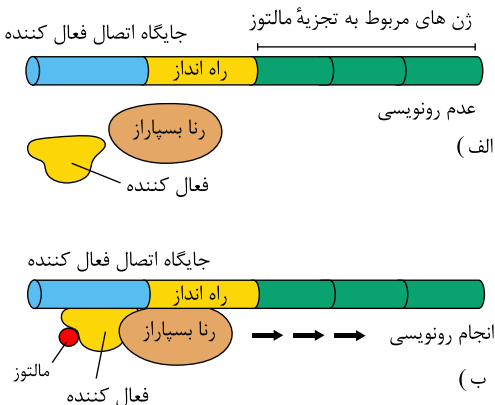


پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۴ در باکتری اشرشیاکلائی در حضور قند مالتوز، انواعی از پروتئین به نام فعال کننده وجود دارند که به توالی های خاصی از دنا متصل می شوند. به این توالی ها جایگاه اتصال فعال کننده گفته می شود. در حضور مالتوز، پروتئین فعال کننده به جایگاه خود متصل می شود و پس از اتصال به رنابسپاراز کمک می کند تا به راه انداز متصل شود و رونویسی را شروع کند. درواقع اتصال مالتوز به فعال کننده باعث پیوستن آن به جایگاه اتصال شده و رونویسی شروع می شود. راه انداز سبب می شود رنابسپاراز اولین نوکلئوتید مناسب را به طور دقیق پیدا و رونویسی را از آنجا آغاز کند.



بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ۱) فعال کننده به راه انداز متصل نمی شود.

گزینه ۲) پروتئین مهار کننده در تنظیم منفی رونویسی دخالت دارد نه در حضور مالتوز و تنظیم مثبت رونویسی

گزینه ۳) با توجه به تصویر، مشاهده می کنید که رنابسپاراز ژن های مربوط به تجزیه مالتوز را رونویسی می کند نه ژن های سنتز کننده مالتوز را.

۲ - گزینه ۴ دقت شود که میانه و بیانه فقط در مورد mRNA مطرح می شوند در صورتی که ممکن است رشته مورد نظر صورت سؤال tRNA یا دیگر RNAها باشند. بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ۱) همه رناها در پی رونویسی آنزیم رنابسپاراز از روی بخشی از مولکول دنا ساخته می شوند.

گزینه ۲) از آن جا که قند موجود در نوکلئوتیدهای رنا از نوع ریبوز و در نوکلئوتیدهای دنا از نوع دئوکسی ریبوز است، هیچ نوکلئوتید یکسانی بین رنا و رشته دنا الگوی آن وجود ندارد.

گزینه ۳) از آن جایی که در مولکول دنا، نوکلئوتید یوراسیل دار دیده نمی شود، توالی نوکلئوتیدی رناهایی که حاوی نوکلئوتید یوراسیل دار هستند با رشته رمز گذار ژن خود مشابه است.

۳ - گزینه ۳ رنایی که به رشته پلی پپتید در حال ساخت متصل است، رنای ناقل است که در باکتری ها توسط رنابسپاراز باکتری و در هسته یوکاریوت ها توسط رنابسپاراز شماره ۳ تولید می شود. بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ۱) نادرست. تمام رناها در ساختار خود پیوندهای اشتراکی دارند، ولی مثلاً رنای پیک مربوط به تجزیه مالتوز باکتری ها از روی چند ژن مجاور رونویسی شده است.

گزینه ۲) نادرست. رنایی که دارای رمزه پایان است، رنای پیک است. البته رنای پیک یوکاریوتی درون هسته پیرایش یافته، ولی رنای پیک پیش هسته ای ها نیاز به پیرایش ندارد و البته پیش هسته ای ها اصلاً هسته ندارند!

گزینه ۴) نادرست. هر رنا از روی یک رشته از دنا (رشته الگو) ساخته شده و به خاطر روابط مکملی میان بازها به رشته رمز گذار بسیار شبیه است؛ اما همه رناها دارای کدون (رمزه) نیستند و رمزه مخصوص رناهای پیک است.

۴ - گزینه ۱ اولین محصول مستقیم همه ژن ها، RNA است که دارای پیوندهای فسفودی استر است. RNAها می توانند دارای رونوشت اگزون و اینترون باشند.

۵ - گزینه ۱ هر tRNA به طور اختصاصی فقط به یک نوع اسید آمینه متصل می شود.

۶ - گزینه ۳ محصول ترجمه رنای پیک لزوماً آنزیم نیست و محصول یک رنای پیک سه ژنی، سه رشته پلی پپتید است که می توانند آنزیم باشند. محصول یک رنای پیک سه ژنی نمی تواند یک رشته پلی پپتید باشد.

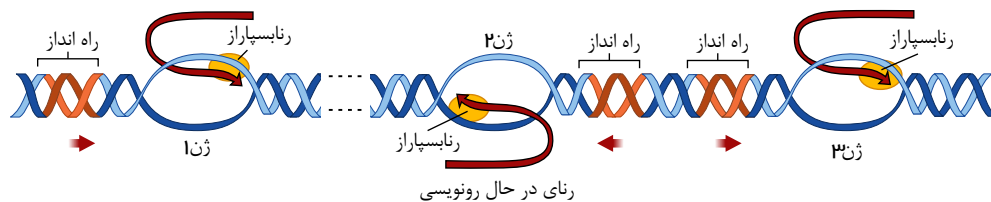
۷ - گزینه ۱ در یوکاریوت ها محل رونویسی ژن های هسته با محل ترجمه آن متفاوت می باشد. رونویسی در هسته یاخته و ترجمه در سیتوپلاسم انجام می شود. ویژگی ذکر شده برای باکتری هاست.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ۲) پلی پپتیدها از واحدهای تکرار شونده ای به نام آمینواسید تشکیل شده اند. هر آمینواسید دارای یک انتهای آمین و یک انتهای کربوکسیل است. یک آمینواسید به طور معمول از سمت عامل آمین خود به عامل کربوکسیل آمینواسید قبلی متصل می شود؛ پس در اولین آمینواسید عامل آمین، انتهای رشته پلی پپتیدی را ایجاد می کند.

گزینه ۳) با توجه به شکل زیر می توان مشاهده کرد که در یک ژن رشته بالایی و در ژن بعدی رشته پایینی می تواند مورد رونویسی قرار گیرد.

گزینه ۴) رنای پیک ممکن است دستخوش تغییراتی در حین رونویسی و یا پس از آن شود. یکی از تغییراتی که در یوکاریوت ها و پس از رونویسی متداول است، حذف بخش هایی از مولکول رنای پیک است.



۸ - گزینه ۴ در پروکاریوت‌ها در تنظیم بیان ژن مربوط به مصرف لاکتوز چندین رناتن به صورت هم‌زمان ترجمه یک مولکول رناییک که از روی ۳ ژن مختلف تولید شد و ۳ ژنی است را شروع می‌کند. (گزینه ۴)

۹ - گزینه ۴ با توجه به اینکه شکل، یک ژن را نشان می‌دهد، چندین عدد رنابسپاراز از یک نوع در حال رونویسی هستند. رنایهای سمت راست بلندتر از رنایهای سمت چپ هستند، پس از نظر تعداد نوکلئوتیدها، رنایهای سمت راست تعداد نوکلئوتید بیشتری دارند، بنابراین جهت رونویسی از چپ به راست است.

۱۰ - گزینه ۴ میانه‌ها، مناطقی از دنا هستند که پس از رونویسی، در فرایند پیرایش رنای پیک اولیه، رونوشت آن‌ها حذف می‌شود و در رنای پیک بالغ وجود ندارد. اولین نوکلئوتید رونویسی شده در ناحیه بیانه قرار داد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: رونوشت میانه‌ها از رنای پیک اولیه جدا می‌شود، نه از خود ژن.

گزینه ۲: رونوشت میانه‌ها حذف می‌شود، در نتیجه ترجمه نمی‌شود. پس فاقد رمز آمینواسیدها می‌باشد.

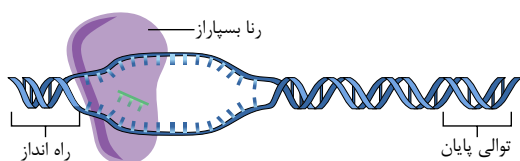
گزینه ۳: میانه‌ها توالی‌های درون ژنی هستند، نه بین ژنی.

۱۱ - گزینه ۳ بررسی گزینه‌ها:

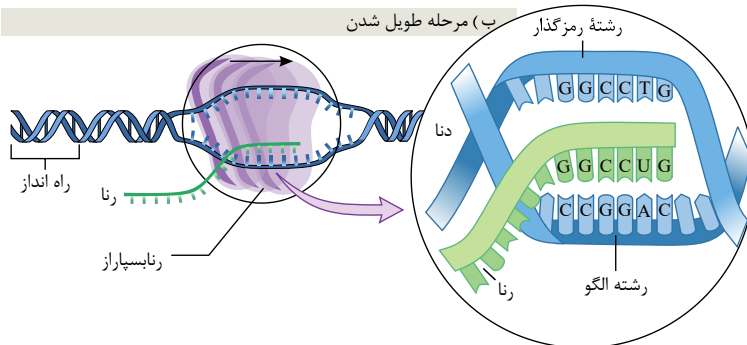
گزینه ۱: اگر گلوکز در محیط باکتری باشد، در این صورت نیازی به رونویسی از ژن‌های تجزیه‌کننده لاکتوز نیست.

گزینه ۲: مطابق شکل روبه‌رو، راه‌انداز رونویسی نمی‌شود.

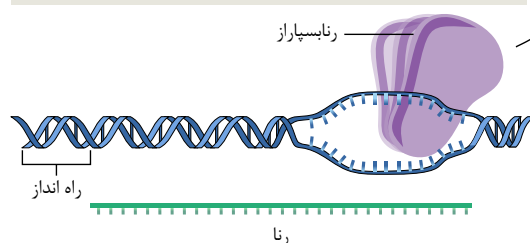
الف) مرحله آغاز



ب) مرحله طویل شدن



پ) مرحله پایان



گزینه ۳: چه گلوکز یا لاکتوز در محیط باشد یا نباشد، همواره از ژن پروتئین مهارکننده رونویسی انجام می‌شود، چون همواره این پروتئین در یاخته وجود دارد.

گزینه ۴: اگر گلوکز در محیط باشد، در این صورت نیازی به رونویسی از ژن‌های مربوط به آنزیم‌های تجزیه‌کننده لاکتوز نیست و پروتئین مهارکننده متصل به اپراتور باقی می‌ماند.

۱۲ - گزینه ۱ روی کره زمین و در کتاب ما نیز دو نوع ساختار سلولی متفاوت وجود دارد:

۱- پروکاریوت‌ها یا باکتری‌ها ۲- یوکاریوت‌ها شامل: ۱- آغازیان ۲- قارچ‌ها ۳- گیاهان ۴- جانوران

در سلول‌های پروکاریوت، مثل ریزوبیوم که یک نوع باکتری است، مولکول رنا بدون تغییر عمل می‌کند و پیرایش ندارد. در سایر گزینه‌ها سلول‌ها یوکاریوت هستند و مولکول‌های رنای ساخته‌شده در هسته انواع تغییرات را طی می‌کنند.

میلوتیدی یک نوع سلول در مغز قرمز استخوان است، اووگونی در تخمدان است و مخروطی در شبکه است.



۱۳ - گزینه ۳ رمزه‌های رنای پیک در بخش قابل ترجمه آن قرار دارند و تغییر در آن بخش سبب تغییر رمزه‌های وارد شده به رناتن می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: به تغییر دائمی در نوکلئوتیدهای ماده وراثتی دنا جهش می‌گویند نه رنای پیک.

گزینه ۲: ممکن است رمزه یک آمینواسید به رمزه دیگر همان آمینواسید تبدیل شود.

گزینه ۴: اگر رمزه آغاز یا پایان تغییر کند، می‌تواند سبب تغییر طول پروتئین شود نه هر تغییری در بخش قابل ترجمه.

۱۴ - گزینه ۱ توالی راه‌انداز به رنابسپاراز اجازه می‌دهد رونویسی را از جای صحیح آغاز کند. راه‌انداز توسط رنابسپاراز رونویسی نمی‌شود (درستی گزینه ۲). اما دقت کنید که راه‌انداز در طی همانندسازی قطعاً پیوندهای هیدروژنی خود را از دست می‌دهد (نادرستی گزینه ۱). راه‌انداز موجب می‌شود رنابسپاراز اولین نوکلئوتید مناسب را به‌طور دقیق پیدا و رونویسی را از آنجا آغاز کند (درستی گزینه ۳). نوکلئوتید یوراسیل در تنها در رنایها دیده می‌شود و نمی‌توان این نوع نوکلئوتید را در ساختار دنا مشاهده کرد (درستی گزینه ۴).

۱۵ - گزینه ۴ فرآیند پیرایش فقط مخصوص یاخته‌های یوکاریوتی بوده و تنها درمورد رنای پیک رخ می‌دهد. اما فعالیت نوکلئازی رنابسپاراز که منجر به فرآیند ویرایش می‌شود، علاوه بر یوکاریوت‌ها در پروکاریوت‌ها نیز قابل مشاهده است. درنتیجه، پیرایش برخلاف ویرایش قطعاً درون هسته قابل مشاهده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: در هر دو فرآیند تمامی طول ژن مورد استفاده قرار می‌گیرد. نکته حائز اهمیت آن است که در طی همانندسازی برخلاف رونویسی تمامی طول دنا مورد استفاده قرار می‌گیرد.

گزینه ۲: قانون چارگاف درمورد کل مولکول دنا صادق است؛ نه یک رشته از آن.

گزینه ۳: پیوند فسفودی‌استر در رشته تازه ساخت دنا حین ویرایش و در رشته رنای حین پیرایش دچار هیدرولیز می‌گردد.

۱۶ - گزینه ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: هر دو محلول (آ) و (ب) دارای یون هستند؛ درنتیجه رسانایی الکتریکی دارند.

گزینه ۲: با توجه به اینکه اسیدها تک‌پروتئین‌دار هستند، شمار آنیون‌ها و کاتیون‌های تولیدشده برابر خواهد بود.

گزینه ۳: یون اطراف قطب مثبت محلول (ب) می‌تواند از گروه ۱۷ جدول تناوبی باشد. (HF)

گزینه ۴: محلول (ب) برخلاف محلول اتانول در آب، با قرار دادن لامپ در مدار آن، به حالت نیمه‌روشن درخواهد آمد. (اتانول کاملاً به شکل مولکولی در آب حل می‌شود و هیچ یونی تولید نمی‌کند، پس محلول اتانول، رسانایی الکتریکی ندارد).

۱۷ - گزینه ۳ موارد اول، دوم و سوم درست هستند.

مورد اول: آهک یا همان کلسیم اکسید محلول در آب خاصیت بازی دارد و ضمن واکنش با اسید موجود در خاک مقداری از آن را خنثی کرده و از میزان اسیدی بودن خاک می‌کاهد.

مورد چهارم: مخلوط آب، روغن و صابون پایدار بوده ولی در اصل یک کلوتید می‌باشد و مخلوطی ناهمگن به‌شمار می‌رود.

۱۸ - گزینه ۳ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: گاز هیدروژن تولیدشده در لوله و مجرا فشار ایجاد می‌کند و باعث می‌شود مجرای بسته‌شده ساده‌تر باز شود.

گزینه ۲: فراورده واکنش، ماده‌ای محلول در آب است اما قابلیت پاک‌کنندگی ندارد.

گزینه ۳: افزایش دما سرعت واکنش‌ها را افزایش می‌دهد.

گزینه ۴: مخلوط آلومینیم و سدیم هیدروکسید به‌صورت پودر عرضه می‌شود.

۱۹ - گزینه ۳ از انحلال ترکیب‌های CaO , BaO , Li_2O , Na_2O و NH_3 در آب، محلول‌های بازی پدید می‌آید.

۲۰ - گزینه ۲ گزاره‌های «الف» و «ت» درست هستند.

بررسی گزاره‌های نادرست:

گزاره «ب»: در محلول Li_2O در آب یون هیدرونیوم وجود دارد. اما غلظت یون هیدروکسید از یون هیدرونیوم بیشتر است.

گزاره «پ»: اسیدها در تماس با پوست احساس سوزش و بازها در تماس با پوست احساس لیزی ایجاد می‌کنند.

۲۱ - گزینه ۲

$$[H^+] = M \cdot \alpha \rightarrow \alpha = \frac{1.9 \times 10^{-3}}{0.2} = 0.95 \times 10^{-2} \times 100 \rightarrow 0.95\%$$

۲۲ - گزینه ۴

با توجه به آنکه اسید HA ضعیف است:



مول A^- تولیدشده + مول H^+ تولیدشده + مول HA یونیده نشده = مجموع مول ذرات حل شده

درجه یونش برابر است با:

$$\alpha \times 100 \Rightarrow 5 = \alpha \times 100 \Rightarrow \alpha = 0.05$$

مول اولیه HA برابر است با:

$$[HA]_{\text{اولیه}} = \frac{\text{مول اولیه } HA}{\text{حجم محلول (L)}} \Rightarrow 0.1 = \frac{\text{مول اولیه } HA}{0.5(L)} \Rightarrow \text{مول اولیه } HA = 0.05 \text{ mol}$$

حال می‌توان مول H^+ و A^- تولید شده را تعیین کرد:

$$\alpha = \frac{\text{مول اولیه } HA}{\text{مول اولیه } HA} = \frac{\text{مول تولیدشده } H^+}{\text{مول اولیه } HA} \Rightarrow \text{مول تولیدشده } H^+ = \text{مول تولیدشده } A^- = 0.05 \times 0.05 = 25 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

در نهایت مول HA یونیده نشده برابر است با:



دبیرستان دخترانه علوی واحد شرق

$$0.0025 - 0.005 = \text{مول } H_2A \text{ یونیده شده} - \text{مول } H_2A \text{ اولیه} = \text{مول } HA \text{ یونیده نشده}$$

$$0.0025 + 0.0025 + 0.0025 - 0.005 = \text{مجموع ذرات حل شده}$$

۲۳ - گزینه ۱ قسمت اول:

$$\alpha\% = \frac{\text{شمار } HCOOH \text{ یونیده شده}}{\text{شمار } HCOOH \text{ حل شده}} \times 100 = \frac{20}{20 + 330} \times 100 = 5.8\%$$

قسمت دوم: ابتدا غلظت مولی اولیه اسید را محاسبه می‌کنیم.

$$M_{HCOOH} = \frac{n}{V} = \frac{\frac{m}{\text{جرم مولی}}}{V} = \frac{(\frac{20}{46}) \text{ mol}}{0.1 L} = 0.0435 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

سپس غلظت مولی یون $HCOO^-$ موجود در محلول را به دست می‌آوریم:

$$[HCOO^-] = M_{HCOOH} \alpha = 0.0435 \times (5.8 \times 10^{-2}) = 2.52 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

اکنون می‌توانیم غلظت ppm یون $HCOO^-$ را به شکل زیر محاسبه نماییم.

$$HCOO^- \text{ غلظت مولی} = \frac{\text{جرم مولی} \times \text{چگالی محلول} \times \text{درصد جرمی}}{1000} \rightarrow 2.52 \times 10^{-3} = \frac{100 \times a \times 1}{46} \rightarrow a = 1.18 \times 10^{-2}$$

$$ppm \text{ غلظت} = 10^4 \times \text{درصد جرمی} = 10^4 \times 1.18 \times 10^{-2} = 118 ppm$$

۲۴ - گزینه ۴ عموماً اکسید نافلز (به جز N_2O , NO , CO) اکسید اسیدی است: $SO_3 + H_2O \rightarrow H_2SO_4$ در ضمن NO , CO , N_2O اکسیدهای خنثی هستند.

۲۵ - گزینه ۱ بررسی عبارت‌ها:

عبارت (الف): نادرست، بخش ناقطبی آن حلقه بنزنی را نیز شامل می‌شود. (۱۸ اتم کربن)

عبارت (ب): درست.

عبارت (پ): درست. فرمول شیمیایی آن $C_{18}H_{29}SO_3^- Na^+$ است.

عبارت (ت): درست، قدرت پاک‌کنندگی پاک‌کننده‌های غیرصابونی از صابونها بیشتر است و با یون‌های موجود در آب سخت رسوب نمی‌دهد.

۲۶ - گزینه ۴ در شرایط یکسان هرچه شمار یون‌های موجود در محلول بیشتر باشد، رسانایی آن محلول بیشتر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: شکر در آب یون تولید نمی‌کند، پس این محلول رسانایی ناچیزی دارد.

گزینه ۲:

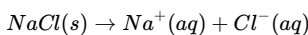
$$\alpha = \frac{[H^+]}{M} \Rightarrow [H^+] = [CH_3COO^-] = 0.002 \frac{\text{mol}}{L}$$

$$\text{شمار یون‌ها} = 0.002 + 0.002 = 0.004 \text{ mol}$$

گزینه ۳: هیدروکلریک اسید، یک اسید قوی بوده و به‌طور کامل یونیده می‌شود.

$$\text{شمار یون‌ها} = 2 \times 0.01 = 0.02 \text{ mol}$$

گزینه ۴: سدیم کلرید ترکیب یونی محلول در آب است.



$$\text{شمار یون‌ها} = 2 \times 0.05 = 0.1 \text{ mol}$$

۲۷ - براساس نظریه اسید و باز آرنیوس ماده‌ای که در آب حل شده و غلظت H^+ یا OH^- را افزایش دهد اسید یا باز است. (درستی گزینه ۴)

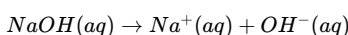
گزینه ۱: C_2H_5OH نه اسید است نه باز زیرا OH^- خود را در آب آزاد نمی‌کند.

گزینه ۲: در محلول سدیم هیدروکسید، یون هیدروکسید و یون هیدرونیوم وجود دارند و $[OH^-]$ بیشتر از $[H_3O^+]$ است.

گزینه ۳: SO_3 در آب حل شده و غلظت H^+ را افزایش و OH^- را کاهش می‌دهد.

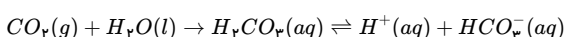
۲۸ - گزینه ۱ کاغذ pH در محیط بازی، آبی می‌شود.

گزینه ۱:

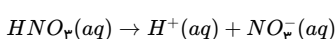


یون OH^- آزاد شده پس محلول یک باز آرنیوس است و کاغذ pH را آبی می‌کند.

گزینه ۲: اکسید نافلزی، اسید آرنیوس است. این اکسیدها انحلال شیمیایی دارند و با آب واکنش می‌دهند و فرآورده واکنش به‌صورت یونی در آب حل می‌شود. محلول اسیدی کاغذ pH را قرمز می‌کند.

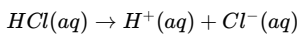


گزینه ۳:





یون H^+ آزاد کرده پس اسید آرنیوس است و کاغذ pH را قرمز می‌کند.
گزینه ۴:



یون H^+ آزاد کرده پس اسید آرنیوس است و کاغذ pH را قرمز می‌کند.

۲۹ - گزینه ۴

شمار مولکول‌های یونیده شده با شمار هر کدام از یون‌های H^+ و A^- برابر است.

$10 = 8 + 2 =$ شمار مولکول‌های یونیده‌شده + شمار مولکول‌های یونیده‌نشده = شمار کل مولکول‌های حل‌شده

بنابراین، از ۱۰ مولکول HA حل‌شده، ۲ مولکول یونیده‌شده است.

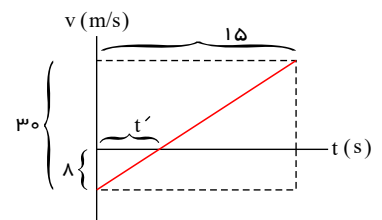
$$\alpha = \frac{\text{شمار مولکول‌های یونیده‌شده}}{\text{شمار کل مولکول‌های حل‌شده}} = \frac{2}{10} = 0.2$$

۳۰ - گزینه ۲ اتانول در آب تنها به صورت مولکولی حل می‌شود و یون هیدروکسید آزاد نمی‌کند؛ در نتیجه باز آرنیوس نیست.

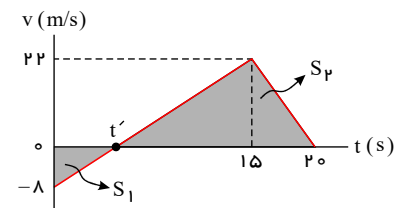
۳۱ - گزینه ۴ در ابتدا لحظه تلاقی نمودار با محور زمان (t') که همان لحظه تغییر جهت نیز هست را می‌یابیم.

توجه: برای یافتن t' چندین روش وجود دارد. مثلاً می‌توان از قضیه تالس هم کمک گرفت (یا از شیب خط استفاده کرد).

$$\frac{t'}{15} = \frac{8}{30} \rightarrow \boxed{t' = 4s}$$



قدرمطلق سطح زیر نمودار $v-t$ برابر مسافت پیموده شده است.



$$\left. \begin{aligned} |S_1| &= \frac{\Delta v \cdot t}{2} = 16 \\ S_2 &= \frac{22 \times (20-4)}{2} = 176 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{مسافت کل}} 16 + 176 = 192m$$

۳۲ - گزینه ۲ در حرکت با شتاب ثابت در مسیر مستقیم، داریم:

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} \Rightarrow \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{v_1 + v_2}{2} \Rightarrow \frac{22 - (-18)}{4} = \frac{v_1 + 16}{2} \Rightarrow v_1 = 4m/s$$

حال با استفاده از معادله سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v - v_0 = at \Rightarrow \frac{v_2 - v_1}{v_2 - v_0} = \frac{t_2 - t_1}{t_2 - t_0} \Rightarrow \frac{16 - 4}{16 - v_0} = \frac{4}{6} \Rightarrow v_0 = -2m/s$$

۳۳ - گزینه ۴ طبق رابطه شتاب:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \Rightarrow 4 = \frac{25 - v_1}{6} \Rightarrow 24 = 25 - v_1 \Rightarrow v_1 = 1 \frac{m}{s}$$

۳۴ - گزینه ۳

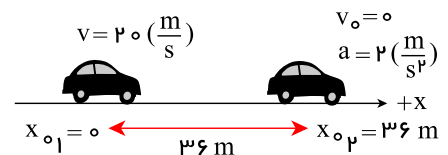
$$x_1 = vt + x_{01} = 20t$$

$$x_2 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_{02} = \frac{1}{2} \times 2t^2 + 0 + 36 = t^2 + 36$$

$$x_2 = x_1 \Rightarrow t^2 + 36 = 20t \Rightarrow t^2 - 20t + 36 = 0$$

$$\Rightarrow (t-2)(t-18) = 0$$

$$\Rightarrow t_1 = 2s, t_2 = 18s \Rightarrow \Delta t = 16s$$

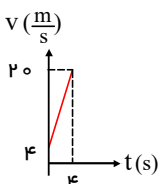


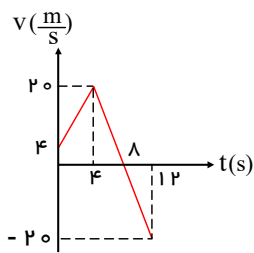
۳۵ - گزینه ۳ برای حل این تست، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول (رسم نمودار سرعت - زمان):

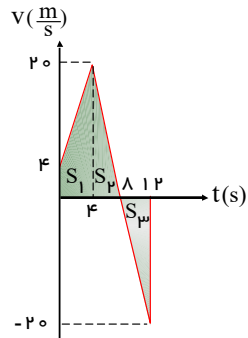
بازه زمانی $0 < t < 4s$: در این قسمت سرعت اولیه متحرک $4 \frac{m}{s}$ است. از طرفی با توجه به آنکه اندازه شتاب متحرک برابر $4 \frac{m}{s^2}$ می‌باشد، در هر ثانیه $4 \frac{m}{s}$ بر

سرعت آن افزوده می‌شود و سرعت در پایان ثانیه چهارم به $20 \frac{m}{s}$ می‌رسد. $(4 + 4 \times 4 = 20 \frac{m}{s})$.





بازه زمانی $4s < t < 12s$: در این قسمت با توجه به نمودار فوق، سرعت متحرک در لحظه $t = 4s$ (یعنی شروع بازه) برابر $20 \frac{m}{s}$ می‌باشد. از طرفی با توجه به آنکه اندازه شتاب برابر $5 \frac{m}{s^2}$ می‌باشد، سرعت متحرک در هر ثانیه $5 \frac{m}{s}$ کاهش می‌یابد و در $t = 8s$ به صفر می‌رسد و در $t = 12s$ به $-20 \frac{m}{s}$ می‌رسد. با توجه به این موضوع نمودار کلی سرعت - زمان متحرک عبارت است از:



گام دوم (محاسبه مسافت طی شده توسط متحرک در بازه زمانی $(0 \leq t \leq 12s)$):
می‌دانیم که مسافت طی شده برابر قدر مطلق سطح زیر نمودار سرعت - زمان است؛ بنابراین با توجه به نمودار سرعت - زمان مقابل داریم:
$$S_{\text{مستقل}} = |S_1| + |S_2| + |S_3| = \frac{(20+0) \times 4}{2} + \frac{4 \times 20}{2} + \frac{4 \times 20}{2} = 128m$$

۳۶ - گزینه ۴ از معادله مستقل از شتاب کمک می‌گیرد.

$$\Delta x = \frac{v_0 + v}{2} \Delta t \Rightarrow -122.5 - 0 = \frac{0 + v}{2} \times 5 \Rightarrow v = -49m/s \Rightarrow |v| = 49m/s$$

۳۷ - گزینه ۲ روش اول: از لحظه $t = 6$ تا لحظه $t = 0$ برمی‌گردیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \xrightarrow[v_0=0, t=6s]{\Delta x=18m} 18 = \frac{1}{2}a(6)^2 \rightarrow a = 1 \frac{m}{s^2}$$

روش دوم:

نمودار مکان - زمان یک سهمی است بنابراین حرکت بر روی محور x ، با شتاب ثابت است؛ در بازه زمانی صفر تا $t = 6s$ داریم:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \rightarrow 0 - 18 = \left(\frac{0 + v_0}{2}\right)(6) = 3v_0 \rightarrow v_0 = -6m/s$$

$$v = at + v_0 \rightarrow 0 = a \times 6 + (-6) \rightarrow a = 1m/s^2$$

روش سوم:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 & \text{در بازه زمانی} \\ v = at + v_0 & \text{صفر تا ۶} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 = \frac{1}{2}a \times 6^2 + v_0 \times 6 + 18 \rightarrow a = 1m/s^2 \\ 0 = a \times 6 + v_0 \rightarrow v_0 = -6a \end{cases}$$

۳۸ - گزینه ۱ برای این که دو متحرک به یکدیگر برخورد نکنند باید مجموع اندازه جابه‌جایی آن‌ها تا لحظه توقف برابر با 80 متر باشد. با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی، داریم:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \Rightarrow |\Delta x_1| = \frac{|0 - 16^2|}{2|a|}, |\Delta x_2| = \frac{|0 - 20^2|}{2|a|}$$

$$|\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 80 \Rightarrow \frac{16^2}{2|a|} + \frac{20^2}{2|a|} = 80 \Rightarrow |a| = 4 \frac{m}{s^2}$$

۳۹ - گزینه ۲ این سوال را به سه روش حل می‌کنیم. می‌دانیم که در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط معادل میانگین سرعت‌هاست.

روش اول:

$$v = at + v_0 = 4t + 6$$

$$\begin{cases} t = 0s \rightarrow v_0 = 6 \frac{m}{s} \\ t = 2s \rightarrow v_2 = 14 \frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow v_{av} = \frac{v_0 + v_2}{2} = 10 \frac{m}{s}$$

روش دوم: در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط بین دو لحظه t_1 و t_2 معادل سرعت در لحظه $t = \frac{t_1 + t_2}{2}$ است.

در اینجا سرعت متوسط در دو ثانیه اول معادل با سرعت در لحظه $t = 1s$ است. $t = \frac{0+2}{2} = 1s$ ، بنابراین داریم:

$$v_{av} = v = at + v_0 \xrightarrow[t=1s, a=4 \frac{m}{s^2}]{v_0=6} v_{av} = 4 \times 1 + 6 = 10 \frac{m}{s}$$

روش سوم: در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط در t' ثانیه اول، از رابطه زیر نیز محاسبه می‌شود.

$$v_{av} = \frac{1}{2}at' + v_0 \xrightarrow[t'=2]{\substack{a=4 \frac{m}{s^2}, v_0=6 \frac{m}{s} \\ \text{دو ثانیه اول حرکت}}}} v_{av} = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 + 6 \rightarrow v_{av} = 10 \frac{m}{s}$$

۴۰ - گزینه ۳

ابتدا سرعت و جابه‌جایی متحرک را پس از $20s$ به‌دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 20 + 0 \Rightarrow v = 40 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x_1 = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{40 + 0}{2} \times 20 = 400m$$

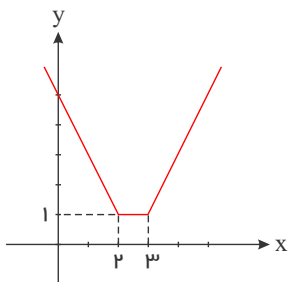


در مرحله دوم بیان شده سرعت متحرک با آهنگ ثابت $4m/s^2$ کاهش می‌یابد یعنی شتاب متحرک در این مرحله $-4m/s^2$ است.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x_p \Rightarrow 0 - (40)^2 = 2(-4)\Delta x_p \Rightarrow \Delta x_p = 200m$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = 400 + 200 = 600m$$

۴۱ - گزینه ۱ تابع f یک تابع گلدانی است که در $x < 2$ اکیداً نزولی است و ضابطه آن در این بازه $f(x) = -2x + 5$ است.



$$\begin{cases} f(x) = -2x + 5 \\ g(x) = 2x^2 - x - 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{تلاقی}} 2x^2 - x - 1 = -2x + 5 \Rightarrow 2x^2 + x - 6 = (2x - 3)(x + 2) = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1 + 12 = 13 \rightarrow \begin{cases} x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{4} = \frac{5}{2} (x < 2 \text{ با توجه به}) \\ x = \frac{-1 - \sqrt{13}}{4} = -3 \text{ ق ق} \end{cases}$$

تنها نقطه مشترک f و g در بازه $(-\infty, 2)$ نقطه $(-3, 11)$ است.

۴۲ - گزینه ۳

$$f(x) = \sqrt{x} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محورهای}} g(x) = \sqrt{-x} \xrightarrow{\text{دو واحد به طرف راست}} h(x) = \sqrt{-(x-2)} = \sqrt{-x+2}$$

$$\begin{cases} h(x) = \sqrt{-x+2} \\ y = x \end{cases} \xrightarrow{\text{تلاقی}} \sqrt{-x+2} = x \xrightarrow{\text{توان ۲}} -x+2 = x^2 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x+2)(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -2 & \text{غ ق (در معادله صدق نمی‌کند)} \\ x = 1 & \text{ق ق} \end{cases}$$

۴۳ - گزینه ۴ ابتدا دامنه تابع $y = f(x)$ را می‌یابیم:

$$-1 \leq x \leq 3 \rightarrow -2 \leq 2x \leq 6 \rightarrow -3 \leq 2x - 1 \leq 5$$

حال به کمک دامنه تابع $y = f(x)$ به دامنه $y = f(3x+2)$ $h(x)$ می‌رسیم.

$$-3 \leq 3x+2 \leq 5 \rightarrow -5 \leq 3x \leq 3 \rightarrow -\frac{5}{3} \leq x \leq 1$$

۴۴ - گزینه ۱

$$x - \frac{1}{x} = t \rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = t^2 \rightarrow (x + \frac{1}{x})^2 = t^2 + 4$$

$$f(t) = \pm \sqrt{t^2 + 4} + 6 \rightarrow f(x) = 6 \pm \sqrt{x^2 + 4} \rightarrow f(\sqrt{2}) = 6 \pm \sqrt{6}$$

۴۵ - گزینه ۲ اگر نمودار تابع $y = |\frac{1}{p}x| - 2$ را ۴ واحد به سمت چپ منتقل کنیم معادله به صورت $y = |\frac{1}{p}(x+4)| - 2$ درمی‌آید و اگر یک واحد به بالا منتقل کنیم به صورت

$$y = |\frac{1}{p}(x+4)| - 2 + 1$$

$$\begin{cases} y_{\text{قدیم}} = |\frac{1}{p}x| - 2 \\ y_{\text{جدید}} = |\frac{1}{p}x + 2| - 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{تلاقی}} |\frac{1}{p}x| - 2 = |\frac{1}{p}x + 2| - 1$$

$$\xrightarrow{\times 2} |x| - 4 = |x+4| - 2 \Rightarrow |x| - |x+4| = 2 \xrightarrow{\text{مشاهده گزینه‌ها}} x = -3$$

۴۶ - گزینه ۴ روش اول:

$$2x - 3 = t \Rightarrow 2x = t + 3 \Rightarrow x = \frac{t+3}{2}$$

$$= t^2 + 9 + 6t - 7t - 21 + 13 = t^2 - t + 1 \Rightarrow f(x) = x^2 - x + 1 \Rightarrow f(t) = 4(\frac{t+3}{2})^2 - 14(\frac{t+3}{2}) + 13 = (t+3)^2 - 7(t+3) + 13$$

روش دوم: یک عدد دلخواه مانند $x = 2$ را انتخاب می‌کنیم.

$$f(2x-3) = 4x^2 - 14x + 13 \xrightarrow{x=2} f(1) = 16 - 28 + 13 \rightarrow f(1) = 1$$

تنها گزینه چهارم است که اگر به جای x آن عدد یک قرار دهیم حاصل برابر یک می‌شود.



۴۷ - گزینه ۴ روش اول:

ابتدا دامنه تعریف دو تابع f , g را به دست می آوریم:

$$D_f : 3 - x \geq 0 \rightarrow x \leq 3$$

$$D_g : x^2 + 2x = x(x + 2) > 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} x < -2 \text{ یا } x > 0$$

$$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x < -2 \text{ یا } x > 0 \mid \log_2^{x^2+2x} \leq 3\}$$

$$= \{x < -2 \text{ یا } x > 0 \mid x^2 + 2x \leq 2^3\} = \{x < -2 \text{ یا } x > 0 \mid x^2 + 2x - 8 \leq 0\}$$

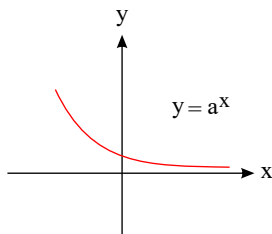
$$= \{x < -2 \text{ یا } x > 0 \mid (x + 4)(x - 2) \leq 0\} = \{x < -2 \text{ یا } x > 0 \mid -4 \leq x \leq 2\}$$

$$= -4 \leq x < -2 \text{ یا } 0 < x \leq 2 \Rightarrow D_{fog} = [-4, -2) \cup (0, 2]$$

البته می توانیم $fog(x)$ را تشکیل داده (تابع را ساده نکنید) سپس دامنه ی آن را به دست آورید.

روش دوم:

$x = -1$ در دامنه تعریف g قرار ندارد. بنابراین در دامنه تعریف fog هم نباید باشد، یعنی هر گزینه ای که $x = -1$ دارد نادرست است. پس فقط گزینه چهارم درست است.



است و به ازای $a = 0$ و $a = 1$ تابع ثابت و در نتیجه هم صعودی و هم

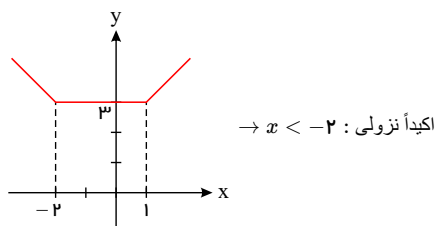
۴۸ - گزینه ۲ تابع $y = a^x$ به ازای $0 < a < 1$ اکیداً نزولی است و به صورت

نزولی است پس برای آنکه تابع داده شده نزولی باشد باید:

$$0 \leq \frac{3m+1}{4} \leq 1 \rightarrow 0 \leq 3m+1 \leq 4 \rightarrow -1 \leq 3m \leq 3 \rightarrow \frac{-1}{3} \leq m \leq 1$$

که در این بازه، اعداد صحیح صفر و یک قرار دارند.

۴۹ - گزینه ۱ تابع داده شده یک تابع گلدانی است که در $x = -2$ و $x = 1$ (ریشه های داخل قدرمطلق) دارای شکست است.



۵۰ - گزینه ۱

روش اول:

$$x - 3 = t \rightarrow x = t + 3$$

$$f(x - 3) = x^2 - 4x + 5 \rightarrow f(t) = (t + 3)^2 - 4(t + 3) + 5 \rightarrow f(1 + x)$$

$$= (1 - x + 3)^2 - 4(1 - x + 3) + 5 \rightarrow f(1 - x) = (4 - x)^2 - 4(4 - x) + 5 \rightarrow f(1 - x)$$

$$= 16 + x^2 - 8x - 16 + 4x + 5 \rightarrow f(1 - x) = x^2 - 4x + 5$$

روش دوم:

باید $x - 3$ را تبدیل به $1 - x$ کنیم با کمی دقت متوجه می شویم در $x - 3$ اگر x را به $4 - x$ تبدیل کنیم این اتفاق می افتد.

$$x \rightarrow -x + 4 \Rightarrow f(1 - x) = (-x + 4)^2 - 4(-x + 4) + 5$$

$$= x^2 + 16 - 8x + 4x - 16 + 5 = x^2 - 4x + 5$$