پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۲ نیروی خالصی که از طرف سطح به جسم وارد می‌شود، برایند دو نیروی عمود برهم عمودی سطح و اصطکاک است. داریم:

$$\vec{F}_N + \vec{W} = ۰ \Rightarrow F_N = W = ۶ \times ۱۰ = ۶۰N$$

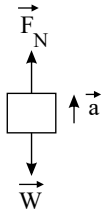
$$R^۲ = F_N^۲ + f^۲ \Rightarrow ۷۵^۲ = ۶۰^۲ + f^۲ \Rightarrow f^۲ = ۷۵^۲ - ۶۰^۲$$

$$\Rightarrow f^۲ = (۷۵ - ۶۰)(۷۵ + ۶۰) = ۱۵ \times ۱۳۵ = (۱۵ \times ۳)^۲ \Rightarrow f = ۴۵N$$

چون اندازهٔ نیروی اصطکاک وارد بر جسم کمتر از اندازهٔ نیروی F است، بنابراین جسم با شتاب ثابت به‌طرف راست در حال حرکت است و نیروی اصطکاک وارد بر آن از نوع اصطکاک جنبشی است. با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow ۹۰ - ۴۵ = ۶a \Rightarrow a = ۷/۵m/s^۲$$

۲ - گزینه ۱ الف) در حالتی که شتاب متحرک به سمت بالا است، نیرویی که از طرف فنر به جسم وارد می‌شود، به سمت بالاست و نیرویی که از طرف جسم به فنر وارد می‌شود به سمت پایین است. با توجه به قانون دوم نیوتون، اندازهٔ نیروی فنر را به دست می‌آوریم:



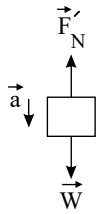
$$F_N - W = ma$$

$$\Rightarrow F_N = m(g + a) \xrightarrow[a=۲\frac{m}{s^۲}]{m=۱/۲kg,g=۱۰\frac{N}{kg}}$$

$$F_N = ۱/۲ \times ۱۲ = ۱۴/۴N \xrightarrow[Fe=k\Delta x,\Delta x=L_۱-L_۰]{F_N=-F_e,k=۴۰۰\frac{N}{m}}$$

$$۴۰۰(L_۱ - L_۰) = -۱۴/۴ \Rightarrow L_۱ = \frac{-۱۴/۴}{۴۰۰} + L_۰ \quad (I)$$

ب) در حالتی که شتاب متحرک به سمت پایین است، نیرویی که از طرف فنر به جسم وارد می‌شود به سمت بالا است. با نوشتن قانون دوم نیوتون داریم:



$$W - F_N' = ma' \Rightarrow F_N' = m(g - a')$$

$$\xrightarrow[m=۱/۲kg]{g=۱۰\frac{N}{kg},a'=۳\frac{m}{s^۲}} F_N' = ۱/۲ \times (۱۰ - ۳) = ۸/۴N$$

$$F_e' = k\Delta x' \xrightarrow[k=۴۰۰\frac{N}{m}]{Fe=-F_N',\Delta x=L_۲-L_۰} -۸/۴ = ۴۰۰(L_۲ - L_۰)$$

$$\Rightarrow L_۲ = -\frac{۸/۴}{۴۰۰} + L_۰ \quad (II)$$

$$L_۱ - L_۲ = (-\frac{۱۴/۴}{۴۰۰} + L_۰) - (-\frac{۸/۴}{۴۰۰} + L_۰)$$

$$\Rightarrow L_۱ - L_۲ = \frac{-۶}{۴۰۰}m = -۱/۵cm$$

۳ - گزینه ۲

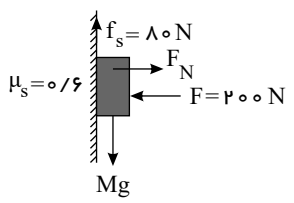
$$p_A = p_B \, , m_B = ۳m_A \, , K_A = ۱۸J \, , K_B = ?$$

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \xrightarrow{p=mv} K = \frac{p^۲}{۲m}$$

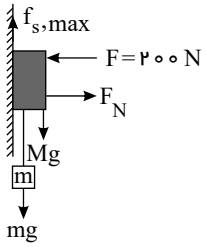
$$\frac{K_B}{K_A} = (\frac{P_B}{p_A})^۲ \times \frac{m_A}{m_B} \Rightarrow \frac{K_B}{۱۸} = (۱)^۲ \times \frac{۱}{۳} \Rightarrow K_B = ۶J$$

۴ - گزینه ۲ ابتدا جرم M را محاسبه می‌کنیم. با توجه به شکل، چون جسم در راستای قائم در حالت تعادل قرار دارد، داریم:

$$(F_y)_{net} = ۰ \Rightarrow f_s = Mg \Rightarrow ۸۰ = M \times ۱۰ \Rightarrow M = ۸kg$$



بعد از آویزان کردن وزنه، جسم در آستانهٔ حرکت قرار گرفته و در این حالت نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه به جسم وارد می‌شود و چون جسم در راستای قائم و افقی در حالت تعادل قرار دارد، داریم:



$(F_x)_{net} = ۰ \Rightarrow F_N = F = ۲۰۰N$

$\Rightarrow \mu_s F_N = Mg + mg \Rightarrow f_{s,\max} = Mg + mg$

$\Rightarrow m = ۴kg \Rightarrow ۰/۶ \times ۲۰۰ = ۸۰ + ۱۰m \Rightarrow ۱۲۰ = ۸۰ + ۱۰m$

۵ - گزینه ۱

$\downarrow mg \Rightarrow m\vec{g} = -۳۰۰\vec{j}$

به جسم نیروی وزن هم وارد می‌شود، بنابراین با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net} = \vec{F} + m\vec{g} = ۱۸۰\vec{i} + ۶۰\vec{j} - ۳۰۰\vec{j} = ۱۸۰\vec{i} - ۲۴۰\vec{j} \Rightarrow F_{net} = \sqrt{۱۸۰^۲ + ۲۴۰^۲} = ۳۰۰N \Rightarrow a = \frac{F_{net}}{m} = \frac{۳۰۰}{۳۰} = ۱۰\frac{m}{s^۲}$$

۶ - گزینه ۳ در نقطهٔ اوج، نیروی خالص وارد بر توپ، برایند دو نیروی وزن و مقاومت هوا است، بنابراین داریم:

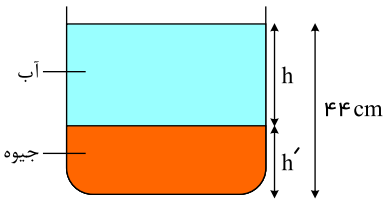
$W = mg = ۴/۸ \rightarrow m \times ۱۰ = ۴/۸ \Rightarrow m = ۰/۴۸kg$

در نقطهٔ اوج $\Rightarrow F_{net} = ma \Rightarrow \sqrt{f_D^۲ + ۴/۸^۲} = ۰/۴۸ \times \frac{۶۵}{۶} = ۵/۲$

$$f_D^۲ + ۴/۸^۲ = ۵/۲^۲ \Rightarrow f_D^۲ = ۵/۲^۲ - ۴/۸^۲ = \underbrace{(۵/۲ - ۴/۸)}_{۰/۴}\ \underbrace{(۵/۲ + ۴/۸)}_{۱۰} = ۴ \Rightarrow f_D = ۲N$$

۷ - گزینه ۱ در این تیپ از سؤال‌ها که دو یا چند مایع مخلوط ناشدنی در یک ظرف استوانه‌ای قرار گرفته‌اند، باید در ابتدا ارتفاع هر مایع را به‌دست بیاوری. به همین منظور، قبل از هر چیزی، رابطهٔ بین جرم‌ها را نوشته، پس جرم را برحسب چگالی و حجم یعنی $m = \rho V = \rho_A h$ می‌نویسیم تا یک معادله برحسب ارتفاع مایعات به‌دست بیاید. سپس با تشکیل یک دستگاه دو معادلهٔ دو مجهولی، ارتفاع مایعات و پس از آن فشار وارد بر کف ظرف را محاسبه می‌کنیم.

بنابراین داریم:



$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = \rho Ah$

جرم آب $= m = \rho Ah$ **و** **جرم جیوه** $= ۴m = \rho' Ah'$

$\Rightarrow m_{Ag} = ۴M_w \rightarrow \rho' Ah' = ۴\rho Ah \rightarrow ۱۳/۶h' = ۴h \rightarrow h = ۳/۴h' \xrightarrow{h+h'=۴۴cm}$

$۳/۴h' + h' = ۴۴ \Rightarrow h' = ۱۰cm$ **ارتفاع جیوه** $\Rightarrow$ **ارتفاع آب** $= h = ۳/۴ \times ۱۰ = ۳۴cm$

کل مایع‌ها $P = \rho gh + \rho' gh' \Rightarrow P = ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۳۴ + ۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۱$

$\Rightarrow P = ۳۴۰۰ + ۱۳۶۰۰ = ۱۷۰۰۰Pa = ۱۷kPa$

۸ - گزینه ۱

با توجه به روابط مثلثاتی در مثلث می‌توان طول مسیر حرکت روی سطح شیبدار را به دست آورد:

$$\sin ۳۷^\circ = \frac{۶}{d} \Rightarrow d = ۱۰m$$

با توجه به عدم پایستگی انرژی داریم:

$E_۱ - E_۲ = |W_f| \Rightarrow (U_{g_۱} + \cancel{K_۱}^{\,۰}) - (\cancel{U_{g_۲}}^{\,۰} + K_۲) = |W_f|$

$\Rightarrow mgh_۱ - \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ = |f \cdot d\cos\alpha| \Rightarrow ۲ \times ۱۰ \times ۶ - \frac{۱}{۲} \times ۲ \times v_۲^۲ = |۴ \times ۱۰ \times \cos ۱۸۰|$

$۱۲۰ - v_۲^۲ = ۴۰ \Rightarrow v_۲^۲ = ۸۰ \Rightarrow v_۲ = ۴\sqrt{۵}\frac{m}{s}$

۹ - گزینه ۱ فشار در کف ظرف و در انتهای هر سه لوله یکسان است:

$P_۱ = P_۲ = P_۳$

$\rho_g h_A + \frac{mg}{A_A} = \rho_g h_B + \frac{mg}{A_B} = \rho_g h_c + \frac{mg}{A_C}$

با توجه به این رابطه، هر پیستون که سطح مقطع بزرگ‌تری دارد، باید h بزرگ‌تری نیز داشته باشد تا تساوی برقرار شود؛ در نتیجه:

$h_C > h_B > h_A$

۱۰ - گزینه ۲

$W = Fd\cos\theta$

در حرکت دو بعدی: $W = F_x d_x + F_y d_y = ۴۰ \times ۱۰ = ۴۰۰J$