

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳ هر گونه جهش کوچک رخ داده در توالی ژن نوعی پروتئین تک رشته‌ای، منجر به ایجاد تغییر در توالی رنای پیک نابالغ تازه ساخت به وجود می‌آورد. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱) جهش تغییر در چارچوب الزاماً حذف یا اضافه شدن یک نوکلئوتید نیست؛ بلکه ممکن است تعداد بیشتری نوکلئوتید حذف یا اضافه شود. ولی حتماً باید مضربی از عدد ۳ نباشد.

گزینه ۲) جهش از نوع دگر معنا باعث تغییر آمینواسید می‌شود و باعث تغییر ساختار اول رشته می‌شود؛ اما الزاماً شکل و عملکرد پروتئین را تغییر نمی‌دهد.

گزینه ۴) طی جهش تغییر چارچوب ممکن است یک کدون پایان به کدون پایان دیگر تبدیل شود که در این صورت طول رشته پلی‌پپتیدی تغییری نمی‌کند. ۲ - گزینه ۴

کاهش طولی پلی‌پپتید به معنی ایجاد پیوند پپتیدی کمتر برای ساخت پلی‌پپتید است. در نتیجه به دلیل پیوند پپتیدی کمتر، آب کمتری هم بر اثر سنتز آ بدهی تولید می‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱) جهش حذف و اضافه هم می‌تواند با ایجاد کدون پایان زودرس همراه باشد.

گزینه ۲) براساس شکل جهش بی‌معنا صرفاً برای جهش جانشینی در نظر گرفته شده است. اما جهش تغییر چهارچوب هم می‌تواند سبب کاهش طول پلی‌پپتید شود.

گزینه ۳) کدون در $mRNA$ قرار دارد نه در ژن.

۳ - گزینه ۳ بخش رمز گردان ژن، شامل یک مولکول DNA دورشته‌ای است، وقتی ۴ نوکلئوتید مربوط به بخش رمز گردان یک کدون حذف شود، قطعاً تغییر در چارچوب ایجاد خواهد شد. اضافه شدن ۶ نوکلئوتید به یک بخش از رمز گردان ژن، فقط یک کدون در $mRNA$ را زیاده‌تر خواهد کرد. حذف ۴ نوکلئوتید از جایگاه پایان رونویسی تغییری در چارچوب الگوی خواندن ایجاد نمی‌کند. اضافه شدن ۶ نوکلئوتید میان راه‌انداز و افزاینده، حلقه DNA را طویل‌تر خواهد کرد.

۴ - گزینه ۴ دقت کنید افراد مبتلا به کم‌خونی داسی شکل معمولاً در سنین پایین می‌میرند؛ در نتیجه نمی‌توان گفت که به‌طور قطع ژن‌های مربوط به این صفت را از طریق گامت به فرزندان منتقل می‌کنند. بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱) دقت شود ساختار پروتئین‌ها در چهار سطح بررسی می‌شود که هر ساختار مبنای تشکیل ساختار بالاتر است.

گزینه ۲) یاخته‌های ماهیچه‌ای اسکلتی و قلبی با داشتن بیش از یک هسته می‌توانند در بدن این افراد بیش از دو دگره در رابطه با این بیماری داشته باشند.

گزینه ۳) در آن تنها یک جفت از صدها جفت نوکلئوتید دنا در افراد بیمار تغییر یافته است دقت کنید گویچه‌های قرمز بالغ هسته ندارند.

گزینه ۴) از آنجایی که افراد مبتلا در سنین پایین می‌میرند پس به سن بلوغ نمی‌رسند که ژن‌های مربوط به این صفت را از طریق گامت به فرزندان منتقل کنند.

۵ - گزینه ۲ در جهش تغییر چارچوب، چارچوب الگوی خواندن در یک یا دو موضع جابه‌جا می‌شود.

۶ - گزینه ۲ هرگاه قسمتی از یک کروموزوم حذف شود، باز هم نسبت بازهای پورین به پیریمیدین در دنا ثابت می‌ماند. در واقع در مولکول دنا به‌طور معمول تعداد بازهای پورین با تعداد بازهای پیریمیدین برابر است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱) در صورتی که جابه‌جایی قطعات بین کروموزوم‌ها دو طرفه باشد و یا قسمت‌های میانی یکی از کروموزوم‌ها شکسته شود، امکان تشکیل پیوند فسفو دی‌استر جدید وجود دارد.

گزینه ۳) در تغییر واژگونی امکان جابه‌جاشدن سانترومر وجود دارد.

گزینه ۴) اگر این قسمت به بخش‌های میانی کروموزوم هم‌تا افزوده شود، در هر دو کروموزوم پیوند فسفو دی‌استر شکسته می‌شود.

۷ - گزینه ۴ همه موارد نادرست است.

بررسی موارد:

الف) جهش‌هایی که در بخش بین ژنی رخ می‌دهند بر توالی محصول ژن و بر ساختار رنای پیک تأثیر نمی‌گذارند.

ب) این مورد تنها در مورد جهش تغییر چارچوب صحیح است.

ج) جهش خاموش روی ساختار یا عملکرد پروتئین‌ها اثر نمی‌گذارد.

د) در جهش جانشینی مقدار ماده وراثتی کم یا زیاد نمی‌شود.

۸ - گزینه ۳ شارش ژن می‌تواند سبب افزایش تنوع درون جمعیت پذیرنده (مقصد) شود. از سوی دیگر اگر روند مهاجرت در دو جهت ادامه یابد، با گذشت زمان خزانه ژنی دو جمعیت شبیه به هم می‌شود. به این ترتیب، می‌توان گفت که شارش ژن در جهت کاهش تفاوت بین جمعیت‌ها عمل می‌کند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌های ۱) و ۴) شارش ژن می‌تواند باعث افزایش تنوع درون جمعیت پذیرنده (مقصد) شود.

گزینه ۲) جهش همواره رخ می‌دهد ولی ممکن است تعداد جهش رفت و برگشت در ژن مورد نظر با هم برابر باشند که در آن حالت تعادل ثابت باقی ماند. بنابراین قید همواره نادرست است.

۹ - گزینه ۴ هر چهار مورد نادرست است.

بررسی موارد:

مورد الف) در مورد جهش جانشینی بی‌معنا صادق نیست.

مورد ب) در صورتی که جهش جانشینی بی‌معنا بر روی دنا، در ارتباط با آخرین کدون معنی‌دار صورت گیرد و کدون پایان تولید شود یک آمینواسید در نهایت حذف خواهد شد. به‌عنوان مثال بروز جهش در توالی AAC بر روی رشته الگو و تبدیل آن به ATC ، در نهایت به کدون پایان UAG ختم می‌شود.



مورد ج) در جهش‌های اضافه، با وجود ایجاد تغییر در توالی آمینواسیدها حذف نوکلئوتیدهای دنا مشاهده نمی‌گردد.

مورد د) در طول شدن رنای پیک، حذف و اضافه نوکلئوتیدها می‌تواند مضرب ۳ باشد.

۱۰ - گزینه ۳ در صورت سوال اشاره به تعداد کرده است یعنی ناهنجاری‌های عددی و تغییر در مکان جایگاهی ژنی مربوط به گروهی از صفات یعنی ناهنجاری‌های ساختاری و چون کلمه تغییر در جایگاه را آورده است در جهش مضاعف شدگی هم جایگاه ژن تغییر می‌کند و همه این جهش‌ها می‌توانند در نهایت در فعالیت پروتئین‌های یاخته تغییر ایجاد کنند.

۱۱ - گزینه ۳ سه نوع جهش جانشینی وجود دارد. جهش‌های خاموش، دگر معنا و بی‌معنا.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: در صورتی که جهش خاموش در ژن پروتئین مهارکننده اتفاق بیافتد، هیچ تغییری در عملکرد آن ایجاد نمی‌شود. (نادرست)

گزینه‌های ۲، ۳ و ۴: در صورتی که جهش بی‌معنا در محل دارای رمز ژن پروتئین مهارکننده رخ دهد، طول بخش قابل ترجمه رنای پیک تغییر می‌کند و کوتاه می‌شود. در نتیجه تعداد آمینواسیدهای به کار رفته در ساختار پروتئین نیز کاهش می‌یابد. (نادرست)

گزینه ۳: در هر نوع جهش جانشینی، توالی نوکلئوتیدهای دنا قطعاً دچار تغییر می‌شود. می‌دانیم به علت وجود رابطه مکملی بین بازها، تغییر در یک نوکلئوتید از یک رشته دنا، نوکلئوتید مقابل آن را در رشته دیگر تغییر می‌دهد، به همین علت جانشینی در یک نوکلئوتید، به جانشینی در یک جفت نوکلئوتید منجر می‌شود (درست).

۱۲ - گزینه ۳

انتخاب طبیعی فرایندی است که در آن افراد سازگارتر با محیط انتخاب می‌شوند. در مناطقی که مالاریا شایع تر است، افراد سالم دارای ژنوتیپ $Hb^A Hb^S$ نسبت به افراد دارای ژنوتیپ $Hb^A Hb^A$ در برابر مالاریا مقاوم تر هستند. در نتیجه، فراوانی این افراد و فراوانی ال Hb^S افزایش می‌یابد.

۱۳ - گزینه ۲ جهش فام‌تنی اگر از نوع واژگونی باشد، توسط کاربوتیپ قابل تشخیص نیست؛ چرا که اندازه کروموزوم تحت تأثیر قرار نمی‌گیرد. به دلیل آنکه این جهش در یک کروموزوم اتفاق می‌افتد، در اثر آن تنها یک دگر از صفتی تک‌ژنی دچار تغییر جایگاه می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱) اگر حین وقوع جهش واژگونی، شکستگی کروموزوم از درون توالی ژنی نوعی پروتئین حیاتی روی کروموزوم اتفاق افتد، ژن موردنظر تخریب شده و این پروتئین ساخته نمی‌شود.

گزینه ۳) در جهش واژگونی جهت قرارگیری قسمتی از یک فام‌تن، در جای خود معکوس می‌شود. در نتیجه در تعداد نوکلئوتیدهای کروموزوم تغییری ایجاد نمی‌شود.

گزینه ۴) جهش با ایجاد ویژگی‌های جدید در افراد می‌تواند زمینه را جهت وقوع انتخاب طبیعی مهیا سازد.

۱۴ - گزینه ۱ مضاعف شدن، ترکیبی از حذف و جابجایی است. بنابراین برای وقوع این جهش، باید حذف نیز صورت گیرد.

بررسی موارد در سایر گزینه‌ها:

گزینه ۲: وقوع هر نوع جهشی منجر به مرگ سلول نمی‌شود.

گزینه ۳: در هر کروموزوم ممکن است، قطعه‌ای شکسته و به صورت معکوس به جای اول خود متصل گردد.

گزینه ۴: اگر جاندار دو نوع کروموزوم جنسی متفاوت مانند X و Y داشته باشد، تبادل قطعه‌ای بین آن‌ها نیز جابه‌جایی محسوب می‌شود.

۱۵ - گزینه ۴ هر جهشی باعث تأثیر در بیان نمی‌شود. اما هر جهشی از نوع حذف یا اضافه و یا جانشینی قطعاً روی دنا اثرگذار هستند.

۱۶ - گزینه ۱

ابتدا با استفاده از pH ، غلظت یون هیدرونیوم را تعیین می‌کنیم:

$$pH = 4.3 \Rightarrow [H^+] = 10^{-4.3} = 5 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

غلظت اولیه اسید برابر است با:

$$\alpha = \frac{[H^+]}{[HA]_{\text{اولیه}}} \Rightarrow 0.05 = \frac{5 \times 10^{-5}}{[HA]_{\text{اولیه}}} \Rightarrow [HA]_{\text{اولیه}} = 10^{-3} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

برای محاسبه جرم مولی داریم:

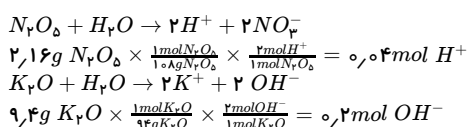
$$500 \text{ mL محلول} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} \times \frac{10^{-3} \text{ mol HA}}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{x \text{ g HA}}{1 \text{ mol HA}} = 0.03 \text{ g HA} \Rightarrow x = 60$$

۱۷ - گزینه ۲

$$HF \left\{ \begin{array}{l} M = 0.05 \\ \alpha = 4 \times 10^{-2} \end{array} \Rightarrow [H^+] = M \alpha = 0.05 \times 4 \times 10^{-2} = 2 \times 10^{-3} \Rightarrow \begin{array}{l} pH = 3 - \log 2 \\ pH = 2.7 \end{array} \right.$$

$$HCl \left\{ \begin{array}{l} M = 3 \times 10^{-3} \\ \Rightarrow [H^+] = 3 \times 10^{-3} \end{array} \Rightarrow pH = 3 - \log 3 = 2.5 \Rightarrow \frac{2.7}{2.5} = 1.08 \right.$$

۱۸ - گزینه ۱



با توجه به این که مقدار $[OH^-]$ بیشتر از $[H^+]$ است، پس $[H^+]$ را خنثی کرده و مقدار باقی‌مانده آن، محلول را بازی می‌کند:

$$OH^- \text{ باقی‌مانده} = 0.2 - 0.04 = 0.16 \text{ mol } OH^-$$



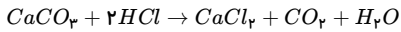
$$[OH^-] = \frac{0.16}{2} \frac{mol}{L} = 0.08 \frac{mol}{L} \Rightarrow [H^+] = \frac{10^{-14}}{0.08} = \frac{10^{-12}}{8} \Rightarrow pH = -\log\left(\frac{10^{-12}}{8}\right) = 12 + \log 8 = 12 + 3 \log 2 = 12.9$$

۱۹ - گزینه ۲ مورد «پ»: واکنش کامل یک ضد اسید، معروف به جوش شیرین را به طور کامل بیان می کند.

مورد «ت»: می تواند واکنش خنثی شدن هنگام عملکرد یک ضد اسید با حذف یون های تماشاگر باشد.

(یون هایی مثل Na^+ و Cl^- که در دو سمت واکنش بدون تغییر وجود دارند را یون های تماشاگر می گویند).

۲۰ - گزینه ۳



$$pH = 1 \Rightarrow [H^+] = M = 10^{-1} mol \cdot L^{-1}$$

$$?mLHCl = 10gCaCO_3 \times \frac{1molCaCO_3}{100gCaCO_3} \times \frac{2molHCl}{1molCaCO_3} \times \frac{1molH^+}{1molHCl} \times \frac{1L}{0.1molH^+} \times \frac{1000mL}{1L} = 2000mL$$

روش تناسب:

$$\frac{10}{1 \times 100} = \frac{x \times 0.1}{2} \Rightarrow x = 2L = 2000mL$$

۲۱ - گزینه ۳

$$[H^+] = \alpha \cdot C \Rightarrow \frac{[H^+]_1}{[H^+]_2} = \frac{\alpha_1 C}{\alpha_2 C} \Rightarrow \frac{10^{-4}}{10^{-5}} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \Rightarrow 10 = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \Rightarrow \alpha_1 = 10 \alpha_2 pH_1 = 4 \rightarrow [H^+]_1 = 10^{-4} M, pH_2 = 5 \rightarrow [H^+]_2 = 10^{-5} M$$

۲۲ - گزینه ۳ قسمت اول:

$$[H^+] = M\alpha \rightarrow 2.5 \times 10^{-3} = M \times (0.2 \times 10^{-2}) \rightarrow M = 1.25 mol \cdot L^{-1}$$

قسمت دوم:

$$K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} \xrightarrow{\alpha < 0.05} K_a = M\alpha^2 = 1.25 \times (0.2 \times 10^{-2})^2 = 5 \times 10^{-6}$$

۲۳ - گزینه ۳ عبارت های (ب) و (ت) درست اند.

بررسی عبارت های نادرست:

(آ) با کمتر بودن pH محلول A نسبت به محلول B متوجه می شویم، محلول A خاصیت اسیدی بیشتری نسبت به محلول B دارد اما ممکن است قدرت اسیدی A کمتر از قدرت اسیدی B باشد، زیرا pH به غلظت محلول هم بستگی دارد.

(پ) رسانایی الکتریکی یک محلول به غلظت یون ها در محلول بستگی دارد. با توجه به آن که pH دو محلول با هم برابر است، بنابراین رسانایی الکتریکی دو محلول نیز با هم برابر است.

۲۴ - گزینه ۳ رسانایی به غلظت یون ها بستگی دارد.

$$\text{غلظت یون ها} = 2 \times \frac{1}{2} \times 0.6 = 0.6$$

۲۵ - گزینه ۲ الف - صحیح است. پس از تعادل خواص ماکروسکوپی ثابت می ماند.

ب - غلط است. واحد ثابت یونش $\frac{mol}{L}$ است.

ج - غلط است. می تواند نشانه برگشت پذیر بودن باشد.

د - غلط است. ثابت تعادل می تواند فاقد یکا باشد.

۲۶ - گزینه ۱ نکته: چون وزن ظاهری بیش تر از وزن واقعی است پس شتاب حرکت آسانسور به سمت بالا است یعنی آسانسور تند شونده به سمت بالا حرکت می کند یا کند شونده به سمت پایین. باتوجه به جهت حرکت آسانسور در این تست داریم:

$$W = mg \Rightarrow m = \frac{W}{g} = 60kg$$

$$F_N - mg = ma \Rightarrow 720 - 600 = 60a \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

۲۷ - گزینه ۲ جسم روی سطح افقی ابتدا ساکن است. با اعمال نیروی افقی $\vec{F}$ و افزایش اندازه آن، جسم همچنان ساکن می ماند و اندازه نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جسم برابر با اندازه نیروی $\vec{F}$ خواهد بود. زمانی که اندازه نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جسم به بیشینه مقدار خود می رسد، با کمی افزایش نیروی $\vec{F}$ ، جسم شروع به حرکت می کند و اصطکاک وارد بر جسم به نوع جنبشی تبدیل خواهد شد و اندازه آن ثابت می شود. بنابراین مطابق نمودار، بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی برابر با $14N$ و اندازه نیروی اصطکاک جنبشی وارد بر جسم برابر با $10N$ است. داریم:

$$f_{s,max} = 14N \Rightarrow \mu_s F_N = 14N$$

$$f_k = 10N \Rightarrow \mu_k F_N = 10N \Rightarrow \frac{f_k}{f_{s,max}} = \frac{\mu_k F_N}{\mu_s F_N} = \frac{\mu_k}{\mu_s} = \frac{10}{14} \Rightarrow \frac{\mu_k}{\mu_s} = \frac{5}{7}$$

۲۸ - گزینه ۲ نیروی خالصی که از طرف سطح به جسم وارد می شود، برآیند دو نیروی عمود برهم عمودی سطح و اصطکاک است. داریم:

$$\vec{F}_N + \vec{W} = 0 \Rightarrow F_N = W = 6 \times 10 = 60N$$

$$R^x = F_N^x + f^x \Rightarrow 75^x = 60^x + f^x \Rightarrow f^x = 75^x - 60^x$$

$$\Rightarrow f^x = (75 - 60)(75 + 60) = 15 \times 135 = (15 \times 3)^2 \Rightarrow f = 45N$$

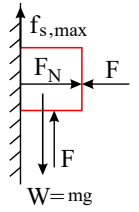
چون اندازه نیروی اصطکاک وارد بر جسم کمتر از اندازه نیروی F است، بنابراین جسم با شتاب ثابت به طرف راست در حال حرکت است و نیروی اصطکاک وارد بر آن از نوع اصطکاک جنبشی است. با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow 90 - 45 = 6a \Rightarrow a = 7.5 m/s^2$$



۲۹ - گزینه ۱ وقتی جسم در آستانه حرکت رو به پایین قرار دارد، نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه به طرف بالا بر جسم وارد می شود و داریم:

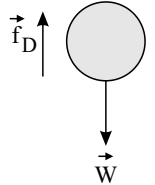
$$\begin{aligned}(F_{net})_x &= 0 \Rightarrow F_N = F \quad (*) \\ (F_{net})_y &= 0 \Rightarrow F + f_{s,max} = W \Rightarrow F + \mu_s F_N = mg \\ (*) \rightarrow F + \mu_s F &= mg \Rightarrow F = \frac{mg}{1 + \mu_s} \Rightarrow F = \frac{2 \times 10}{1 + 0.5} \Rightarrow F = \frac{40}{3} N\end{aligned}$$



۳۰ - گزینه ۳ با انتخاب جهت مثبت حرکت به سمت پایین، قانون دوم نیوتون را برای توپ می نویسیم، داریم:

$$W - f_D = ma$$

$$\frac{f_D = 5.1 N, \quad m = 500 g}{W = mg = 0.5 \times 9.8 = 4.9 N} \rightarrow 4.9 - 5.1 = 0.5a \Rightarrow -0.2 = 0.5a \Rightarrow a = -0.4 \text{ m/s}^2$$



چون در جهت مثبت حرکت را رو به پایین انتخاب کردیم، بنابراین شتاب حرکت گلوله در این لحظه به سمت بالاست.

۳۱ - گزینه ۲

در حالت اول نیروی کشش T را محاسبه می کنیم تا بتوانیم بعد از دوبرابر شدن T مقدار نیروی محرک را بدانیم.

حالت اول

$$a_1 = 2 \text{ m/s}^2 \Rightarrow F_{net} = ma_1 \Rightarrow T_1 - 20 = 2 \times 2 = 4 N \Rightarrow T_1 = 24 N$$

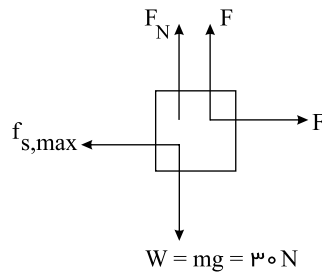
حالت دوم

$$T_2 = 2T_1 = 2 \times 24 = 48 N$$

$$\Rightarrow F_{net} = ma_2 \Rightarrow 48 - 20 = 2a_2 \Rightarrow 28 = 2a_2 \Rightarrow a_2 = 14 \frac{m}{s^2} \Rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \frac{14}{2} = 7$$

۳۲ - گزینه ۲

در ابتدا بزرگی نیروی F را در حالت اول محاسبه می کنیم.



در آستانه حرکت داریم:

$$\begin{cases} F_N = 30 - F \\ f_{s,max} = F \end{cases} \xrightarrow[\mu_s = 0.5]{f_{s,max} = \mu_s F_N} 0.5(30 - F) = F \rightarrow F = 10 N$$

حال اگر اندازه نیروی F به اندازه ۴ نیوتون کاهش یابد، نیروی باقی مانده $6 N$ خواهد بود. در این موقعیت نیروی اصطکاک در آستانه حرکت را می یابیم:

$$\begin{cases} F'_N = 30 - F' \xrightarrow{F' = 6 N} F'_N = 24 N \\ f'_{s,max} = \mu_s F'_N = (0.5)(24) = 12 N \end{cases}$$

در این موقعیت چون $F' = 6 N$ کمتر از $f'_{s,max}$ است، بنابراین جسم حرکت نمی کند و ساکن است، پس: $f_s = F' = 6 N$ است.

۳۳ - گزینه ۲

قانون دوم نیوتون در راستای قائم: $F_2 + mg = F_N \uparrow$

قانون دوم نیوتون در راستای افقی: $f_s = F_1 \Rightarrow$ ثابت می ماند

$F_{Net} = 0 \Rightarrow$ تغییر نمی کند جسم ساکن است

۳۴ - گزینه ۲ راه حل اول: با توجه به صورت تست، به ازای هر ۱۰۰ گرمی که به جرم وزنه ی آویخته شده، اضافه می شود، به طول فنر ۲ cm اضافه می گردد. بنابراین به ازای وزنه ی ۵۰۰ گرمی که در حالت اول آویخته شده، به طول فنر به اندازه ی ۱۰ cm اضافه شده است.

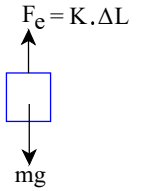
$$\frac{100 g}{500 g} \frac{2 cm}{x} \Rightarrow x = \frac{500 \times 2}{100} = 10 cm \Rightarrow \text{طول فنر بدون وزنه} = 20 - 10 = 10 cm$$



راه حل دوم:

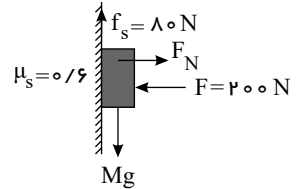
$$mg = k\Delta L \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{(\Delta L)_1}{(\Delta L)_2} \Rightarrow \frac{500}{600} = \frac{20 - L_0}{22 - L_0}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{6} = \frac{20 - L_0}{22 - L_0} \Rightarrow L_0 = 10 \text{ cm}$$



۳۵ - گزینه ۲ ابتدا جرم M را محاسبه می‌کنیم. با توجه به شکل، چون جسم در راستای قائم در حالت تعادل قرار دارد، داریم:

$$(F_y)_{net} = 0 \Rightarrow f_s = Mg \Rightarrow 80 = M \times 10 \Rightarrow M = 8 \text{ kg}$$

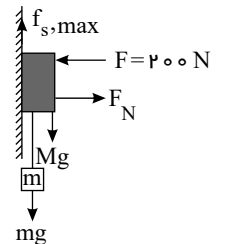


بعد از آویزان کردن وزنه، جسم در آستانه حرکت قرار گرفته و در این حالت نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه به جسم وارد می‌شود و چون جسم در راستای قائم و افقی در حالت تعادل قرار دارد، داریم:

$$(F_x)_{net} = 0 \Rightarrow F_N = F = 200 \text{ N}$$

$$\Rightarrow \mu_s F_N = Mg + mg \Rightarrow f_{s,max} = Mg + mg$$

$$\Rightarrow 0.6 \times 200 = 80 + 10m \Rightarrow 120 = 80 + 10m \Rightarrow m = 4 \text{ kg}$$



۳۶ - گزینه ۱

$$\sin(\alpha - \frac{\pi}{2}) = -\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) = -\cos \alpha, \sin(3\pi + \alpha) = \sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha) = \sin \alpha, \cos(\alpha - \pi) = \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\frac{\sin(\alpha - \frac{\pi}{2}) + \sin(3\pi + \alpha)}{\cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha) + \cos(\alpha - \pi)} = \frac{-\cos \alpha - \sin \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha}$$

$$\frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} = \frac{1 + \frac{2}{3}}{1 - \frac{2}{3}} = 5$$

صورت و مخرج را بر $\cos \alpha$ تقسیم می‌کنیم

۳۷ - گزینه ۴

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a \quad \text{می‌دانیم}$$

$$\sin^2 x - \cos^2 x = \sin^2 \frac{\pi}{4} \Rightarrow (\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x) = (\frac{-\sqrt{2}}{2})^2 \Rightarrow -\cos 2x = \frac{1}{2}$$

$$\cos 2x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

توجه کنید که $\sin \frac{5\pi}{4} = \sin(\pi + \frac{\pi}{4}) = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ است.

$$\sin a \cos a = \frac{1}{2} \sin 2a \quad \text{می‌دانیم:}$$

۳۸ - گزینه ۳

$$\frac{1}{\sin 15^\circ} - \frac{1}{\cos 15^\circ} = \frac{\cos 15^\circ - \sin 15^\circ}{\sin 15^\circ \cos 15^\circ} = \frac{\cos 15^\circ - \sin 15^\circ}{\frac{1}{2} \sin 30^\circ}$$

$$\rightarrow A^2 = \frac{\sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ - 2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ}{\frac{1}{4}} = \frac{1 - \sin 30^\circ}{\frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} = 2$$

$$\rightarrow A = \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$y = a + b \cos(\frac{\pi}{2} - x) = a + b \sin x$$



نقطه $(\circ, -\frac{5\pi}{6})$ در تابع صدق می‌کند، پس:

$$\left| \begin{array}{l} \frac{-5\pi}{6} \\ \circ \end{array} \right. \rightarrow \circ = a + b \sin\left(\frac{-5\pi}{6}\right) \rightarrow \circ = a - b \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$$

$$\rightarrow \circ = a - b \sin\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) \rightarrow \circ = a - b \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \rightarrow a - \frac{b}{2} = \circ \quad (I)$$

در تابع $y = a \sin bx + c$ مقدار Max تابع از رابطه $|a| + c$ به دست می‌آید و چون تابع داده‌شده فرمت سینوس را دارد $ab > \circ$ است و چون $y(\circ) > \circ$ است پس $a > \circ$ است و در نتیجه $b > \circ$ است.

$$Max = |a| + c \rightarrow 3 = |b| + a \rightarrow 3 = b + a \quad (II)$$

از روابط (I) و (II) مقادیر $a = 1$ و $b = 2$ حاصل می‌شوند.

$$\text{پس } f(x) = 1 + 2 \sin x \rightarrow f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1 + 2\left(\frac{1}{2}\right) = 2$$

۴۰ - گزینه ۴ می‌دانیم: $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$, $\cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = \sin \alpha$

$$\sin 2x + \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \circ \rightarrow 2 \sin x \cos x + \sin x = \circ \rightarrow \sin x(2 \cos x + 1) = \circ$$

$$\rightarrow \begin{cases} \sin x = \circ \xrightarrow{\text{حالت خاص}} x = k\pi \xrightarrow{k=0,1,2} x = \circ, \pi, 2\pi \\ 2 \cos x + 1 = \circ \rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{x=2k\pi \pm \alpha} \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{k=0} x = \frac{2\pi}{3} \\ x = 2k\pi - \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{k=1} x = \frac{4\pi}{3} \end{cases} \end{cases}$$

بنابراین مجموع جواب‌ها برابر 5π است. $\circ + \pi + 2\pi + \frac{2\pi}{3} + \frac{4\pi}{3} = 5\pi$

۴۱ - گزینه ۴

$$\widehat{AB} = r\alpha = r \times \frac{\pi}{6} = \frac{r\pi}{6}$$

$$\text{محیط ناحیه هاشورخورده} = 2r + \frac{r\pi}{6} = 12 + \pi \rightarrow r\left(2 + \frac{\pi}{6}\right) = 6\left(2 + \frac{\pi}{6}\right) \rightarrow r = 6$$

$$\rightarrow \widehat{AMB} = r \times \left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) = 6 \times \frac{11\pi}{6} \rightarrow \widehat{AMB} = 11\pi$$

۴۲ - گزینه ۴ می‌دانیم که $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ و چون $\frac{3\pi}{4} < x < \pi$ است، انتهای کمان در ناحیه سوم دایره مثلثاتی است و داریم:

$$\sqrt{1 + \tan^2 x} \left(2 \sin^2 \frac{\pi}{4} - \sin^2 x\right) = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}} \left(2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \sin^2 x\right) = \underbrace{\frac{1}{\cos x}}_{-} (1 - \sin^2 x) = \frac{-1}{\cos x} (\cos^2 x) = -\cos x$$

۴۳ - گزینه ۳ به کمک روابط مثلثاتی داریم:

$$\tan \alpha = \frac{4}{3} \rightarrow \begin{cases} 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow 1 + \frac{16}{9} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{9}{25} \xrightarrow{\text{ناحیه سوم}} \cos \alpha = -\frac{3}{5} \\ \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha \rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \xrightarrow{\text{ناحیه سوم}} \sin \alpha = -\frac{4}{5} \\ \cot \alpha = \frac{3}{4} \end{cases}$$

$$\sin\left(\frac{9\pi}{4} + \alpha\right) = \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \cos \alpha = -\frac{3}{5}$$

$$\cos\left(\frac{5\pi}{4} - \alpha\right) = \cos\left(2\pi + \frac{3\pi}{4} - \alpha\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{4} - \alpha\right) = -\sin \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\tan\left(\alpha - \frac{3\pi}{4}\right) = -\tan\left(\frac{3\pi}{4} - \alpha\right) = -\cot \alpha = -\frac{3}{4}$$



$$\sin\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right) \cos\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) - \tan\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) = \left(-\frac{3}{5}\right)\left(\frac{4}{5}\right) + \frac{3}{4} = -\frac{12}{25} + \frac{3}{4} = \frac{-48 + 75}{100} = \frac{27}{100} = 0.27$$

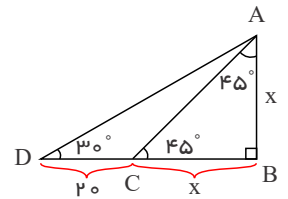
۴۴ - گزینه ۲ تمام زاویه ها را بر حسب 20° می نویسیم.

$$\frac{2 \sin 25^\circ - \cos 16^\circ}{\sin 16^\circ + 3 \cos 7^\circ - \sin 11^\circ} = \frac{2 \sin\left(\frac{5\pi}{4} - 20^\circ\right) - \cos(\pi - 20^\circ)}{\sin(\pi - 20^\circ) + 3 \cos\left(\frac{\pi}{4} - 20^\circ\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4} + 20^\circ\right)}$$

$$= \frac{-2 \cos 20^\circ + \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ + 3 \sin 20^\circ - \cos 20^\circ} = \frac{-\cos 20^\circ}{3 \sin 20^\circ - \cos 20^\circ}$$

$$\sin 20^\circ \text{ تقسیم می کنیم} = \frac{-\cot 20^\circ}{3 - \cot 20^\circ} = \frac{\frac{-1}{3}}{3 - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{-1}{3}}{\frac{8}{3}} = -\frac{1}{8}$$

۴۵ - گزینه ۱



$$\triangle ABC : \hat{ACB} = \hat{CAB} = 45^\circ \Rightarrow AB = BC = x$$

$$\triangle ADB : \tan 30^\circ = \frac{AB}{DB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{20 + x}$$

$$\Rightarrow 3x = 20\sqrt{3} + \sqrt{3}x \Rightarrow (3 - \sqrt{3})x = 20\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{20\sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} \times \frac{3 + \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} = \frac{60\sqrt{3} + 60}{9 - 3} \Rightarrow x = \frac{60(\sqrt{3} + 1)}{6} = 10(\sqrt{3} + 1)$$