

گزینه ۲

۱

$$\begin{aligned}
 Q_{\text{آب}} + Q_{\text{گرماسنج}} + Q'_{\text{آب}} &= 0 \\
 \Rightarrow m_1 c_{\text{آب}} \Delta\theta_1 + C \Delta\theta + m_2 c_{\text{آب}} \Delta\theta_2 &= 0 \\
 \Rightarrow 0/6 \times 4200 \times (36 - 20) + C(36 - 20) + 0/4 \times 4200 \times (36 - 80) &= 0 \\
 \Rightarrow 6 \times 420 \times 16 + 16C + 4 \times 420 \times (-44) &= 0 \\
 \Rightarrow 16C = 33600 \Rightarrow C = 2100 \text{ J/K}
 \end{aligned}$$

گزینه ۱

۲

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta\theta \Rightarrow 3 \times 10^{-3} = L_1 \times 1/2 \times 10^{-5} \times 50 \Rightarrow L_1 = \frac{3 \times 10^{-3}}{1/2 \times 10^{-5} \times 50} = 5 \text{ m}$$

گزینه ۲

۳

$$\begin{aligned}
 Q_{\text{آب}} + Q_{\text{مس}} + Q_{\text{فلز}} &= 0 \Rightarrow (mc\Delta\theta)_{\text{آب}} + (mc\Delta\theta)_{\text{مس}} + (C\Delta\theta)_{\text{فلز}} = 0 \\
 \Rightarrow (0/52 \times 4200 \times 5) + (0/1 \times 400 \times (-30)) + (C_{\text{فلز}} \times (-40)) &= 0 \\
 \Rightarrow 10920 - 1200 = 40^\circ C \Rightarrow C_{\text{فلز}} = 243 \text{ J/}^\circ C
 \end{aligned}$$

گزینه ۳

۴

فشار در کف پیستون را در نظر می‌گیریم:

$$\begin{aligned}
 P_1 &= P_0 + \frac{F}{A} = P_0 + \frac{mg}{A} \\
 P_2 &= P_0 + \frac{F + F'}{A} = P_0 + \frac{mg + 9mg}{A} = P_0 + \frac{10mg}{A}
 \end{aligned}$$

حجم V_1 و V_2 را محاسبه کرده و سپس قانون گازهای کامل را می‌نویسیم:

$$\begin{aligned}
 V_1 &= 40 \times 50 = 2000 \text{ cm}^3, \quad V_2 = 30 \times 50 = 1500 \text{ cm}^3 \\
 \frac{P_1 V_1}{T_1} &= \frac{P_2 V_2}{T_2} \xrightarrow{\text{ثابت } T} P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow (P_0 + \frac{mg}{A}) 2000 = (P_0 + \frac{10mg}{A}) 1500 \\
 \Rightarrow 4P_0 + \frac{4mg}{A} &= 3P_0 + \frac{30mg}{A} \Rightarrow P_0 = \frac{26mg}{A} = \frac{26 \times 1/75 \times 10}{50 \times 10^{-4}} = 9/1 \times 10^4 \text{ Pa}
 \end{aligned}$$

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow 0/9 = 900 \times 1/25 \times 10^{-5} \times \Delta \theta$$

$$\Rightarrow \Delta \theta = \frac{9 \times 10^{-1}}{9 \times 1/25 \times 10^{-3}} \Rightarrow \Delta \theta = 8^\circ \text{C}$$

چون پیستون جابه‌جا نمی‌شود، حجم گاز ثابت است.
اگر حجم مقدار معینی از گاز کامل ثابت باشد، فشار آن با دما رابطه مستقیم دارد.

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_0 + \frac{m_1 g}{A}}{T_1} = \frac{P_0 + \frac{(m_1 + m_2) g}{A}}{T_2}$$

$$\Rightarrow \frac{14 \times 10^3 + \frac{36}{10^{-3}}}{273 + 7} = \frac{14 \times 10^3 + \frac{60}{10^{-3}}}{T_2} \Rightarrow \frac{120 \times 10^3}{280} = \frac{144 \times 10^3}{T_2} \Rightarrow T_2 = 336 \text{ K}$$

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 336 - 280 = 56 \text{ K}$$

ابتدا تغییرات دمای آب را برحسب درجه سلسیوس حساب می‌کنیم (تغییرات دما برحسب سلسیوس و کلون برابرند):

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow 9 = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 5^\circ \text{C}$$

$$Q = mc\Delta \theta = 1 \times 4/2 (\text{kJ/kg.K}) \times 5^\circ \text{C} = 21 \text{ kJ}$$

چون گرما فقط بین آلومینیوم و آب مبادله می‌شود بنابراین گرمای داده‌شده توسط آلومینیوم با گرمای گرفته شده توسط آب از نظر مقدار برابر است. در این صورت داریم:

$$(mc\Delta \theta)_{\text{آب}} = (mc|\Delta \theta|)_{\text{آلومینیوم}} \Rightarrow 4/5 \times 4200 \times 2 = m \times 900 \times 42$$

$$\Rightarrow m = 1 \text{ kg}$$

۹۰ درصد گرمایی که آب می‌دهد (یعنی $|\frac{90}{100}Q|$) توسط یخ جذب می‌شود (Q') و آن را ذوب می‌کند:

$$\frac{90}{100}|Q| = Q' \Rightarrow \frac{90}{100}|(mc\Delta\theta)| = m'L_F \Rightarrow \frac{9}{10}|(0/8 \times 4/2 \times 50)| = m' \times 336$$

$$\Rightarrow m' = \frac{4 \times 4/2 \times 9}{336} = 0/45 \text{ kg} = 450 \text{ g}$$

دقت: برای ساده شدن محاسبات

$$c = 4200 \text{ J/kg.K} = 4/2 \text{ kJ/kg.K}$$

$$L_F = 336000 \text{ J/kg} = 336 \text{ kJ/kg}$$

مدت زمانی که لازم است تا یخ 10°C به یخ 0°C تبدیل شود را t_1 می‌نامیم و گرمای لازم برای اینکار برابر است با:

یخ صفر \rightarrow یخ 10°C

$$Q = mc\Delta\theta = 0/2 \times 2100 \times 10 = 4200 \text{ J}$$

$$\begin{array}{l} 1 \text{ s} \quad 210 \text{ J} \\ t_1 \quad 4200 \text{ J} \end{array} \Rightarrow t_1 = \frac{4200}{210} = 20 \text{ s} \Rightarrow 2 \text{ و } 1 \text{ گزینه‌های } 1 \text{ و } 2$$

مدت زمانی که لازم است تا یخ 0°C به آب 0°C تبدیل شود را t_2 می‌نامیم و اندازه آن را به این ترتیب بدست می‌آوریم:

آب صفر \rightarrow یخ صفر

$$Q = mL_F = 0/2 \times 336000 = 67200 \text{ J}$$

$$\begin{array}{l} 1 \text{ s} \quad 210 \text{ J} \\ t_2 \quad 67200 \text{ J} \end{array} \Rightarrow t_2 = \frac{67200}{210} = 320 \text{ s}$$

$$\Rightarrow t = t_1 + t_2 = 20 + 320 = 340 \text{ s} \Rightarrow 3 \text{ گزینه } 3$$

بنابراین گزینه ۴ درست است. اما بیایید قسمت سوم نمودار را هم بررسی کنیم.

مدت زمانی که لازم است تا آب 0°C به آب 10°C تبدیل شود را t_3 می‌نامیم و اندازه آن را به این ترتیب بدست می‌آوریم:

آب 10°C \rightarrow آب 0°C

$$Q = mc\Delta\theta = 0/2 \times 4200 \times 10 = 8400 \text{ J}$$

$$\begin{array}{l} 1 \text{ s} \quad 210 \text{ J} \\ t_3 \quad 8400 \text{ J} \end{array} \Rightarrow t_3 = \frac{8400}{210} = 40 \text{ s}$$

از بین گزینه‌ها تنها گزینه ۴ این ویژگی را دارد و سه گزینه دیگر این زمان را به اشتباه ۲۰ ثانیه نشان می‌دهند.

گام اول: مقدار گرمایی که در مدت ۲۰ دقیقه به یخ داده می‌شود را محاسبه می‌کنیم:

$$P = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow Q = 10/5 \text{ kJ/min} \times 20 \text{ min} = 210 \text{ kJ}$$

گام دوم: مقدار گرمایی که لازم است یخ مراحل زیر را بپیماید تا کاملاً ذوب شود را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{آب } 0^\circ\text{C} \rightarrow \text{یخ } 0^\circ\text{C} \rightarrow \text{یخ } -20^\circ\text{C}$$

$$Q' = Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q' = mc'\Delta\theta + mL_F = 0/5 \times 2/1 \times 20 + 336 \times 0/5$$

$$Q' = 21 + 168 = 189 \text{ kJ}$$

گام سوم: مقدار گرمای باقی‌مانده (به اندازه تفاضل Q و Q') باعث افزایش دمای آب می‌شود؛ پس داریم:

$$Q_2 = Q - Q' = 210 - 189 = 21 \text{ kJ}$$

$$Q_2 = mc\Delta\theta \Rightarrow 21 = 0/5 \times 4/2 \times (\theta - 0) \Rightarrow \theta = 10^\circ\text{C}$$

از آنجا که دمای تعادل 5°C است هم آب 20°C و هم یخ -10°C باید به دمای تعادل 5°C برسند. بنابراین:

$$\text{آب } 20^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_F} \text{آب } 5^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_3} \text{آب } 0^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_2} \text{یخ } 0^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_1} \text{یخ } -10^\circ\text{C}$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_F = 0$$

$$\Rightarrow m_1c\Delta\theta_1 + m_1L_F + m_1c\Delta\theta_3 + mc\Delta\theta = 0$$

برای راحتی محاسبات گرما را برحسب kJ می‌نویسیم:

$$(1 \times 2/1 \times 10) + (1 \times 336) + (1 \times 4/2 \times 5) + (m \times 4/2 \times -15) = 0$$

$$\xrightarrow{\div 21} 1 + 16 + 1 - 3m = 0 \Rightarrow m = \frac{18}{3} = 6 \text{ kg}$$

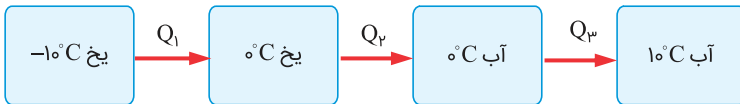
طول اولیه میله‌ها یکسان است بنابراین برای اینکه اختلاف طول میله‌ها به $0/3$ میلی‌متر برسد باید اختلاف تغییر طول آن‌ها برابر $0/3 \text{ mm}$ شود:

$$\Delta L_{Cu} - \Delta L_{Fe} = 0/3 \Rightarrow \alpha_1 L_1 \Delta\theta - \alpha_2 L_2 \Delta\theta = 0/3$$

$$\Rightarrow L_1 \Delta\theta (\alpha_1 - \alpha_2) = 0/3 \Rightarrow 500 \Delta\theta (1/8 \times 10^{-5} - 1/2 \times 10^{-5}) = 0/3$$

$$\Rightarrow 500 \Delta\theta \times 0/6 \times 10^{-5} = 0/3 \Rightarrow 3 \times 10^{-3} \Delta\theta = 0/3 \Rightarrow \Delta\theta = 100^\circ\text{C}$$

باتوجه به تبدیل حالت و تغییر دمای ایجاد شده می‌توان نوشت:



$$Q_t = Q_1 + Q_2 + Q_3 = (mc\Delta\theta)_{\text{یخ}} + mL_f + (mc\Delta\theta)_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow Q_t = 0/5 \times 2100 \times 10 + 0/5 \times 3336000 + 0/5 \times 4200 \times 10$$

$$\Rightarrow Q_t = 199500 \text{ J} = 199/5 \text{ kJ}$$

از رابطه $P V = nRT$ به صورت نسبی استفاده می‌کنیم:
* دما ثابت است

$$\frac{P_1 V_1}{P_2 V_2} = \frac{nRT_1}{nRT_2} \Rightarrow \frac{10^5 \times (34 \times A)}{P_2 \times (40 \times A)} = 1 \Rightarrow P_2 = 8/5 \times 10^5 \text{ Pa}$$

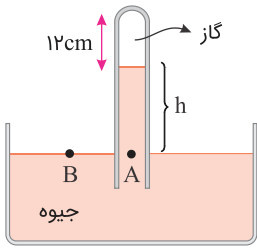
$$P_2 = \rho g h_{\text{جیوه}} \Rightarrow 8/5 \times 10^5 = 13600 \times 10 \times h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 0/625 \text{ m} = 62/5 \text{ cm}$$

برای محاسبه درصد تغییرات حجم می‌توان نوشت:

$$\frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = \frac{V_1(3\alpha)\Delta T}{V_1} \times 100 = 3 \times 3 \times 10^{-5} \times 200 = \%1/8$$

ابتدا ارتفاع جیوه درون لوله قبل از تغییر آن را به دست می‌آوریم:

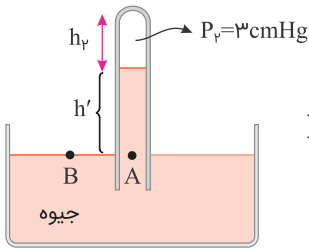


$$P_A = P_B \Rightarrow h + P_{\text{گاز}} = P_0 \Rightarrow h + 2 = 76 \Rightarrow h = 74 \text{ cmHg}$$

مشخصات گاز قبل از فروبردن لوله در جیوه برابر است با:

$$P_1 = 2 \text{ cmHg} , V_1 = 12A , T_1$$

با فروبردن لوله در ظرف، فشار گاز درون لوله به 3 cmHg رسیده است. در این حالت ارتفاع جیوه درون لوله برابر است با:



$$P_A = P_B \Rightarrow h' + 3 = P_0 \Rightarrow h' + 3 = 76 \Rightarrow h' = 73 \text{ cmHg}$$

مشخصات گاز در این حالت را می‌نویسیم:

$$P_2 = 3 \text{ cmHg} , V_2 = h_2 \times A , T_2 = T_1$$

حالا از تساوی $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$ استفاده می‌کنیم:

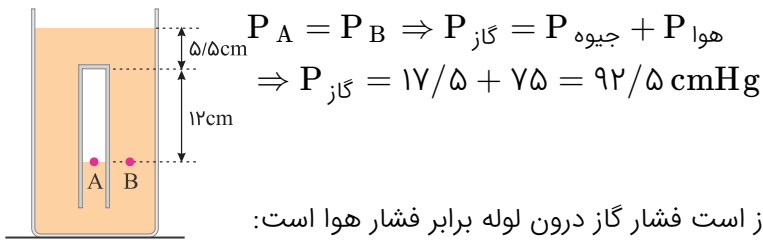
$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{2 \times 12A}{T_1} = \frac{3 \times h_2 A}{T_2} \Rightarrow h_2 = 8 \text{ cm}$$

در حالت اول طول لوله بیرون از جیوه برابر $L_1 = 12 + 74 = 86 \text{ cm}$ و در حالت دوم برابر $L_2 = 8 + 73 = 81 \text{ cm}$ است. پس لوله 5 cm درون جیوه فرو برده شده است.

چون α آلومینیم بیشتر از α فولاد است و طول اولیه آنها یکسان است با افزایش دمای یکسان دو میله، طول میله آلومینیمی بیشتر از میله فولادی افزایش می‌یابد. اختلاف تغییر طول دو میله را برابر $2/3 \text{ mm}$ قرار می‌دهیم.

$$\begin{aligned} \Delta L_{Al} - \Delta L_{Fe} &= L_{Al} \alpha_{Al} \Delta \theta_{Al} - L_{Fe} \alpha_{Fe} \Delta \theta_{Fe} \\ &= L_1 (\alpha_{Al} - \alpha_{Fe}) \Delta \theta = 4 \times 10^3 (\text{mm}) (11/5 \times 10^{-6}) \times \Delta \theta \\ &\Rightarrow 2/3 = 4 \times 10^3 (11/5 \times 10^{-6}) \times \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 50^\circ \text{C} \end{aligned}$$

گام اول: فشار دو نقطه هم‌تراز A و B یکسان است. پس می‌توانیم با نوشتن معادله فشار این دو نقطه، فشار گاز را در حالت اول محاسبه کنیم:



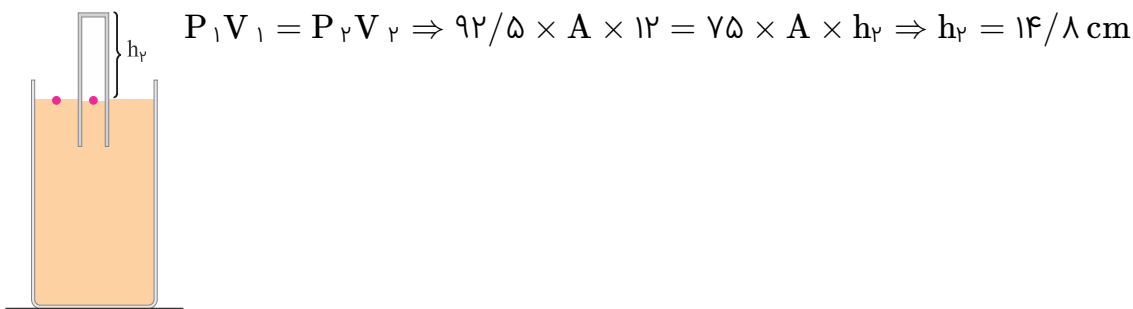
در این حالت حجم گاز $V_1 = A \times 12$ است.

گام دوم: در حالتی که سطح جیوه داخل لوله و ظرف هم‌تراز است فشار گاز درون لوله برابر فشار هوا است:

$$P_2 = 75 \text{ cmHg}$$

و در این حالت حجم گاز $V_2 = Ah_2$ است.

گام سوم: با توجه به ثابت بودن دما از رابطه $P_1 V_1 = P_2 V_2$ ارتفاعی از لوله که از جیوه بیرون آمده را به دست می‌آوریم:



$$Q_A = Q_B \Rightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B \Rightarrow c_A \Delta\theta_A = c_B \Delta\theta_B$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\rho} c_B \Delta\theta_A = c_B \Delta\theta_B \Rightarrow \frac{1}{\rho} \Delta\theta_A = \Delta\theta_B$$

$$\begin{cases} \Delta V = V (\rho \alpha) \Delta\theta \\ V_B = 4V_A \\ \alpha_A = \frac{1}{\rho} \alpha_B \\ \frac{1}{\rho} \Delta\theta_A = \Delta\theta_B \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{V_A (\rho \alpha_A) \Delta\theta_A}{V_B (\rho \alpha_B) \Delta\theta_B} \Rightarrow \frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{V_A \rho (\frac{1}{\rho} \alpha_B) \Delta\theta_A}{(4V_A) \rho \alpha_B (\frac{1}{\rho} \Delta\theta_A)} \Rightarrow \frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{1}{4}$$

$$A_2 = A_1 (1 + \rho \alpha \Delta\theta)$$

$$A_2 = 50 (1 + 2 \times 2/3 \times 10^{-5} \times 80) = 50 + 0/184 = 50/184 \text{ cm}^2$$

ابتدا تغییرات دما برحسب درجه سلسیوس را حساب می‌کنیم:

$$\Delta F = 122 - (-58) = 180^\circ F$$

$$\Delta \theta = \Delta T = \frac{5}{9} \Delta F = \frac{5}{9} \times 180 = 100^\circ C$$

اکنون با استفاده از رابطه محاسبه تغییرات طول داریم:

$$\Delta l = l_1 \alpha \Delta T = 1158 \times 1/3 \times 10^{-5} \times 100 = 1/5 \text{ m}$$

گرمای فقط بین فلز و آب مبادله می‌شود بنابراین از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$\theta_e = \frac{m c \theta + m' c' \theta'}{m c + m' c'}$$

$$\theta_e = \frac{420 \times 400 \times 14 - 0}{420 \times 400 + 800 \times 4200} = 4^\circ C$$

اگر فشار گاز ثابت باشد بنا به قانون گازهای کامل ($P V = n R T$) می‌توان نوشت:

$$P \Delta V = n R \Delta T$$

$$1/5 \times 10^5 \times 4 \times 10^{-3} = 3 \times 8 \times \Delta T \Rightarrow \Delta T = 25 \text{ K} \Rightarrow \Delta \theta = 25^\circ C$$

گام اول: ابتدا حجم ثانویه گاز را در تغییر اول به دست می‌آوریم.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{2}{273 + 47} = \frac{V_2}{273 + 47 + 40} \Rightarrow V_2 = 2/25 \text{ L}$$

گام دوم: برای تغییر دوم نیز رابطه بالا را می‌نویسیم اما این بار دما ثابت است:

$$\frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_3 V_3}{T_3} \Rightarrow 2 \times 10^5 \times \cancel{V_2} = P_3 \times 0/8 \cancel{V_2} \Rightarrow P_3 = 2/5 \times 10^5 \text{ Pa}$$

توجه کنید: می‌توانستیم بدون محاسبه V_2 نیز بین حالت دوم و سوم رابطه را بنویسیم:

$$\frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_3 V_3}{T_3} \xrightarrow[T_3 = 0/8 V_2, P_3 = P_2]{T_2 = T_3, P_2 = P_3} 2 \times 10^5 V_2 = P_3 \times 0/8 V_2$$

$$\Rightarrow P_3 = 2/5 \times 10^5 \text{ Pa}$$