پاسخ‌نامه تشریحی

۱ ۱ ۲ ۳ ۴ هر نامعادله را جداگانه حل کرده و از جواب‌ها اشتراک می‌گیریم.

$$\frac{۲x-۳}{x+۱}>۱ \Rightarrow \frac{۲x-۳}{x+۱}-۱>۰ \Rightarrow \frac{x-۴}{x+۱}>۰ \rightarrow$$

x	$-\infty$		-۱		۴		$+\infty$
	+	ن	ت −		۰	+	

$$\Rightarrow x<-۱ \text{ یا } x>۴$$

$$\frac{۲x-۳}{x+۱}<۳ \Rightarrow \frac{۲x-۳}{x+۱}-۳<۰ \Rightarrow \frac{-x-۶}{x+۱}<۰ \rightarrow$$

x	$-\infty$		-۶		-۱		$+\infty$
	−		۰	+	ت | ن	−	

$$\Rightarrow x<-۶ \text{ یا } x>-۱$$

$$\Rightarrow x<-۶ \quad \text{یا} \quad x>-۱ \quad (II)$$

از اشتراک (I) و (II) به جواب $x>۴$ یا $x<-۶$ می‌رسیم که همان $\mathbb{R}-[-۶,۴]$ است.

۲ ۱ ۲ ۳ ۴ روش اول:

می‌دانیم برای نوشتن معادلهٔ درجهٔ دومی که ریشه‌هایش عکس ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ دوم داده شده‌ای باشد باید جای a و c را عوض کنیم و برای نوشتن معادلهٔ درجهٔ دومی که ریشه‌هایش k واحد کمتر از ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ دوم داده شده‌ای باشد، باید x را به $x+k$ تبدیل کنیم.

$$۲x^۲-۳x-۱=۰ \xrightarrow[\text{جای } a,c \text{ عوض}]{\text{معکوس}} -x^۲-۳x+۲=۰ \xrightarrow[x\to x+۱]{\text{یک واحد کمتر}} -(x+۱)^۲-۳(x+۱)+۲=۰$$

$$\Rightarrow -x^۲-۲x-۱-۳x-۳+۲=۰ \Rightarrow x^۲+۵x+۲=۰$$

۳ ۱ ۲ ۳ ۴ شرط آنکه یک معادلهٔ درجهٔ دوم دارای دو ریشهٔ حقیقی منفی متمایز باشد آن است که $\Delta>۰$، $S<۰$ و $P>۰$ باشد.

$$\Delta>۰ \xrightarrow{b^۲-۴ac>۰} ۴m^۲-۴(m-۶)(-۳)>۰ \Rightarrow m^۲+۳m-۱۸>۰ \Rightarrow (m+۶)(m-۳)>۰$$

$$\xrightarrow{\text{تعیین علامت}} m<-۶ \quad \text{یا} \quad m>۳ \quad (I)$$

$$S<۰ \Rightarrow \frac{-b}{a}<۰ \Rightarrow \frac{۲m}{m-۶}<۰ \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} ۰<m<۶ \qquad (II)$$

$$P>۰ \Rightarrow \frac{c}{a}>۰ \Rightarrow \frac{-۳}{m-۶}>۰ \Rightarrow m-۶<۰ \Rightarrow m<۶ \qquad (III)$$

از اشتراک جواب‌های I و II و III به جواب $۳<m<۶$ می‌رسیم.

۴ ۱ ۲ ۳ ۴ برای حل معادلات گنگ طرفین را به توان مناسب می‌رسانیم تا رادیکال‌ها از بین بروند.

$$۳a+\sqrt{۲a^۲+۴a}=۲ \Rightarrow \sqrt{۲a^۲+۴a}=۲-۳a \xrightarrow{\text{توان } ۲} ۲a^۲+۴a=۴+۹a^۲-۱۲a \rightarrow ۷a^۲-۱۶a+۴=۰$$

$$\xrightarrow{\Delta=b^۲-۴ac=۲۵۶-۱۱۲=۱۴۴} \begin{cases} a=\dfrac{۱۶+۱۲}{۱۴}=۲ & \text{غ ق ق (در معادله صدق نمی‌کند.)} \\ a=\dfrac{۱۶-۱۲}{۱۴}=\dfrac{۲}{۷} & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{a+۱}{a}=\frac{\frac{۲}{۷}+۱}{\frac{۲}{۷}}=\frac{\frac{۹}{۷}}{\frac{۲}{۷}}=\frac{۹}{۲}=۴/۵$$

۵ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ کافی است نمودار تابع درجه‌ی دوم داده شده را با نیمساز ناحیهٔ اول $(y=x)$ تلاقی دهیم و معادلهٔ تلاقی باید ریشه‌ی مضاعف داشته باشد.

$$\begin{cases} y=۲x^۲+(m+۱)x+m+۶ \\ y=x \end{cases} \xrightarrow{\text{تلاقی}} ۲x^۲+(m+۱)x+m+۶=x \Rightarrow \boxed{۲x^۲+mx+m+۶=۰}$$: معادلهٔ تلاقی

شرط ریشه‌ی مضاعف : $\Delta=b^۲-۴ac=m^۲-۴(۲)(m+۶)=m^۲-۸m-۴۸=۰$

$$\Rightarrow (m-۱۲)(m+۴)=۰ \Rightarrow m=۱۲,-۴$$

حال باید بررسی کنیم به ازای کدام مقدار m، طول نقطهٔ تماس مثبت است (در ناحیهٔ اول x مثبت است).

$m=۱۲$: $۲x^۲+۱۲x+۱۸=۰ \Rightarrow x^۲+۶x+۹=۰ \Rightarrow (x+۳)^۲=۰ \Rightarrow x=-۳$ غ ق ق

$m=-۴$: $۲x^۲-۴x+۲=۰ \Rightarrow x^۲-۲x+۱=۰ \Rightarrow (x-۱)^۲=۰ \Rightarrow x=۱$ ق ق

۶ ۱ ۲ ۳ ۴ ۶ بیشترین مقدار تابع درجهٔ دوم همان عرض رأس سهمی است.

$$y_S=\frac{۴ac-b^۲}{۴a}=۰\Rightarrow ۴ac-b^۲=۰\Rightarrow ۴(k+۳)(k)-۱۶=۰\Rightarrow k^۲+۳k-۴=۰$$
$$\xrightarrow{a+b+c=۰}\begin{cases}k=۱\\k=\frac{c}{a}=-۴\end{cases}$$

تابع درجهٔ دوم وقتی دارای Max است که ضریب $x^۲$ منفی باشد، پس فقط $k=-۴$ قابل قبول است.

۷ ۱ ۲ ۳ **۴** اگر بهروز بتواند به تنهایی این کار را در k ساعت انجام دهد، فرهاد همان کار را به‌تنهایی در $k+۹$ ساعت انجام می‌دهد؛ آنگاه داریم:

$$\frac{۱}{k}+\frac{۱}{k+۹}=\frac{۱}{۲۰}\Rightarrow\frac{۲k+۹}{k\cdot(k+۹)}=\frac{۱}{۲۰}$$

$$\Rightarrow k^۲+۹k=۴۰k+۱۸۰\Rightarrow k^۲-۳۱k-۱۸۰=(k-۳۶)(k+۵)=۰\Rightarrow\begin{cases}k=۳۶\\k=-۵\end{cases}\text{ غ ق ق}$$

۸ ۱ **۲** ۳ ۴

ریشه‌های داخل قدر مطلق‌ها $x=-۲$ و $x=\frac{۱}{۲}$ هستند.

x	$-\infty$		-۲		$\frac{۱}{۲}$		$+\infty$
$۲x-۱$		$-$		$-$	۰	$+$	
$x+۲$		$-$	۰	$+$		$+$	

$$x<-۲\Rightarrow -۲x+۱-x-۲=۳\Rightarrow -۳x=۴\Rightarrow x=-\frac{۴}{۳}\text{ غ ق ق}$$

$$-۲\le x\le\frac{۱}{۲}\Rightarrow -۲x+۱+x+۲=۳\Rightarrow -x=۰\Rightarrow x=۰\text{ ق ق}$$

$$x>\frac{۱}{۲}\Rightarrow ۲x-۱+x+۲=۳\Rightarrow ۳x=۲\Rightarrow x=\frac{۲}{۳}\text{ ق ق}$$

مجموع جواب‌ها $=۰+\frac{۲}{۳}=\frac{۲}{۳}$

۹ ۱ ۲ ۳ **۴**

روش اول:

$$۲x+۱-|x-۲|>|\underbrace{x^۲+۱}_{+}|\to ۲x+۱-|x-۲|>x^۲+۱$$

$$x\ge ۲: ۲x+۱-(x-۲)>x^۲+۱\to ۲x+۱-x+۲>x^۲+۱\to x^۲-x-۲<۰\to (x-۲)(x+۱)<۰\xrightarrow{\text{تعیین علامت}}-۱<x<۲\xrightarrow{\text{اشتراک با شرط}}\varnothing\ (I)$$

$$x<۲: ۲x+۱-(-x+۲)>x^۲+۱\to ۲x+۱+x-۲>x^۲+۱\to x^۲-۳x+۲<۰\to (x-۱)(x-۲)<۰\xrightarrow{\text{تعیین علامت}}۱<x<۲$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک با شرط}}۱<x<۲\ \ (II)$$

از اجتماع جواب‌های I و II به جواب $۱<x<۲$ یا $x\in(۱,۲)$ می‌رسیم.

روش دوم:

در نامعادلهٔ داده‌شده به‌جای x، عدد صفر قرار می‌دهیم.

$$x=۰\to ۰+۱-۲>۱\to -۱>۱$$

به نتیجهٔ غلطی رسیدیم، پس گزینه‌های ۱و۲و۳ که همگی شامل صفر هستند حذف می‌شوند و گزینهٔ چهارم، جواب صحیح است.

۱۰ **۱** ۲ ۳ ۴

$$۲a+\sqrt{۳a+۱۶}=۱\to\sqrt{۳a+۱۶}=۱-۲a\xrightarrow{\text{توان ۲}}۳a+۱۶=۱+۴a^۲-۴a$$

$$\to ۴a^۲-۷a-۱۵=۰\xrightarrow{\Delta=b^۲-۴ac=۴۹+۲۴۰=۲۸۹}\begin{cases}a=\frac{۷+۱۷}{۸}=۳\ (\text{در معادله صدق نمی‌کند})\text{ غ ق ق}\\a=\frac{۷-۱۷}{۸}=\frac{-۵}{۴}\text{ ق ق}\end{cases}$$

$$\text{پس}: ۴a+۹=۴(\frac{-۵}{۴})+۹=۴$$

۱۱ ۱ **۲** ۳ ۴ ابتدا همهٔ اتم‌ها را هشت‌تایی می‌کنیم:

$$[:N\equiv N-N\equiv N-\ddot{N}:]^q$$

این ترکیب از ۵ اتم نیتروژن (N) تشکیل شده است و هر اتم نیتروژن در حالت خنثی ۵ الکترون در لایهٔ ظرفیت دارد، بنابراین این گونه در حالت خنثی باید دارای $۵\times ۵=۲۵$ الکترون باشد.

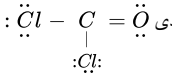
با شمارش تعداد الکترون‌ها، مشاهده می‌شود که این گونه فقط ۲۴ الکترون دارد، بنابراین بار الکترکی این یون (q) برابر ۱+ است.

بار یون = مجموع شمار الکترون‌های ظرفیت اتم‌ها − مجموع شمار الکترون‌های به کار رفته در ساختار لوویس $\Rightarrow q = (۵ \times ۵) - ۲۴ = +۱$

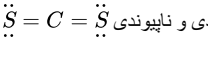
۱۲ ۱ ۲ ۳ ۴ عبارت‌های (پ) و (ت) نادرست‌اند.

پ) تعداد جفت الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی در این دو ترکیب برابر نیست.

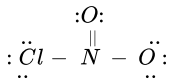
۱۲ جفت الکترون پیوندی و ناپیوندی

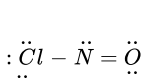


۸ جفت الکترون پیوندی و ناپیوندی



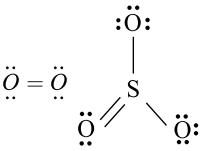
ت) اگر از $NO_۲Cl$ یک اتم اکسیژن کم کنیم، ترکیب $NOCl$ حاصل می‌شود. نسبت تعداد الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی در $NO_۲Cl$ و $NOCl$ برابر ۲ است.



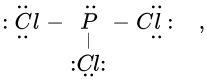


بررسی سایر عبارت‌ها:

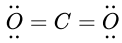
آ) باتوجه به رسم ساختار لوویس این دو ترکیب، می‌توان دریافت که مجموع تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی این دو ترکیب برابر ۱۲ جفت است.



ب) ترکیب $PCl_۳$ دارای ۲۶ الکترون (پیوندی و ناپیوندی) است و $CO_۲$ دارای ۱۶ الکترون (پیوندی و ناپیوندی) در ساختار خود است. $\frac{۲۶}{۱۳} \simeq ۱٫۶۲$



،



۱۳ ۱ ۲ ۳ ۴ باتوجه به سولفید عنصر D، می‌توان دریافت که یون این فلز D^+ است:

$$D_۲S \rightarrow D^+ + S^{۲-}$$

بدین‌صورت D یا از گروه اول است یا فلزی از عناصر واسطه مانند مس می‌باشد. فلز مس عنصری از گروه ۱۱ است.

از طرفی با توجه به اکسید $A_۲O_۳$ می‌توان گفت فلز A دارای بار ۳+ و یون $A^{۳+}$ است.

ترکیب مولکولی HB نشان می‌دهد که عنصر B یک نافلز از گروه ۱۷ است.

باتوجه به این‌که $AB_۲$ یک ترکیب یونی است و بار B، ۱− می‌باشد، می‌توان گفت فلز A دارای بار ۲+ و یون $A^{۲+}$ نیز است.

بدین‌صورت فلز A یک یون چند ظرفیتی بوده (۲+, ۳+) و می‌تواند از گروه‌های ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ و ۱۰ باشد.

باتوجه به توضیحات ارائه‌شده تنها گزینه «۲» درست است.

۱۴ ۱ ۲ ۳ ۴ همه عبارت‌های داده شده درست‌اند.

۱۵ ۱ ۲ ۳ ۴

$$AlF_۳ \rightarrow Al^{۳+} + ۳F^- \qquad \frac{\text{تعداد کاتیون}}{\text{تعداد آنیون}} = \frac{۱}{۳}$$

$$CaO \rightarrow Ca^{۲+} + O^{۲-} \qquad \frac{\text{تعداد کاتیون}}{\text{تعداد آنیون}} = ۱$$

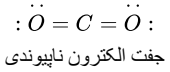
$$Cr_۲O_۳ \rightarrow ۲Cr^{۳+} + ۳O^{۲-} \qquad \frac{\text{تعداد کاتیون}}{\text{تعداد آنیون}} = \frac{۲}{۳}$$

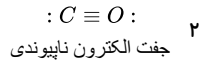
۱۶ ۱ ۲ ۳ ۴ همهٔ عبارت‌ها به‌جزء (آ) درست‌اند.

A و B به‌ترتیب مولکول‌های کربن‌منوکسید (CO) و کربن‌دی‌اکسید $(CO_۲)$ را نشان می‌دهد.

آ) مقدار گاز $CO_۲$ در هواکره بیش‌تر از گاز CO است. ($CO_۲$ چهارمین گاز فراوان هواکره است)

ب) آرایش الکترون – نقطه‌ای (ساختار لوویس) این دو مولکول به‌صورت زیر است:

۴ 
جفت الکترون ناپیوندی

۲ 
جفت الکترون ناپیوندی

پ) گاز کربن‌مونوکسید، گازی بی‌بو، بی‌رنگ، بسیار سمی با چگالی کم‌تر از هوا و سرعت انتشار آن در محیط بسیار زیاد است.

ت) در هر دو مولکول، اتم‌های C و O به آرایش هشت‌تایی گاز نجیب رسیده‌اند.

۱۷ ۱ ۲ ۳ ۴ فقط عبارت (پ) درست است.

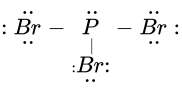
آ) آرایش الکترونی اتم اکسیژن $(۸O)$ به‌صورت $۱s^۲ ۲s^۲ ۲p^۴$ است که در آخرین زیرلایهٔ آن $(۲p^۴)$ ۴ الکترون وجود دارد.

ب)در ساختار هیدروکربن‌ها (C_xH_y) اکسیژن وجود ندارد.

پ) یون تک‌اتمی اکسیژن در ارتفاع‌های زیاد به‌صورت O^+ است که آخرین زیرلایه آن $(۲p^۳)$ نیمه‌پر است.

ت) ۲۰٪ حجم هوا را گاز اکسیژن تشکیل داده است.

۱۸ ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به آرایش‌های الکترونی داده‌شده، A ، B و C به ترتیب اتم‌های $_{35}Br$، $_{15}P$ و $_{8}O$ هستند که با رعایت قاعدهٔ هشت‌تایی فرمول مولکولی PBr_3 درست است.



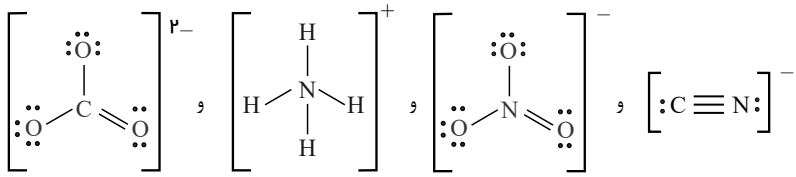
۱۹ ۱ ۲ ۳ ۴ فقط نام «FeO» و «NF_3» درست است.

ZnO : روی اکسید

N_2O_4 : دی نیتروژن تترا اکسید

$SiBr_4$: سیلیسیم تترا برمید

۲۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ساختار یون‌های داده شده به شکل زیر است:



۲۱ ۱ ۲ ۳ ۴ عنصر X در یون XO_3^{2-}، ۴ الکترون ظرفیتی و در بقیهٔ گونه‌ها، ۵ الکترون ظرفیتی دارد.

بار = تعداد الکترون‌های به کار رفته در ساختار لوویس − مجموع تعداد الکترون‌های لایهٔ ظرفیت اتم‌ها

گزینهٔ (۱): $(X+6+7)-18=0 \Rightarrow X=5$

گزینهٔ (۲): $(X+3(7))-26=0 \Rightarrow X=5$

گزینهٔ (۳): $(X+4(7))-32=+1 \Rightarrow X=5$

گزینهٔ (۴): $(X+3(6))-24=-2 \Rightarrow X=4$

۲۲ ۱ ۲ ۳ ۴ از گاز نیتروژن در ساخت لامپ‌های رشته‌ای استفاده نمی‌شود (ساخت لامپ‌های رشته‌ای از کاربردهای آرگون است.).

۲۳ ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۵ کلوین معادل ۷۸− درجهٔ سلسیوس است که در آن CO_2 به صورت جامد از هوا جدا می‌شود.

$T(K)=\Theta(^\circ C)+273$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) ۸۸ کلوین معادل ۱۸۵− درجهٔ سلسیوس است که در آن آرگون (با نقطه جوش $-186^\circ C$) به صورت گاز و اکسیژن (با نقطه جوش $-183^\circ C$) به صورت مایع است.

۲) ۷۳ کلوین معادل ۲۰۰− درجهٔ سلسیوس است که در آن نیتروژن، اکسیژن و آرگون به صورت مایع هستند اما هلیم در این دما همچنان گاز است.

۳) باتوجه به این‌که اکسیژن و آرگون دمای جوش نزدیک به‌هم دارند، نمی‌توان اکسیژن صد در صد خالص تهیه کرد.

۲۴ ۱ ۲ ۳ ۴ عبارت‌های «ب» و «پ» درست هستند.

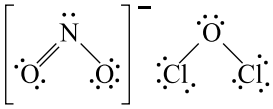
بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت «الف»: در صنعت برای تهیهٔ سولفوریک اسید، نخست گوگرد را در واکنش با گاز اکسیژن به گوگرد دی‌اکسید (SO_2) تبدیل می‌کنند.

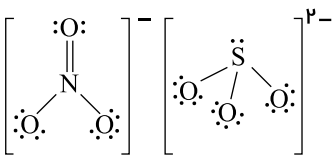
عبارت «ت»: چگالی گاز CO کمتر از هوا می‌باشد و قابلیت انتشار آن در محیط بسیار زیاد است و میل ترکیبی آن با هموگلوبین خون بیش از ۲۰۰ برابر اکسیژن است.

۲۵ ۱ ۲ ۳ ۴ بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»:

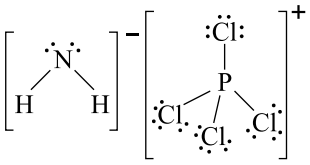


گزینهٔ «۲»:



گزینهٔ «۳»: فرمول یون‌های پرمنگنات و سولفات به‌ترتیب به‌صورت MNO_4^- و SO_4^{2-} است.

گزینهٔ «۴»:



همهٔ اتم در هر دو یون به آرایش گاز نجیب هم‌دورهٔ خود رسیده‌اند.