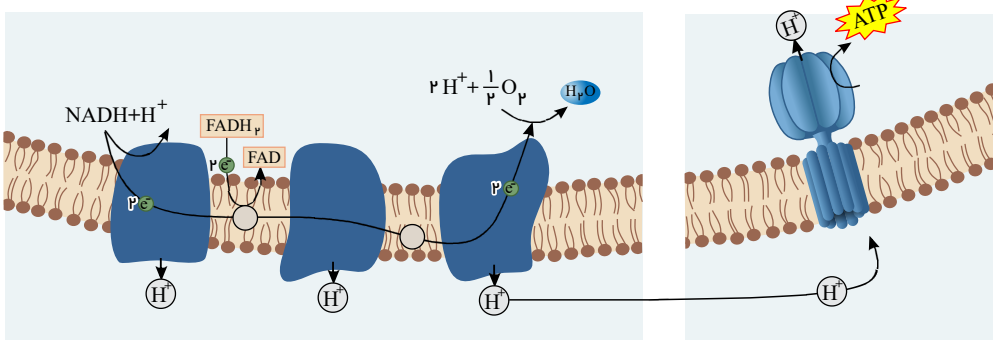


پاسخنامه تشریحی

- ۱ - گزینه ۴ پیرووات با آزاد شدن CO_2 به یک ترکیب دو کربنی به نام اتانال تبدیل می‌شود، سپس الکترون‌های یک مولکول $NADH$ به این ترکیب (اتانال) منتقل می‌شود و اتانول تولید می‌گردد. در تخمیر الکلی اتانال آخرین پذیرنده الکترون می‌باشد که با گرفتن الکترون از $NADH$ موجب بازسازی NAD^+ می‌شود.
- ۲ - گزینه ۴ دقت کنید پروتئین سازنده ATP ، یون‌های هیدروژن را در جهت شیب غلظت خود جابه‌جا می‌کند، اما جزء زنجیره انتقال الکترون نمی‌باشد. بررسی سایر گزینه‌ها:
- گزینه ۱: هر مولکول موجود در زنجیره انتقال الکترون توانایی پمپ کردن پروتون‌ها به فضای بین دو غشای راکیزه را ندارد.
- گزینه ۲: دقت کنید مولکول اکسیژن در زنجیره به عنوان آخرین پذیرنده الکترون است و فقط الکترون را دریافت می‌کند و دچار کاهش (نه اکسایش) می‌شود.
- گزینه ۳: هر مولکول زنجیره انتقال الکترون در سراسر عرض غشای درون راکیزه قرار ندارد.
- ۳ - گزینه ۳ در قندکافت، مولکول‌های دوفسفاته عبارت‌اند از: ADP ، قند فروکتوزفسفاته و اسید دوفسفاته، تنها گزینه سوم است که برای هرکدام از سه مورد صحیح است. طی ساخته شدن هریک از این موارد، گروه فسفات به کمک آنزیم، به نوعی ماده آلی متصل می‌شود.
- ۴ - گزینه ۴ برای بازسازی NAD^+ از طریق زنجیره انتقال الکترون در میتوکندری، الکترون‌های $NADH$ به مولکول O_2 که یک پذیرنده غیرآلی است می‌رسند. در نبود اکسیژن الکترون‌هایی که $NADH$ حمل می‌کند ممکن است به پیرووات حاصل از قندکافت یا یک پذیرنده آلی دیگر منتقل شوند.
- ۵ - گزینه ۳ با توجه به شکل زیر، $NADH$ حامل الکترون است و الکترون‌های آن سبب کاهش پروتئین‌های زنجیره می‌شوند نه اکسایش آنها.

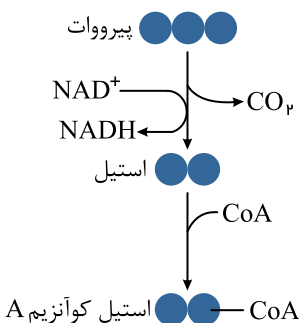


بررسی سایر گزینه‌ها:

- گزینه ۱: اولین عنصر زنجیره انتقال الکترون و اولین پمپ پروتونی الکترون‌های $NADH$ را می‌گیرند.
- گزینه ۲: دومین عنصر زنجیره که الکترون‌های $FADH_2$ را می‌گیرند قادر به جابه‌جایی پروتون‌ها بین دو غشای راکیزه نیست.
- گزینه ۴: آخرین عنصر زنجیره که سومین پمپ پروتونی نیز است الکترون‌ها را از چهارمین عنصر زنجیره می‌گیرد و این عضو توانایی پمپ پروتون‌ها را ندارد.
- ۶ - گزینه ۲ در چرخه کربس مولکول CO_2 آزاد می‌شود. گزینه ۲، گام دوم چرخه کربس است. بررسی سایر گزینه‌ها:

- گزینه ۱: توجه کنید طی گلیکولیز، کربن دی‌اکسید تولید نمی‌شود.
- گزینه ۳: چرخه کربس نیز درون میتوکندری رخ می‌دهد، نه سیتوپلاسم.
- گزینه ۴: تولید استیل کوآنزیم A نیز در یاخته‌های بی‌هوازی انجام نمی‌گردد.

۷ - گزینه ۲



محصول نهایی قندکافت پیرووات است که پس از ورود به راکیزه با از دست دادن CO_2 در بستره، ماده ۲ کربنه تولید می‌کند که باید اکسید شود. (تولید H^+ و $NADH$) و بعد از آن با کوآنزیم A ترکیب می‌شود تا استیل کوآنزیم A برای ورود به چرخه کربس مهیا شود.

- ۸ - گزینه ۴ در چرخه کربس ترکیبات ۶ کربنی و ۵ کربنی و ۴ کربنی به ترتیب تولید و سپس مصرف می‌شوند. در انتهای چرخه چند ترکیب ۴ کربنی متوالی تشکیل می‌شوند.



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: استیل کوآنزیم A در چرخه کربس تولید نمی‌شود.

گزینه ۲: در کربس ترکیب ۳ کربنی یافت نمی‌شود.

گزینه ۳: ترکیب شش کربنی از ترکیب ۵ کربنی به وجود نمی‌آید.

۹ - گزینه ۴ گیاهانی که در شرایط غرقابی قرار می‌گیرند می‌توانند تخمیر انجام دهند و محل انجام تخمیر، سیتوپلاسم است؛ بنابراین گیاهان می‌توانند بدون انتقال پیرووات به راکیزه آن را تغییر داده و به اتانول یا لاکتات تبدیل نمایند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: ترکیبات پاداکسنده با رادیکال‌های آزاد واکنش می‌دهند و مانع از اثر آنها بر بافت‌های زنده می‌شوند.

گزینه ۲: هر دو می‌توانند مانع از انجام واکنش نهایی انتقال الکترون به اکسیژن در زنجیره انتقال الکترون شوند.

گزینه ۳: مجموعه آنزیمی که پیرووات را به استیل کوآنزیم A تبدیل می‌کند، در بخش داخلی راکیزه قرار دارد.

۱۰ - گزینه ۲ موارد «ب» و «د» صحیح هستند.

بازسازی NAD^+ باعث می‌شود که کربس و قند کافت و تخمیرها ادامه پیدا کنند.

در تنفس هوازی در زنجیره انتقال الکترون و در تنفس بی‌هوازی در تخمیر NAD^+ بازسازی می‌شود.

۱۱ - گزینه ۱ فرایند بازسازی NAD^+ با استفاده از یک پذیرنده آلی هیدروژن، تخمیر نامیده می‌شود. پس در هر تخمیری بازسازی NAD^+ رخ می‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۲: در تخمیر الکلی ترکیب آلی دوکربنه کاهش می‌یابد.

گزینه ۳: در تخمیر الکلی برخلاف تخمیر لاکتیکی CO_2 آزاد می‌شود.

گزینه ۴: هر دو نوع تخمیر با قندکافت آغاز می‌شوند که در این مرحله ATP تولید می‌شود.

۱۲ - گزینه ۲ در ابتدای قند کافت ATP مصرف و ADP تولید می‌شود، در حالی که در آخرین واکنش قند کافت ADP مصرف و ATP تولید می‌شود. به طور کلی در گلیکولیز CO_2 و $FADH_2$ نه تولید و نه مصرف می‌شود.

۱۳ - گزینه ۲ مورد الف و ب به درستی بیان شده‌اند.

گلیکولیز در میان یاخته انجام می‌شود و در مرحله اول آن ATP مصرف و در مرحله آخر آن، ATP تولید می‌شود. $FADH_2$ در کربس تولید می‌شود.

۱۴ - گزینه ۳ رادیکال‌های آزاد بر مولکول‌های زیستی (از جمله دنا) اثر تخریبی دارند. در صورت آسیب یاخته، مرگ برنامه‌ریزی‌شده می‌تواند به راه افتد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: کربن مونوکسید همانند سیانید می‌تواند با اثر بر آخرین پمپ غشایی پروتون در زنجیره انتقال الکترون، مانع از انتقال الکترون به اکسیژن شود.

گزینه ۲: پاداکسنده‌ها (از جمله کاروتنوئیدها) در واکنش با رادیکال‌های آزاد مانع از اثر تخریبی آن‌ها بر مولکول‌های زیستی و در نتیجه تخریب بافت‌های بدن می‌شوند.

گزینه ۴: سیانید می‌تواند با مهار واکنش نهایی زنجیره انتقال الکترون و نهایتاً کمبود ATP دریاخته‌ها (از جمله یاخته‌های کبد)، موجب بافت‌مردگی این غده برون‌ریز سازنده لیپوپروتئین شود. نقش الکل در نکرورز کبدی نیز به وضوح در کتاب درسی ذکر شده است.

۱۵ - گزینه ۱ در مرحله آخر گلیکولیز و مراحل کربس ATP به صورت مستقیم تولید می‌شود.

۱۶ - گزینه ۲ جرم خاک رس اولیه را ۱۰۰ گرم و جرم آب تبخیر شده را x گرم فرض می‌کنیم:

$$\frac{181 - x}{100 - x} = \frac{10}{100} \Rightarrow 181 - 10x = 100 - x \Rightarrow 81 = 9x \Rightarrow x = 9$$

۹ گرم آب تبخیر شده و ۹۱ گرم ماده بر جای مانده که ۴۵٫۵ گرم آن سیلیس است.

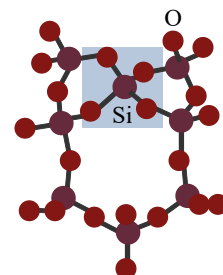
$$\text{درصد جرمی } SiO_2 = \frac{45.5}{91} \times 100 = 50\%$$

۱۷ - گزینه ۴ بررسی موارد:

(آ) نادرست. از دو عنصر کربن و سیلیسیم که دو عنصر اول گروه ۱۴ جدول دوره‌ای هستند؛ هیچ یون تک‌اتمی در هیچ ترکیبی شناخته نشده است؛ اما در ساختار یون‌های چند اتمی مانند CO_3^{2-} و SiO_4^{4-} وجود دارند.

(ب) نادرست. فرمول تجربی (نه مولکولی) سیلیس مشابه فرمول مولکولی کربن دی‌اکسید است.

(پ) نادرست. هر اتم سیلیسیم با چهار اتم اکسیژن پیوند اشتراکی دارد.

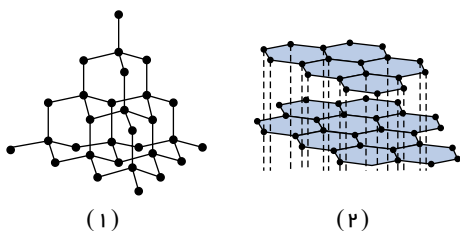


(ت) درست.



۱۸ - گزینه ۱

طول پیوند کربن - کربن در الماس بلندتر از گرافیت است. زیرا در الماس همه پیوندها یگانه هستند اما در گرافیت، پیوند دوگانه نیز وجود دارد.



۱۹ - گزینه ۲ سختی و شمار اتم‌های متصل شده به هر اتم کربن در الماس بیشتر از گرافیت است.

فراوانی گرافیت در طبیعت بیشتر از الماس است بنابراین گرافیت پایدارتر از الماس بوده و آنتالپی پیوند آن بیشتر است.

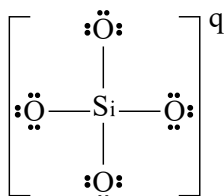
۲۰ - گزینه ۲ موارد «الف» و «ت» نادرست هستند.

بررسی سایر موارد:

مورد الف: سیلیس واحدهای مجزای $Si - O - Si$ ندارد و شامل پیوندهای $Si - O - Si$ است.

مورد ت: Si و C در مواد مولکولی نیز به آرایش هشت‌تایی می‌رسند.

۲۱ - گزینه ۳ با توجه به اینکه سیلیسیم در گروه ۱۴ و اکسیژن در گروه ۱۶ به ترتیب دارای ۴ و ۶ الکترون در لایه ظرفیت خود هستند؛ داریم:



$$q = \frac{[4 + 4(6)]}{\text{مجموع الکترون‌های ظرفیت اتم‌ها}} - \left[\frac{4(2)}{\text{الکترون‌های پیوندی}} + \frac{12(2)}{\text{الکترون‌های ناپیوندی}} \right] = -4$$

بررسی گزینه‌ها:

(۱) یون سولفات (SO_4^{2-}) نیز مانند این یون، ۴ جفت الکترون پیوندی و ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی دارد.

$$SiO_4^{4-} = Si + 4(-2) = -4 \Rightarrow Si = +4 \quad (2)$$

$$CO_3^{2-} = C + 3(-2) = -2 \Rightarrow C = +4$$

(۳) مجموع بار یون فسفات (PO_4^{3-}) و یون آمونیوم (NH_4^+) برابر ۲- است که با قدرمطلق بار یون داده‌شده برابر نیست.

(۴) در ساختار جامدهای کووالانسی، شبکه گول‌آسایی از اتم‌ها وجود دارد.

۲۲ - گزینه ۴ اتمی که خصلت نافلزی بیشتری داشته باشد، دارای بار جزئی منفی است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: خصلت نافلزی اکسیژن بیشتر است.

گزینه ۲: خصلت نافلزی کربن بیشتر است.

گزینه ۳: خصلت نافلزی گوگرد و اکسیژن از کربن بیشتر است.

گزینه ۴: خصلت نافلزی نیتروژن بیشتر از هیدروژن است.

۲۳ - گزینه ۱ در ساختار گرافن، مانند گرافیت و بنزن، هر اتم کربن با ۴ پیوند به سه اتم کربن دیگر متصل است؛ یعنی هر اتم کربن ۲ پیوند کووالانسی یگانه و یک پیوند دوگانه دارد.

۲۴ - گزینه ۴ جرم خاک رس اولیه را ۱۰۰ گرم در نظر می‌گیریم که ۴۲٫۵ گرم آن سیلیس و ۱۵ گرم آن آب است. جرم آب افزوده‌شده به خاک رس را به‌هنگام تهیه گل رس محاسبه می‌کنیم:

$$\text{جرم آب افزوده‌شده} + \text{جرم اولیه آب} = \frac{\text{جرم آب افزوده‌شده}}{\text{جرم آب افزوده‌شده} + \text{جرم خاک رس اولیه}} \times 100 \Rightarrow \frac{50}{100} = \frac{15 + x}{100 + x} \Rightarrow x = 70g$$

پس جرم آب افزوده‌شده برابر ۷۰ گرم و جرم گل رس برابر ۱۷۰ گرم خواهد بود. در نتیجه:

$$\text{درصد جرمی سیلیس در گل رس} = \frac{42.5}{170} \times 100 = 25\%$$

۲۵ - گزینه ۴ همه عبارت‌های داده‌شده درست‌اند.

(آ) سیلیسیم دی‌اکسید (SiO_2)، عمده‌ترین جزء سازنده خاک رس است.

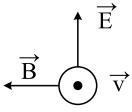
(ب) اغلب ترکیب‌های موجود در خاک رس به جز Fe_2O_3 که قرمز رنگ است و فلزها مانند طلا، سفید یا بی‌رنگ هستند.

(پ) SiO_2 یک جامد کووالانسی و ترکیب‌هایی مانند Al_2O_3 جامد یونی هستند.



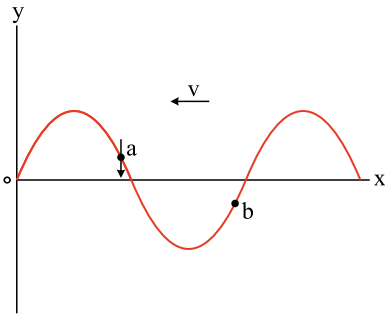
ت) در برخی از انواع خاک رس، طلا و فلزهای ارزشمند دیگر وجود دارد.

۲۶ - گزینه ۱ اگر چهار انگشت دست راست در جهت $\vec{E}$ به گونه‌ای قرار گیرد که انگشت شست جهت انتشار موج را نمایش دهد، بردار میدان مغناطیسی از کف دست خارج می‌شود که در اینجا در خلاف جهت مثبت محور x است.



۲۷ - گزینه ۱ انرژی جنبشی ذره a در حال افزایش است، یعنی به مرکز تعادل نزدیک می‌شود. از آنجا که هر ذره تمایل به تکرار وضعیت ارتعاشی ذره ماقبل را دارد، موج در خلاف جهت محور x منتشر می‌شود.

از طرفی، از آنجا که b در y منفی است، شتاب آن در جهت مثبت محور y است.



۲۸ - گزینه ۳ در ابتدا تندی انتشار موج در تار و پس از آن قطر تار را محاسبه می‌کنیم.

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow 0.25 = \frac{v}{200} \Rightarrow v = 50 \frac{m}{s}$$

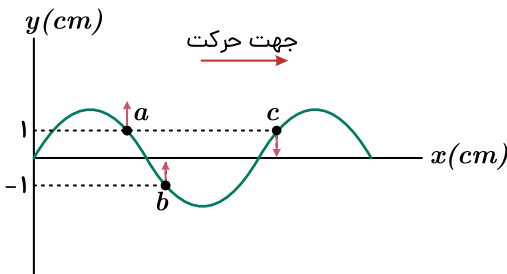
$$v = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}} \Rightarrow 50 = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{60}{3 \times 1000}} \Rightarrow D = 0.002m \Rightarrow D = 2mm$$

۲۹ - گزینه ۳

$$v = \frac{L}{\Delta t} \rightarrow \Delta t_{\text{کل}} = \Delta t_v - \Delta t_1 = \frac{L}{v_v} - \frac{L}{v_1} = L \left(\frac{v_1 - v_v}{v_1 v_v} \right)$$

۳۰ - گزینه ۱ جهت حرکت ذرات a و b به سمت ذرات قبل از خود است؛ بنابراین حرکت ذرات b و c تندشونده و ذره a کندشونده است.

همچنین از آنجایی که ذرات a و b در فاصله یکسانی از مرکز تعادل هستند، تندی حرکت آنها با هم برابر است.



۳۱ - گزینه ۳ می‌دانیم که فاصله یک قله و یک دره بعد از آن، معادل نصف طول موج است؛ پس برای تعیین این مقدار، ابتدا باید تندی انتشار موج عرضی و طول موج را محاسبه کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}} \Rightarrow v = \frac{2}{2 \times 10^{-3}} \sqrt{\frac{234}{3 \times 7.8 \times 10^3}} \Rightarrow v = 100 \frac{m}{s}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{100}{200} \Rightarrow \lambda = 0.5m = 50cm$$

$$\text{فاصله یک قله و دره بعد از آن} = \frac{\lambda}{2} = \frac{50}{2} = 25cm$$

گزینه ۳ - ۳۲

با توجه به شکل، دامنه نوسان و طول موج را داریم

$$\begin{cases} A = 5cm \\ \lambda = 20cm \end{cases} \xrightarrow{f = \frac{v}{\lambda}} f = \frac{10}{0.2} = 50Hz \rightarrow T = \frac{1}{50}s = 0.02s$$

در مدت ۱ ثانیه که نصف دوره تناوب نوسان است، هر ذره مسافتی معادل $2A$ را طی می‌کند:

$$l = 2A = 10cm$$

۳۳ - گزینه ۳ ابتدا به کمک رابطه $v = \sqrt{\frac{FL}{m}}$ تندی انتشار موج را به دست می‌آوریم:



$$v = \sqrt{\frac{10 \times 0.5}{0.2}} = 5 \frac{m}{s}$$

$$v = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{5}{20} m = 25 \text{ cm}$$

۳۴ - گزینه ۱ برای تعیین عرض از مبدأ خط مماس بر نمودار تابع $y = \frac{1}{\sqrt[3]{4x}}$ در نقطه $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ، ابتدا باید معادله خط مماس در این نقطه را بنویسیم.

$$y' = \frac{-\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{(4x)^2}}}{(\sqrt[3]{4x})^2} \Rightarrow m_{\text{مماس}} = \frac{-\frac{1}{12}}{4} = -\frac{1}{48}$$

$$\Rightarrow y - \frac{1}{2} = -\frac{1}{48}(x - \frac{1}{2}) \xrightarrow{x=0} y - \frac{1}{2} = \frac{1}{96} \Rightarrow y = \frac{1}{96} + \frac{1}{2} = \frac{5}{96}$$

۳۵ - گزینه ۳ شرط اینکه تابع f در $x = a$ مشتق پذیر باشد آن است که تابع f در $x = a$ پیوسته باشد و مشتق های راست و چپ تابع f در $x = a$ با هم برابر باشند.

$$\text{پیوستگی: } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\lambda}{ax + b} = \frac{\lambda}{2a + b} \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (-x^2 + 6x) = -4 + 12 = 8 \Rightarrow \frac{\lambda}{2a + b} = 8 \Rightarrow 2a + b = 8 \\ f(2) = -4 + 12 = 8 \end{cases}$$

$$f'(2^+) = f'(2^-) : \frac{-\lambda a}{(ax + b)^2} = -2x^2 + 6 \xrightarrow{x=2} \frac{-\lambda a}{(2a + b)^2} = -4 + 6 = 2$$

$$\xrightarrow{2a+b=8} \frac{-\lambda a}{8} = 2 \Rightarrow -\lambda a = 16 \Rightarrow a = 4, b = -4$$

۳۶ - گزینه ۳ می دانیم: $y = f(u) \rightarrow y' = u' f'(u)$

ابتدا حد عبارت داده شده را محاسبه کرده و اطلاعات مورد نظر را بدست می آوریم.

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) + 7}{x - 4} = \frac{f(4) + 7}{0} \xrightarrow{\text{چون جواب حد، عدد شده است پس این کسر 0 بوده که پس از رفع ابهام جوابش عدد شده است}} f(4) + 7 = 0 \rightarrow f(4) = -7$$

$$\text{پس: } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) + 7}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - (-7)}{x - 4} \xrightarrow{\text{طبق تعریف مشتق}} f'(4) = -\frac{7}{4}$$

اکنون مشتق $y = \frac{f(2x)}{x}$ را حساب می کنیم.

$$y = \frac{f(2x)}{x} \rightarrow y' = \frac{2f'(2x) \cdot x - 1f(2x)}{x^2} \rightarrow y'(2) = \frac{2f'(4) - f(4)}{4} = \frac{2(-\frac{7}{4}) - (-7)}{4} = \frac{-\frac{7}{2} + 7}{4} = \frac{1}{4}$$

۳۷ - گزینه ۴ چون $f'(1)$ موجود است، لذا f در $x = 1$ پیوسته است و مشتق چپ و راست f در $x = 1$ با هم برابرند، پس داریم:

$$\text{شرط پیوستگی: } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt[3]{(2x + 6)^2} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64} = 4 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (ax + b) = a + b \\ f(1) = a + b \end{cases} \Rightarrow a + b = 4 \quad (*)$$

$$\left. \begin{aligned} x > 1 : f(x) = \sqrt[3]{(2x + 6)^2} \Rightarrow f'(x) = \frac{2(2)}{3\sqrt[3]{2x + 6}} \Rightarrow f'_+(1) = \frac{4}{3\sqrt[3]{2}} = \frac{2}{3} \\ x < 1 : f(x) = ax + b \Rightarrow f'(x) = a \Rightarrow f'_-(1) = a \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = \frac{2}{3}, b = \frac{10}{3}$$

۳۸ - گزینه ۳ وقتی $x \rightarrow 1^+$ میل می کند، داخل قدرمطلق، مثبت است و وقتی $x \rightarrow 1^-$ میل می کند، داخل قدرمطلق، منفی است.

$$x \rightarrow 1^+ : f(x) = x\sqrt{x} + x - 1 = x^{\frac{3}{2}} + x - 1 \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} + 1 \Rightarrow f'_+(1) = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2}$$

$$x \rightarrow 1^- : f(x) = x\sqrt{x} - x + 1 = x^{\frac{3}{2}} - x + 1 \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} - 1 \Rightarrow f'_-(1) = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f'_+(1) + 3f'_-(1) = \frac{5}{2} + 3(\frac{1}{2}) = \frac{8}{2} = 4$$



۳۹ - گزینه ۳ می‌دانیم $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = f'(a)$ است، پس عبارت خواسته شده $f'(4)$ است.

$$f(x) = \frac{1 + \sqrt{x}}{5 - 2x} \Rightarrow f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(5 - 2x) - (-2)(1 + \sqrt{x})}{(5 - 2x)^2}$$

$$\Rightarrow f'(4) = \frac{\frac{1}{4}(-3) + 2(3)}{(-3)^2} = \frac{-\frac{3}{4} + 6}{9} = \frac{21}{36} = \frac{7}{12}$$

۴۰ - گزینه ۲ شرط مشتق پذیری تابع f در $x = a$ آن است که تابع f در $x = a$ پیوسته باشد و مشتق‌های راست و چپ تابع f در $x = a$ باهم برابر باشند.

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} (ax^2 + bx + 4) = 4a - 2b + 4 \\ \lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} (x^2 - x) = -8 + 2 = -6 \end{cases} \xrightarrow{\text{پیوستگی}} 4a - 2b + 4 = -6 \Rightarrow 4a - 2b = -10 \quad (1)$$

$$f(-2) = 4a - 2b + 4$$

از طرفی برای مشتق‌های چپ و راست تابع در $x = -2$ داریم:

$$f'_+(-2) = f'_-(-2) \Rightarrow 2ax + b = 2x^2 - 1 \Rightarrow -4a + b = 11 \quad (2)$$

$$\Rightarrow f(1) \stackrel{\text{ضابطه بالا}}{=} a + b + 4 = -3 - 1 + 4 = 0$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} a = -3, b = -1$$

۴۱ - گزینه ۱ وقتی x اولیه، یک می‌باشد و نمو متغیر $1/21$ است پس x ثانویه $1/21$ است.

$$\text{آهنگ متوسط } [1, 1/21] = \frac{f(1/21) - f(1)}{1/21 - 1} = \frac{\sqrt{1/21} - \sqrt{1}}{1/21 - 1} = \frac{1/21 - 1}{1/21 - 1} = \frac{1/21}{1/21} = \frac{1}{21}$$

$$x = 1 \text{ آهنگ لحظه‌ای در } x = 1 = f'(1) = \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2}$$

بنابراین تفاضل آنها $\frac{1}{2} - \frac{1}{21} = \frac{1}{42}$ است.

۴۲ - گزینه ۲ تابع داده شده $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{x}$ است.

$$\text{آهنگ تغییر متوسط در } [1, 4] = \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} = \frac{(8 - \frac{1}{4}) - (\frac{1}{2} - 1)}{3} = \frac{\frac{31}{4} + \frac{1}{2}}{3} = \frac{11}{4}$$

$$x = 2 \text{ آهنگ تغییر لحظه‌ای در } x = 2 = f'(2) \Rightarrow f'(x) = x + \frac{1}{x^2} \Rightarrow f'(2) = 2 + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

اختلاف این دو $\frac{11}{4} - \frac{9}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ است.

۴۳ - گزینه ۴ در یک همسایگی راست $x = \sqrt{2}$ ضابطه تابع f به صورت زیر به دست می‌آید:

$$x > \sqrt{2} \Rightarrow 2x^2 > 4 \Rightarrow [2x^2] = 4 \Rightarrow f(x) = x^2 - 4x \Rightarrow f'(x) = 2x^2 - 4$$

حال با جایگذاری $x = \sqrt{2}$ داریم:

$$f'_+(\sqrt{2}) = 3 \times 2 - 4 = 2$$