

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱

با توجه به شکل ۶ صفحه ۸۳ زیست‌شناسی ۳، فقط برخی از پروتئین‌ها در زنجیره انتقال الکترون بین دو فتوسیستم در غشای تیلاکوئید، در تماس با بخش آب‌گریز فسفولیپیدها قرار گرفته‌اند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۲): تمامی پروتئین‌های موجود در هر دو زنجیره غشای تیلاکوئید، توانایی دریافت و انتقال الکترون را دارند.

گزینه (۳): هیچ‌یک از پروتئین‌های زنجیره انتقال الکترون در تولید ATP نقش مستقیمی ندارد. این نقش برعهده کانال ATP ساز می‌باشد که جزئی از زنجیره‌های غشای تیلاکوئید نمی‌باشد.

گزینه (۴): همه پروتئین‌ها در زنجیره انتقال الکترونی که گیرنده نهایی الکترون را کاهش می‌دهد، در تماس با فضای محصورشده توسط غشای درونی اندامک (فضای بسته) هستند.

۲ - گزینه ۳ سؤال در مورد باکتری‌های گوگردی است. این باکتری‌ها فاقد سبزینه b هستند، اما توجه داشته باشید که سیانوباکتری‌های هم‌زیست با گونرا نیز، فاقد این نوع سبزینه می‌باشند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: باکتری‌های گوگرد برخلاف ریزوبیوم‌ها، فتوسنتزکننده بوده و رنگیزه برای جذب نور دارند.

گزینه «۲»: این باکتری همانند اوگلنا، قادر به فتوسنتز بوده و می‌توانند محصولات فتوسنتزی از جمله گلوکز و آب (حاوی اکسیژن) تولید کنند.

گزینه «۴»: شیمیوسنتزکنندگان انرژی لازم برای تولید مواد آلی از معدنی را از واکنش‌های اکسایشی تأمین می‌کنند. فتوسنتزکنندگان نیز در طی واکنش‌های فتوسنتزی، انتقال الکترون انجام می‌دهند. پس هر دو گروه از واکنش‌های اکسایشی بهره می‌برند.

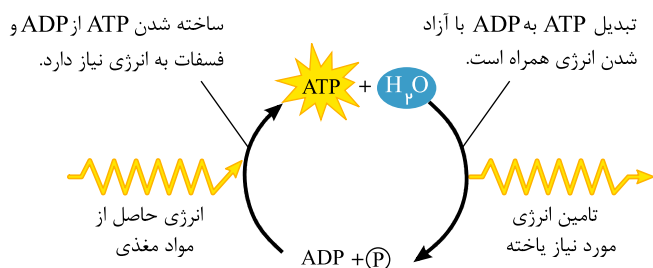
۳ - گزینه ۳ برای ساخته شدن ATP به فسفات نیاز است؛ اما در هیچ‌یک از سه روش تولید ATP (در سطح پیش‌ماده، ساخته شدن اکسایشی و ساخته شدن نوری) تأمین فسفات بر عهده حامل‌های الکترونی $NADH$ ؛ $FADH_2$ و $NADPH$ نیست.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: تولید ATP یا آدنوزین تری‌فسفات، از ADP صورت می‌گیرد. آدنوزین در ساختار ADP و ATP وجود دارد.

گزینه «۲»: برای تولید ATP در هر سه روش، قطعاً آنزیم‌های تولیدکننده ATP به پیش‌ماده ATP نیاز دارند که حاوی فسفات است. علاوه بر ADP ، در تولید ATP در سطح پیش‌ماده، یک ترکیب فسفات‌دار دیگر نیز حضور دارد.

گزینه «۴»: در تمامی روش‌های تولید ATP ، تشکیل ATP از ADP با مصرف انرژی همراه است.



۴ - گزینه ۱ اندامک‌های اشاره‌شده در گزینه‌ها به ترتیب:

گزینه «۱»: واکوئول - واکوئول

گزینه «۲»: رنگ‌دیس - واکوئول

گزینه «۳»: نشادیس - واکوئول

گزینه «۴»: سبزدیس - واکوئول

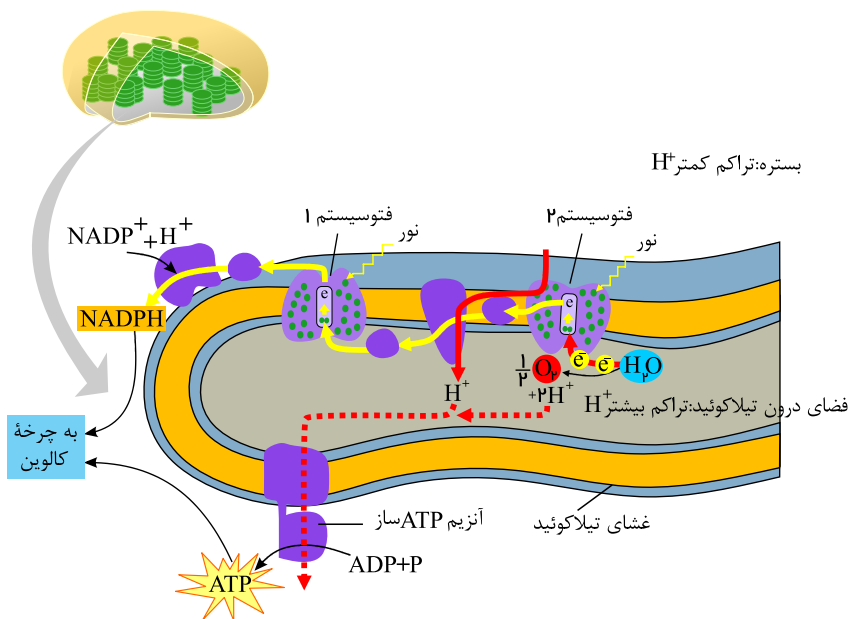
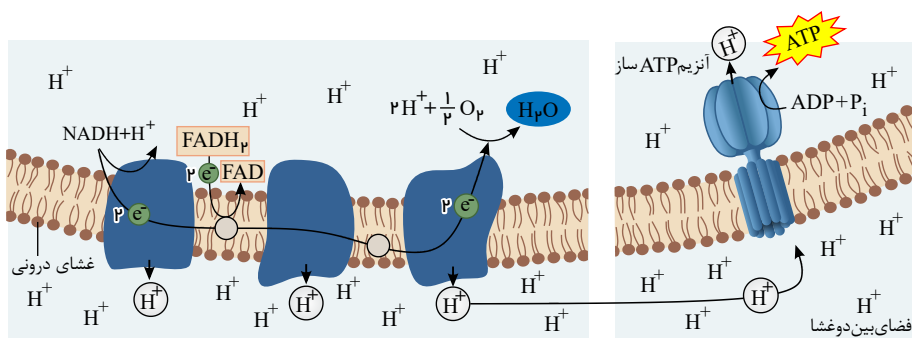
۵ - گزینه ۲ موارد الف و ب برای کامل کردن عبارت مناسب هستند.

در غشای تیلاکوئید مجموعه‌ای پروتئینی به نام آنزیم ATP ساز وجود دارد. این آنزیم مشابه آنزیم ATP ساز در راکیزه است. در راکیزه، با ورود پروتون‌ها از بخش داخلی به فضای بین دو غشا، تراکم آنها در این فضا، نسبت به بخش داخلی افزایش می‌یابد. پروتون‌ها براساس شیب غلظت (تأیید مورد ب)، تمایل دارند که به سمت بخش داخلی برگردند، اما تنها راه پیش‌روی پروتون‌ها برای برگشتن به این بخش، مجموعه‌ای پروتئینی به نام آنزیم ATP ساز است. پروتون‌ها از کانالی که در این مجموعه قرار دارد، می‌گذرند (تأیید مورد الف) و انرژی موردنیاز برای تشکیل ATP از ADP و گروه فسفات فراهم می‌شود.

بررسی سایر موارد:

مورد ج) در ساخته شدن اکسایشی، ATP از یون فسفات و انرژی حاصل از انتقال الکترون‌ها در راکیزه ساخته می‌شود. به ساخته شدن ATP در واکنش‌های نوری فتوسنتز و توسط مجموعه پروتئینی آنزیم ATP ساز موجود در غشای تیلاکوئید، ساخته شدن نوری ATP می‌گویند، زیرا حاصل فرایندی است که در اثر نور اتفاق می‌افتد.

مورد د) طبق شکل زیر بخش ATP ساز این مجموعه‌های پروتئینی در میان فسفولیپیدهای غشایی قرار ندارد.



۶ - گزینه ۴ کاروتنوئیدها همانند ترکیبات رنگی واکوئول هستند که، خاصیت آنتی اکسیدانی دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: در پروکاریوت‌ها از جمله باکتری‌های فتوسنتز کننده (مانند سیانوباکتری)، دیسه (پلاست) وجود ندارد.

گزینه ۲: مشخص شده است ترکیبات رنگی در واکوئول و رنگ دیسه پاداکسنداند. این ترکیبات در پیشگیری از سرطان و نیز بهبود کارکرد مغز و اندام‌های دیگر نقش مثبتی دارند. دقت کنید کاروتنوئیدها در کلروپلاست‌ها نیز دیده می‌شوند.

گزینه ۳: در بعضی از گیاهان در پاییز با کاهش طول روز و کم شدن نور، بیشترین رنگبزه موجود در سبزی‌ها (سبزینه) در برگ تجزیه می‌شود.

۷ - گزینه ۳ همه یاخته‌های زنده قادر هستند که طی قندکافت بخشی از انرژی گلوکز را به صورت مولکول‌های ATP آزاد کنند. باکتری‌های گوگردی که از H_2S فاضلاب‌ها برای تأمین الکترون استفاده می‌کنند از این قانون مستثنی نیستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: در این گروه باکتری‌های فتوسنتز کننده مثل سیانوباکتری‌ها هم قرار دارند.

گزینه ۳: فتوسنتز کننده‌های گوگردی باکتری هستند و کلروپلاست ندارند.

گزینه ۴: باکتری‌های شیمیوسنتز کننده (موجود در اعماق اقیانوس‌ها) الزاماً نیترات‌ساز نیستند، بلکه باکتری‌های نیترات‌ساز از این نوع تولیدکننده‌ها هستند.

۸ - گزینه ۴ گزینه‌های ۱ و ۲ نادرست: تنفس نوری در روز در سلول‌های دارای کلروپلاست انجام می‌گیرد.

در هر دو تنفس ماده آلی و غیر آلی مصرف می‌شود ماده آلی قند و ماده غیر آلی اکسیژن می‌باشد (رد گزینه ۳).

شروع واکنش تنفس نوری در کلروپلاست است، اما شروع تنفس سلولی در سیتوپلاسم فرایند قندکافت می‌باشد.

۹ - گزینه ۲ موارد الف و ج صحیح‌اند.

شکل سؤال مربوط به برگ گیاه C_4 می‌باشد. یاخته نشان داده شده، یاخته میانبرگ می‌باشد که در اطراف یاخته‌های غلاف آوندی است.

بررسی همه موارد:

مورد «الف» درست: در این یاخته‌ها در طی قندکافت در غیاب اکسیژن، $NADH$ تولید می‌شود.

مورد «ب» نادرست: دقت کنید این یاخته‌ها چرخه کالوین را انجام نمی‌دهند.

مورد «ج» درست: این مکانیسم تثبیت دومرحله‌ای برای کاهش تنفس نوری و فعالیت اکسیژنازی رویسکو ایجاد شده است.

مورد «د» نادرست: این مورد در این یاخته‌ها رخ نمی‌دهد.

۱۰ - گزینه ۳ در هر سلول یاخته غیر فتوسنتز کننده (چه هوازی، چه بی‌هوازی) پیرووات در گام چهارم گلیکولیز و $NADH$ در گام سوم آن تولید می‌شود.



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): طی تنفس در یاخته‌های گلبول قرمز بالغ، کربن دی‌اکسید ایجاد نمی‌کنند.

گزینه (۲): در واکنش‌های مربوط به قندکافت، $NADH$ بدون تولید کربن دی‌اکسید ایجاد می‌شود.

گزینه (۴): ممکن است یاخته غیرفتوسنتزکننده باشد.

۱۱ - گزینه ۴

اولین مرحله تنفس یاخته‌ای، قندکافت و به معنی تجزیه گلوکز است که در ماده زمینه سیتوپلاسم انجام می‌شود.

منظور از واکنش‌های مستقل از نور نیز، واکنش‌های مربوط به تثبیت کربن در چرخه کالوین است.

در نخستین مرحله گلیکولیز انرژی زیستی مصرف می‌شود. در چرخه کالوین نیز به منظور ساخت مولکول‌های قندی سه کربنی و همچنین ریبولوزیس فسفات، ATP مورد استفاده قرار می‌گیرد. در چرخه کالوین امکان مشاهده قندهای سه کربنی تک فسفات وجود دارد؛ همچنین در گلیکولیز نیز، مولکول‌های قند فسفات که به صورت سه کربنی هستند تشکیل می‌گردند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): در کالوین، هر مولکول شش کربنی که ناپایدار است، بلافاصله تجزیه و دو مولکول اسید سه کربنی ایجاد می‌کند. در گلیکولیز نیز هر یک از قندهای سه کربنی فسفات با گرفتن یک گروه فسفات به اسیدی سه کربنی تبدیل می‌شود.

گزینه (۲): مولکول‌های آلی بدون فسفات می‌توانند در جریان واکنش‌های گلیکولیز (پیرووات) تولید شوند؛ اما دقت داشته باشید که هیچ ماده آلی بدون فسفاتی در طی چرخه کالوین ساخته نمی‌شود.

گزینه (۳): ریبولوزیس فسفات و فروکتوز فسفات، مولکول‌های قندی دو فسفاته‌ای هستند که به ترتیب در کالوین و گلیکولیز تولید می‌شوند.

۱۲ - گزینه ۱ تولیدکننده‌ها می‌توانند گیاهان، آغازیان فتوسنتزکننده و باکتری‌های فتوسنتزکننده یا شیمیوسنتزکننده باشند که همگی آنها در مرحله اول تنفس، یعنی گلیکولیز، ATP را در گام یک مصرف و در گام چهارم تولید می‌کنند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌های ۲، ۳ و ۴: برای شیمیوسنتزها که فاقد کلروفیل، کلروپلاست و چرخه کالوین‌اند، صادق نیست.

گزینه ۴: انتقال الکترون‌های $NADH$ گلیکولیز به پیرووات یا پذیرنده آلی دیگر، نشان از فرایند تخمیر است که برای هر فتوسنتزکننده‌ای صادق نیست.

۱۳ - گزینه ۳ پمپ پروتئینی با مصرف انرژی الکترون‌های آزادشده از فتوسیستم ۲، یون‌های هیدروژن را از بستره وارد تیلاکوئید می‌کند و به این ترتیب موجب اسیدی‌تر شدن فضای داخلی تیلاکوئید می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: الکترون‌های پراانرژی از فتوسیستم ۲ به فتوسیستم ۱ می‌روند.

گزینه ۲: آنزیم ATP ساز موجب تولید ATP درون بستره می‌شود. بنابراین میزان ADP و فسفات درون بستره را کاهش می‌دهد.

گزینه ۴: برای ساخت هر مولکول $NADPH$ دو الکترون مصرف می‌شود. هر مولکول آب نیز پس از تجزیه دو الکترون تولید می‌کند. پس برای ساخت هر مولکول $NADPH$ باید یک مولکول آب در تیلاکوئید تجزیه شود.

۱۴ - گزینه ۴ در گیاهان C_4 هر دو مرحله تثبیت CO_2 در روز و در حضور نور مرئی انجام می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): آنزیم رویسکو در مرحله دوم فعال است.

گزینه (۲): روزنه‌های آبی همیشه بازند.

گزینه (۳): مرحله اول تثبیت در یاخته‌های میان‌برگ انجام می‌شود.

۱۵ - گزینه ۱

همه جانداران فتوسنتز و شیمیوسنتزکننده از کربن دی‌اکسید برای تولید مواد آلی استفاده می‌کنند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۲) این گزینه تنها در مورد سیانوباکتری‌ها و سایر باکتری‌های سبزینه‌دار صحیح است.

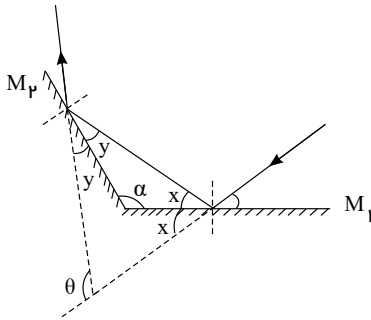
گزینه (۳) رنگیزه‌ها تنها در باکتری‌های فتوسنتزکننده وجود دارند.

گزینه (۴) سیانوباکتری‌ها نیتروژن را به شکل آمونیوم تثبیت می‌کنند. تعدادی از باکتری‌های شیمیوسنتزکننده هم در تولید نیترات نقش دارند. اما سایر باکتری‌های فتوسنتزکننده و شیمیوسنتزکننده این ویژگی را ندارند.

۱۶ - گزینه ۴ در بازتاب از انتهای سخت، موج بازتاب، π رادیان نسبت به موج تابش اختلاف فاز دارد و در خلاف جهت آن است. پس در واقع باید یک بار موج را نسبت به راستای افقی قرینه کنیم (اختلاف فاز) و یک بار نسبت به راستای قائم (خلاف جهت). پس گزینه‌ی ۴ صحیح است.

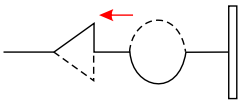


با استفاده از قانون بازتاب عمومی و شکل زیر، به سادگی می توان اثبات کرد که زاویه ی بین امتداد پرتوی تابش به آینه ی M_1 و امتداد پرتوی بازتاب از آینه ی M_2 ، $(\hat{\theta})$ ، برابر با $2\hat{\alpha} - 36^\circ$ است. بنابراین این زاویه مستقل از زاویه ی تابش به آینه ی M_1 است و با تغییر آن ثابت می ماند.

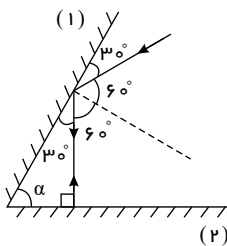


$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\theta} = 2\hat{\alpha} - 36^\circ \\ \hat{\alpha} + \hat{x} + \hat{y} = 180^\circ \Rightarrow \hat{x} + \hat{y} = 180^\circ - \hat{\alpha} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{\theta} = 36^\circ - 2\hat{\alpha}$$

موج بازتاب شده از انتهای بسته ی طناب با موج تابیده شده ی اولیه به اندازه ی π رادیان اختلاف فاز دارد. بنابراین پس از بازتاب، تمام نقاطی که در بالای طناب هستند به پایین طناب می آیند. هم چنین بعد از بازتاب، موج در خلاف جهت اولیه اش حرکت خواهد کرد. به عبارت دیگر در بازتاب از انتهای بسته، شکل موج هم نسبت به مانع و هم نسبت به موج تابیده شده صورت زیر است:



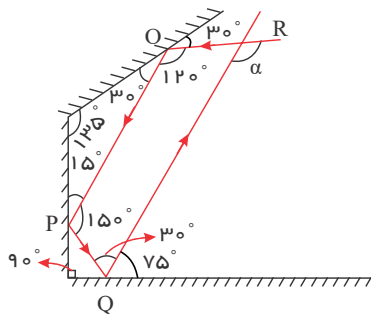
زاویه تابش به آینه تخت (۱)، 6° می باشد. بنابراین مطابق شکل، چون مجموع زوایای داخلی یک مثلث برابر با 180° است.



داریم:

$$30^\circ + 90^\circ + \hat{\alpha} = 180^\circ \Rightarrow \hat{\alpha} = 60^\circ$$

۲۰ - گزینه ۲ برطبق شکل ترسیم شده مقابل، در چهارضلعی $OPQR$ ، زاویه O برابر 12° ، زاویه P برابر 15° و زاویه Q برابر 30° درجه است. بنابراین زاویه $R = 360^\circ - 15^\circ - 12^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ که مکمل آن است 120° درجه می شود.

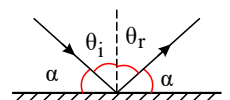


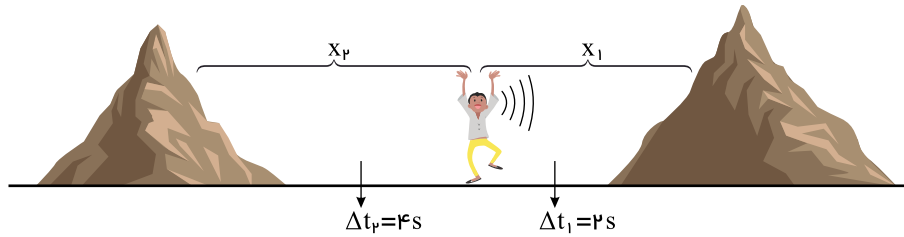
۲۱ - گزینه ۳ $2\theta_i =$ زاویه ی بین پرتو تابش و پرتو بازتاب، $\alpha =$ زاویه ی بین پرتو تابش با آینه

$$2\theta_i = 4\alpha \Rightarrow \theta_i = 2\alpha$$

$$\theta_i + \alpha = 90^\circ \Rightarrow 2\alpha + \alpha = 90^\circ$$

$$\alpha = 30^\circ, \quad \theta_i = 60^\circ$$





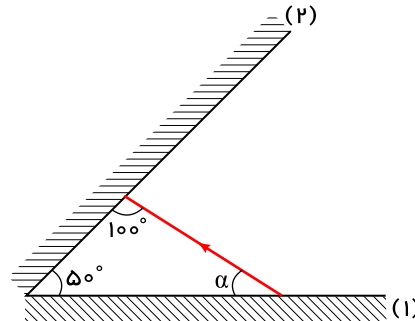
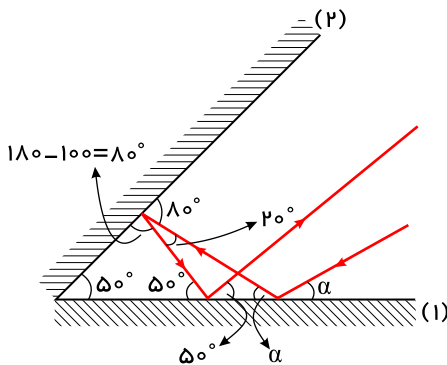
می دانیم که در اولین پژواک، صوت مسافتی معادل $2x_1$ و در دومین پژواک، مسافتی معادل $2x_2$ را می پیماید؛ بنابراین داریم:

$$\Delta x = v(\Delta t) \Rightarrow \begin{cases} 2x_1 = v(2) \\ 2x_2 = v(4) \end{cases} \Rightarrow x_2 = 2x_1$$

و با توجه به فاصله بین دو صخره داریم:

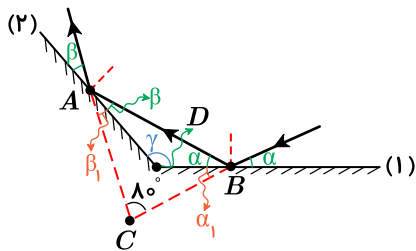
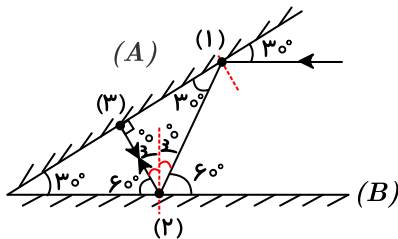
$$L = x_2 + x_1 \xrightarrow[x=100]{x_2=2x_1} 100 = 2x_1 + x_1 = 3x_1 \Rightarrow x_1 = 33.3m$$

با توجه به قانون بازتاب عمومی، مسیر پرتوها را ادامه می دهیم و با توجه به اینکه جمع زوایای داخلی هر مثلث 180° است داریم:



$$180 = 100 + 50 + \alpha \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

۲۴ - گزینه ۴ زاویه تابش، زاویه پرتوی بازتاب شده و خط عمود است. مسیر حرکت پرتو را رسم می کنیم: دومین برخورد به آینه (A) به صورت عمود بر سطح آینه است. پس زاویه تابش صفر است.



زاویه α_1 (قرمز رنگ) به علت متقابل به رأس بودن با زاویه α (سبز رنگ) برابر است و زاویه β (سبز رنگ) و β_1 (قرمز رنگ) نیز به علت متقابل به رأس بودن برابر هستند. در نتیجه در مثلث ABC داریم:

$$2\hat{\alpha} + 2\hat{\beta} + 180^\circ = 180^\circ$$

$$2\hat{\alpha} + 2\hat{\beta} = 180^\circ \Rightarrow \hat{\alpha} + \hat{\beta} = 90^\circ$$

در مثلث ABD داریم:

$$\hat{\gamma} + \hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180^\circ$$

$$\hat{\gamma} = 180 - 90 = 90^\circ$$

۲۶ - گزینه ۴ سدیم کلرید یک ترکیب یونی با اختلاف زیاد دمای ذوب و جوش است و با جذب گرمای حاصل از آینه های خورشیدی ذوب شده و به پایین برج جابه جا می شود. (شاره A)، مقداری از انرژی گرمایی آن در منبع (C) ذخیره شده و باقی مانده موجب افزایش شدید دمای بخار آب (B) می شود. بخار تولید شده با چرخاندن توربین های مولد برق، الکتریسیته تولید می کند.

۲۷ - گزینه ۳ ابتدا ظرفیت گرمایی ویژه روغن زیتون را محاسبه می کنیم:



$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 20000 = 200 \times c \times 50 \Rightarrow c = 2 \frac{J}{g \cdot ^\circ C}$$

سپس ظرفیت گرمایی ویژه آب را محاسبه می‌کنیم:

$$9405 = 150 \times c' \times 15 \Rightarrow c' = 4.18 \frac{J}{g \cdot ^\circ C}$$

$$\Rightarrow \frac{c'}{c} = \frac{4.18}{2} = 2.09$$

۲۸ - گزینه ۳ این مولکول یک مولکول ناقطبی است و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند؛ ولی مولکول $CHCl_3$ یک مولکول قطبی است.

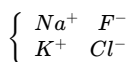
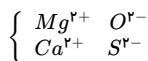
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): در مولکول کربونیل سولفید (SCO)، اندازه و شعاع گوگرد به‌عنوان اتم کناری از اتم مرکزی بیشتر است.

گزینه (۲): در این نقشه، اتم‌های کناری را به‌دلیل داشتن بار جزئی منفی با رنگ سرخ می‌توان نشان داد.

گزینه (۴): در مولکول SO_2 اتم مرکزی دارای جفت‌الکترون ناپیوندی است و شکل هندسی آن خمیده است.

۲۹ - گزینه ۱ آنتالپی فروپاشی شبکه با اندازه بار کاتیون و آنیون رابطه مستقیم و با شعاع آن‌ها رابطه عکس دارد.



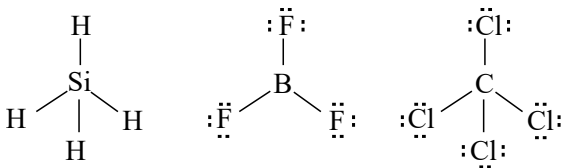
$$(r) \Rightarrow \begin{cases} r_{Na^+} < r_{K^+} \\ r_{F^-} < r_{Cl^-} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r_{Mg^{2+}} < r_{Ca^{2+}} \\ r_{O^{2-}} < r_{S^{2-}} \end{cases} \xrightarrow{\text{مقایسه مقدار آنتالپی فروپاشی شبکه}} KCl < NaF < CaS < MgO$$

۳۰ - گزینه ۳ فقط مورد چهارم نادرست است.

این جمله نادرست است؛ زیرا محلول نمک وانادیم (III) سبز رنگ است و طول موج مربوط به رنگ سبز بلندتر از طول موج مربوط به رنگ آبی محلول نمک وانادیم (IV) است.

۳۱ - گزینه ۲

اتم مرکزی مولکول‌های مذکور الکترون ناپیوندی ندارند و به اتم‌های یکسان متصل هستند و ساختار فضایی آن‌ها متقارن است.



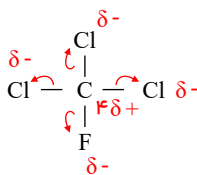
۳۲ - گزینه ۱ تمام موارد بیان شده درست است.

۳۳ - گزینه ۲ در شبکه بلوری ترکیب‌های یونی، کاتیون‌ها و آنیون‌ها به‌صورت منظم در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند و جفت‌یون‌ها به‌صورت مجزا نشان داده نمی‌شوند.

۳۴ - گزینه ۲ رفتار فیزیکی مواد مولکولی به اندازه و نوع نیروی بین مولکول‌ها و رفتار شیمیایی آن‌ها به‌طور عمده به جفت‌الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی مولکول وابسته است.

۳۵ - گزینه ۳

خصلت نافلزی Cl و F از کربن بیشتر است و بار جزئی هر دو، منفی است.



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: این ترکیب قطبی است و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.

گزینه ۲: ترکیب CF_4 مولکولی متقارن و ناقطبی است.

گزینه ۴: اتم‌های Cl و F خاصیت نافلزی بیشتری از اتم کربن دارند و الکترون‌های پیوندی را به‌سمت خود می‌کشند:

$$+4 = 0 - 4 = \text{عدد اکسایش کربن}$$

۳۶ - گزینه ۲

$$\text{آهنگ متوسط در بازه } [1, 2] = \frac{v(2) - v(1)}{2 - 1} = \frac{\frac{A+14}{4+4} - \frac{A+14}{2+4}}{1} = \frac{22}{8} - \frac{18}{6} = \frac{11}{4} - 3 = -\frac{1}{4}$$

آهنگ لحظه‌ای تغییر حجم در لحظه t برابر مشتق حجم نسبت به زمان است، پس:

$$v'_t = \frac{4(2t+4) - 2(4t+14)}{(2t+4)^2} = \frac{-12}{(2t+4)^2}$$

آهنگ لحظه‌ای باید برابر $-\frac{1}{4}$ باشد:

$$\frac{-12}{(2t+4)^2} = -\frac{1}{4} \Rightarrow (2t+4)^2 = 48 \Rightarrow 2t+4 = \pm\sqrt{48} \xrightarrow{t>0} 2t = -4 + 4\sqrt{3} \Rightarrow t = -2 + 2\sqrt{3}$$



$$m'(t) = \text{آهنگ رشد جرم تودهٔ باکتری}$$

$$m'(t) = 4t + 3 \rightarrow 4t + 3 = 15 \Rightarrow t = 3$$

۳۸ - گزینه ۱ آهنگ متوسط تغییر تابع در بازه $[\frac{1}{8}, \frac{1}{4}]$ برابر است با:

$$\frac{f(\frac{1}{4}) - f(\frac{1}{8})}{\frac{1}{4} - \frac{1}{8}} = \frac{9 - 21}{\frac{1}{8}} = \frac{(-12) \times 8}{3} = -32$$

$$f(x) = \frac{2}{x} + 5 \Rightarrow f'(x) = -\frac{2}{x^2} \xrightarrow{x=\alpha} f'(\alpha) = -\frac{2}{\alpha^2}$$

$$\text{فرض سوال: } -\frac{2}{\alpha^2} = -32 \rightarrow \alpha^2 = \frac{1}{16} \xrightarrow{\frac{1}{4} < \alpha < \frac{1}{2}} \alpha = \frac{1}{4}$$

۳۹ - گزینه ۲ طبق فرمول مشتق تابع مرکب داریم:

$$y' = f'(x)f'(f(x)) \xrightarrow{x=1} y'(1) = f'(1)f'(f(1))$$

مقدار $f(1)$ برابر است با $-6 - 2 = -4$ ، پس داریم:

$$y'(1) = f'(1)f'(-6)$$

$$\text{ضابطه تابع مشتق } f \text{ به صورت } f'(x) = \frac{-1}{3\sqrt[3]{(x+7)^2}} \text{ است و داریم:}$$

$$f'(1) = \frac{-1}{3\sqrt[3]{8^2}} = -\frac{1}{12}, f'(-6) = -\frac{1}{2}$$

پس مقدار مشتق مورد نظر برابر است با:

$$-\frac{1}{12} \times -\frac{1}{2} = \frac{1}{24}$$

۴۰ - گزینه ۳ می‌دانیم اگر $y = f(x)$ باشد، آن‌گاه $y' = u' \cdot f'(u)$ است.

ابتدا شیب خط گذرنده از دو نقطه $(2, 1)$ و $(-1, 0)$ را می‌یابیم.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 1}{-1 - 2} = \frac{1}{3}$$

شیب خط مماس بر تابع f در نقطه $x = 2$ یعنی $f'(2)$ برابر $\frac{1}{3}$ است و داریم:

$$f(2) = 1, \quad f'(2) = \frac{1}{3}$$

حال برای یافتن شیب خط مماس بر تابع $g(x) = \sqrt{f(\sqrt{x})}$ در نقطه $x = 4$ داریم:

$$g'(x) = \frac{(f(\sqrt{x}))'}{2\sqrt{f(\sqrt{x})}} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{x}f'(\sqrt{x})}{2\sqrt{f(\sqrt{x})}} \Rightarrow g'(4) = \frac{\frac{1}{2}f'(2)}{2\sqrt{f(2)}} = \frac{f'(2)}{4\sqrt{f(2)}} \Rightarrow g'(4) = \frac{\frac{1}{3}}{4\sqrt{1}} = \frac{1}{24}$$

۴۱ - گزینه ۱ می‌دانیم $(f(g(x)))' = g'(x) \cdot f'(g(x))$ است.

$$(f \circ g)'(2) = 6 \rightarrow g'(2) \cdot f'(g(2)) = 6$$

$$\text{توجه کنید: } \begin{cases} g(x) = \frac{2x+1}{x-1} \rightarrow g(2) = \frac{4+1}{2-1} = 5 \\ g(x) = \frac{2x+1}{x-1} \rightarrow g'(x) = \frac{2(x-1) - 1(2x+1)}{(x-1)^2} \rightarrow g'(2) = -3 \end{cases}$$

$$g'(2) \cdot f'(g(2)) = 6 \rightarrow -3f'(5) = 6 \rightarrow f'(5) = -2$$

۴۲ - گزینه ۳

$$f(x) = (6x + 2)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{(6x + 2)^2}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{آهنگ متوسط} &= \frac{f(\frac{25}{6}) - f(1)}{\frac{25}{6} - 1} = \frac{\sqrt[3]{25 \cdot 6^2} - \sqrt[3]{6^2}}{\frac{19}{6}} = \frac{9 - 6}{\frac{19}{6}} = \frac{30}{19} \\ \text{آهنگ لحظه‌ای} &= \text{مشتق} = \frac{2(6)}{3\sqrt[3]{6x+2}} \rightarrow f'(1) = \frac{12}{3\sqrt[3]{8}} = \frac{12}{6} = 2 \end{aligned} \right\} \rightarrow 2 - \frac{30}{19} = \frac{8}{19}$$

۴۳ - گزینه ۳ می‌دانیم $(f(u))' = u' \cdot f'(u)$ است.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+3h) - f(2)}{-h} = \frac{0}{0} \xrightarrow{HOP} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3f'(2+3h)}{-1} = -3f'(2) = 2 \rightarrow f'(2) = -\frac{2}{3}$$



$$y = f(x^2 + x) \rightarrow y' = (2x + 1)f'(x^2 + x) \rightarrow y'(1) = 3f'(2) = 3\left(\frac{-2}{3}\right) = -2$$

۴۴ - گزینه ۴

$$\text{آهنگ تغییر متوسط} = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{12 - 2}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$\text{آهنگ تغییر لحظه‌ای} = f'(x) = \sqrt{4x+1} + \frac{4}{2\sqrt{4x+1}}(x+2) \Rightarrow f'\left(\frac{3}{4}\right) = 2 + \frac{11}{4} = \frac{19}{4} = 4,75$$

پس $0,25 = 4,75 - 5$ است.

۴۵ - گزینه ۳ می‌دانیم که $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = f'(a)$, $(f \circ g)'(x) = g'(x) \cdot f'(g(x))$ است.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{4}{3} \Rightarrow f'(2) = \frac{4}{3}$$

$$(f \circ g)'(1) = g'(1) \cdot f'(g(1)) \Rightarrow \begin{cases} g(1) = 1 + 1 = 2 \\ g'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \rightarrow g'(1) = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow g'(1) \cdot f'(g(1)) = \frac{3}{2} \times f'(2) = \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} = 2$$