

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳ ژن رمزکننده پروتئین‌ها، بخشی از مولکول DNA است و پیش از تقسیم لنفوسیت T توسط DNA پلی‌مراز سنتز (هماندسازی) می‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): رمز پروتئین پرفورین بخشی از مولکول DNA است که به وسیله DNA پلی‌مراز سنتز می‌شود و به وسیله رنابسپاراز ۲ رونویسی می‌شود.

گزینه (۲): آنزیم برش دهنده، آنزیمی باکتریایی است و در لنفوسیت T که یک سلول یوکاریوتی است، تولید نمی‌شود.

گزینه (۴): ژن رمزکننده گیرنده آنتی‌ژن (نوعی پروتئین) بخشی از مولکول DNA است که توسط DNA پلی‌مراز سنتز (هماندسازی) می‌شود و به وسیله رنابسپاراز ۲ (RNA پلی‌مراز II)، رونویسی می‌شود.

۲ - گزینه ۳ ساخته شدن همزمان چند رنا از یک ژن در اثر عملکرد همزمان چند آنزیم RNA پلی‌مراز و تولید همزمان چند RNA تشکیل می‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): بسیاری از محصولات حاصل از رونویسی ژن‌ها هرگز ترجمه نمی‌شوند، مانند $tRNA$ و $rRNA$ و RNA های کوچک

گزینه (۲): نوکلئوتیدهای قبل از کدون آغاز و نوکلئوتیدهای کدون پایان به بعد ترجمه نمی‌شوند.

گزینه (۴): درون شبکه آندوپلاسمی زیر ریبوزومی وجود ندارد. ریبوزوم‌ها روی غشای این شبکه هستند.

۳ - گزینه ۱ تنها مورد (ب) صحیح است.

بررسی موارد:

مورد الف) با توجه به طول مولکول‌های رنا تولیدشده، رونویسی در جهت «الف» انجام می‌شود.

مورد ب) با توجه به طول رناهای تولیدشده، توالی راه‌انداز در سمت A قرار دارد.

مورد ج) دقت کنید چندین آنزیم در حال رونویسی هستند، اما آن را به صورت همزمان آغاز نکرده‌اند.

مورد د) همه رناهای تولیدشده، از یک نوع هستند.

مورد ه) دقت کنید رناهای تولیدشده، الزاماً رنا پیک نیستند؛ ممکن است سایر انواع مولکول رنا باشند.

۴ - گزینه ۴ نبودن لاکتوز در محیط باکتری، دلیلی بر عدم وجود دی‌ساکاریدهای دیگر در سلول نیست. لاکتوز به پروتئین مهارکننده متصل می‌شود اما، روی بخش تنظیم‌کننده (راه‌انداز و اپراتور) قرار نمی‌گیرد. پروتئین مهارکننده در باکتری مانع از اتصال رنابسپاراز به دنا نمی‌شود.

۵ - گزینه ۴ همه RNA یا (رنا)های موجود در این باکتری پس از اتصال RNA پلی‌مراز پروکاریوتی به راه‌انداز (توالی بخش تنظیم‌کننده ژن) ساخته می‌شوند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: برای $rRNA$ و $tRNA$ صادق نیست.

گزینه «۲»: فقط رناهای ناقل در یک انتهای خود توالی نوکلئوتیدی یکسانی دارند. (در جایگاه اتصال آمینواسید)

گزینه «۳»: دربارهٔ یاخته‌های یوکاریوتی صادق است.

۶ - گزینه ۴ آنچه که تعیین می‌کند کدام آمینواسید در توالی یک پروتئین قرار بگیرد، توالی سه نوکلئوتیدی درون رنا پیک بالغ است که کدون نام دارد. درضمن تمام ژن‌ها به پروتئین ترجمه نمی‌شوند.

۷ - گزینه ۲ رونویسی از کروموزوم‌های اصلی در یوکاریوت‌ها در هسته صورت می‌گیرد. پروکاریوت‌ها هسته و راکیزه ندارند.

۸ - گزینه ۴ جهش در راه‌اندازهای رنابسپاراز ۳ می‌تواند از سنتز رنا ناقل جلوگیری کند. رنا ناقل آمینواسید همان رنا ناقل می‌باشد.

۹ - گزینه ۱ در فرایند ترجمه در استرپتوکوکوس نومونیا، پس از اتصال بخش بزرگ‌تر ریبوزوم در مجاورت کدون آغاز به بخش کوچک، ساختار رناتن کامل شده و $tRNA$ ی مربوط به رمز دوم، وارد جایگاه A می‌شود.

۱۰ - گزینه ۳ رنابسپاراز ۲ پروتئین است و مونومرهایش با پیوند پپتیدی به هم متصل می‌باشند. در حالی که، رنا ناقل اسید نوکلئیک است که در آن مونومرها با پیوند فسفودی‌استر به هم متصل شده‌اند.

۱۱ - گزینه ۲ بیشتر آمینواسیدها بیش از یک کدون دارند. رمزه‌های پایان، پادرمزه ندارند. پادرمزه شامل سه باز است (نه سه جفت باز!). اما هر پادرمزه قطعاً مربوط به یک نوع آمینواسید خاص است.

۱۲ - گزینه ۳ لاکتوز روی اپراتور قرار نمی‌گیرد، بلکه به مهارکننده متصل می‌شود.

۱۳ - گزینه ۳ اسید ریبونوکلیک ناقل همان $tRNA$ است که رونویسی از ژن آن توسط رنابسپاراز ۳ انجام می‌گیرد. (البته در هستهٔ یوکاریوت‌ها)

۱۴ - گزینه ۲ در مبارزه با سلول‌های سرطانی لنفوسیت‌های T کشنده نقش دارند. و با تولید پروتئین پرفورین با سلول‌های سرطانی مبارزه می‌کند.

۱۵ - گزینه ۲ رناتن‌ها در سطح خارجی شبکهٔ آندوپلاسمی زیر قرار دارند. درون هستهٔ رناتن فعالیت پروتئین‌سازی ندارند.

رناتن محل ترجمه یا پروتئین‌سازی است. رناتن فعال در سیتوپلاسم و بر روی شبکهٔ آندوپلاسمی زیر و درون راکیزه سبزدیسه یافت می‌شود.

۱۶ - گزینه ۳ با توجه به رابطهٔ ثابت یونش برای محلول‌های اسید ضعیف با $\alpha < 0.05$ می‌توان نوشت:

$$\alpha = 0.03 < 0.05 \Rightarrow K_a = \alpha^2 \cdot [HA]_{\text{اولیه}} = \alpha[H^+] \Rightarrow [H^+] = \frac{6 \times 10^{-5}}{0.03} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$



۱۷ - گزینه ۴ بررسی موارد:

(۱) شیمی‌دان‌ها برای بیان میزان یونش اسیدها از کمیتی به نام درجه یونش استفاده می‌کنند.

(۲) میزان انحلال‌پذیری بر درجه یونش اثر ندارد.

(۳) درست.

$$\text{پس از یونش } [H^+] = \frac{[H^+]}{[HA]} = \frac{\text{پیش از یونش } [A^-]}{\text{پیش از یونش } [HA]} = \text{درجه یونش}$$

(۴) هیدروژن گروه کربوکسیل در آب به یون هیدرونیوم تبدیل می‌شود که این هیدروژن به اتم اکسیژن متصل است.

۱۸ - گزینه ۲ نادرست. آرنیوس طی پژوهش‌هایی که روی رسانایی الکتریکی ترکیب‌های محلول در آب (نه ترکیب‌های یونی) انجام داد به نظریه‌ای برای اسیدها و بازها دست یافت.

• درست.

• نادرست. محلول آبی HCl هیدروکلریک اسید نام دارد نه $HCl(g)$.

• درست. N_2O_5 (اکسید نافلزی) و K_2O (اکسید فلزی) به ترتیب اسید و باز آرنیوس هستند. با حل شدن در آب (واکنش با آب) به ترتیب یون‌های $H^+(aq)$ و $OH^-(aq)$ پدید می‌آورند.

۱۹ - گزینه ۳ بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: در دمای ثابت مقدار ثابت تعادل تغییر نمی‌کند.

گزینه ۲: سرعت تولید یون هیدرونیوم به دلیل کاهش مقدار هیدروژن فلوئورید کاهش می‌یابد.

گزینه ۴: غلظت تعادلی گونه‌های موجود در محلول باهم برابر نمی‌شود؛ زیرا HF یک اسید ضعیف است و غلظت تعادلی آن از یون‌های هیدرونیوم و فلوئورید به مراتب بیشتر است.

۲۰ - گزینه ۲ بررسی موارد:

- عبارت اول نادرست است. شکل مربوط به انحلال اکسید نافلزی (نه اکسید فلزی) در آب است که باعث اسیدی شدن محیط آب می‌شود.

- عبارت دوم نادرست است. چون لامپ پرنور است، پس الکترولیت قوی می‌باشد؛ ولی یک HF یک اسید ضعیف بوده و رسانایی کمی دارد و الکترولیت ضعیف است.

- عبارت سوم درست است. چون تفکیک و یونش کامل انجام شده؛ بنابراین درجه یونش یک است.

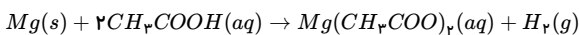
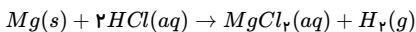
- عبارت چهارم درست است، هر دو اسید، نیتریک اسید و هیدروبرمیک اسید جزو اسیدهای قوی هستند و تفکیک یا یونش آن‌ها در آب کامل است. ($\alpha \cong 1$)

۲۱ - گزینه ۲ عبارت‌های الف و پ نادرست است. صورت درست عبارت‌های الف و پ:

عبارت (الف): سرعت واکنش فلز منیزیم با محلول هیدروکلریک اسید بیش‌تر از سرعت واکنش آن با محلول استیک اسید است.

عبارت (پ): غلظت یون‌های هیدرونیوم در محلول هیدروکلریک اسید بیش‌تر از محلول استیک اسید است.

توجه: در این دو آزمایش میزان گاز H_2 تولید شده با هم برابر است، اما شدت و سرعت واکنش هیدروکلریک اسید با فلز منیزیم بیش‌تر خواهد بود به طوری که در واحد زمان، گاز H_2 بیش‌تری تولید می‌شود.



۲۲ - گزینه ۲ تمام محلول‌های داده شده اسیدی هستند و می‌توان گفت در محلولی که غلظت یون H^+ بیشتر است، شمار یون‌های موجود در محلول بیش‌تر بوده و رسانایی الکتریکی آن محلول بیش‌تر است.

گزینه ۱) نیتریک اسید، یک اسید قوی تک پروتون‌دار است بنابراین $[H^+] = [HNO_3]$ است پس غلظت یون هیدرونیوم در آن برابر 2×10^{-4} مولار می‌باشد.

گزینه ۲)

$$\text{غلظت یون هیدرونیوم} = \frac{\text{غلظت هیدروفلوئوریک اسید}}{\text{درصد یونش}} \times 100 \Rightarrow 2.4 = \frac{[H^+]}{0.05} \times 100$$

$$\Rightarrow [H^+] = 12 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

گزینه ۳) هیدروکلریک اسید یک اسید قوی تک پروتون‌دار است بنابراین $[H^+] = [HCl]$ پس غلظت H^+ (هیدرونیوم) در آن برابر 10^{-4} مولار می‌باشد.

گزینه ۴)

$$1 = \frac{[H^+]}{6 \times 10^{-4}} \Rightarrow [H^+] = 6 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

۲۳ - گزینه ۲ ابتدا باید درجه یونش اسید را به دست آوریم.

$$\alpha = \frac{[H^+]}{[HA]} = \frac{5 \times 10^{-4}}{5 \times 10^{-2}} = 10^{-2}$$

حال با استفاده از رابطه ثابت یونش و درجه یونش می‌توان نوشت:

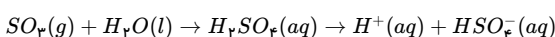
$$\alpha < 0.05 \Rightarrow K_a = \alpha^2 \cdot [HA]_{\text{اولیه}} = (10^{-2})^2 \times 5 \times 10^{-2} = 5 \times 10^{-6}$$

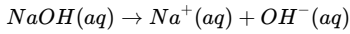
۲۴ - گزینه ۴ چون پس از یونش اسید HX ، شمار بسیار زیادی از مولکول‌های اسید، یونیده‌نشده باقی مانده‌اند، می‌توان دریافت که اسید مربوطه ضعیف است و بنابراین گزینه‌های «۱» و «۳» که در آنها اسید HX به‌طور کامل یونش یافته است، رد می‌شوند. هنگام برقراری جریان الکتریکی در محلول‌های الکترولیت، یون‌ها به سمت قطب‌های ناهم‌نام حرکت می‌کنند. بنابراین گزینه «۴» پاسخ صحیح خواهد بود؛ زیرا در گزینه «۲»، یون‌ها به سمت قطب هم‌نام حرکت کرده‌اند.

۲۵ - گزینه ۲ در محلول‌های بازی غلظت یون هیدروکسید بیش‌تر از یون هیدرونیوم است.

بررسی موارد:

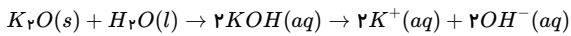
«الف»: اکسیدهای نافلزی، اسید آرنیوس هستند. این مواد در آب به‌صورت شیمیایی حل می‌شوند و فراورده واکنش به‌صورت یونی در آب حل می‌شود و غلظت یون H^+ را زیاد می‌کند.



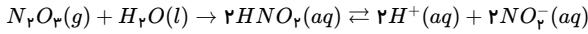


غلظت یون OH^- را زیاد کرده پس باز آرنیوس است.

«پ»: اغلب اکسیدهای فلزی گروه ۱ و ۲، باز آرنیوس هستند. این مواد در آب به صورت شیمیایی حل می شوند و غلظت یون OH^- را زیاد می کنند.



«ت»: اکسیدهای نافلزی، اسید آرنیوس هستند. این اکسیدها در آب به صورت شیمیایی حل می شوند و غلظت یون H^+ را زیاد می کنند.



۲۶ - گزینه ۳

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow 0 - 12 = \frac{0 + v_0}{2} \times 4 \Rightarrow v_0 = -6 \text{ m/s}$$

با توجه به شکل سهمی و اینکه رأس سهمی در $t = 4$ است، سرعت در $t = 8$ s، هم اندازه سرعت در لحظه صفر است، پس: $v = +6 \text{ m/s}$

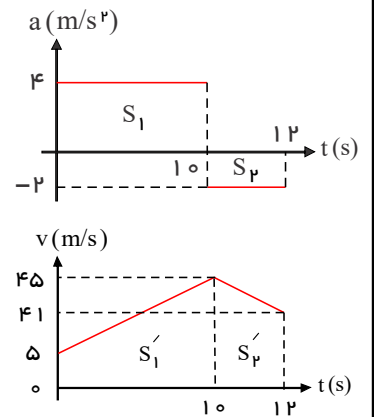
۲۷ - گزینه ۴ برای حل این تست بهترین روش رسم نمودار سرعت - زمان از روی نمودار شتاب - زمان می باشد.

$$S_1 = \frac{\Delta v}{(0-10)} = v_{10} - v_0 \Rightarrow 40 = v_{10} - 5 \Rightarrow v_{10} = 45$$

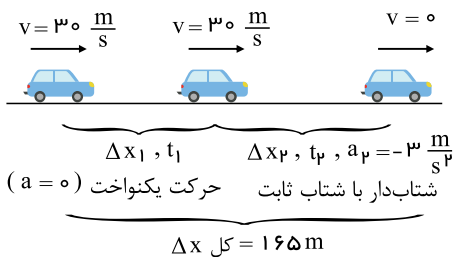
$$S_2 = \frac{\Delta v}{(10-12)} = v_{12} - v_{10} \Rightarrow -4 = v_{12} - 45 \Rightarrow v_{12} = 41$$

$$\Delta x = S'_1 + S'_2 = \frac{(5+45) \times 10}{2} + \frac{(45+41) \times 2}{2} = 336 \text{ m}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{336}{12} = 28 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



۲۸ - گزینه ۴ در مدت زمان واکنش راننده (t_1) متحرک با سرعت ثابت ($v = 10 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$) حرکت می کند و در مدت زمان ترمز (t_2) اتومبیل با شتاب ثابت (کندشونده) حرکت می کند.



ابتدا جابه جایی متحرک در مرحله دوم را با استفاده از رابطه $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$ محاسبه می کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 900 = 2(-30)\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 15 \text{ m}$$

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 = 165 \text{ m} \Rightarrow \Delta x_1 + 15 = 165 \Rightarrow \Delta x_1 = 150 \text{ m}$$

$$\Delta x_1 = vt_1 \Rightarrow 150 = 30t_1 \Rightarrow t_1 = 5 \text{ s}$$

برای محاسبه زمان حرکت متحرک در مرحله دوم از معادله $v = at + v_0$ استفاده می کنیم.

$$v = at_2 + v_0 \xrightarrow[v_0=30]{v=0} 0 = (-30)t_2 + 30 \Rightarrow t_2 = 1 \text{ s}$$

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{1}{5} = 0.2 \text{ برابر است با: } \frac{t_2}{t_1}$$

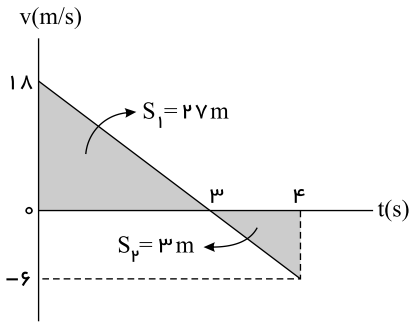


۲۹ - گزینه ۲

با توجه به معادله سرعت - زمان داده شده، نمودار آن را رسم کرده و با تعیین سرعت در لحظه‌های داده شده، سطح محصور بین نمودار و محور زمان که برابر با مقدار مسافت طی شده است را یافته و در نهایت تندى متوسط را محاسبه می‌کنیم.

$$v = -6t + 18$$

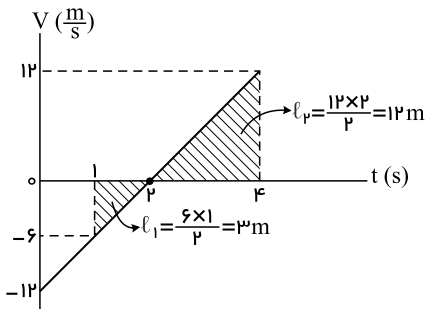
$t_1 = 0 \quad v_1 = 18 \text{ m/s}$
 $t_p = 3 \text{ s} \quad v_p = 0$
 $v = 0 \quad v_p = -6 \text{ m/s}$
 $t = 3 \text{ s}$



$$\ell = S_1 + S_2 = 30 \text{ m}$$

$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{30}{4} \rightarrow S_{av} = 7.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۳۰ - گزینه ۱ از معادله حرکت داده شده، معادله سرعت متحرک را تعیین می‌کنیم. پس از رسم نمودار سرعت - زمان، با تعیین سطح زیر نمودار، مسافت طی شده و در نهایت تندى متوسط را به دست می‌آوریم:



$$x = 3t^2 - 12t + 9 \Rightarrow v = 6t - 12 \Rightarrow$$

t	v
0	-12
1	-6
2	0
3	6
4	12

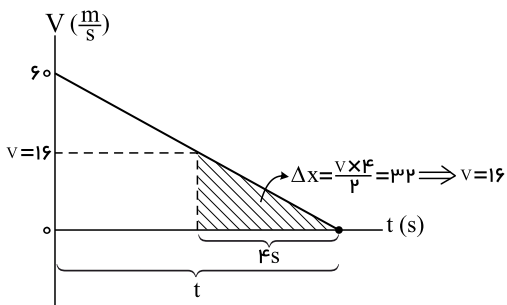
$$l = l_1 + l_2 = 15 \text{ m}$$

و در آخر داریم:

$$S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{15}{3} \Rightarrow S_{av} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۳۱ - گزینه ۱

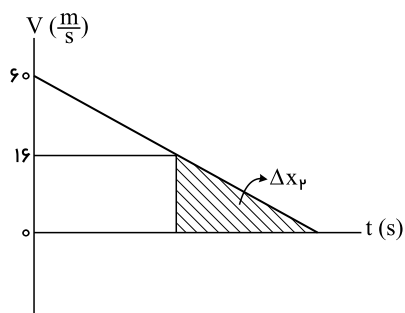
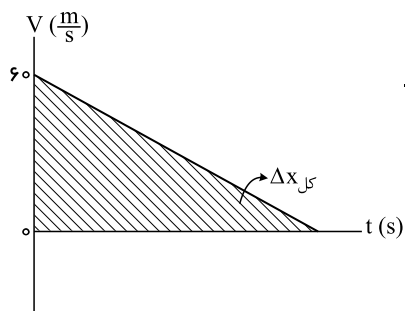
با رسم نمودار سرعت - زمان داریم:





حال با توجه به اینکه نسبت مساحت‌های مثلث‌های متشابه با مجذور نسبت تشابه آنها برابر است، داریم:

$$\frac{\Delta x_{\text{کل}}}{\Delta x_r} = \left(\frac{60}{16}\right)^2 \Rightarrow \frac{\Delta x_{\text{کل}}}{32} = \left(\frac{60}{16}\right)^2 \Rightarrow \Delta x_{\text{کل}} = 450 \text{ m}$$



۳۲ - گزینه ۳ حرکت با شتاب ثابت:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_1t, v_0 = 0$$

جابه‌جایی‌ها برابر است:

$$\Delta x_1 = \Delta x_r \rightarrow \frac{1}{2}a_1t_1^2 = \frac{1}{2}a_rt_r^2$$

چون جسم اول شتاب بیشتری دارد، ۵ ثانیه زودتر به مقصد می‌رسد، پس: $t_r = t_1 + 5$

$$\rightarrow a_1t_1^2 = \frac{16a_1}{25}(t_1 + 5)^2 \rightarrow t_1^2 = \frac{16}{25}(t_1 + 5)^2 \rightarrow t_1 = \frac{4}{5}(t_1 + 5)$$

$$\rightarrow t_1 = 20 \text{ s}$$

۳۳ - گزینه ۴ ابتدا رابطه سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت را می‌نویسیم:

$$v_r^2 - v_1^2 = 2a(x_r - x_1) \xrightarrow{v_r=18, v_1=12, a=5 \frac{m}{s^2}} (5)^2 - 4^2 = 2a(19 - 10) \rightarrow a = \frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$$

یک بار دیگر این رابطه را بین یکی از لحظات داده شده و لحظه $t = 0$ می‌نویسیم:

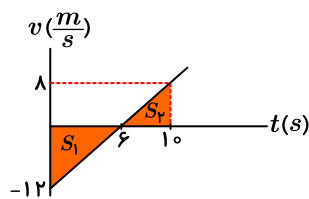
$$v_1^2 - v_0^2 = 2a(x_1 - x_0)$$

$$\rightarrow 4^2 - v_0^2 = 2 \times \frac{1}{2}(10 - (-6)) \rightarrow v_0 = 0$$

۳۴ - گزینه ۴ ابتدا معادله سرعت - زمان را می‌نویسیم و نمودار آن را رسم می‌کنیم:

$$\begin{cases} x = t^2 - 12t + 20 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \xrightarrow{\frac{a=2 \frac{m}{s^2}, v_0=-12 \frac{m}{s}}{v=at+v_0}} v = 2t - 12$$

مسافت برابر با مجموع قدرمطلق مساحت‌های زیر نمودار $v - t$ است:



$$\begin{cases} S_1 = \frac{12 \times 6}{2} = 36 \text{ m} \\ S_2 = \frac{4 \times 8}{2} = 16 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow l = S_1 + S_2 = 36 + 16 = 52 \text{ m}$$

۳۵ - گزینه ۲ حرکت را از آخر به اول بررسی می‌کنیم؛ یعنی متحرکی را در نظر می‌گیریم که با شتاب $3 \frac{m}{s^2}$ از حال سکون شروع به حرکت می‌کند:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \rightarrow \Delta x = \frac{1}{2}(3)(3^2) = 13.5 \text{ m}$$

۳۶ - گزینه ۴ روش اول:

$$2x - 3 = t \Rightarrow 2x = t + 3 \Rightarrow x = \frac{t+3}{2}$$

$$= t^2 + 9 + 6t - 7t - 21 + 13 = t^2 - t + 1 \Rightarrow f(x) = x^2 - x + 1 \Rightarrow f(t) = 4\left(\frac{t+3}{2}\right)^2 - 14\left(\frac{t+3}{2}\right) + 13 = (t+3)^2 - 7(t+3) + 13$$

روش دوم: یک عدد دلخواه مانند $x = 2$ را انتخاب می‌کنیم.



$$f(2x-3) = 4x^2 - 14x + 13 \xrightarrow{x=2} f(1) = 16 - 28 + 13 \rightarrow f(1) = 1$$

تنها گزینه چهارم است که اگر به جای x آن عدد یک قرار دهیم T حاصل برابر یک می شود.

۳۷ - گزینه ۱ روش اول:

$$\begin{cases} x \geq 0; y = \frac{x}{1+x} \Rightarrow y+xy = x \Rightarrow x = \frac{y}{1-y} \xrightarrow{x \geq 0} \frac{y}{1-y} \geq 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} 0 \leq y < 1 & (1) \\ x \leq 0; y = \frac{x}{1-x} \Rightarrow y-xy = x \Rightarrow x = \frac{y}{1+y} \xrightarrow{x \leq 0} \frac{y}{1+y} \leq 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} -1 < y \leq 0 & (2) \end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$x = \begin{cases} \frac{y}{1-y}; 0 \leq y < 1 \\ \frac{y}{1+y}; -1 < y \leq 0 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{y}{1-|y|}, |y| < 1 \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x}{1-|x|}; |x| < 1$$

روش دوم:

می توانید نقطه دلخواهی از تابع را در نظر گرفته و جای x و y را عوض کرده و کنترل کنیم که این مختصات در کدام ضابطه صدق می کند. به عنوان مثال، نقطه $(\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$ متعلق به تابع است. پس نقطه $(\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$ متعلق به ضابطه تابع وارون می باشد. با کمی دقت پی می بریم که این مختصات تنها در گزینه ۱ صدق می کند.

۳۸ - گزینه ۴ برای پیدا کردن تابع وارون، کافی است x را بر حسب y به دست آورده و سپس جای x و y را عوض کنیم.

$$y = f(x) = x^2 - 2x - 3 = (x-1)^2 - 1 - 3 = (x-1)^2 - 4 \Rightarrow (x-1)^2 = y+4$$

$$\xrightarrow{x \geq 1} x-1 = \sqrt{y+4} \Rightarrow x = 1 + \sqrt{y+4} \xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ را عوض می کنیم.}} f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{x+4}$$

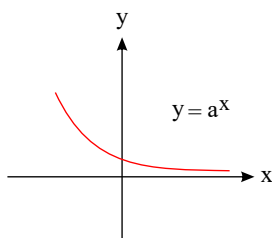
حال با خط $g(x) = \frac{x-a}{2}$ قطع می دهیم:

$$f^{-1}(x) = g(x) \Rightarrow 1 + \sqrt{x+4} = \frac{x-9}{2} \xrightarrow{\text{بررسی گزینه ها}} x = 21$$

توجه کنید حل معادله آخر بدین صورت است:

$$2\sqrt{x+4} = x-11 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 4x+16 = x^2+12x-22x \Rightarrow x^2-26x+105=0$$

$$\Rightarrow (x-21)(x-5)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=21 \\ x=5 \end{cases} \text{ غرض (در معادله صدق نمی کند)}$$



است و به ازای $a=0$ و $a=1$ تابع ثابت و در نتیجه هم صعودی و هم

۳۹ - گزینه ۲ تابع $y = a^x$ به ازای $0 < a < 1$ اکیداً نزولی است و به صورت

نزولی است پس برای آنکه تابع داده شده نزولی باشد باید:

$$0 \leq \frac{3m+1}{4} \leq 1 \rightarrow 0 \leq 3m+1 \leq 4 \rightarrow -1 \leq 3m \leq 3 \rightarrow \frac{-1}{3} \leq m \leq 1$$

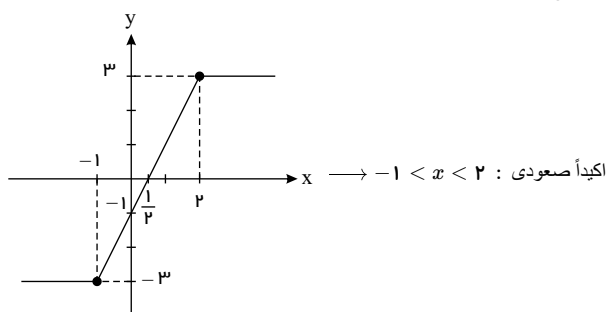
که در این بازه، اعداد صحیح صفر و یک قرار دارند.

۴۰ - گزینه ۲ می دانیم اگر $f(a) = b$ باشد آن گاه $f^{-1}(b) = a$ است.

$$f^{-1}(g(2a)) = 6 \Rightarrow f(6) = g(2a) \xrightarrow[\substack{(6,3) \in f \\ f(6)=3}}{\substack{(3,2) \in f \\ f(3)=2}} 3 = \frac{2a}{2a-1}$$

$$\Rightarrow 6a-3=2a \Rightarrow 4a=3 \Rightarrow a=\frac{3}{4}$$

۴۱ - گزینه ۳ تابع داده شده یک تابع سرسره ای (آبشاری) است که در $x=2$ و $x=-1$ (ریشه های داخل قدرمطلق) دارای شکست است.





$$g(f(x)) = \frac{2\left(\frac{2x-1}{x+1}\right) + 2}{2 - \left(\frac{2x-1}{x+1}\right)} = \frac{\frac{4x-2+2x+2}{x+1}}{\frac{2x+2-2x+1}{x+1}} = \frac{6x}{3} = 2x$$

۴۳ - گزینه ۱ اگر تابع f اکیداً نزولی و $f(a) \geq f(b)$ ، آنگاه $a \leq b$ است.

$$g(x) = \sqrt{f(|x+3|) - f(|x-2|)} \Rightarrow f(|x+3|) - f(|x-2|) \geq 0$$

$$\Rightarrow f(|x+3|) \geq f(|x-2|) \Rightarrow |x+3| \leq |x-2|$$

برای حل این نوع نامعادلات، طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم.

$$(x+3)^2 \leq (x-2)^2 \Rightarrow x^2 + 6x + 9 \leq x^2 - 4x + 4$$

$$\Rightarrow 10x \leq -5 \Rightarrow x \leq -\frac{1}{2} \Rightarrow D_g = (-\infty, -\frac{1}{2}]$$

$$2f = \{(1, 10), (2, 0), (3, 8), (4, 12)\} \quad , \quad g^{-1} = \{(4, -1), (1, 2), (3, 0)\}$$

$$D_{2f} \cap D_{g^{-1}} = \{1, 3, 4\}$$

$$\frac{2f}{g^{-1}} = \{(1, \frac{10}{-1}), (3, \frac{8}{0}), (4, \frac{12}{-1})\} \rightarrow \frac{2f}{g^{-1}} = \{(1, 5), (4, -12)\}$$

$$\frac{2f}{g^{-1}} = \text{حاصل ضرب اعضای برد} = 5 \times (-12) = -60$$

روش اول:

$$f(0) = 0 \text{ و صعودی اکید است } f(x) \Rightarrow \text{صعودی اکید } 1 - \left(\frac{1}{p}\right)^x \Rightarrow 1 - \left(\frac{1}{p}\right)^x \text{ نزولی اکید } \left(\frac{1}{p}\right)^x$$

$$y = \sqrt{xf(x)}$$

$$x \geq 0 \xrightarrow{\text{صعودی } f} f(x) \geq f(0) = 0 \Rightarrow xf(x) \geq 0$$

$$x < 0 \xrightarrow{\text{صعودی } f} f(x) < f(0) = 0 \Rightarrow xf(x) > 0$$

بنابراین عبارت زیر رادیکال همواره مثبت است و در نتیجه دامنه تعریف تابع y ، $(-\infty, +\infty)$ است.

روش دوم:

$$y = \sqrt{xf(x)} = \sqrt{x\left(1 - \left(\frac{1}{p}\right)^x\right)} \rightarrow x\left(1 - \left(\frac{1}{p}\right)^x\right) \geq 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} x \geq 0 : \left(\frac{1}{p}\right)^x \leq 1 \Rightarrow 1 - \left(\frac{1}{p}\right)^x \geq 0 \Rightarrow x\left(1 - \left(\frac{1}{p}\right)^x\right) \geq 0 \Rightarrow D_1 = [0, +\infty) \\ x < 0 : \left(\frac{1}{p}\right)^x > 1 \Rightarrow -\left(\frac{1}{p}\right)^x < -1 \Rightarrow 1 - \left(\frac{1}{p}\right)^x < 0 \Rightarrow x\left(1 - \left(\frac{1}{p}\right)^x\right) > 0 \Rightarrow D_2 = (-\infty, 0) \end{cases}$$

$$\Rightarrow D = D_1 \cup D_2 = (-\infty, +\infty)$$

روش سوم:

$$xf(x) \geq 0 : xy \geq 0 \rightarrow \text{ناحیه اول و سوم}$$

با توجه به نمودار $D = \mathbb{R}$.

