

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳ همه افراد، در غشای همه یاخته‌های زنده و سالم خود دارای پروتئین هستند. (و این پروتئین‌ها ممکن است کانال پروتئین، پمپ و ... باشند).
بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: افراد با گروه خونی Rh منفی و یا مثبت ناخالص، دارای ژنی هستند که نمی‌تواند پروتئین D را بسازد. (نادرست)

گزینه ۲: ممکن است هر نوع گروه خونی را داشته باشد. (نادرست)

گزینه ۳: در همه افراد سالم، ژن‌های Rh بخشی از فام‌تن شماره یک را به خود اختصاص داده‌اند. (درست)

گزینه ۴: در گویچه‌های قرمز بالغ خون که فاقد هسته و دنا هستند، دگرهای برای گروه خونی Rh وجود ندارد. (نادرست)

۲ - گزینه ۳ چون مرد از نظر بیماری سالم است و دختر آنها بیمار می‌باشد، لذا صفت بیماری وابسته به جنس بارز است. دگره بیماری را به صورت X^M و دگره سالم را به صورت X^m نمایش می‌دهیم. ژن‌نمود (ژنوتیپ) مادر از نظر بیماری یا خالص بارز است یا ناخالص، ژن‌نمود (ژنوتیپ) پدر از نظر گروه خونی Rh یا خالص نهفته است یا ناخالص.

ژن‌نمود (ژنوتیپ) مادر: dd و $I^A i$ و $X^M X^m$ یا $X^M X^M$

ژن‌نمود (ژنوتیپ) پدر: dd یا Dd , $I^B i$, $X^m Y$

با توجه به این توضیحات، مادر بزرگ پدری دختر در ارتباط با بیماری یا ژن‌نمود (ژنوتیپ) خالص نهفته دارد یا ناخالص. بنابراین یا سالم (خالص نهفته) است یا بیمار (ناخالص)

۳ - گزینه ۴ از آنجایی که والدین دارای گروه خونی مثبت هستند و فرزند آنها دارای گروه خونی منفی است، درمی‌یابیم که هر دو ناخالص (Dd) هستند. از طرفی چون دختر دارای گروه خونی B است، ژن‌نمود پدر که گروه خونی A دارد، به صورت $I^A i$ می‌باشد. پس ژن‌نمود گروه خونی والدین به صورت $I^A i Dd$ و $I^A I^B Dd$ است.

دقت داشته باشید، از آنجایی که از پدر و مادری سالم، فرزندی بیمار متولد شده است؛ این بیماری، نوعی بیماری نهفته است؛ اما اگر ژن آن بر روی فام‌تن جنسی باشد، برای اینکه فرزند دختر مبتلا باشد، پدر نیز باید به آن بیماری مبتلا باشد، که چنین نیست. پس این بیماری نوعی صفت نهفته و مستقل از جنس است.

۴ - گزینه ۳ حداکثر توانایی تولید انواع گامت در گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.

$$1 - \overline{X^H X^h} O O d d \leftarrow \text{دو نوع گامت } 2^1 = 2$$

$$2 - \overline{X^h X^h} \overline{A B} d d \leftarrow \text{دو نوع گامت } 2^1 = 2$$

$$3 - \overline{X^H Y} \overline{A B} d d \leftarrow \text{نوع گامت } 4^2 = 4$$

$$4 - \overline{X^h Y} O O d d \leftarrow \text{نوع گامت } 2^1 = 2$$

۵ - گزینه ۱ دقت کنید! دگره (الل) سبب تولید آنزیم‌ها، پروتئین‌ها و رناها می‌شود نه کربوهیدرات‌ها. از طرفی محل استقرار دگره‌ها هسته می‌باشد نه غشای یاخته. توجه به این نکته که گویچه‌های قرمز هسته و ماده وراثتی خود را از دست می‌دهند، حائز اهمیت است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۲) اثر دو دگره مربوط به گروه خونی (ABO) که روی کروموزوم غیرجنسی (شماره ۹) قرار دارند، هم‌زمان با هم ظاهر می‌شود. (گروه خونی AB)

گزینه ۳) انسان موجودی دیپلوئید است. تشکیل پروتئین D بر روی غشای گویچه‌های قرمز در یکی از حالت‌های DD و Dd حاصل می‌شود که در هر دو حالت وجود دو دگره الزامی است.

گزینه ۴) با توجه به اینکه مردها، یک کروموزوم X و یک کروموزوم Y دارند، دگرهای که روی هر کدام از این کروموزوم‌ها قرار داشته باشند باعث بروز یک ویژگی خاص می‌شود. به‌عنوان مثال، تنها یک الل مربوط به بیماری هموفیلی، باعث بروز این بیماری در مردها می‌شود.

۶ - گزینه ۲ اثر دو دگره مربوط به گروه خونی ABO که روی کروموزوم غیرجنسی (شماره ۹) قرار دارند، هم‌زمان با هم ظاهر می‌شود. (گروه خونی AB)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱) با توجه به اینکه مردها، یک کروموزوم X و یک کروموزوم Y دارند، دگرهای که روی هر کدام از این کروموزوم‌ها قرار داشته باشند، باعث بروز یک ویژگی خاص می‌شود. به‌عنوان مثال، تنها یک الل مربوط به بیماری هموفیلی، باعث بروز این بیماری در مردها می‌شود.

گزینه ۳) دقت کنید! دگره (الل) سبب تولید آنزیم‌ها، پروتئین‌ها و RNA ها می‌شود نه کربوهیدرات‌ها. از طرفی محل استقرار دگره‌ها هسته می‌باشد نه غشای یاخته. توجه به این نکته که گویچه‌های قرمز هسته و ماده وراثتی خود را از دست می‌دهند، حائز اهمیت است.

گزینه ۴) پروتئین D در حضور ژنوتیپ ناخالص نیز بر روی غشای گویچه‌های قرمز، قرار می‌گیرد.

۷ - گزینه ۲ موارد الف، ج و د صحیح هستند.

بررسی همه موارد:

الف) صحیح است.

ب) ژن درمورد پروتئین D وجود دارد، ولی این ژن نمی‌تواند موجب ساخت پروتئین D شود.

ج) اگر رخ‌نمود مثبت باشد، ژن‌نمود می‌تواند DD یا Dd باشد.

د) اگر رخ‌نمود منفی باشد، ژن‌نمود حتماً dd است.

۸ - گزینه ۴ دقت کنید در مورد رنگ گل گیاه ادریسی که یک ژن‌نمود خاص دارد، می‌تواند تحت اثر pH خاک دچار تغییر رنگ شود و رخ نمود آن تغییر کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱) گروهی از صفات فقط تحت تأثیر ژن‌ها بروز می‌کنند.



گزینه ۲) با وجود کلمه الزاماً غلط است. (صفتی وجود دارد که تحت تأثیر محیط، رخ نمود متفاوتی خواهند داشت مثل رنگ پوست)

گزینه ۳) با وجود عبارت فقط نیازمند ژن‌های لازم است، غلط است. (و عوامل دیگری نیز لازم است مثل نور)

۹ - گزینه ۴ ژنوتیپ صحیح مرد هموفیل مبتلا به فنیل کتونوریا با گروه خونی AB به صورت $X^h Y I^A I^B cc$ است. به این ترتیب هیچ‌یک از گامت‌ها نمی‌توانند آلل C داشته باشند. (در این قسمت آلل مربوط به فنیل کتونوریا C در نظر گرفته شده است)

۱۰ - گزینه ۱ در بیماران فنیل کتونوریا آنزیمی که آمینواسید فنیل آلانین را تجزیه کند وجود ندارد، در صورتی که شرایط محیطی مناسب برای تشدید این بیماری باشد می‌تواند یاخته‌های مغز آسیب ببیند درست است که این بیماری یک بیماری اتوزوم مغلوب می‌باشد، ولی ۲ دگره به تنهایی برای بروز رخ نمود کافی نمی‌باشد تغذیه و محیط نیز اثرگذار هستند. از طرفی تجمع فنیل آلانین در بدن ایجاد ترکیبات خطرناک می‌کند و آن ترکیبات باعث بیماری دستگاه عصبی مرکزی می‌شود.

۱۱ - گزینه ۲ با توجه به مربع پانت داریم:

	R	W
R	RR	RW
W	RW	WW

$RW \leftarrow$ صورتی

$RR \leftarrow$ قرمز

$WW \leftarrow$ سفید

۳ نوع ژنوتیپ و ۳ نوع فنوتیپ به وجود می‌آید.

۱۲ - گزینه ۱ برای اینکه دختری در مورد یک بیماری وابسته به X نهفته، سالم باشد، باید حداقل یکی از والدین سالم باشند، در صورتی که پدر و مادر بیمار باشند، فرزندان آن‌ها همگی بیمار خواهند بود.

	X^h	Y
X^h	$X^h X^h$	$X^h Y$
X^h	$X^h X^h$	$X^h Y$

۱۳ - گزینه ۳ گزینه ۱: به کلمه «هر» توجه کنید. هر ویژگی از والدین دریافت نمی‌شود.

گزینه ۲: تیره شدن رنگ پوست در اثر ترشح ملانین در اثر نور خورشید می‌باشد که ارثی نیست پس در تعریف صفت نمی‌گنجد.

گزینه ۳: در اواخر قرن نوزدهم قوانین بنیادی وراثت کشف گردید و قبل از کشف ساختار دنا و عملکرد آن بود.

گزینه ۴: کاملاً غلط است.

۱۴ - گزینه ۱ در جمعیت گل‌های میمونی، همه افرادی که ژنوتیپ RW دارند، فنوتیپ صورتی را نشان می‌دهند که حدواسط سفید و قرمز است. توجه کنید که این افراد ممکن است زاده‌هایی با گلبرگ قرمز (RR) داشته باشند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

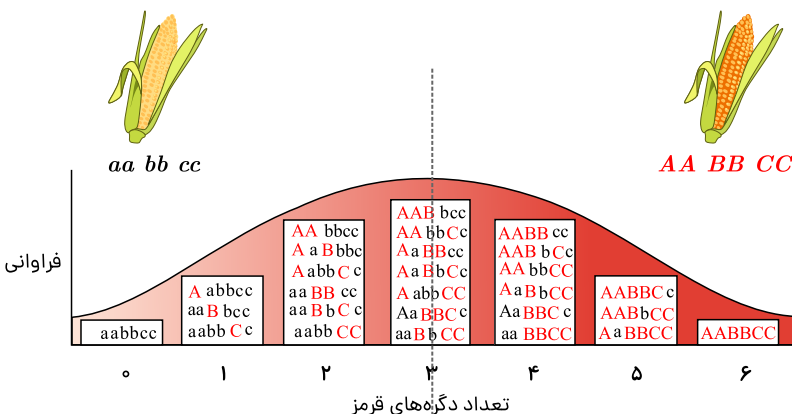
گزینه ۲: در فردی با گروه خونی O ، کربوهیدرات‌های مربوط به گروه خونی در غشای گویچه‌های قرمز مشاهده نمی‌شود. البته توجه کنید که انواع دیگری از کربوهیدرات‌ها در غشای گویچه‌های قرمز وجود دارد (مثلاً گلیکولیپیدها و گلیکوپروتئین‌های غشا، دارای بخش‌های کربوهیدراتی هستند).

گزینه ۳: در جمعیت گل‌های میمونی، افراد RR و WW به ترتیب گلبرگ‌های قرمز و سفید دارند و دارای ژن نمود خالص از لحاظ صفت رنگ گلبرگ هستند. توجه کنید که این گیاهان می‌توانند در سایر صفات خود، ژن نمود خالص یا ناخالص داشته باشند.

گزینه ۴: در حد کتاب درسی، دو نوع آنزیم A و B در تعیین گروه خونی انسان نقش دارند. توجه کنید پروتئین D که در تعیین Rh نقش دارد، آنزیم محسوب نمی‌شود.

۱۵ - گزینه ۴ ذرتی که یک جایگاه ژنی ناخالص و دو جایگاه ژنی نهفته دارد در کل دارای ۱۱ آلل بارز است و اگر به نمودار توزیع فراوانی نسبی ذرت‌ها در کتاب توجه کنید قرینه بودن این نمودار را نسبت به ذرت‌هایی با سه آلل بارز ملاحظه خواهید کرد لذا فراوانی نسبی ذرت‌هایی با دو آلل بارز تقریباً به اندازه ذرت‌هایی با ۵ آلل بارز است.

درسنامه سوال:



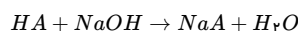
آیا می‌دانستید برای صفات چندجایگاهی (صفات چندژنی یا صفات پیوسته) به تعداد انواع ژنوتیپ، فنوتیپ داریم یعنی مثلاً در رنگ دانه ذرت که ۲۷ نوع ژنوتیپ با توجه به انواع آلل‌های داریم، ۲۷ نوع فنوتیپ نیز دیده می‌شود.



$$pH = 2 \Rightarrow [H^+] = 10^{-2}$$

مول اسید در هر دو حالت برابر است و تغییری نمی‌کند، پس:

$$C_{M_1} V_1 = C_{M_2} V_2 \Rightarrow C_{M_1} \times 10 = 10^{-2} \times (10 + 90) \\ \Rightarrow C_{M_1} = 10^{-1} \text{ mol} \cdot L^{-1} \text{ (غلظت مولی محلول اولیه و غلیظ اسید)}$$



روش اول:

$$\frac{1L \times 10^{-1} \frac{\text{mol}}{L}}{1} = \frac{xg}{40} \Rightarrow x = 4g NaOH$$

روش دوم:

$$?g NaOH = 1L HA \times \frac{10^{-1} \text{mol} HA}{1L HA} \times \frac{1 \text{mol} NaOH}{1 \text{mol} HA} \times \frac{40g NaOH}{1 \text{mol} NaOH} = 4g$$

۱۷ - گزینه ۴

ابتدا، غلظت یون هیدرونیوم را در محلول HCl تعیین می‌کنیم. با توجه به این که اسید قوی است داریم:

$$M_{HCl} = 0.1 \text{mol} L^{-1} \rightarrow [H^+] = 10^{-2} \text{mol} \cdot L^{-1}$$

با توجه به این که pH و در نتیجه غلظت H^+ در دو محلول برابر است، خواهیم داشت:

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{M_{HA} - [H^+]} \xrightarrow{\text{رابطه تقریبی}} K_a = \frac{[H^+]^2}{M_{HA}} \Rightarrow 5 \times 10^{-5} = \frac{(10^{-2})^2}{M_{HA}} \Rightarrow M_{HA} = 2 \text{mol} L^{-1} \Rightarrow \frac{M_{HA}}{M_{HCl}} = \frac{2}{0.1} = 20$$

۱۸ - گزینه ۳ یونش را برای ترکیب‌های مولکولی در نظر می‌گیریم، چون طبق تعریف به فرایندی که در آن یک ترکیب مولکولی در آب به یون‌های مثبت و منفی تبدیل می‌شود؛ یونش می‌گویند. پس استفاده از لفظ یونش برای ترکیب‌های یونی مانند منیزیم هیدروکسید نادرست است و باید از عبارت «تفکیک یونی» استفاده کرد.

۱۹ - گزینه ۴

$$10^{-pOH} = M \cdot n \cdot \alpha = 1 \times 1 \times \alpha$$

$$pOH = -\log \alpha$$

یک بار α را ۱ و یک بار ۵٫۰ در نظر می‌گیریم.

$$\alpha = 1 \Rightarrow pOH = -\log 1 = 0 \Rightarrow pH = 14$$

$$\alpha = 0.5 \Rightarrow pOH = -\log 0.5 = -\log \frac{1}{2} = -\log 2^{-1} = \log 2 = 0.3 \Rightarrow pH = 13.7$$

پس گزینه ۴ صحیح است.

روش دوم: با این که محلول بازی است، $pH > 7$ است و از آنجایی که رابطه لگاریتمی است، گزینه ۴ درست است.

۲۰ - گزینه ۱ چون اتانویک اسید از HCl ضعیف‌تر است، پس با مولاریته یکسان، $[H^+]$ در اولی از دومی کوچک‌تر است و در نتیجه میزان اسیدی بودن آن کمتر است، پس pH اولی بزرگ‌تر از pH دومی است.

۲۱ - گزینه ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: آمونیاک به دلیل تشکیل پیوندهای هیدروژنی در آب، به طور عمده به شکل مولکولی حل می‌شود.

گزینه «۲»: سود سوزآور ($NaOH$) بر اثر حل شدن در آب، طبق معادله $NaOH(s) \rightarrow Na^+(aq) + OH^-(aq)$ به طور کامل تفکیک می‌شود. (دقت کنید که ترکیب یونی، تفکیک می‌شود و ترکیب مولکولی یونش می‌یابد.)

گزینه «۳»: انحلال آمونیاک در آب تشکیل سامانه تعادلی $NH_4OH(aq) \rightleftharpoons NH_4^+(aq) + OH^-(aq)$ را می‌دهد.

گزینه «۴»: آمونیاک یک باز ضعیف است که به طور جزئی یونیده می‌شود. در این گونه بازها اندک یون‌های حاصل از یونش با مولکول‌های یونیده نشده در تعادل هستند.

۲۲ - گزینه ۱ مراحل حل را به ۲ قسمت تقسیم می‌کنیم. در قسمت اول، باید مقدار HA مورد نیاز برای رساندن pH محلول از ۱۱ به ۷ را به دست بیاوریم. در قسمت دوم باید مقدار HA مورد نیاز برای رساندن pH از ۷ به ۴ را محاسبه کنیم.

پس داریم:

$$pH = 11 \Rightarrow [H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-11}$$

$$[H_3O^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow 10^{-11} \times [OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = 10^{-3}$$

غلظت هیدروکسید در محلول برابر 10^{-3} می‌باشد پس غلظت KOH برابر 10^{-3} بوده است. پس داریم:

$$\text{جرم اسید} \times \text{ظرفیت} = \frac{\text{جرم مولی}}{\text{ظرفیت}} \times 10^{-3} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{x}{40} \times 1 \Rightarrow x = 10^{-2} g HA$$

با اضافه کردن 10^{-2} گرم از HA به محلول، pH به ۷ می‌رسد. سپس داریم:

$$pH = 4 \Rightarrow [H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-4} \Rightarrow [HA] = 10^{-4}$$



$$\text{مقدار } HA = 10^{-4} \times \frac{1}{3} \times 20 = 10^{-3} gHA$$

در نهایت دو مقدار به دست آمده را با هم جمع می‌کنیم:

$$10^{-2} + 10^{-3} = 11 \times 10^{-3} g = 11 mg$$

۲۳ - گزینه ۲ الف - درست. HX یک اسید قوی است و HCl که ترکیب هیدروژن‌دار گروه ۱۷ جدول دوره‌ای است اسیدی قوی است.

ب - درست. مطابق نمودار داده شده HA کم تفکیک شده و اسیدی ضعیف است. کربوکسیلیک اسیدها نیز همانند HA اسیدهایی ضعیف هستند.

پ - نادرست. با این‌که اسید HX کامل یونیزه می‌شود و به H^+ و X^- تبدیل می‌شود، اما قبل از یونش و بعد از آن تعدادی مولکول آب در ظرف وجود دارد و نمی‌توانیم بگوییم تعداد ذره‌ها دو برابر شده است.

ت - درست. از انحلال یک مول HX همانند HCl دو مول یون حاصل می‌شود. پس هر دو الکترولیت قوی بوده و رسانایی الکتریکی بالایی دارند.

۲۴ - گزینه ۲ هر ۳ مولکول قطبی هستند؛ ولی HF به دلیل وجود پیوند هیدروژنی نقطه جوش بیشتری نسبت به بقیه دارد و از سوی دیگر HF یک اسید ضعیف و HCl ، HBr اسیدهای قوی هستند؛ بنابراین pH آن‌ها با هم برابر نیست.

۲۵ - گزینه ۴

$$\frac{\text{غلظت مولکول‌های یونیده شده}}{\text{غلظت کل مولکول‌های حل شده}} \times 100 \Rightarrow \% \alpha = \frac{1.5 \times 10^{-3}}{0.1} = 1.5\%$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

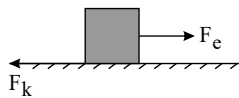
گزینه (۱) اسیدها را بر مبنای میزان تفکیک و یونشی که در آب دارند، به دو دسته ضعیف و قوی تقسیم می‌کنند.

گزینه (۲) ۴۸ یون ناشی از یونش ۲۴ مولکول HF است.

$$\% \alpha = \frac{24}{1000} \times 100 = 2.4\%$$

گزینه (۳) به فرایندی که در آن یک ترکیب مولکولی در آب به یون‌های مثبت و منفی تبدیل می‌شود، یونش می‌گویند.

۲۶ - گزینه ۱



چون سرعت ثابت است، نیروهای وارد بر جسم متوازن‌اند، یعنی نیروی محرک F و نیروی مقاوم اصطکاک جنبشی هم اندازه‌اند.

$$\vec{v} = \text{ثابت} \Rightarrow \vec{a} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{net} = m\vec{a} = 0$$

$$F_e - f_k = 0 \Rightarrow F_e = f_k$$

$$f_k = k\Delta x = \mu_k \times mg$$

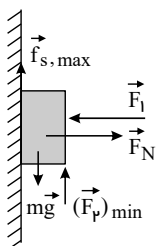
$$\mu_k \times 50 = 200 \times \frac{5}{100} \Rightarrow 50\mu_k = 10 \Rightarrow \mu_k = 0.2$$

۲۷ - گزینه ۱ با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F - f_k = ma \Rightarrow F - \mu_k mg = ma \Rightarrow 24 - \mu_k \times 6 \times 10 = 6 \times 3 \Rightarrow \mu_k = 0.1$$

۲۸ - گزینه ۱ بسته به اندازه قائم $\vec{F}_2$ ، جسم می‌تواند در آستانه حرکت به سمت پایین و یا بالا باشد.

اگر جسم در آستانه حرکت به سمت پایین باشد، اندازه نیروی $\vec{F}_2$ ، کمترین مقدار است و نیروی اصطکاک ایستایی به طرف بالا بر جسم وارد می‌شود. با رسم نیروهای وارد بر جسم داریم:



$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F_N = F_1 = 120 N$$

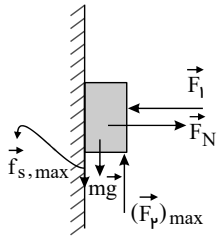
$$f_{s,max} = \mu_s F_N = 0.25 \times 120 \Rightarrow f_{s,max} = 30 N$$

$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow (F_v)_{min} + f_{s,max} = mg$$

$$\Rightarrow (F_v)_{min} + 30 = 4 \times 10 \Rightarrow (F_v)_{min} = 10 N$$



دیرستان دخترانه علوی واحد شرق



اگر جسم در آستانه حرکت به سمت بالا باشد، اندازه نیروی $\vec{F}_p$ ، بیشترین مقدار است و نیروی اصطکاک ایستایی به طرف پایین بر جسم وارد می‌شود. با رسم نیروهای وارد بر جسم در این حالت داریم:

$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F_N = F_1 = 120N$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = 0.25 \times 120 \Rightarrow f_{s,max} = 30N$$

$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow (F_p)_{max} = f_{s,max} + mg$$

$$\Rightarrow (F_p)_{max} = 30 + 4 \times 10 \Rightarrow (F_p)_{max} = 70N$$

بنابراین اختلاف اندازه بیشترین و کمترین مقدار نیروی $\vec{F}_p$ برای اینکه جسم در آستانه حرکت باشد، برابر است با:

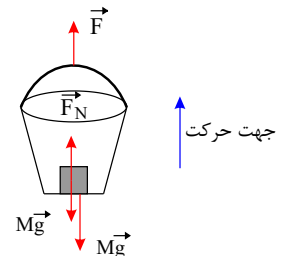
$$\Delta F_p = 70 - 10 = 60N$$

۲۹ - گزینه ۳ ابتدا با رسم دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر سطل و وزنه و با در نظر گرفتن جهت حرکت سطل به سمت بالا و با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma \Rightarrow 12 - 10 = 1 \times a \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - Mg = Ma$$

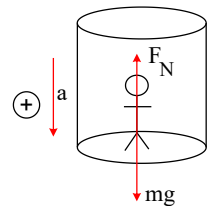
$$\Rightarrow F - (1.5 + 1) \times 10 = (1.5 + 1) \times 2 \Rightarrow F = 30N$$



۳۰ - گزینه ۴ آسانسور حرکت تند شونده به پایین دارد بنابراین، شتاب حرکت روبه پایین است و داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_N = ma \Rightarrow F_N = m(g - a)$$

$$F_N = 80(10 - 2) \Rightarrow F_N = 640N$$



۳۱ - گزینه ۱

$$v_o = 22 \frac{km}{h} = 20 \frac{m}{s}$$

$$F_{net} = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g$$

شتاب حرکت کندشونده اتومبیل توسط نیروی اصطکاک لغزشی ایجاد می‌شود. پس با استفاده از قانون دوم نیوتون، شتاب را می‌یابیم.

$$a = -\frac{1}{4} \times 10 = -\frac{5}{2} \frac{m}{s^2}$$

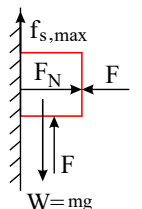
$$v^2 - v_o^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 20^2 = 2(-\frac{5}{2})(\Delta x) \Rightarrow 400 = 5\Delta x \Rightarrow \Delta x = 80m$$

۳۲ - وقتی جسم در آستانه حرکت رو به پایین قرار دارد، نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه به طرف بالا بر جسم وارد می‌شود و داریم:

$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F_N = F \quad (*)$$

$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F + f_{s,max} = W \Rightarrow F + \mu_s F_N = mg$$

$$\xrightarrow{(*)} F + \mu_s F = mg \Rightarrow F = \frac{mg}{1 + \mu_s} \Rightarrow F = \frac{2 \times 10}{1 + 0.5} \Rightarrow F = \frac{40}{3} N$$



۳۳ - گزینه ۲

$$\uparrow F_p + mg = F_N \uparrow \text{ قانون دوم نیوتون در راستای قائم}$$

$$f_s \text{ ثابت می‌ماند} \Rightarrow f_s = F_1 \text{ قانون دوم نیوتون در راستای افقی}$$

$$F_{Net} \text{ تغییر نمی‌کند} \Rightarrow F_{Net} = 0 \Rightarrow \text{جسم ساکن است}$$

۳۴ - گزینه ۲ راه حل اول: با توجه به صورت تست، به ازای هر ۱۰۰ گرمی که به جرم وزنه‌ی آویخته شده، اضافه می‌شود، به طول فنر ۲cm اضافه می‌گردد. بنابراین به ازای وزنه‌ی ۵۰۰ گرمی که در حالت اول آویخته شده، به طول فنر به اندازه‌ی ۱۰cm اضافه شده است.

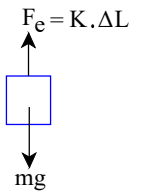


$$\frac{100g}{500g} \frac{2cm}{x} \Rightarrow x = \frac{500 \times 2}{100} = 10cm \Rightarrow \text{طول فنر بدون وزنه} = 20 - 10 = 10cm$$

$$mg = k\Delta L \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{(\Delta L)_1}{(\Delta L)_2} \Rightarrow \frac{500}{600} = \frac{20 - L_0}{22 - L_0}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{6} = \frac{20 - L_0}{22 - L_0} \Rightarrow L_0 = 10cm$$

راه حل دوم:

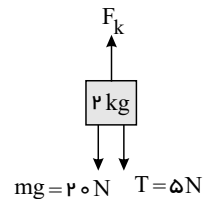


۳۵ - گزینه ۳

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را مشخص می‌کنیم، چون جسم در حال سکون است، بنابراین برآیند نیروهای وارد بر آن برابر با صفر است.

$$F_k = T + mg = 25N \quad \frac{F_k = k\Delta l}{k = 500N/m} \Rightarrow \Delta l = \frac{25}{500} = 5cm$$

$$l = l_0 + \Delta l = 12 + 5 = 17cm$$



۳۶ - گزینه ۱ ابتدا تمام زوایا را برحسب 15° می‌نویسیم:

$$\cos 285^\circ = \cos(270^\circ + 15^\circ) = \sin 15^\circ, \quad \sin 255^\circ = \sin(270^\circ - 15^\circ) = -\cos 15^\circ$$

$$\sin 525^\circ = \sin(540^\circ - 15^\circ) = \sin(180^\circ - 15^\circ) = \sin 15^\circ, \quad \sin 105^\circ = \sin(90^\circ + 15^\circ) = \cos 15^\circ$$

$$\text{بنابراین داریم: } \frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ} = \frac{\sin 15^\circ + \cos 15^\circ}{\sin 15^\circ - \cos 15^\circ}$$

صورت و مخرج را بر $\cos 15^\circ$ تقسیم می‌کنیم. در نتیجه:

$$\frac{\tan 15^\circ + 1}{\tan 15^\circ - 1} = \frac{0.28 + 1}{0.28 - 1} = \frac{1.28}{-0.72} = -\frac{128}{72} = -\frac{16}{9}$$

۳۷ - گزینه ۱ اگر نمودار تابع $y = f(2x - 1)$ را یک واحد به چپ منتقل کنیم، نمودار تابع $y = f(2(x + 1) - 1) = f(2x + 1)$ به دست می‌آید. اگر این نمودار را نسبت به محور عرض‌ها قرینه کنیم، نمودار تابع $y = f(-2x + 1)$ به دست می‌آید و اگر طول نقاط این نمودار را دو برابر کنیم یعنی به جای x جمله $\frac{1}{2}x$ قرار می‌دهیم. نمودار تابع $y = f(-x + 1)$ به دست می‌آید.

۳۸ - گزینه ۳

$$f(x) = \sqrt{x} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محورهای}} g(x) = \sqrt{-x} \xrightarrow{\text{دو واحد به طرف‌های مثبت}} h(x) = \sqrt{-(x-2)} = \sqrt{-x+2}$$

$$\begin{cases} h(x) = \sqrt{-x+2} \\ y = x \end{cases} \xrightarrow{\text{تقاطع}} \sqrt{-x+2} = x \xrightarrow{\text{توان ۲}} -x+2 = x^2 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x+2)(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -2 & \text{غلق (در معادله صدق نمی‌کند)} \\ x = 1 & \text{قق} \end{cases}$$

۳۹ - گزینه ۱

$$\sin(\alpha - \frac{\pi}{2}) = -\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) = -\cos \alpha, \quad \sin(3\pi + \alpha) = \sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha) = \sin \alpha, \quad \cos(\alpha - \pi) = \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\frac{\sin(\alpha - \frac{\pi}{2}) + \sin(3\pi + \alpha)}{\cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha) + \cos(\alpha - \pi)} = \frac{-\cos \alpha - \sin \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha}$$

$$\text{صورت و مخرج را بر } \cos \alpha \text{ تقسیم می‌کنیم} \quad \frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} = \frac{1 + \frac{2}{3}}{1 - \frac{2}{3}} = 5$$

۴۰ - گزینه ۳ دوره تناوب تابع $y = \sin kx$ برابر $\frac{2\pi}{|k|}$ می‌باشد.

$$y = a \sin(b\pi x) \rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|\pi} = \frac{2}{|b|} = 6 \rightarrow |b| = \frac{1}{3} \rightarrow b = \pm \frac{1}{3}$$

با توجه به شکل داده‌شده a و b هر دو مثبت یا هر دو منفی هستند و چون همه گزینه‌ها مثبت می‌باشند پس $\frac{1}{3} = b$ قابل قبول است. بیشترین مقدار این تابع از روی شکل ۲ می‌باشد و بیشترین

مقدار $y = a \sin(b\pi x)$ زمانی رخ می‌دهد که سینوس برابر ۱ باشد



بنابراین $a = 2$ است پس $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ $a + b = 2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$

۴۱ - گزینه ۴ برای پیدا کردن تابع وارون، کافی است x را بر حسب y به دست آورده و سپس جای x و y را عوض کنیم.

$$y = f(x) = x^2 - 2x - 3 = (x-1)^2 - 1 - 3 = (x-1)^2 - 4 \Rightarrow (x-1)^2 = y+4$$

$\xrightarrow{x \geq 1} x-1 = \sqrt{y+4} \Rightarrow x = 1 + \sqrt{y+4}$ جای x و y را عوض می‌کنیم. $f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{x+4}$

حال با خط $g(x) = \frac{x-a}{2}$ قطع می‌دهیم:

بررسی گزینه‌ها $f^{-1}(x) = g(x) \Rightarrow 1 + \sqrt{x+4} = \frac{x-9}{2} \rightarrow x = 21$

توجه کنید حل معادله آخر بدین صورت است:

$2\sqrt{x+4} = x-11 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 4x+16 = x^2+121-22x \Rightarrow x^2-26x+105=0$

تحقق (در معادله صدق نمی‌کند) $\Rightarrow \begin{cases} x = 21 \\ x = 5 \end{cases}$ $\Rightarrow (x-21)(x-5) = 0$

۴۲ - گزینه ۱ می‌دانیم که $\frac{1}{\cos^2 x} + \tan^2 x = 1$ و چون $\frac{\pi}{4} < x < \pi$ است، انتهای کمان در ناحیه دوم دایره مثلثاتی است و داریم:

$$\frac{\tan x}{\sqrt{1+\tan^2 x}} \left(\frac{1}{\sin x} - \sin x \right) = \frac{\tan x}{\sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}}} \left(\frac{1 - \sin^2 x}{\sin x} \right) = \frac{\tan x}{\underbrace{1}_{|\cos x|}} \left(\frac{\cos^2 x}{\sin x} \right) = - \left(\frac{\sin x}{\cos x} \right) (\cos x) \left(\frac{\cos^2 x}{\sin x} \right) = -\cos^2 x$$

۴۳ - گزینه ۴ می‌دانیم اگر $f(a) = b$ باشد آنگاه $f^{-1}(b) = a$ است.

$$(g^{-1} \circ f^{-1})(\lambda) = g^{-1}(f^{-1}(\lambda))$$

برای محاسبه $f^{-1}(\lambda)$ بدین صورت عمل می‌کنیم:

$$\lambda = \frac{2}{5}x - 4 \rightarrow \frac{2}{5}x = \lambda + 4 \rightarrow 2x = 5\lambda + 20 \rightarrow x = \frac{5\lambda + 20}{2}$$

پس: $g^{-1}(f^{-1}(\lambda)) = g^{-1}\left(\frac{5\lambda + 20}{2}\right)$

برای محاسبه $g^{-1}\left(\frac{5\lambda + 20}{2}\right)$ بدین صورت عمل می‌نمایم.

$$30 = x^2 + x \rightarrow x = 30$$

۴۴ - گزینه ۴ یادآوری: دوره‌ی تناوب تابع $y = \cos kx$ برابر $\frac{2\pi}{|k|}$ است.

از روی نمودار تابع مشاهده می‌کنیم که، نمودار داده شده در بازه $\left[-\frac{2}{3}, \frac{8}{3}\right]$ به تعداد $\frac{2}{5}$ مرتبه تکرار شده است، لذا اگر دوره‌ی تناوب این تابع را T فرض کنیم داریم:

$$\frac{2}{5}T = \frac{8}{3} - \left(-\frac{2}{3}\right) \Rightarrow \frac{2}{5}T = \frac{10}{3} \Rightarrow T = \frac{25}{3} \quad (1)$$

با توجه به مطلب گفته شده داریم:

$$y_1 = \cos(b\pi x) \xrightarrow{(1)} T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|} = \frac{25}{3} \Rightarrow |b| = \frac{6}{25} \Rightarrow b = \pm \frac{6}{25} \quad (2)$$

همچنین از روی نمودار تابع مشاهده می‌کنیم که $f\left(-\frac{2}{3}\right) = 0$ است. لذا:

$$\xrightarrow{(2)} f\left(-\frac{2}{3}\right) = 3 + a \cos\left(\pm \frac{6}{25} \pi \times \left(-\frac{2}{3}\right)\right) = 3 + a \cos(\pm \pi) = 3 - a = 0$$

$$\Rightarrow a = 3 \Rightarrow a + 2b = 3 + 2\left(\pm \frac{6}{25}\right) \Rightarrow \begin{cases} a + 2b = 0 \\ a + 2b = 6 \end{cases}$$

۴۵ - گزینه ۱ فاصله طولی بین ماکزیمم و مینیمم متوالی برابر نصف دوره تناوب است.

$$\frac{T}{2} = 1 \Rightarrow T = 2 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b\pi|} = 2 \Rightarrow |b| = 1 \Rightarrow b = \pm 1 \Rightarrow y = 1 + a \cdot \cos(\pm \pi x) = 1 + a \cdot \cos \pi x$$

از طرفی $f(1) = 3$ ، بنابراین داریم:

$$3 = 1 + a \cos(\pi(1)) \Rightarrow 3 = 1 + a \cos(\pi) \Rightarrow 3 = 1 + a(-1) \Rightarrow a = -2$$