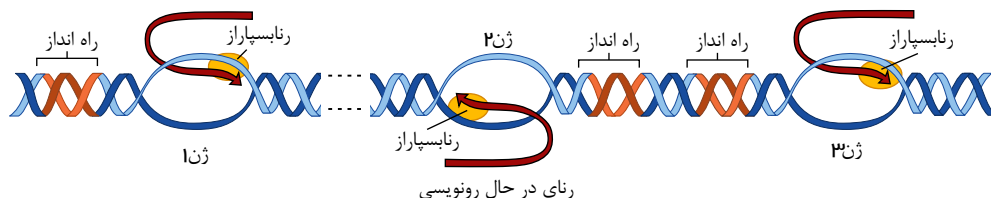


پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳ محصول ترجمهٔ رنای پیک لزوماً آنزیم نیست و محصول یک رنای پیک سه ژنی، سه رشتهٔ پلی پپتید است که می‌توانند آنزیم باشند. محصول یک رنای پیک سه ژنی نمی‌تواند یک رشتهٔ پلی پپتید باشد.

۲ - گزینه ۴ در مولکول دنا، در هر ژن یکی از دو رشتهٔ الگو است؛ ولی رشتهٔ الگو در ژن‌های مجاور می‌تواند متفاوت باشد.



توجه کنید که در دنا، حلقوی باکتری‌ها ممکن است حالتی وجود داشته باشد که اگر در یک ژن یکی از دو رشته الگو باشد، ناچار در ژن مجاور هم باید همان رشته الگو باشد؛ مانند ۳ ژن لازم برای استفاده از لاکتوز یا مالتوز در اشرشیاکلا.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: نادرست. *mRNA* یوکاریوتی در هنگام یا پس از رونویسی می‌تواند دستخوش تغییر شود.

گزینه ۲: نادرست. بخشی از رنای پیک که زودتر ساخته می‌شود، زودتر هم ترجمه خواهد شد.

گزینه ۳: نادرست. اولین آمینواسید در انتهای آمین همهٔ پلی پپتیدهای تازه ساخته شده متیونین است.

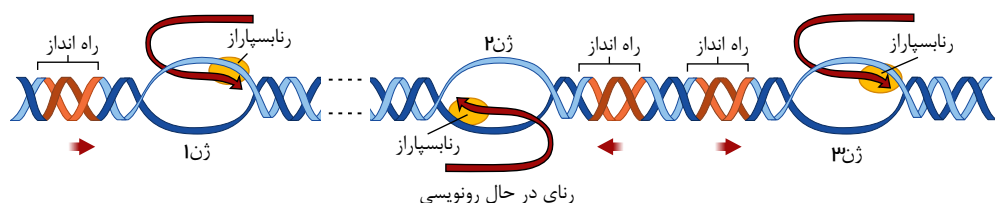
۳ - گزینه ۱ در یوکاریوت‌ها محل رونویسی ژن‌های هسته با محل ترجمه آن متفاوت می‌باشد. رونویسی در هستهٔ یاخته و ترجمه در سیتوپلاسم انجام می‌شود. ویژگی ذکر شده برای باکتری هاست.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۲: پلی پپتیدها از واحدهای تکرار شونده‌ای به نام آمینواسید تشکیل شده‌اند. هر آمینواسید دارای یک انتهای آمین و یک انتهای کربوکسیل است. یک آمینواسید به‌طور معمول از سمت عامل آمین خود به عامل کربوکسیل آمینواسید قبلی متصل می‌شود؛ پس در اولین آمینواسید عامل آمین، انتهای رشتهٔ پلی پپتیدی را ایجاد می‌کند.

گزینه ۳: با توجه به شکل زیر می‌توان مشاهده کرد که در یک ژن رشتهٔ بالایی و در ژن بعدی رشتهٔ پایینی می‌تواند مورد رونویسی قرار گیرد.

گزینه ۴: رنای پیک ممکن است دستخوش تغییراتی در حین رونویسی و یا پس از آن شود. یکی از تغییراتی که در یوکاریوت‌ها و پس از رونویسی متداول است، حذف بخش‌هایی از مولکول رنای پیک است.



۴ - گزینه ۳ ساخته شدن همزمان چند رنا از یک ژن در اثر عملکرد همزمان چند آنزیم *rRNA* پلی‌مراز و تولید همزمان چند *rRNA* تشکیل می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: بسیاری از محصولات حاصل از رونویسی ژن‌ها هرگز ترجمه نمی‌شوند، مانند *tRNA* و *rRNA* های کوچک

گزینه ۲: نوکلئوتیدهای قبل از کدون آغاز و نوکلئوتیدهای کدون پایان به بعد ترجمه نمی‌شوند.

گزینه ۴: درون شبکه آندوپلاسمی زیر ریبوزومی وجود ندارد. ریبوزوم‌ها روی غشای این شبکه هستند.

۵ - گزینه ۴ آنتی کدون *CUC* روی *tRNA*، مکمل کدون *GAG* روی *mRNA* است. پس از خروج *tRNA* خالی از جایگاه *P* و ورود آن به جایگاه *E* ریبوزوم به اندازهٔ یک کدون روی *mRNA* جلو می‌رود و کدون *UUC* در جایگاه *P* ریبوزوم قرار می‌گیرد و کدون بعدی یعنی *UCC* در جایگاه *A* ریبوزوم قرار می‌گیرد. کدون *UCC* مکمل آنتی کدون *AGG* در مولکول *tRNA* است.

۶ - گزینه ۴ در پروکاریوت‌ها در تنظیم بیان ژن مربوط به مصرف لاکتوز چندین رناتن به صورت همزمان ترجمه یک مولکول رنای پیک که از روی ۳ ژن مختلف تولید شد و ۳ ژنی است را شروع می‌کند. (گزینه ۴)

۷ - گزینه ۴ حذف شدن بخش‌هایی از رنای پیک در هوهسته‌ای‌ها مشاهده می‌شود. در یاخته‌های هوهسته‌ای سازوکارهایی برای حفاظت رنای پیک در برابر تخریب وجود دارد، بنابراین فرصت بیش‌تری برای پروتئین سازی هست.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: آنزیم رناپسپاراز در هوهسته‌ای در سیتوپلاسم تولید می‌شود، ولی فعالیتش را در هسته انجام می‌دهد.

گزینه ۲: همهٔ یاخته‌های هوهسته‌ای سبزدیسه ندارند.



گزینه ۳: در پیش هسته‌ای‌ها، ترجمه می‌تواند بیش از پایان رونویسی رنای پیک شروع شود.

۸ - گزینه ۱ تنها مورد (ب) صحیح است.

بررسی موارد:

مورد الف) با توجه به طول مولکول‌های رنای تولیدشده، رونویسی در جهت «الف» انجام می‌شود.

مورد ب) با توجه به طول رنای‌های تولیدشده، توالی راه‌انداز در سمت A قرار دارد.

مورد ج) دقت کنید چندین آنزیم در حال رونویسی هستند، اما آن را به صورت هم‌زمان آغاز نکرده‌اند.

مورد د) همه رنای‌های تولیدشده، از یک نوع هستند.

مورد ه) دقت کنید رنای‌های تولیدشده، الزاماً رنای پیک نیستند؛ ممکن است سایر انواع مولکول رنا باشند.

۹ - گزینه ۴ نبودن لاکتوز در محیط باکتری، دلیلی بر عدم وجود دی‌ساکاریدهای دیگر در سلول نیست. لاکتوز به پروتئین مهارکننده متصل می‌شود اما، روی بخش تنظیم‌کننده (راه‌انداز و اپراتور) قرار نمی‌گیرد. پروتئین مهارکننده در باکتری مانع از اتصال رنابسپاراز به دنا نمی‌شود.

۱۰ - گزینه ۱ همواره تعداد انواع کدون‌های ترجمه‌شده با تعداد انواع آنتی‌کدون‌ها برابر است. چون دقیقاً به‌ازای هر ۱ نوع کدون قابل ترجمه، ۱ نوع آنتی‌کدون مکمل وجود دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۲: همواره تعداد جابه‌جایی ریبوزوم با $tRNA$ ‌های استقرار یافته در جایگاه A برابر است. به‌طور مثال اگر ۴ کدون در یک $mRNA$ وجود داشته باشد، دو $tRNA$ در جایگاه A استقرار می‌یابد و دو حرکت صورت می‌گیرد. (توجه کنید که اولین $tRNA$ فقط در جایگاه P استقرار می‌یابد و آخرین کدون، کدون پایان است که با آنتی‌کدون هیچ $tRNA$ پیوند برقرار نمی‌کند).

گزینه ۳: همواره تعداد پیوندی با تعداد جابه‌جایی‌های ریبوزوم برابر است. مثلاً اگر یک $mRNA$ چهار کدون داشته باشد، دو جابه‌جایی صورت می‌گیرد و بین سه آمینواسید مورد استفاده در رشته پیوندی، دو پیوند موجود است. (توجه کنید که کدون پایان، آمینواسیدی را رمز نمی‌کند).

گزینه ۴: تعداد کدون‌های ترجمه‌شده برابر تعداد آمینواسیدهاست که همواره یک عدد از تعداد جابه‌جایی‌ها بیشتر است. مثلاً در یک $mRNA$ دارای چهار کدون دو حرکت صورت می‌گیرد و سه آمینواسید در رشته حاصل وجود دارد.

۱۱ - گزینه ۴ اپراتور بخشی از DNA است پس فاقد باز یوراسیل و قند ریبوز است.

۱۲ - گزینه ۲ پروتئین‌ها در سیتوپلاسم ساخته می‌شوند. به‌طور کلی پروتئین‌سازی در هر بخشی از یاخته که رناتن‌ها حضور داشته باشند می‌تواند انجام شود ولی آنزیم‌های درون اندامک لیزوزوم و آنزیم لیزوزوم در سیتوپلاسم ساخته می‌شوند.

۱۳ - گزینه ۴ در مرحله پایان ترجمه، یکی از رمزه‌های پایان وارد جایگاه A می‌شود و در نتیجه ترجمه پایان می‌پذیرد. در این مرحله عوامل آزادکننده وارد جایگاه A می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: «۱» پادرمزه AUU دارای رمزه UAA که یکی از رمزه‌های پایان است باید باشد و رمزه‌های پایان پادرمزه ندارند.

گزینه ۲: آخرین آنتی‌کدون وارد جایگاه P که می‌شود کدون پایان مقابل جایگاه A قرار می‌گیرد و با ورود عوامل آزادکننده به جایگاه A مرحله پایان رخ می‌دهد.

گزینه ۳: «۳» رمزه پایان وارد جایگاه P نمی‌شود.

۱۴ - گزینه ۲ سرنوشته هر پروتئین ساخته‌شده به توالی‌های آمینواسیدی آنها بستگی دارد. توالی‌های آمینواسیدی همان ساختار اول پروتئین‌ها است.

۱۵ - گزینه ۴ بررسی سایر عبارت‌ها:

عبارت «الف»: اتصال مهارکننده به اپراتور مانع بیان ژن و اتصال لاکتوز به مهارکننده باعث جدا شدن آن از دنا و بیان ژن می‌شود.

عبارت «ب»: در تنظیم مثبت رونویسی در حضور قند مالتوز، انواعی از پروتئین‌ها به نام فعال‌کننده به توالی‌های خاصی از دنا متصل می‌شوند.

عبارت «ج»: اتصال لاکتوز به مهارکننده موجب تغییر ساختار فضایی آن و جدا شدن آن از اپراتور می‌شود.

عبارت «د»: در حضور لاکتوز در محیط باکتری، تغییر شکل مهارکننده موجب جدا شدن از اپراتور می‌گردد.

۱۶ - گزینه ۳ بررسی عبارت‌ها:

(آ) نادرست؛ اتیلن گلیکول دارای فرمول شیمیایی $C_2H_6O_2$ است.

(ب) درست؛ به جز نمک خوراکی بقیه در هگزان حل می‌شود. چون بنزین، وازلین و روغن زیتون همگی غیرقطبی هستند و در حلال غیرقطبی هگزان حل می‌شوند.

(پ) نادرست؛ در ساختار لوویس باید جفت الکترون‌های ناپیوندی نیز نمایش داده شود.

N یک جفت و O دو جفت الکترون ناپیوندی دارند.

(ت) درست؛ تعداد هیدروژن در وازلین ۵۲ و در روغن زیتون ۱۰۴ است.

۱۷ - گزینه ۳ گزینه ۱: «۱» درجه یونش اسیدهای قوی برابر با ۱ است.

$$\alpha = \frac{[H^+]}{[HA]_{\text{اولیه}}} \Rightarrow [H^+] = [HA]_{\text{اولیه}}$$

گزینه ۳: «۳» هیدروفلوئوریک اسید و استیک اسید، اسیدهای ضعیفی هستند که به‌صورت جزئی در آب یونیده می‌شوند ولی هیدروکلریک اسید که یک اسید قوی است به‌طور کامل یونیده می‌شود.

۱۸ - گزینه ۱

$$\text{جرم مولی صابون} = 1 \text{ mol RCOONa} \times \frac{55.6 \text{ g RCOONa}}{0.2 \text{ mol RCOONa}} = 278 \text{ g}$$

$$\text{RCOONa} = 14n + 1 + 12 + 16 + 16 + 23 = 278$$

$$14n + 68 = 278 \Rightarrow 14n = 210 \Rightarrow n = 15$$





۱۹ - گزینه ۴ (الف) درست: HA نماینده اسیدهای ضعیف است. استیک اسید، اسیدی ضعیف است که با نمودار یونش HA مطابقت دارد.

(ب) نادرست. HX یک اسید قوی است. زیرا تقریباً به طور کامل یونش یافته است. در ترکیب‌های هیدروژن‌دار گروه ۱۷، HF اسید ضعیف به شمار می‌رود. اما، HBr ، HCl و HI جزء اسیدهای قوی هستند.

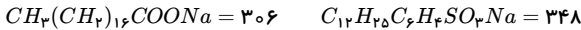
(پ) درست. چون HA اسید ضعیف است پس بین غلظت مولکول‌های یونش‌نیافته (HA) و یون‌های ایجادشده تعادل برقرار می‌شود و غلظت همه گونه‌ها ثابت می‌ماند.

(ت) درست. از انحلال یک مول HX همانند KOH دو مول یون تولید می‌شود پس هر دو محلول الکترولیت قوی هستند و رسانایی الکتریکی بالایی دارند.

(ث) درست. اسید HX به طور کامل یونیده شده است و به H^+ و X^- تبدیل می‌شود، بنابراین تعداد ذره‌ها دو برابر شده است.

۲۰ - گزینه ۴ قدرت پاک‌کنندگی: به دلیل عدم رسوب با کاتیون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} قدرت پاک‌کنندگی غیرصابونی بیشتر از صابونی است.

جرم مولی در شمار اتم‌های کربن‌های برابر: در کربن‌های برابر جرم مولی پاک‌کننده غیرصابونی بیشتر است. به عنوان مثال:



شمار پیوندهای دوگانه: با در نظر گرفتن گروه هیدروکربنی خطی و سیر شده، پاک‌کننده‌های غیرصابونی دارای سه پیوند دوگانه (در حلقه بنزنی) در ساختار خود هستند. درحالی‌که صابون‌ها دارای یک پیوند دوگانه هستند.

میزان انحلال در آب سخت: پاک‌کننده‌های غیرصابونی با یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} رسوب نداده و بیشتر حل می‌شود.

ردپای کربن دی‌اکسید: پاک‌کننده‌های غیرصابونی از نفت ساخته شده و برای بقیه آن‌ها مراحل بیشتری صورت گرفته و آلاینده‌گی محیط زیست و کربن دی‌اکسید تولید شده در تولید آن‌ها بیشتر است ولی صابون از ماده طبیعی (روغن یا چربی) ساخته می‌شود.

شمار اتم‌های اکسیژن در فرمول شیمیایی: در فرمول شیمیایی صابون‌ها، دو اتم اکسیژن و در فرمول شیمیایی پاک‌کننده‌های غیرصابونی سه اتم اکسیژن وجود دارد.

۲۱ - گزینه ۳ واکنش پاک‌کننده‌های پودری حاوی Al و $NaOH$ با آب، یک واکنش گرماده است و گرمای تولید شده باعث افزایش خاصیت پاک‌کنندگی می‌شود.

۲۲ - گزینه ۲ عبارت‌های (ب) و (پ) نادرست‌اند. بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) لکه‌های چربی از لباس‌هایی با جنس پلی‌استر، سخت‌تر از لباس‌های نخی پاک می‌شوند.

(پ) با افزایش دمای آب میزان لکه پاک‌شده از روی لباس افزایش می‌یابد و رابطه بین دمای آب و میزان لکه پاک‌شده، مستقیم است. پس نمودار این رابطه را به درستی نشان نمی‌دهد.

۲۳ - گزینه ۳ با توجه به شکل از ۱۰ مولکول اسید HA حل شده در آب، فقط یک مولکول یونش یافته است؛ بنابراین درجه یونش آن برابر است با:

$$\alpha = \frac{1}{10} = 0.1 = \text{درجه یونش}$$

بنابراین محلول این اسید همانند فورمیک اسید، یک اسید ضعیف است.

۲۴ - گزینه ۲ همه عبارت‌ها درست هستند.

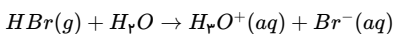
عبارت اول: کوبیده‌ها مخلوط‌هایی ناهمگن و مانند محلول مخلوط‌هایی پایدار هستند.

عبارت دوم: مخلوط قطره روغن و صابون در آب، یک کلئید است و مانند زله نور را پخش می‌کند.

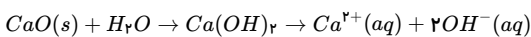
عبارت سوم: شربت معده مخلوطی از نوع سوسپانسیون است که برخلاف شیر، با گذشت زمان ته‌نشین می‌شود.

عبارت چهارم: ذره‌های سازنده کلئید توده‌های با اندازه‌های متفاوت مولکولی هستند و می‌توان آن را پلی میان سوسپانسیون و محلول در نظر گرفت.

۲۵ - گزینه ۳ هیدروژن برمید (HBr) یک اسید آرنیوس است زیرا در اثر حل شدن در آب یون هیدرونیوم آب را افزایش می‌دهد.



کلسیم اکسید (CaO) یک باز آرنیوس است زیرا در اثر واکنش با آب غلظت یون هیدروکسید آب را افزایش می‌دهد.

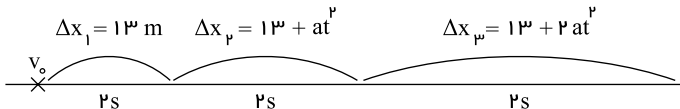


بررسی سایر موارد: هیدروژن سیانید یک اسید آرنیوس است و غلظت یون هیدرونیوم در آب را افزایش می‌دهد آمونیاک یک باز آرنیوس است و غلظت یون هیدروکسید را در آب افزایش می‌دهد.

۲۶ - گزینه ۱

روش اول:

در حرکت با شتاب ثابت در ابتدا یک خط راست، جابه‌جایی‌های متحرک در بازه‌های زمانی مساوی و متوالی، تشکیل یک دنباله با قدر نسبت at^2 می‌دهند. به عبارتی داریم:



$$\Delta x_3 = 13 + 2at^2 \xrightarrow[t=2s]{\Delta x_3=25m} 25 = 13 + 8a \rightarrow a = 1.5 \frac{m}{s^2}$$

روش دوم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

$$t = 2s \Rightarrow \Delta x(\text{دو ثانیه اول}) = 2a + 2v_0 = 13 \Rightarrow a + v_0 = 6.5(I)$$

$$\begin{cases} t = 4s \Rightarrow \Delta x_4 = 8a + 4v_0 \\ t = 6s \Rightarrow \Delta x_6 = 18a + 6v_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta x(\text{دو ثانیه سوم}) = \Delta x_6 - \Delta x_4 = 10a + 2v_0 = 25 \Rightarrow 5a + v_0 = 12.5(II)$$

$$I, II \Rightarrow 4a = 12.5 - 6.5 \Rightarrow a = 1.5 \frac{m}{s^2}$$

۲۷ - گزینه ۱ جهت مثبت را برای هر متحرک به طور جداگانه همان جهت حرکت خودش فرض می‌کنیم.



$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 + v_{01} t = \frac{1}{2} \times 2 t^2 + 10 t = t^2 + 10 t$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2} a_2 t^2 + v_{02} t = \frac{1}{2} \times 4 t^2 + 20 t = 2 t^2 + 20 t$$

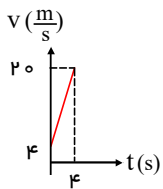
$$|\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 1125 \Rightarrow 3 t^2 + 30 t = 1125$$

$$\Rightarrow t^2 + 10 t - 375 = 0 \Rightarrow t = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 1500}}{2}$$

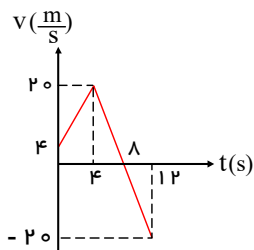
$$\Rightarrow t_1 = 15 s, t_2 = -25 s \Rightarrow t = 15 s$$

۲۸ - گزینه ۳ برای حل این تست، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

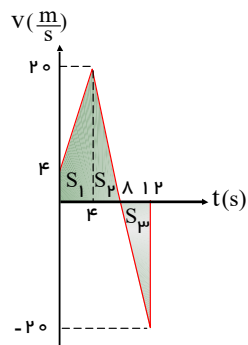
گام اول (رسم نمودار سرعت - زمان):



بازه‌ی زمانی $0 < t < 4$: در این قسمت سرعت اولیه‌ی متحرک $4 \frac{m}{s}$ است. از طرفی با توجه به آنکه اندازه‌ی شتاب متحرک برابر $4 \frac{m}{s^2}$ می‌باشد، در هر ثانیه $4 \frac{m}{s}$ بر سرعت آن افزوده می‌شود و سرعت در پایان ثانیه‌ی چهارم به $20 \frac{m}{s}$ می‌رسد. $(4 + 4 \times 4 = 20 \frac{m}{s})$.



بازه‌ی زمانی $4 < t < 12$: در این قسمت با توجه به نمودار فوق، سرعت متحرک در لحظه‌ی $t = 4 s$ (یعنی شروع بازه) برابر $20 \frac{m}{s}$ می‌باشد. از طرفی با توجه به آنکه اندازه‌ی شتاب برابر $5 \frac{m}{s^2}$ می‌باشد، سرعت متحرک در هر ثانیه $5 \frac{m}{s}$ کاهش می‌یابد و در $t = 8 s$ به صفر می‌رسد و در $t = 12 s$ به $-20 \frac{m}{s}$ می‌رسد. با توجه به این موضوع نمودار کلی سرعت - زمان متحرک عبارت است از:



گام دوم (محاسبه‌ی مسافت طی شده توسط متحرک در بازه‌ی زمانی $(0 \leq t \leq 12 s)$):

می‌دانیم که مسافت طی شده برابر قدر مطلق سطح زیر نمودار سرعت - زمان است؛ بنابراین با توجه به نمودار سرعت - زمان مقابل داریم:

$$\text{مسافت طی شده} = |S_1| + |S_2| + |S_3| = \frac{(20 + 4) \times 4}{2} + \frac{4 \times 20}{2} + \frac{4 \times 20}{2} = 128 m$$

۲۹ - گزینه ۴ از معادله‌ی مستقل از شتاب کمک می‌گیرید.

$$\Delta x = \frac{v_0 + v}{2} \Delta t \Rightarrow -122.5 - 0 = \frac{0 + v}{2} \times 5 \Rightarrow v = -49 m/s \Rightarrow |v| = 49 m/s$$

۳۰ - گزینه ۲ روش اول: از لحظه‌ی $t = 6$ تا لحظه‌ی $t = 0$ برمی‌گردیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \xrightarrow[v_0=0, t=6s]{\Delta x=18m} 18 = \frac{1}{2} a (6)^2 \rightarrow a = 1 \frac{m}{s^2}$$

روش دوم:

نمودار مکان - زمان یک سهمی است بنابراین حرکت بر روی محور x ، با شتاب ثابت است؛ در بازه‌ی زمانی صفر تا $t = 6 s$ داریم:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \rightarrow 0 - 18 = \left(\frac{0 + v_0}{2} \right) (6) = 3 v_0 \rightarrow v_0 = -6 m/s$$

$$v = at + v_0 \rightarrow 0 = a \times 6 + (-6) \rightarrow a = 1 m/s^2$$

روش سوم:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0 \\ v = at + v_0 \end{cases} \xrightarrow[\text{صفر تا } 6]{\text{در بازه‌ی زمانی}} \begin{cases} 0 = \frac{1}{2} a \times 6^2 + v_0 \times 6 + 18 \rightarrow a = 1 m/s^2 \\ 0 = a \times 6 + v_0 \rightarrow v_0 = -6 a \end{cases}$$

۳۱ - گزینه ۲ اتومبیل از حالت سکون ($v_0 = 0$) با شتاب ثابت a_1 در مسیر مستقیم شروع به حرکت می‌کند و پس از مدتی بزرگی سرعت آن به v می‌رسد؛ پس از آن اتومبیل در همان جهت با شتاب ثابت a_2 حرکت خود را کند می‌کند تا پس از مدت زمانی سرعت آن به صفر برسد.

$$\Delta x_1 = \frac{v^2}{2 a_1} \Rightarrow v^2 - 0 = 2 a_1 \Delta x_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{v^2}{2 a_1}$$

$$\Delta x_2 = \frac{-v^2}{2 a_2} \Rightarrow 0 - v^2 = 2 a_2 \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{-v^2}{2 a_2}$$

$$\Rightarrow \Delta x_1 = 4 \Delta x_2 \Rightarrow \frac{v^2}{2 a_1} = -4 \frac{v^2}{2 a_2} \Rightarrow |a_2| = 4 |a_1|$$



۳۲ - گزینه ۲ گام اول: متحرک با شتاب a ، سریع تر از متحرک با شتاب $\frac{9}{16}a$ حرکت می کند. بنابراین اگر متحرک با شتاب a (را که با A نشان خواهیم داد) مسیر مستقیم معین شده را در مدت زمان Δt_A طی کند متحرک دوم (که با B نشان می دهیم) در مدت زمان $\Delta t_B = \Delta t_A + 2s$ همان مسیر را طی خواهد نمود:

$$\begin{cases} \Delta x_A = \frac{1}{2}a\Delta t_A^2 + v_{0A}\Delta t_A \\ \Delta x_B = \frac{1}{2}\left(\frac{9}{16}a\right)(\Delta t_A + 2)^2 + v_{0B}\Delta t_B \end{cases} \xrightarrow[v_{0A}=v_{0B}=0]{\Delta x_A=\Delta x_B} a\Delta t_A^2 = \frac{9}{16}a(\Delta t_A + 2)^2 \Rightarrow \Delta t_A = \frac{3}{4}(\Delta t_A + 2) = \frac{3}{4}\Delta t_A + 1,5 \Rightarrow 0,25\Delta t_A = 1,5 \Rightarrow \Delta t_A = 6s$$

۳۳ - گزینه ۲ در این سؤال، ۳ نقطه مهم در مسئله داریم، بین B و C (معلوم: x, t, v_C) و بین A و B (معلوم: v_A ، مجهول: x)، پس برای حل معادله بین A و B به v_B و a نیاز داریم که می توان از قسمت اول (BC) به دست آورد.

$$BC \text{ شتاب } \Delta x = \frac{v_B + v_C}{2} \times \Delta t \Rightarrow 120 = \frac{v_B + 20}{2} \times 10 \Rightarrow v_B = 22 \frac{m}{s}$$

$$BC \text{ مکان از مکان } v_C = at + v_B \Rightarrow 20 = a \times 10 + 22 \Rightarrow a = -1,6 \frac{m}{s^2}$$

حال بین نقاط A و B می توان از معادله مستقل از زمان استفاده کرد:

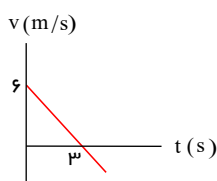
$$AB \text{ مستقل از زمان } v_B^2 - v_A^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 16 - 0 = 2 \times (-1,6) \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = 5m$$

۳۴ - گزینه ۱

معادله مکان مربوط به حرکت شتابدار با شتاب ثابت است.

با توجه به آن معادل، سرعت - زمان را مشخص کرده و نمودار مربوط به آن را رسم می کنیم.

با توجه به نمودار مشخص می شود در لحظه های $t < 3$ حرکت به صورت کندشونده انجام می شود.



$$a = -2 \frac{m}{s^2} \quad x = -t^2 + 6t + 20 \quad v = -2t + 6 \quad v_0 = 6 \frac{m}{s}$$

۳۵ - گزینه ۴ سرعت در $t = 0$ ، در جهت محور x است (دقت کنید در جهت محور x بودن الزاماً به مفهوم $x > 0$ بودن نیست بلکه یعنی جهت سرعت متحرک در جهت $(+)$ محور x است، درحالی که ممکن است $x < 0$ باشد). پس $v_0 > 0$.

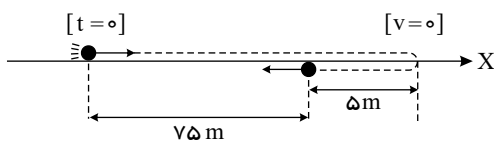
به کمک سرعت متوسط در 10 ثانیه اول حرکت جابه جایی متحرک را می یابیم:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = v_{\Delta t} \vec{i} \Rightarrow \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right) \vec{i} = v_{\Delta t} \vec{i} \Rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta t} = v_{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = v_{\Delta t} \times 10 = 75m \quad (1)$$

تندی متوسط متحرک در همین مدت $7,5 \frac{m}{s}$ شده است، از اینکه تندی متوسط متحرک بیشتر از سرعت متوسط متحرک شده است، در می یابیم که الزاماً متحرک تغییر جهت داده است. یعنی مسافت طی شده بیشتر از جابه جایی است.

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{L}{10} = 7,5 \Rightarrow L = 75m \quad (2)$$

با توجه به مقادیر (۱) و (۲):



حرکت شتابدار با شتاب ثابت است، نمودار $(v - t)$ یک خط مایل است با $v_0 > 0$



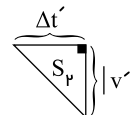
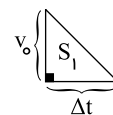
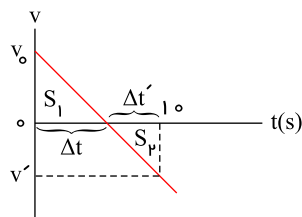
$$(1), (2) \Rightarrow S_1 = 10m, S_1 + |S_r| = 15m \Rightarrow |S_r| = 5m$$

$$\frac{|v'|}{v_0} = \frac{\Delta t'}{\Delta t}, \begin{cases} S_1 = \frac{1}{v_0} \Delta t = 10 \\ S_r = \frac{1}{v'} |v'| \Delta t' = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{|v'|}{|v|} \times \frac{\Delta t'}{\Delta t} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \quad (3)$$

$$(3) \rightarrow \left(\frac{\Delta t'}{\Delta t}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{\Delta t'}{\Delta t} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\Delta t'}{10 - \Delta t'} = \frac{1}{2}$$

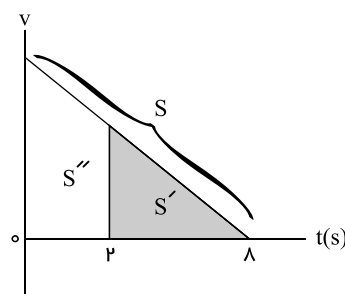
$$\Rightarrow \Delta t' = 2s \Rightarrow \Delta t = 18s$$



$$\Rightarrow S' = ?$$

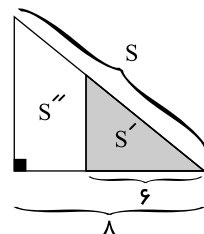
$$\Rightarrow S''_{(0-18s)} = \Delta x = L = ?$$

$$\Rightarrow S_1 = 10m$$



$$\Rightarrow \frac{S'}{S} = \left(\frac{6}{18}\right)^2 = \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{S'}{10} = \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow S' = 35 \Rightarrow \text{مجهول سوال} = S - S' = 10 - 35 = 25m$$



توجه: می توان پس از مشخص شدن $\Delta t = 18s$ ، از روش زیر بهره برد به نحوی که: در بازه زمانی $(0 - 18s)$ و $(18s - 25s)$ ، به مسئله وارونه نگاه کنیم تا v_0 شود. آنگاه:

$$(0 \rightarrow 18s) \rightarrow (18s \rightarrow 0) \Rightarrow \begin{cases} v_0 = v_{(t=18s)} = 0 \\ |\Delta x| = \frac{1}{2} a \Delta t^2 \Rightarrow 10 = \frac{1}{2} |a| \times 18^2 \Rightarrow |a| = 2/5 \frac{m}{s^2} \end{cases}$$

$$(18s \rightarrow 25s) \rightarrow (25s \rightarrow 18s) \Rightarrow \begin{cases} v_0 = v_{(t=18s)} = 0 \\ |\Delta x| = \frac{1}{2} a \Delta t^2 = \frac{1}{2} (2/5) 6^2 = 35m \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مجهول تست} = S - S' = 10 - 35 = 25m$$

۳۶- گزینه ۱ اگر نمودار تابع $y = f(2x - 1)$ را یک واحد به چپ منتقل کنیم، نمودار تابع $y = f(2(x + 1) - 1) = f(2x + 1)$ به دست می آید. اگر این نمودار را نسبت به محور عرض ها قرینه کنیم، نمودار تابع $y = f(-2x + 1)$ به دست می آید و اگر طول نقاط این نمودار را دو برابر کنیم یعنی به جای x جمله $\frac{1}{2}x$ قرار می دهیم. نمودار تابع $y = f(-x + 1)$ به دست می آید.

۳۷- گزینه ۲ ابتدا دامنه ی تعریف دو تابع f, g را بدست می آوریم.

$$f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2} \rightarrow D_f = R - \{-1, 1\}$$

$$g(x) = \sqrt{x-x^2} \rightarrow D_g : x-x^2 \geq 0 \rightarrow x(1-x) \geq 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} 0 \leq x \leq 1$$

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f, f(x) \in D_g\} = \{x \neq 1, x \neq -1\}, \quad 0 \leq \frac{1+x^2}{1-x^2} \leq 1$$

$$\frac{1+x^2}{1-x^2} \geq 0 \rightarrow 1-x^2 > 0 \rightarrow x^2 < 1 \rightarrow -1 < x < 1 \quad (II)$$



$$\frac{1+x^2}{1-x^2} \leq 1 \rightarrow \frac{1+x^2}{1-x^2} - 1 \leq 0 \rightarrow \frac{1+x^2-1+x^2}{1-x^2} \leq 0 \rightarrow \frac{2x^2}{1-x^2} \leq 0$$

$$\rightarrow \frac{x}{\text{عبارت}} \leq 0 \quad \begin{array}{c|ccccccc} & -\infty & & -1 & & 0 & & 1 & & +\infty \\ \hline & - & & + & & - & & + & & - \end{array}$$

$$\rightarrow x < -1 \quad \text{یا} \quad x > 1 \quad \text{یا} \quad x = 0 \quad (III)$$

از اشتراک I و II و III به جواب $x = 0$ می‌رسیم.

۳۸ - گزینه ۳

$$f(x) = \sqrt{x} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محورهای}} g(x) = \sqrt{-x} \xrightarrow{\text{دو واحد به طرف‌های مثبت}} h(x) = \sqrt{-(x-2)} = \sqrt{-x+2}$$

$$\begin{cases} h(x) = \sqrt{-x+2} \\ y = x \end{cases} \xrightarrow{\text{تقاطع}} \sqrt{-x+2} = x \xrightarrow{\text{توان ۲}} -x+2 = x^2 \Rightarrow x^2+x-2=0 \Rightarrow (x+2)(x-1)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -2 & \text{غریبی (در معادله صدق نمی‌کند)} \\ x = 1 & \text{قوی} \end{cases}$$

۳۹ - گزینه ۴ روش اول:

$$2x-3=t \Rightarrow 2x=t+3 \Rightarrow x=\frac{t+3}{2}$$

$$=t^2+9+6t-7t-21+13=t^2-t+1 \Rightarrow f(x)=x^2-x+1 \Rightarrow f(t)=4\left(\frac{t+3}{2}\right)^2-14\left(\frac{t+3}{2}\right)+13=(t+3)^2-7(t+3)+13$$

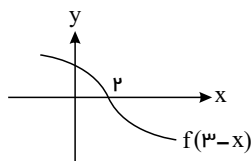
روش دوم: یک عدد دلخواه مانند $x=2$ را انتخاب می‌کنیم.

$$f(2x-3)=4x^2-14x+13 \xrightarrow{x=2} f(1)=16-28+13 \rightarrow f(1)=1$$

تنها گزینه چهارم است که اگر به جای x آن عدد یک قرار دهیم حاصل برابر یک می‌شود.

۴۰ - گزینه ۲ f اکیداً صعودی و $y=3-x$ اکیداً نزولی است، پس ترکیب آن‌ها یعنی $f(3-x)$ اکیداً نزولی است. چون $f(1)=0$ است، $x=1$ صفر تابع $f(x)$ و $x=2$ صفر تابع $f(3-x)$ است.

پس به طور نمادین تابع $f(3-x)$ به صورت مقابل است.



$$g(x) = \sqrt{\frac{x-4}{f(3-x)}} \Rightarrow \frac{x-4}{f(3-x)} \geq 0$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c|cccc} x & -\infty & 2 & 4 & +\infty \\ \hline x-4 & - & - & 0 & + \\ \hline f(3-x) & + & 0 & - & - \\ \hline \frac{x-4}{f(3-x)} & - & \text{ت} & 0 & - \end{array}$$

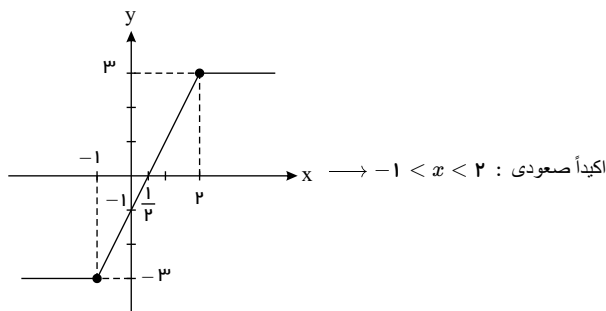
$$2 < x \leq 4 \Rightarrow \text{اعداد صحیح: } 3 \text{ و } 4$$

۴۱ - گزینه ۲ می‌دانیم اگر $f(a)=b$ باشد آن‌گاه $f^{-1}(b)=a$ است.

$$f^{-1}(g(2a))=6 \Rightarrow f(6)=g(2a) \xrightarrow[\substack{(6,3) \in f \\ f(6)=3}]{\substack{f(6)=3}} \frac{2a}{2a-1} = 3$$

$$\Rightarrow 6a-3=2a \Rightarrow 4a=3 \Rightarrow a=\frac{3}{4}$$

۴۲ - گزینه ۳ تابع داده شده یک تابع سرسره‌ای (آبشاری) است که در $x=-1$ و $x=2$ (ریشه‌های داخل قدرمطلق) دارای شکست است.





۴۳ - گزینه ۱

ابتدا x را بر حسب y به دست می آوریم و سپس جای x و y را عوض می کنیم.

$$y = 2 - \sqrt{x-1} \Rightarrow (\sqrt{x-1})^2 = (2-y)^2 \Rightarrow x-1 = 4 - 4y + y^2$$

$$\Rightarrow x = y^2 - 4y + 5 \Rightarrow f^{-1}(x) = x^2 - 4x + 5, x \leq 2$$

چون $\sqrt{x-1}$ مثبت است، پس $-\sqrt{x-1}$ منفی بوده و $y = 2 - \sqrt{x-1}$ همواره کوچک تر مساوی ۲ می شود، بنابراین دامنه ی تابع معکوس $x \leq 2$ است.

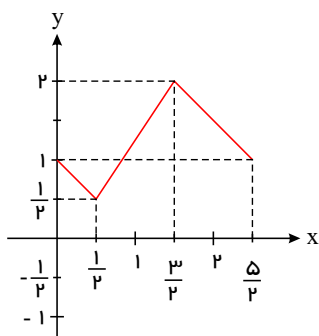
۴۴ - گزینه ۳ با توجه به مراحل زیر داریم:

$$y = f(x) \xrightarrow{x \rightarrow x+3} y_1 = f(x+3) \xrightarrow{x \rightarrow -x} y_2 = f(-x+3) \xrightarrow{x \rightarrow 2x} y_3 = f(-2x+3)$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } x} y_4 = -f(-2x+3) \xrightarrow{\text{انقباض عمودی با ضریب } \frac{1}{3}} y_5 = -\frac{1}{3}f(-2x+3)$$

$$\xrightarrow{\text{یک واحد به بالا}} y_6 = -\frac{1}{3}f(-2x+3) + 1$$

با انجام مراحل بالا نمودار $y = -\frac{1}{3}f(-2x+3) + 1$ به صورت زیر است.



۴۵ - گزینه ۴

$$\left. \begin{aligned} fog(x) &= f(g(x)) = a(x+a)^2 + b(x+a) - c \\ &= ax^2 + 2ax^2 + a^2 + bx + ab - c \\ &= ax^2 + (2a^2 + b)x + a^2 + ab - c \end{aligned} \right\}$$

با مقایسه ی این عبارت با $fog(x) = x^2 + 4x - 5$ به این نتیجه می رسیم که:

$$a = 1, \quad 2a^2 + b = 4 \rightarrow 2 + b = 4 \rightarrow b = 2, \quad a^2 + ab - c = -5 \rightarrow 1 + 2 - c = -5 \rightarrow c = 8$$