# پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱ تنها مورد «هـ» کاملاً صحیح است.

بررسی موارد:

مورد الف) به آکسون‌ها یا دندریت‌های بلند، رشتهٔ عصبی گفته می‌شود.

مورد ب) هر عصب، مجموعی از آکسون‌ها یا دندریت‌ها یا هر دوی آن‌هاست.

مورد ج) جسم پینه‌ای، دسته‌ای از رشته‌های عصبی است که دو نیم‌کرهٔ مخ را به هم متصل می‌کند.

مورد د) نخاع، مغز را به دستگاه عصبی محیطی متصل می‌کند.

مورد هـ) غلاف میلین به‌عنوان یک عایق، به‌عنوان مانعی در مقابل تغییر پتانسیل غشای سلول عصبی میلین دار محسوب می‌شود.

۲ - گزینه ۲ اتصال ناقل عصبی به گیرندهٔ ویژه‌اش در سلول پس‌سیناپسی به واسطهٔ مکمل بودن ساختار ناقل عصبی با گیرنده اتفاق می‌افتد و نیاز به انرژی ندارد.

ساخت مولکول ناقل عصبی در داخل سلول، برقراری پتانسیل آرامش با استفاده از پمپ سدیم-پتاسیم و آزادسازی ناقل عصبی به فضای سیناپسی با اگزوسیتوز فرآیندهایی انرژی‌خواه می‌باشند و به انرژی $ATP$ نیاز دارد.

۳ - گزینه ۲ موارد الف و ب و ج صحیح‌اند.

مخچه همانند مخ دارای سطح خارجی خاکستری است و در پشت پل‌مغزی قرار دارد و جهت تعادل بدن پیام‌هایی از گوش درونی دریافت می‌کند. موقعیت مخچه در مجاورت لوب پس‌سری است نه در زیر جسم پینه‌ای (رد مورد د). فعالیت مخچه غیرارادی است و فعالیت هوشمندانهٔ ماهیچه‌ها به‌عهدهٔ مخ می‌باشد. (رد مورد هـ)

۴ - گزینه ۴ ناقل‌های عصبی تحریکی و یا مهاری هستند. ناقل‌های عصبی تحریکی پس از رسیدن به یاخته‌های پس‌سیناپسی، سبب باز شدن کانال‌های پروتئینی شده و ناقل عصبی سبب تغییر نفوذپذیری غشای یاختهٔ پس‌سیناپسی می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): پس از انتقال پیام، مولکول‌های ناقل باقی‌مانده، باید از فضای سیناپسی تخلیه شوند تا از انتقال بیش از حد پیام جلوگیری و امکان انتقال پیام‌های جدید فراهم شود. این کار با جذب دوبارهٔ ناقل به یاختهٔ پیش‌سیناپسی انجام می‌شود، همچنین آنزیم‌هایی ناقل عصبی را تجزیه می‌کنند.

گزینهٔ (۲): ناقل عصبی در یاخته‌های عصبی ساخته و درون ریزکیسه‌ها ذخیره می‌شود.

گزینهٔ (۳): گیرندهٔ ناقل‌های عصبی در غشا و سطح یاختهٔ پس‌سیناپسی قرار دارد.

۵ - گزینه ۳ رشتهٔ عصبی به آکسون‌ها یا دندریت‌های بلند گفته می‌شود. موارد الف، ب و ج صحیح است.

بررسی موارد:

الف) درست - اگر رشتهٔ عصبی دندریت بلند باشد پیام می‌تواند از دندریت به جسم سلولی در یک نورون هدایت شود.

ب) درست - اگر رشتهٔ عصبی آکسون بلند باشد، پیام عصبی را می‌تواند از آکسون به جسم سلولی نورون دیگر منتقل کند.

ج) درست - اگر رشتهٔ عصبی آکسون بلند باشد پیام عصبی می‌تواند از جسم سلولی نورون به آکسون بلند همان نورون هدایت شود.

د) نادرست - جسم سلولی و دندریت قادر به انتقال پیام از یک نورون به نورون دیگر نیست و فقط پایانه‌های آکسونی چنین قابلیتی دارند.

۶ - گزینه ۴ بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): اغلب گیرنده‌های حسی در پوست توسط پوششی از بافت پیوندی احاطه شده‌اند ولی گیرنده‌های درد این پوشش را ندارند.

گزینه‌های (۲) و (۳): گیرنده‌های حسی موجود در سر، از طریق نخاع با مغز ارتباط ندارند. این گیرنده‌ها مستقیماً به مغز اطلاع‌رسانی می‌کنند.

۷ - گزینه ۲ فقط موارد (ب) و (د) درست هستند. منظور از لایهٔ میانی چشم انسان، مشیمیه، ماهیچهٔ مژگانی و عنبیه است.

بررسی موارد:

مورد الف) مربوط به صلبیه (لایهٔ خارجی کرهٔ چشم) است که در جلوی چشم قرنیه را می‌سازد.

مورد ب) عنبیه، بخشی از لایهٔ میانی در جلوی عدسی است که با ماهیچه‌های صاف خود به تغییرات مقدار نور محیط پاسخ می‌دهد. در نور کم باعث گشاد شدن مردمک و در نور زیاد باعث تنگ شدن آن می‌شود.

مورد ج) مایع شفاف جلوی عدسی همان زلالیه است که نقشی در تغذیهٔ مشیمیه ندارد. مشیمیه توسط رگ‌های خونی خودش تغذیه می‌شود (زلالیه به تغذیهٔ قرنیه و عدسی کمک می‌کند).

مورد د) مشیمیه در پشت عدسی در تماس با شبکیه قرار دارد که شبکیه شامل گیرنده‌های نوری و نورون‌ها است.

۸ - گزینه ۱ تنها مورد (د) به درستی بیان شده است.

بررسی موارد:

مورد الف) هنگام پتانسیل عمل، از $-70$ تا صفر، اختلاف پتانسیل بین دو سوی غشای نورون که به اندازهٔ ۷۰ است، کاهش می‌یابد. بنابراین اگر نورونی در حال استراحت باشد، با تحریک‌شدن آن و ایجاد پیام عصبی، اختلاف پتانسیل دو سوی غشا کاهش می‌یابد.

حال افزایش اختلاف پتانسیل نورون در حال استراحت به معنای مهارشدن نورون است که تولید پیام عصبی را در پی نخواهد داشت.

مورد ب) در نوک قلهٔ منحنی، در مدت زمان بسیار کوتاهی هر دو نوع کانال‌های دریچه‌دار بسته می‌شوند و پس از آن کانال‌های دریچه‌دار پتاسیمی باز شده و پتاسیم به بیرون یاخته سرازیر می‌شود. اما توجه کنید که در تمامی شرایط و در هر قسمتی از منحنی، همواره میزان سدیم در بیرون و میزان پتاسیم در درون یاخته بیشتر می‌باشد.

مورد ج) فعالیت پمپ‌های غشایی موجب می‌شود یون سدیم به بیرون و یون پتاسیم به درون یاخته با صرف انرژی زیستی آورده شوند. در طی فرآیند انعقاد خون، از عوامل مورد نیاز برای ایجاد لختهٔ خون ویتامین $K$ می‌باشد؛ نه یون پتاسیم و سدیم.

مورد د) بیشترین تجمع یون‌ها درون یاخته در قلهٔ منحنی و پس ازبسته شدن کانال‌های دریچه‌دار سدیمی رخ داده است. بلافاصله پس از قلهٔ منحنی، اختلاف پتانسیل دو سوی غشای نورون کاهش و به سمت صفر میل می‌کند.

۹ - گزینه ۲ موارد الف و د صحیح هستند.

بررسی موارد:

موارد الف و ب) بخش پیکری دستگاه عصبی محیطی پیام‌های عصبی را به ماهیچه‌های اسکلتی جهت انجام حرکات ارادی و گاهی غیر ارادی می‌رسانند و نقشی در تنظیم ترشحات غده‌ها ندارند.

مورد ج) بخش خودمختار دستگاه عصبی محیطی، کار ماهیچه‌های صاف، ماهیچهٔ قلب و غده‌ها را به‌صورت ناآگاهانه تنظیم می‌کند.

مورد د) همان‌طور که گفته شد، بخش پیکری پیام عصبی را به ماهیچه‌های اسکلتی می‌رساند. فعالیت این ماهیچه‌ها به شکل ارادی و غیر ارادی (انعکاس عقب کشیدن دست) تنظیم می‌شود. فعالیت ماهیچه‌های اسکلتی به شکل انعکاسی نیز تنظیم می‌شود.

۱۰ - گزینه ۴ میلین تماس غشای نورون‌ها را با محیط اطراف کم می‌کند، به طوری که غشای نورون فقط در محل گره‌های رانویه در تماس مستقیم با مایع اطراف قرار می‌گیرد. به همین دلیل در حین هدایت، پیام عصبی از یک گرهٔ رانویه به گرهٔ دیگر جهش می‌یابد.

۱۱ - گزینه ۲ موارد ج و د به درستی عبارت سؤال را تکمیل نمی‌کنند.

بررسی موارد:

الف) اجسام مخطط درون نیمکره‌های مخ گوسفند دیده می‌شود.

ب) مغز میانی در بالای پل‌مغزی دیده می‌شود.

ج) برجستگی‌های چهارگانه، در زیر (نه درون) بطن‌های ۱ و ۲ قرار دارند.

د) بطن‌های ۱ و ۲ بالاتر (نه پایین‌تر) از درخت زندگی دیده می‌شوند.

۱۲ - گزینه ۴ بخش شفاف لایهٔ خارجی چشم (لایهٔ صلبیه)، قرنیه نام دارد. قرنیه دارای سلول‌های زنده است و مانند تمام سلول‌های زندهٔ بدن، تنفس سلولی انجام می‌دهد و توانایی تولید و ذخیره $ATP$ را دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): قرنیه مواد دفعی خود را ابتدا وارد زلالیه می‌کند.

گزینهٔ (۲): در تماس مستقیم با مایع شفاف به نام زلالیه است.

گزینهٔ (۳): نور پس از قرنیه، از زلالیه و سوراخ مردمک عبور کرده و به عدسی می‌رسد.

۱۳ - گزینه ۲ «نوروگلیا» سلول‌های غیرعصبی و هسته‌دار هستند. برخی از آن‌ها سلول‌های عصبی را عایق می‌کنند و برخی دیگر در تغذیه‌ی نورون‌ها نقش دارند و برخی دیگر از نورون‌ها محافظت می‌کنند. هیچ‌یک از آن پیام عصبی منتقل نمی‌کنند.

۱۴ - گزینه ۲ (الف) و (ب) صحیح هستند.

در عنبیه، به دلیل وجود ماهیچه‌ها، تولید و ذخیرهٔ انرژی $(ATP)$ وجود دارد و چون مردمک را تنگ و گشاد می‌کنند، به‌طور غیرمستقیم در تحریک گیرنده‌ها نقش دارند.

بررسی سایر موارد:

مورد ج) ماهیچه‌های عنبیه در تغییر قطر عدسی و در نتیجه در تطابق نقشی ندارند.

مورد د) عنبیه در جلوی عدسی قرار دارد نه در پشت عدسی و بخشی از لایهٔ میانی است نه مشیمیه.

۱۵ - گزینه ۴ فعال شدن اعصاب سمپاتیک تعداد حرکات تنفسی را افزایش می‌دهد. بنابراین غیرفعال شدن اعصاب سمپاتیک، نتیجه‌ای عکس دارد.

۱۶ - گزینه ۲

با توجه به رابطه داده شده در صورت سؤال می‌توان نوشت:

$$H_۳O^+ = ۴ \times ۱۰^{+۸}[OH^-]$$

$$۱۰^{-۱۴} = [H_۳O^+][OH^-] = [H_۳O^+] \times \frac{[H_۳O^+]}{۴ \times ۱۰^{+۸}} \Rightarrow [H_۳O^+]^۲ = ۴ \times ۱۰^{-۶} \Rightarrow [H_۳O^+] = ۲ \times ۱۰^{-۳} mol \cdot L^{-۱}$$

$pH$ محلول برابر است با:

$$\Rightarrow pH = -\log[H_۳O^+] = -\log ۲ \times ۱۰^{-۳} = ۳ - \log ۲ = ۳ - ۰/۳ = ۲/۷$$

۱۷ - گزینه ۲ بررسی عبارت اول: نادرست است.

چون $E^\circ_{Cu^{۲+}/Cu} > E^\circ_{Ni^{۲+}/Ni}$ است. بنابراین $Cu$ کاتد (قطب مثبت) بوده و کاهش می‌یابد و $Ni$ آند (قطب منفی) بوده و کاهش جرم خواهد داشت.

بررسی عبارت دوم: درست است.

نکته: جهت حرکت یون از دیواره‌ی متخلخل: ۱− آنیون از کاتد به سمت آند است. ۲− کاتیون از آند به سمت کاتد است.

و جهت حرکت الکترون از مدار بیرونی (سیم) از آند به سمت کاتد است.

بررسی عبارت سوم: درست است.

نکته: قطب $(+)$ سلول باید به قطب $(+)$ ولت‌سنج و قطب $(-)$ سلول به قطب $(-)$ ولت‌سنج وصل شود.

قطب‌های ولت سنج به‌صورت درست مشخص شده‌اند.

واکنش $Ni + Cu^{۲+} \rightarrow Ni^{۲+} + Cu$ خودبه‌خودی است زیرا $E^\circ_{\text{سلول}}$ در آن عددی مثبت است.

$$E^\circ_{\text{سلول}} = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}} = E^\circ_{Cu} - E^\circ_{Ni} = ۰/۳۴ - (-۰/۲۵) = +۰/۵۹V$$

بررسی عبارت چهارم: نادرست است.

با گذشت زمان، غلظت الکترولیت آندی، افزایش و غلظت الکترولیت کاتدی، کاهش می‌یابد.

۱۸ - گزینه ۳ هرچه مقدار عددی $K_a$ بزرگ‌تر باشد، قدرت اسیدی بیشتر است. بنابراین قدرت اسیدی $HSO_۴^-$ از $HF$ بیشتر است. در شرایط یکسان $\alpha$ و غلظت یون $H_۳O^+$ نیز برای

$HSO_4^-$ بیشتر است.

در نتیجه $pH$ محلول $HF$ بزرگ‌تر از محلول $HSO_4^-$ است.

۱۹ - گزینه ۳ به عنوان مثال آمونیاک $(NH_3)$، پس از حل شدن در آب، سبب افزایش غلظت یون هیدروکسید می‌شود، اما در ساختار خود اکسیژن ندارد.

۲۰ - گزینه ۲

$$2Al(s) + 3Cu^{2+}(aq) \rightarrow 2Al^{3+}(aq) + 3Cu(s) \sim 6e$$

$$10/836 \times 10^{22}e \times \frac{1mol\ e}{6/02 \times 10^{23}e} \times \frac{2mol\ Al^{3+}}{6mol\ e} \times \frac{27g\ Al^{3+}}{1mol\ Al^{3+}} = 1/62g$$

۲۱ - گزینه ۳ با توجه به رابطهٔ زیر غلظت یون هیدروکسید و محلول باز قوی را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{[OH^-]}{[H^+]} = 10^{10}$$

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow 10^{-10}[OH^-]^2 = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = 10^{-2}\frac{mol}{L}$$

واکنش انجام شده به صورت $H^+ + OH^- \rightarrow H_2O$ است:

$$100mL\frac{1L}{1000mL} \times \frac{0/01\ mol\ OH^-}{\text{محلول } 1L} \times \frac{molH^+}{1molOH^-} \times \frac{1mol\ HCl}{1mol\ H^+} = 10^{-3}mol$$

۲۲ - گزینه ۳

$$2Ag^+(aq) + Cu(s) \rightarrow 2Ag(s) + Cu^{2+}(aq)$$

$$6/022 \times 10^{21} = 0/01mole$$

جرم نقرهٔ کاهش یافته $= 0/01molAg \times \frac{108gAg}{1molAg} = 1/08gAg$

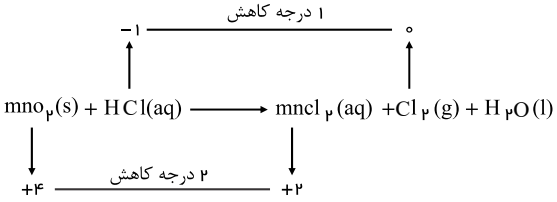
جرم مس اکسید شده $= 0/01mole \times \frac{1molCu}{2mole} = \frac{63/5gCu}{1molCu} \simeq 0/318gCu$

تغییر جرم فنر $= 1/08g - 0/318g = 0/762g$

$$Cu^{2+} \quad \text{غلظت} \quad = \frac{\frac{0/01}{2}}{0/2} = 0/025mol \cdot L^{-1}$$

۲۳ - گزینه ۴

عدد اکسایش منگنز کاهش یافته و اکسنده است و عدد اکسایش کلر افزایش یافته و کاهنده است.




۲۴ - گزینه ۳ $HF$ جزو اسیدهای ضعیف به‌شمار می‌رود و در آب به میزان کمی یونش می‌یابد. می‌توان گفت در آب هم به‌صورت مولکولی و هم به صورت یونی حل می‌شود. اگر تعداد مولکول $HF$ که یونش یافته را $x$ در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

| | $HF(aq)$ | $\rightleftharpoons H^+(aq)$ | $+ F^-(aq)$ |
|---|---|---|---|
| در ابتدا : | ۲۰۰ | ۰ | ۰ |
| در تعادل : | $200 - x$ | $x$ | $x$ |

$$200 - x + x + x = 260 \Rightarrow x = 60$$

$$\alpha = \frac{\text{شماره مولکول‌های یونش یافته}}{\text{شمار کل مولکول‌های حل شده}} \Rightarrow \alpha = \frac{60}{200} = 0/3$$

۲۵ - گزینه ۴ پتاسیم اکسید با آب واکنش داده، پتاسیم هیدروکسید تولید می‌کند و محیط بازی می‌شود. ابتدا تعداد مول‌های $KOH$ ایجاد شده را بدست می‌آوریم:

$$K_2O(s) + H_2O(l) \rightarrow 2KOH(aq)$$

$$?molKOH = 188mgK_2O \times \frac{10^{-3}gK_2O}{1mgK_2O} \times \frac{1molK_2O}{94gK_2O} \times \frac{2molKOH}{1molK_2O} = 4 \times 10^{-3}molKOH$$

چون باز قوی و تک‌ظرفیتی است:

$$[KOH] = [OH^-] = \frac{4 \times 10^{-3}mol}{2 \times 10^{-1}L} = 2 \times 10^{-2}mol \cdot L^{-1}$$

$$[H_3O^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow 2 \times 10^{-2}[H_3O^+] = 10^{-14} \Rightarrow [H_3O^+] = 5 \times 10^{-13}mol \cdot L^{-1}$$

$$pH = -\log(5 \times 10^{-13}) = 12/3$$

۲۶ - گزینه ۱ در اینجا ظرفیت ثابت، بار متغیر و درنتیجه انرژی نیز تغییر کرده، پس داریم:

$$U = \frac{۱}{۲}\frac{Q^۲}{C}$$

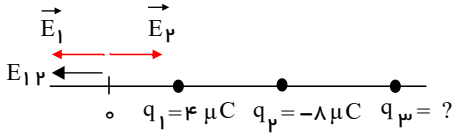
$$\frac{(۱٫۲۵Q)^۲}{۲\times ۵} - \frac{Q^۲}{۲\times ۵} = ۹۰$$

$$\frac{۰٫۵۶۲۵Q^۲}{۱۰} = ۹۰ \Rightarrow Q = ۴۰\mu C$$

$$V = \frac{Q}{C}$$

$$V = \frac{۴۰}{۵} = ۸V$$

۲۷ - گزینه ۲ ابتدا برایند دو میدان $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۲$ را حساب می‌کنیم؛ سپس میدان را طوری مشخص می‌کنیم که برایند $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۲$ را خنثی کند.




$$E = \frac{kq_۱}{r^۲} \Rightarrow \begin{cases} E_۱ = \frac{۹\times ۱۰^۹ \times ۴\times ۱۰^{-۶}}{۳۶\times ۱۰^{-۴}} = ۱۰^۷ \frac{N}{C} \\ E_۲ = \frac{۹\times ۱۰^۹ \times ۸\times ۱۰^{-۶}}{۱۴۴\times ۱۰^{-۴}} = \frac{۱}{۲}\times ۱۰^۷ \frac{N}{C} \end{cases}$$

$$\Rightarrow E_{۱۲} = E_۱ - E_۲ = \frac{۱}{۲}\times ۱۰^{-۷}$$

بنابراین اگر بخواهیم میدان برایند درنقطهٔ $x = ۰$، صفرشود، باید $\vec{E}_۳$ خلاف‌جهت و برابند برابر $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۲$ باشد، پس $q_۳$ نیز منفی است و اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$E_{۱۲} = E_۳ \Rightarrow \frac{۱}{۲}\times ۱۰^۷ = \frac{kq}{r^۲} \Rightarrow \frac{۱}{۲}\times ۱۰^۷ = \frac{۹\times ۱۰^۹ \times q_۳}{۳۲۴\times ۱۰^{-۴}}$$

$$\Rightarrow q_۳ = ۱۸\times ۱۰^{-۶} = ۱۸\mu C \xrightarrow{\text{با توجه به توضیحات بالا}} q_۳ = -۱۸\mu C$$

۲۸ - گزینه ۴

نکته: در یک میدان یکنواخت اختلاف پتانسیل از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\Delta V = -Ed\cos\theta$$

اگر جابه‌جایی در راستای میدان باشد ( $\theta = ۱۸۰^\circ$ یا $\theta = ۰^\circ$ ) اندازهٔ اختلاف پتانسیل از رابطهٔ ساده‌شدهٔ زیر حساب می‌شود:

$$|\Delta V| = Ed$$

و همین‌طور برای میدان داریم:

$$E = \frac{|\Delta V|}{d}$$

$$E = \frac{\Delta V}{d} \Rightarrow \Delta V = Ed \Rightarrow V_A - V_B = Ed_{AB} = ۳۰۰۰(\frac{۲}{۱۰۰}) = ۶۰V$$

دقت کنید چون $V_A > V_B$ پس جواب آخر، مثبت به‌دست می‌آید.

۲۹ - گزینه ۲ با توجه به قانون دوم نیوتون، در ابتدا برایند نیروهای وارد بر جسم را یافته و سپس از آن با استفاده از جمع برداری نیروها، نیروی $\vec{f}_۴$ و در نهایت بزرگی آن را محاسبه می‌کنیم.

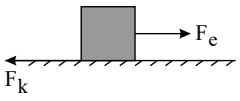
$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_{net} = ۵(-۴\vec{i} + ۳\vec{j}) \Rightarrow \vec{F}_{net} = -۲۰\vec{i} + ۱۵\vec{j}$$

$$\vec{F}_{net} = \vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ + \vec{F}_۳ \Rightarrow -۲۰\vec{i} + ۱۵\vec{j} = -۱۵\vec{i} + ۸\vec{j} - ۲۱\vec{i} + ۱۹\vec{j} + \vec{F}_۳$$

$$\vec{F}_۳ = -۲۰\vec{i} + ۱۵\vec{j} + ۱۵\vec{i} - ۸\vec{j} + ۲۱\vec{i} - ۱۹\vec{j} \Rightarrow \vec{F}_۳ = ۱۶\vec{i} - ۱۲\vec{j}$$

$$\Rightarrow F_۳ = \sqrt{(۱۶)^۲ + (-۱۲)^۲} = ۲۰N$$

۳۰ - گزینه ۱




چون سرعت ثابت است، نیروهای وارد بر جسم متوازن‌اند، یعنی نیروی محرک $F$ و نیروی مقاوم اصطحکاک جنبشی هم اندازه‌اند.

$$\vec{v} = \text{ثابت} \rightarrow \vec{a} = \vec{۰} \rightarrow \vec{F}_{net} = m\vec{a} = \vec{۰}$$

$$F_e - f_k = ۰ \rightarrow F_e = f_k$$

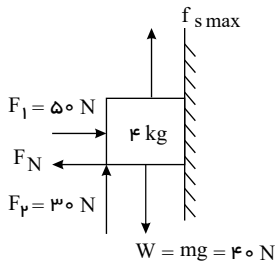
$f_k = k\Delta x = \mu_k \times mg$

$\mu_k \times ۵۰ = ۲۰۰ \times \frac{۵}{۱۰۰} \Rightarrow ۵۰\mu_k = ۱۰ \Rightarrow \mu_k = ۰/۲$

**۳۱ - گزینه ۲** هنگامی‌که جسم در آستانهٔ حرکت رو به پایین است، اصطکاک ایستایی بیشینه و رو به بالا است بنابراین:

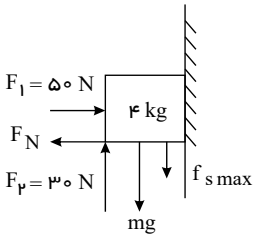
$F_{net,y} = ۰ \rightarrow f_{smax} + ۳۰ - ۴۰ = ۰$

$f_{smax} = ۱۰$




اگر جسم در آستانهٔ حرکت رو به بالا قرار گیرد داریم:

$\begin{cases} F_{net,x} = ۰ \rightarrow F_N = F_۱ = ۵۰N \\ F_{net,y} = ۰ \rightarrow ۳۰ - ۱۰ - mg = ۰ \rightarrow mg = ۲۰N \rightarrow m = ۲kg \end{cases}$

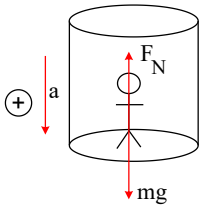



بنابراین جرم جسم باید $۲kg(۴ - ۲ = ۲)$ یا همان $۲۰۰۰g$ کاهش یابد.

**۳۲ - گزینه ۴** آسانسورحرکت تند شونده به پایین دارد بنابراین، شتاب حرکت روبه پایین است و داریم:

$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_N = ma \Rightarrow F_N = m(g - a)$

$F_N = ۸۰(۱۰ - ۲) \Rightarrow F_N = ۶۴۰N$

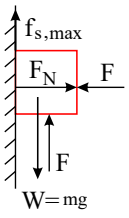



**۳۳ - گزینه ۱** وقتی جسم در آستانهٔ حرکت رو به پایین قرار دارد، نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه به طرف بالا بر جسم وارد می‌شود و داریم:

$(F_{net})_x = ۰ \Rightarrow F_N = F \qquad (*)$

$(F_{net})_y = ۰ \Rightarrow F + f_{s,max} = W \Rightarrow F + \mu_s F_N = mg$

$\xrightarrow{(*)} F + \mu_s F = mg \Rightarrow F = \frac{mg}{۱ + \mu_s} \Rightarrow F = \frac{۲ \times ۱۰}{۱ + ۰/۵} \Rightarrow F = \frac{۴۰}{۳}N$




**۳۴ - گزینه ۱** به جسم دو نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا اثر می‌کنند، با استفاده از قانون دوم نیوتون، داریم:

نیروی مقاومت هوا $f = \frac{۱}{۵}mg \Rightarrow F_{net} = mg - f = \frac{۴}{۵}mg = ma$

$\Rightarrow a = \frac{۴}{۵}g = ۸\frac{m}{s^۲}$

حال با استفاده از معادلهٔ سرعت - جابه‌جایی، داریم:

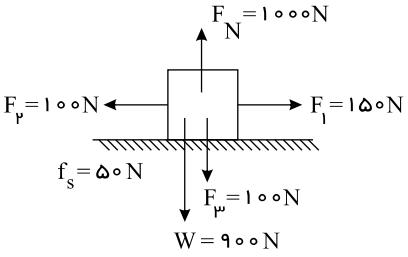
$v^۲ - ۰ = ۲ \times a \times \Delta x \Rightarrow v^۲ = ۲ \times ۸ \times ۱۰۰ \Rightarrow v = ۴۰\frac{m}{s}$

**۳۵ - گزینه ۳**

ابتدای نیروی عمودی تکیه‌گاه وپس از $f_{smax}$ را محاسبه می‌کنیم. اگر برآیند دو نیروی افقی $F_۱$ و $F_۲$ بزرگتر یا مساوی $f_{smax}$ باشد، جسم حرکت می‌کند، در غیر اینصورت ساکن می‌ماند.

بنابراین داریم:

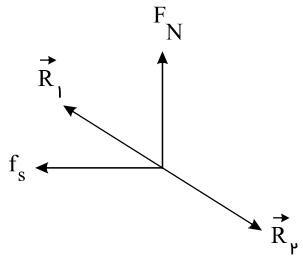
$F_{net} = ma \rightarrow F_N - F_۳ - mg = ۰ \rightarrow F_N = F_۳ + mg$




$F_N = ۱۰۰ + ۹۰ \times ۱۰ = ۱۰۰۰N$

$f_{s,max} = \mu_s F_N = ۰/۶ \times ۱۰۰۰ = ۶۰۰N$

برایند دو نیروی $\vec{F_۱}$ و $\vec{F_۲}$ را به‌دست می‌آوریم:




$F_{net} = F_۲ - F_۱ = ۱۵۰ - ۱۰۰ = ۵۰N$

$F_{net} < f_{s,max} \rightarrow$ جسم ساکن است $\rightarrow f_s = F_{net} = ۵۰N \xrightarrow{\text{نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند}} \vec{R_۱} = -f_s\vec{i} + F_N\vec{j}$

$\vec{R_۱} = -۵۰\vec{i} + ۱۰۰۰\vec{j} \rightarrow \vec{R_۲} = -\vec{R_۱} = ۵۰\vec{i} - ۱۰۰۰\vec{j}$

**۳۶ - گزینه ۱**

می‌دانیم: $y = \sin ax \xrightarrow{\text{دوره‌ی تناوب}} T = \frac{۲\pi}{|a|}$

$y = a + \cos(-\frac{۱}{۲} + bx)\pi \rightarrow y = a + \cos(\frac{-\pi}{۲} + \pi bx)$

$\rightarrow y = a + \cos(\frac{\pi}{۲} - \pi bx) \xrightarrow{\cos(\frac{\pi}{۲}-\alpha)=\sin\alpha} y = a + \sin \pi bx$

$\xrightarrow{\text{با توجه به شکل}} \frac{۳}{۲}T = ۹ \rightarrow T = ۶ \rightarrow \frac{۲\pi}{|b\pi|} = ۶ \rightarrow |b| = \frac{۱}{۳} \rightarrow b = \pm\frac{۱}{۳}$

چون بلافاصله بعد از محور عرض، نمودار نزول پیدا می کند، بنابراین ضریب کمان سینوس باید منفی باشد پس $b = \frac{-۱}{۳}$ است.

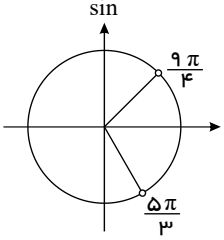
$f(x) = a + \sin(\frac{-\pi}{۳}x) \xrightarrow{\text{صدق } \left|{}^{۰}_{۱}\right.} ۱ = a + ۰ \rightarrow a = ۱ \rightarrow f(x) = ۱ + \sin(\frac{-\pi}{۳}x) = ۱ - \sin\frac{\pi}{۳}x$

$\rightarrow f(۲۹) = ۱ - \sin\frac{۲۹\pi}{۳} = ۱ - \sin(۱۰\pi - \frac{\pi}{۳}) = ۱ - \sin(\frac{-\pi}{۳}) = ۱ + \frac{\sqrt{۳}}{۲}$

**۳۷ - گزینه ۱** با به‌دست آوردن محدودهٔ $۲x$ داریم:

$-\frac{\pi}{۱۸} < \frac{x-\pi}{۳} < \frac{\pi}{۲۴} \xrightarrow{\times ۳} -\frac{\pi}{۶} < x - \pi < \frac{\pi}{۸}$

$\xrightarrow{+\pi} \frac{۵\pi}{۶} < x < \frac{۹\pi}{۸} \xrightarrow{\times ۲} \frac{۵\pi}{۳} < ۲x < \frac{۹\pi}{۴}$




$\cos \rightarrow \begin{cases} \cos\frac{۹\pi}{۴} = \cos(۲\pi + \frac{\pi}{۴}) = \cos\frac{\pi}{۴} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \\ \cos ۰ = ۱ \\ \cos\frac{۵\pi}{۳} = \cos(۲\pi - \frac{\pi}{۳}) = \cos\frac{\pi}{۳} = \frac{۱}{۲} \end{cases}$

در این بازه، $\cos ۲x$ هریک از مقادیر بازهٔ $[۱, \frac{۱}{۲})$ را می‌تواند اختیار کند.

یعنی: $\frac{۱}{۲} < \cos ۲x \leq ۱ \Rightarrow \frac{۱}{۲} < ۲m - ۱ \leq ۱ \Rightarrow \frac{۳}{۴} < m \leq ۱$

**۳۸ - گزینه ۴** می‌دانیم که $۱ + \tan^۲ x = \frac{۱}{\cos^۲ x}$ و چون $\pi < x < \frac{۳\pi}{۲}$ است، انتهای کمان در ناحیهٔ سوم دایرهٔ مثلثاتی است و داریم:

$$\sqrt{۱ + \tan^۲ x}(۲\sin^۲ \frac{\pi}{۴} - \sin^۲ x) = \sqrt{\frac{۱}{\cos^۲ x}}\left(۲(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲ - \sin^۲ x\right) = \frac{۱}{\underbrace{|\cos x|}_{-}}(۱ - \sin^۲ x) = \frac{-۱}{\cos x}(\cos^۲ x) = -\cos x$$

**۳۹ - گزینه ۲**

می دانیم: $\boxed{\cos ۲a = ۲\cos^۲ a - ۱}$

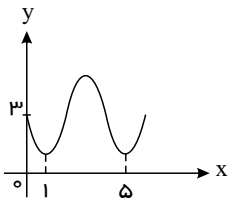
$$\tan \frac{۲\pi}{۳}\sin(\frac{۳\pi}{۲} - x) = ۱ \Rightarrow \tan(\pi - \frac{\pi}{۳})\sin(\frac{۳\pi}{۲} - x) = ۱$$

$$\Rightarrow -\tan \frac{\pi}{۳}(-\cos x) = ۱ \Rightarrow \sqrt{۳}\cos x = ۱ \Rightarrow \cos x = \frac{۱}{\sqrt{۳}}$$

$$\cos ۲x = ۲\cos^۲ x - ۱ = ۲ \times \frac{۱}{۳} - ۱ = \frac{-۱}{۳}$$

**۴۰ - گزینه ۲**

با توجه به شکل روبه‌رو به‌راحتی پی می‌بریم که دورهٔ تناوب اصلی تابع $y = a + \sin(b\pi x)$ برابر $T = ۴$ می‌باشد. از طرفی عرض از مبدأ این تابع برابر ۳ است یعنی: $f(۰) = ۳ \to a = ۳$




توجه کنید که دورهٔ تناوب تابع $y = \sin kx$ برابر $T = \frac{۲\pi}{|k|}$ است.

$$y = a + \sin(\underbrace{b\pi}_{k} x) \Rightarrow \text{دوره‌ی تناوب} = T = \frac{۲\pi}{|k|} = \frac{۲\pi}{|b\pi|} = \frac{۲}{|b|} \xrightarrow{T=۴} \frac{۲}{|b|} = ۴ \Rightarrow |b| = \frac{۱}{۲} \to b = \pm\frac{۱}{۲}$$

چون به‌ازای $x > ۰$، تابع ابتدا نزولی می‌باشد، پس مقدار $b$ منفی می‌باشد، یعنی $b = -\frac{۱}{۲}$ است. داریم:

$$y = ۳ + \sin(-\frac{۱}{۲}\pi x)$$

$$\Rightarrow y(\frac{۲۵}{۳}) = ۳ + \sin(-\frac{۲۵}{۶}\pi) = ۳ - \sin(۴\pi + \frac{\pi}{۶}) = ۳ - \sin \frac{\pi}{۶} = ۳ - \frac{۱}{۲} = ۲/۵$$

**۴۱ - گزینه ۴**

می‌دانیم $\cos(\frac{۳\pi}{۲} + x) = \sin x$، پس:

$$\frac{\sin ۳x}{\cos(\frac{۳\pi}{۲} + x)} = ۱ \to \frac{\sin ۳x}{\sin x} = ۱ \xrightarrow{\sin x \neq ۰ \to x \neq k\pi} \sin ۳x = \sin x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۳x = ۲k\pi + x \to ۲x = ۲k\pi \to x = k\pi \\ ۳x = ۲k\pi + \pi - x \to ۴x = ۲k\pi + \pi \to x = \frac{k\pi}{۲} + \frac{\pi}{۴} \end{cases}$$

چون $x \neq k\pi$ می‌باشد پس جواب $x = \frac{k\pi}{۲} + \frac{\pi}{۴}$ است.

**۴۲ - گزینه ۴** می‌دانیم: $\boxed{\cos^۲ a - \sin^۲ a = \cos ۲a\ ,\ \sin ۲a = ۲\sin a \cos a\ ,\ ۱ - \cos ۲a = ۲\sin^۲ a}$

$$\cos^۴ x - \sin^۴ x = ۱ - \sin ۲x \to \underbrace{(\cos^۲ x + \sin^۲ x)}_{۱}(\cos^۲ x - \sin^۲ x) = ۱ - \sin ۲x$$

$$\to \cos ۲x = ۱ - \sin ۲x \to \sin ۲x = ۱ - \cos ۲x \to ۲\sin x \cos x = ۲\sin^۲ x$$

$$\to ۲\sin x \cos x - ۲\sin^۲ x = ۰ \to ۲\sin x(\cos x - \sin x) = ۰$$

$$\to \begin{cases} \sin x = ۰ \xrightarrow{۰ \le x \le ۲\pi} x = ۰\ ,\ \pi\ ,\ ۲\pi \\ \cos x = \sin x \xrightarrow{\div \cos x} \tan x = \tan \frac{\pi}{۴} \xrightarrow{x = k\pi + \alpha} x = k\pi + \frac{\pi}{۴} \to x = \frac{\pi}{۴}\ ,\ \frac{۵\pi}{۴} \end{cases}$$

بنابراین معادله در بازه‌ی داده شده دارای پنج جواب است.

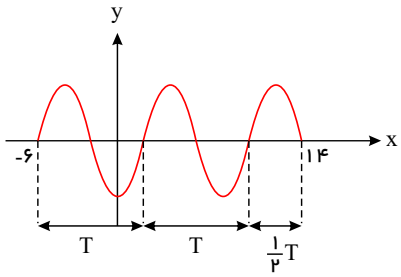
**۴۳ - گزینه ۳**

**نکته:** $\cos(\pi+\alpha) = -\cos\alpha$

ابتدا ضابطهٔ $f$ را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$f(x) = a\underbrace{\cos(\pi+bx)}_{-\cos bx} \Rightarrow f(x) = -a\cos bx$$

نمودار رسم شده، تابع را در ۲٫۵ دورهٔ تناوب نشان می دهد، پس:




$$\Rightarrow \frac{۵}{۲}T = ۱۴ - (-۶) \Rightarrow \frac{۵}{۲}T = ۲۰ \Rightarrow T = ۸$$

از طرفی دورهٔ تناوب تابع از رابطهٔ $\frac{۲\pi}{|b|}$ به‌دست می‌آید، پس:

$$\frac{۲\pi}{|b|} = ۸ \Rightarrow |b| = \frac{\pi}{۴}$$

از طرفی مقدار تابع در $x = ۰$ برابر $-۴$ است، پس:

$$f(۰) = -۴ \Rightarrow -a\underbrace{\cos ۰}_{۱} = -۴ \Rightarrow a = ۴$$

در نتیجه ضابطهٔ $f$ به‌صورت $f(x) = -۴\cos\frac{\pi x}{۴}$ یا $f(x) = -۴\cos(-\frac{\pi x}{۴})$ در می‌آید و داریم:

$$f(-\frac{۳۲}{۳}) = -۴\cos(\frac{\pi}{۴}\times\frac{-۳۲}{۳}) = -۴\cos(\frac{-۸\pi}{۳}) = -۴\cos(\frac{۸\pi}{۳})$$

$$= -۴\cos(۲\pi+\frac{۲\pi}{۳}) = -۴\cos\frac{۲\pi}{۳} = -۴\times\frac{-۱}{۲} = ۲$$

دقت کنید چون $\cos(-\theta) = \cos\theta$، جواب سؤال برای $b = -\frac{\pi}{۴}$ نیز همین است.

**۴۴ - گزینه ۲** باتوجه به $\cot\alpha = ۲$ یک رابطه بین $\sin\alpha$ و $\cos\alpha$ بدست می‌آوریم.

$$\cot\alpha = ۲ \Rightarrow \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = ۲ \xrightarrow{\sin\alpha\neq ۰} \cos\alpha = ۲\sin\alpha$$

حال در صورت تست، به جای تمام $\cos\alpha$ها، مساوی آن یعنی $۲\sin\alpha$ را قرار می‌دهیم.

$$\frac{\sin^۴\alpha + \cos^۳\alpha\sin\alpha}{۴\sin^۲\alpha\cos^۲\alpha} = \frac{\sin^۴\alpha + (۲\sin\alpha)^۳\sin\alpha}{۴\sin^۲\alpha(۲\sin\alpha)^۲}$$

$$= \frac{\sin^۴\alpha + ۸\sin^۳\alpha\sin\alpha}{۴\sin^۲\alpha\times ۴\sin^۲\alpha} = \frac{\sin^۴\alpha + ۸\sin^۴\alpha}{۱۶\sin^۴\alpha} = \frac{۹\sin^۴\alpha}{۱۶\sin^۴\alpha} = \frac{۹}{۱۶}$$

**۴۵ - گزینه ۳** به‌کمک روابط مثلثاتی داریم:

$$\tan\alpha = \frac{۴}{۳} \rightarrow \begin{cases} ۱+\tan^۲\alpha = \frac{۱}{\cos^۲\alpha} \rightarrow ۱+\frac{۱۶}{۹} = \frac{۱}{\cos^۲\alpha} \rightarrow \cos^۲\alpha = \frac{۹}{۲۵} \xrightarrow{\text{ناحیهٔ سوم}} \cos\alpha = -\frac{۳}{۵} \\ \sin^۲\alpha = ۱-\cos^۲\alpha \rightarrow \sin^۲\alpha = ۱-\frac{۹}{۲۵} = \frac{۱۶}{۲۵} \xrightarrow{\text{ناحیهٔ سوم}} \sin\alpha = -\frac{۴}{۵} \\ \cot\alpha = \frac{۳}{۴} \end{cases}$$

$$\sin(\frac{۹\pi}{۲}+\alpha) = \sin(۴\pi+\frac{\pi}{۲}+\alpha) = \sin(\frac{\pi}{۲}+\alpha) = \cos\alpha = -\frac{۳}{۵}$$

$$\cos(\frac{۷\pi}{۲}-\alpha) = \cos(۲\pi+\frac{۳\pi}{۲}-\alpha) = \cos(\frac{۳\pi}{۲}-\alpha) = -\sin\alpha = \frac{۴}{۵}$$

$$\tan(\alpha-\frac{۳\pi}{۲}) = -\tan(\frac{۳\pi}{۲}-\alpha) = -\cot\alpha = -\frac{۳}{۴}$$

$$\text{پس}: \sin(\frac{۹\pi}{۲}+\alpha)\cos(\frac{۷\pi}{۲}-\alpha) - \tan(\alpha-\frac{۳\pi}{۲}) = (-\frac{۳}{۵})(\frac{۴}{۵}) + \frac{۳}{۴} = -\frac{۱۲}{۲۵} + \frac{۳}{۴} = \frac{-۴۸+۷۵}{۱۰۰} = \frac{۲۷}{۱۰۰} = ۰٫۲۷$$