱CO_۲+۱H_۲O$$

غلظت یون H^+ و اسید HA با هم برابر است. بنابراین:

$$[H_۳O^+]=۱۰^{-pH}\xrightarrow{\text{اسید قوی}}[H_۳O^+]=[HA]\Rightarrow[HA]=۱۰^{-۵}mol\cdot L^{-۱}$$

حال داریم:

$$۵L\text{ محلول}\times\frac{۱۰^{-۵}\ mol\ HA}{۱L\text{ محلول}}\times\frac{۱mol\ Na_۲CO_۳}{۲mol\ HA}\times\frac{۱۰۶\ g\ Na_۲CO_۳}{۱\ mil\ Na_۲CO_۳}\times\frac{۱۰۰۰mg}{۱g}=۲/۶۵mg$$

۲۲ - گزینه ۱

$$H_۲SO_۴\Rightarrow ۲(+۱)+S+۴(-۲)=۰\Rightarrow S=+۶$$

$HOBr \Rightarrow +۱ + O + ۱ = ۰ \Rightarrow O = -۲$

$NBr_۳ \Rightarrow N + ۳(+۱) = ۰ \Rightarrow N = -۳$

$HCOOH \Rightarrow +۱ + C + ۲(-۲) + ۱ = ۰ \Rightarrow C = +۲$

توجه: الکترونگاتیوی $Br < N < O$ است پس Br به N و O الکترون می‌دهد و عدد اکسایش آن $+۱$ است.

۲۳ - گزینه ۴ هر نیم‌واکنش باید هم از نظر تعداد اتم (موازنهٔ جرم) و هم از نظر بار الکتریکی موازنه باشد. یون اکسید در شبکهٔ بلوری منیزیم اکسید به صورت $O^{۲-}(s)$ است.

۲۴ - گزینه ۴ غلظت یون هیدرونیوم برابر است با:

$$pH = ۱۰/۷ \rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۱۰/۷} = ۱۰^{-۱۱+۰/۳} = ۱۰^{-۱۱} \times ۱۰^{۰/۳} = ۲ \times ۱۰^{-۱۱} mol \cdot L^{-۱}$$

غلظت یون هیدروکسید برابر است با:

$$[H^+][OH^-] = ۱۰^{-۱۴} \rightarrow ۲ \times ۱۰^{-۱۱} \times [OH^-] = ۱۰^{-۱۴} \rightarrow [OH^-] = ۵ \times ۱۰^{-۴} mol \cdot L^{-۱}$$

در نهایت، برای محاسبه نسبت موردنظر داریم:

$$\frac{[OH^-]}{[H_۳O^+]} = \frac{۵ \times ۱۰^{-۴}}{۲ \times ۱۰^{-۱۱}} = ۲/۵ \times ۱۰^{۷}$$

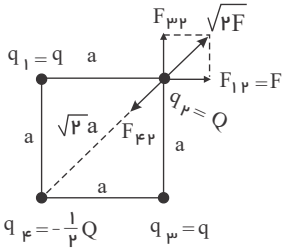
۲۵ - گزینه ۳ موارد دوم و سوم نادرست هستند.

در پدیده‌هایی همچون تندر و آذرخش، بخشی از انرژی ممکن است به شکل انرژی الکتریکی میان سامانهٔ واکنش و محیط پیرامون جاری شود.

مبنای تولید انرژی الکتریکی، واکنش‌هایی شامل داد و ستد الکترون هستند.

۲۶ - گزینه ۲

اگر فرض کنیم $Q > ۰$ آنگاه:



$$q_۲ = Q > ۰$$

$$q_۴ = -\frac{۱}{۲}Q < ۰$$

و برای خنثی شدن نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۲$ می‌بایستی:

$$q_۳ > ۰, q_۱ > ۰ \Rightarrow q > ۰$$

$$\begin{cases} \vec{F_{۴۲}} + \vec{F_{۱۲}} + \vec{F_{۳۲}} = \vec{۰} \\ |\vec{F_{۱۲}}| = |\vec{F_{۳۲}}| = F \end{cases} \Rightarrow \vec{F_{۴۲}} = -(\vec{F_{۱۲}} + \vec{F_{۳۲}}) \rightarrow |\vec{F_{۴۲}}| = |-(\vec{F_{۱۲}} + \vec{F_{۳۲}})| \rightarrow \frac{k|q_۴||q_۲|}{(\sqrt{۲}a)^۲} = \sqrt{۲}F = \sqrt{۲}(\frac{kqq_۲}{a^۲}) \rightarrow \frac{k\frac{Q}{۲}Q}{۲a^۲} = \frac{\sqrt{۲}(kqQ)}{a^۲}$$

$$\rightarrow \frac{Q}{۴} = \sqrt{۲}q \rightarrow \frac{Q}{q} = ۴\sqrt{۲}$$

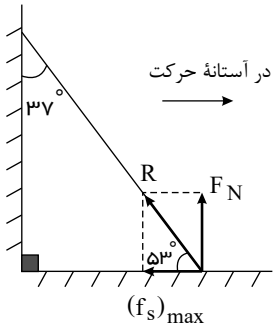
۲۷ - گزینه ۴ اندازهٔ نیروی بین بارهای الکتریکی همنام $q_۱$ و $q_۲ = ۵q_۱$ از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$F = \frac{kq_۱q_۲}{r_۲}\ ,\ k = ۹ \times ۱۰^۹ \frac{N \cdot m^۲}{C^۲}\ ,\ r = ۳m\ ,\ F = ۰/۰۲N$$

$$۰/۰۲ = \frac{۹ \times ۱۰^۹ \times ۵q_۱^۲}{۳^۲} \Rightarrow q_۱^۲ = ۴ \times ۱۰^{-۱۲} \Rightarrow q_۱ = ۲ \times ۱۰^{-۶}C = ۲\mu C$$

۲۸ - گزینه ۳

قدم اول: نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند، معادل برآیند نیروی اصطکاک و عمودی تکیه‌گاه است، با رسم نیروی وارد بر نردبان از طرف سطح زمین، داریم:



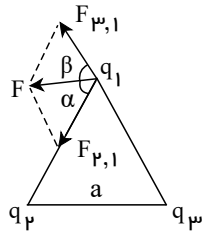
$$\tan ۵۳^\circ = \frac{F_N}{(f_s)_{\max}} = \frac{F_N}{\mu_s F_N} = \frac{۱}{\mu_s} \to \mu_s = \frac{۱}{\tan ۵۳^\circ} = \frac{۱}{\frac{۴}{۳}} = \frac{۳}{۴} \to \mu_s = ۰/۷۵$$

وزن نردبان تأثیری نداشته است!

۲۹ - گزینه ۳ در آزمایش اول که نخ را به آرامی می‌کشیم، اثر نیروی وارده بر نخ فرصت انتقال پیدا می‌کند و از قسمت بالای وزنه پاره می‌شود چون نیروی کشش نخ در قسمت بالا بیشتر است. درآزمایش دوم که نخ را به صورت ضربه ای و آنی می‌کشیم ، اثر نیرو فرصت انتقال پیدا نمی‌کند و از قسمت پایین پاره می‌شود.

۳۰ - گزینه ۱ چون نیروی بین $q_۱$, $q_۳$ رانشی است، پس $q_۳$, $q_۱$ همنام هستند.

$$\alpha < \beta \Rightarrow F_{۲,۱} > F_{۳,۱}$$
$$\Rightarrow k\frac{|q_۲|\ |q_۱|}{a^۲} > k\frac{|q_۳|\ |q_۱|}{a^۲} \Rightarrow |q_۲| > |q_۳|$$



۳۱ - گزینه ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱) واکنش نیروی mg به زمین وارد می‌شود. (غلط)

گزینهٔ ۲) عکس‌العمل $T_۲$ به نخ وارد می‌شود. (غلط)

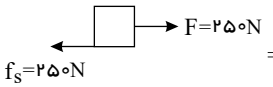
گزینهٔ ۳) $T_۲$ به سقف و $T_۱$ به جسم وارد می‌شود و ربطی به‌هم ندارند. (غلط)

گزینهٔ ۴) چون $T_۱$ از طرف نخ وارد شده پس واکنش $T_۱$ به نخ وارد می‌شود. (درست)

۳۲ - گزینه ۴ گام اول: ابتدا ببینیم جسم ساکن است یا خیر! برای این منظور، باید نیروی F محرک را با $(f_s)_{max}$ مقایسه کنیم.

$$\begin{cases} (f_s)_{max} = \mu_s F_N = \frac{۶}{۱۰} \times ۵۰۰ = ۳۰۰N \xrightarrow{F=۲۵۰N<(f_s)_{max}} (\text{جسم ساکن می‌ماند}) \\ F_N = W = mg = ۵۰۰ \end{cases}$$

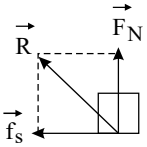
گام دوم: نیروی اصطکاک به دلیل ساکن ماندن جسم برابر خواهد بود:



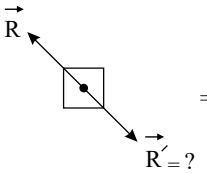
$$\Rightarrow f_s = ۲۵۰N \Rightarrow \vec{f_s} = -۲۵۰\vec{i}$$

گام سوم: نیرویی که سطح تکیه‌گاه به جسم وارد می‌کند برابر است با:

$$\begin{cases} \vec{R} = \vec{F_N} + \vec{f_s} = -۲۵۰\vec{i} + ۵۰۰\vec{j} \\ F_N = mg = ۵۰۰N \Rightarrow \vec{F_N} = ۵۰۰\vec{j} \end{cases}$$



گام چهارم: امّا سؤال نیروی وارده از طرف جسم به سطح را خواسته است:

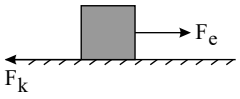


$$\Rightarrow \vec{R'} = -\vec{R} = ۲۵۰\vec{i} - ۵۰۰\vec{j}$$

۳۳ - گزینه ۲ با توجه به قانون دوم نیوتون، در ابتدا برایند نیروهای وارد بر جسم را یافته و سپس از آن با استفاده از جمع برداری نیروها، نیروی $\vec{f_۳}$ و در نهایت بزرگی آن را محاسبه می‌کنیم.

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_{net} = ۵(-۴\vec{i} + ۳\vec{j}) \Rightarrow \vec{F}_{net} = -۲۰\vec{i} + ۱۵\vec{j}$$
$$\vec{F}_{net} = \vec{F_۱} + \vec{F_۲} + \vec{F_۳} \Rightarrow -۲۰\vec{i} + ۱۵\vec{j} = -۱۵\vec{i} + ۸\vec{j} - ۲۱\vec{i} + ۱۹\vec{j} + \vec{F_۳}$$
$$\vec{F_۳} = -۲۰\vec{i} + ۱۵\vec{j} + ۱۵\vec{i} - ۸\vec{j} + ۲۱\vec{i} - ۱۹\vec{j} \Rightarrow \vec{F_۳} = ۱۶\vec{i} - ۱۲\vec{j}$$
$$\Rightarrow F_۳ = \sqrt{(۱۶)^۲ + (-۱۲)^۲} = ۲۰N$$

۳۴ - گزینه ۱



چون سرعت ثابت است، نیروهای وارد بر جسم متوازن‌اند، یعنی نیروی محرک F و نیروی مقاوم اصطحکاک جنبشی هم اندازه‌اند.

$$\vec{v} = \text{ثابت} \to \vec{a} = \vec{۰} \to \vec{F}_{net} = m\vec{a} = \vec{۰}$$

$F_e - f_k = ۰ \rightarrow F_e = f_k$

$f_k = k\Delta x = \mu_k \times mg$

$\mu_k \times ۵۰ = ۲۰۰ \times \frac{۵}{۱۰۰} \Rightarrow ۵۰\mu_k = ۱۰ \Rightarrow \mu_k = ۰/۲$

۳۵ - گزینه ۳ در ابتدا نیروی خالص سپس بزرگی نیروی خالص و در نهایت بزرگی شتاب جسم را می‌یابیم.

$$\begin{matrix}\vec{F_۱} = ۳\vec{i} - ۴\vec{j} \\ \vec{F_۲} = -۶\vec{i} + ۸\vec{j}\end{matrix} \Rightarrow \vec{F} = \vec{F_۲} + \vec{F_۱} = -۳\vec{i} + ۴\vec{j} \Rightarrow F_{net} = \sqrt{(-۳)^۲ + (۴)^۲} = ۵N$$

$$a = \frac{F_{net}}{m} = \frac{۵}{۰/۵} = ۱۰\,\frac{m}{s^۲}$$

۳۶ - گزینه ۳ برای آنکه تابع $y = -۴\cos(\frac{\pi}{۴} - ۳\pi x)$ روی بازه‌ی $[-۱, ۱]$ بیشترین مقدار را داشته باشد، باید حاصل $\cos(\frac{\pi}{۴} - ۳\pi x)$ کمترین مقدار، یعنی مقدار (-۱) را به خود بگیرد.

پس داریم:

$$\cos(\frac{\pi}{۴} - ۳\pi x) = -۱ \rightarrow \frac{\pi}{۴} - ۳\pi x = ۲k\pi + \pi \Rightarrow x = \frac{-۲k}{۳} - \frac{۱}{۴}$$

حال برای تعیین تعداد جواب‌های این معادله در بازه‌ی $[-۱, ۱]$ کافی است به k اعداد صحیح را نسبت دهیم:

k	-۲	-۱	۰	۱	۲
x	$\frac{۱۳}{۱۲}$	$\frac{۵}{۱۲}$	$-\frac{۱}{۴}$	$-\frac{۱۱}{۱۲}$	$-\frac{۱۹}{۱۲}$
	غ ق ق	✓	✓	✓	غ ق ق

بنابراین معادله‌ی فوق در بازه‌ی $[-۱, ۱]$، دارای ۳ جواب است.

۳۷ - گزینه ۳ می‌دانیم: $\boxed{۱ + \cos ۲a = ۲\cos^۲ a}$

$$\cos ۲x + ۲\cos^۲ x = ۰ \rightarrow \cos ۲x + ۱ + \cos ۲x = ۰ \rightarrow ۲\cos ۲x = -۱ \rightarrow \cos ۲x = -\frac{۱}{۲}$$

$$\rightarrow \cos ۲x = \cos(\pi - \frac{\pi}{۳}) = \cos\frac{۲\pi}{۳} \rightarrow ۲x = ۲k\pi \pm \frac{۲\pi}{۳} \rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{۳}$$

۳۸ - گزینه ۱

$$\sin(\alpha - \frac{\pi}{۲}) = -\sin(\frac{\pi}{۲} - \alpha) = -\cos\alpha,\ \sin(۳\pi + \alpha) = \sin(\pi + \alpha) = -\sin\alpha$$

$$\cos(\frac{۳\pi}{۲} + \alpha) = \sin\alpha\ ,\ \ \cos(\alpha - \pi) = \cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$$

$$\frac{\sin(\alpha - \frac{\pi}{۲}) + \sin(۳\pi + \alpha)}{\cos(\frac{۳\pi}{۲} + \alpha) + \cos(\alpha - \pi)} = \frac{-\cos\alpha - \sin\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha} = \frac{\cos\alpha + \sin\alpha}{\cos\alpha - \sin\alpha}$$

$$\xrightarrow{\text{صورت و مخرج را بر } \cos\alpha \text{ تقسیم می‌کنیم}} \frac{۱ + \tan\alpha}{۱ - \tan\alpha} = \frac{۱ + \frac{۲}{۳}}{۱ - \frac{۲}{۳}} = ۵$$

۳۹ - گزینه ۳ دورهٔ تناوب تابع $y = \sin kx$ برابر $\frac{۲\pi}{|k|}$ می‌باشد.

$$y = a\ \sin(b\pi x) \rightarrow T = \frac{۲\pi}{|b|\,\pi} = \frac{۲}{|b|} = ۶ \rightarrow |b| = \frac{۱}{۳} \rightarrow b = \pm\frac{۱}{۳}$$

با توجه به شکل داده‌شده a و b هر دو مثبت یا هر دو منفی هستند و چون همهٔ گزینه‌ها مثبت می‌باشند پس $b = \frac{۱}{۳}$ قابل‌قبول است. بیشترین مقدار این تابع از روی شکل ۲ می‌باشد و بیشترین مقدار $y = a\sin(b\pi x)$ زمانی رخ می‌دهد که سینوس برابر ۱ باشد

بنابراین $a = ۲$ است پس $a + b = ۲ + \frac{۱}{۳} = \frac{۷}{۳}$

۴۰ - گزینه ۱

$$۲\sin^۲x + ۳\cos x = ۰ \to ۲(۱ - \cos^۲x) + ۳\cos x = ۰$$
$$\to ۲ - ۲\cos^۲x + ۳\cos x = ۰ \to ۲\cos^۲x - ۳\cos x - ۲ = ۰$$
$$\xrightarrow{\cos x = A} ۲A^۲ - ۳A - ۲ = ۰ \to \Delta = b^۲ - ۴ac = ۹ + ۱۶ = ۲۵$$
$$\to \begin{cases} \cos x = \dfrac{۳+۵}{۴} = ۲ \to (-۱ \le \cos x \le ۱) \text{ امکان ندارد} \\ \cos x = \dfrac{۳-۵}{۴} = -\dfrac{۱}{۲} = \cos\dfrac{۲\pi}{۳} \xrightarrow{x = ۲k\pi \pm \alpha} x = ۲k\pi \pm \dfrac{۲\pi}{۳} \end{cases}$$

۴۱ - گزینه ۴ برای پیدا کردن نقاط برخورد نمودار تابع $y = ۳\sin(\frac{\pi}{۴} - ۲x)$ با محور xها روی بازه‌ی $\left[-\pi, \frac{۳\pi}{۲}\right]$، کافی است معادله‌ی $۳\sin(\frac{\pi}{۴} - ۲x) = ۰$ را روی بازه‌ی مورد نظر حل کنیم. داریم:

$$۳\sin(\frac{\pi}{۴} - ۲x) = ۰ \Rightarrow \sin(\frac{\pi}{۴} - ۲x) = ۰$$
$$\xrightarrow{\text{حالت خاص}} \frac{\pi}{۴} - ۲x = k\pi \Rightarrow -۲x = k\pi - \frac{\pi}{۴} \Rightarrow x = \frac{\pi}{۸} - \frac{k\pi}{۲}$$

حال، جواب‌های قابل قبول x را که در بازه‌ی $\left[-\pi, \frac{۳\pi}{۲}\right]$ قرار دارند به دست می‌آوریم:

$$k = ۲ \Rightarrow x = \frac{\pi}{۸} - \pi = -\frac{۷\pi}{۸} \quad , \quad k = ۱ \Rightarrow x = \frac{\pi}{۸} - \frac{\pi}{۲} = -\frac{۳\pi}{۸}$$
$$k = ۰ \Rightarrow x = \frac{\pi}{۸} \quad , \quad k = -۱ \Rightarrow x = \frac{\pi}{۸} + \frac{\pi}{۲} = \frac{۵\pi}{۸}$$
$$k = -۲ \Rightarrow x = \frac{\pi}{۸} + \pi = \frac{۹\pi}{۸}$$

در نتیجه، پنج جواب قابل قبول وجود دارد.

۴۲ - گزینه ۱ می‌دانیم دوره‌ی تناوب تابع $y = a\cos bx$ برابر $T = \frac{۲\pi}{|b|}$ است. از روی شکل مشخص است که دوره‌ی تناوب تابع برابر ۴π است.

$$T = \frac{۲\pi}{|b|} \to ۴\pi = \frac{۲\pi}{|m|} \to ۲ = \frac{۱}{|m|} \to |m| = \frac{۱}{۲} \to m = \frac{۱}{۲}, m = -\frac{۱}{۲}$$

چون $\cos(-\alpha) = \cos\alpha$ است فرقی نمی‌کند که $m = \frac{۱}{۲}$ یا $m = -\frac{۱}{۲}$ باشد.

$$y = \frac{۱}{۲} + ۲\cos(\frac{۱}{۲}x) \to y(\frac{۱۶\pi}{۳}) = \frac{۱}{۲} + ۲\cos(\frac{۱}{۲} \times \frac{۱۶\pi}{۳}) = \frac{۱}{۲} + ۲\cos\frac{۸\pi}{۳}$$
$$\to y(\frac{۱۶\pi}{۳}) = \frac{۱}{۲} + ۲\cos(۲\pi + \frac{۲\pi}{۳}) = \frac{۱}{۲} + ۲\cos\frac{۲\pi}{۳} = \frac{۱}{۲} + ۲(\frac{-۱}{۲}) = \frac{۱}{۲} - ۱ = -\frac{۱}{۲}$$

۴۳ - گزینه ۴ می‌دانیم دوره‌ی تناوب تابع $y = a\sin bx$ برابر $T = \frac{۲\pi}{|b|}$ است. از روی شکل مشخص است که دوره‌ی تناوب تابع برابر $\frac{۲\pi}{۳}$ است.

$$T = \frac{۲\pi}{|b|} \to \frac{۲\pi}{۳} = \frac{۲\pi}{|m|} \to |m| = ۳ \to m = ۳, \ m = -۳$$

از طرفی تابع در همسایگی راست $x = ۰$ نزولی است پس $m > ۰$ است یعنی $m = ۳$ قابل قبول است.

$$y = ۱ - \sin ۳x \to y(\frac{۷\pi}{۶}) = ۱ - \sin\frac{۲۱\pi}{۶} = ۱ - \sin\frac{۷\pi}{۲} = ۱ - \sin(۴\pi - \frac{\pi}{۲})$$
$$= ۱ - \sin(-\frac{\pi}{۲}) = ۱ - (-۱) = ۲$$

۴۴ - گزینه ۱

می‌دانیم: $\boxed{\sin u\cos u = \frac{۱}{۲}\sin ۲u}$

$$\sin(\frac{\pi}{۲} + \alpha)\sin(\pi + \alpha) - \sin(\pi - \alpha)\cos(-\alpha) = \cos\alpha(-\sin\alpha) - \sin\alpha\ \cos\alpha = -۲\sin\alpha\ \cos\alpha = -\sin ۲\alpha$$

۴۵ - گزینه ۳ می‌دانیم که $\sin a\cos a = \frac{۱}{۲}\sin ۲a$ است پس $y = ۱ + \frac{a}{۲}\sin ۲bx$ است. و می‌دانیم در تابع $y = a\sin bx + c$، دورهٔ تناوب $T = \frac{۲\pi}{|b|}$ و $Max = |a| + c$ است.

$$Max = \frac{۳}{۲} \to \left|\frac{a}{۲}\right| + ۱ = \frac{۳}{۲} \to \left|\frac{a}{۲}\right| = \frac{۱}{۲} \to a = \pm ۱$$

چون فاصلهٔ دو مینیمم متوالی، دورهٔ تناوب اصلی منحنی است، پس:

چون در شکل داده شده بعد از $x = ۰$ نمودار در حال صعود است پس a, b هم‌علامتند، یعنی:

$$T = \frac{۳\pi}{۴} - (-\frac{\pi}{۴}) = \pi \rightarrow \frac{۲\pi}{|۲b|} = \pi \rightarrow |b| = ۱ \rightarrow b = \pm ۱$$

$$a = ۱ \rightarrow b = ۱ \rightarrow a + b = ۲ \text{ یا } a = -۱ \rightarrow b = -۱ \rightarrow a + b = -۲$$