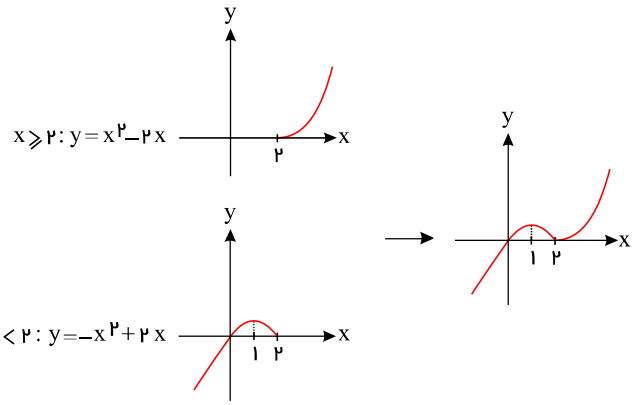
# پاسخ‌نامه تشریحی

**۱** ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا ضابطه $f$ را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$y=\begin{cases} x^{۲}-۲x & x\geq ۲ \\ -x^{۲}+۲x & x<۲ \end{cases}$$

و نمودار آن نیز مطابق شکل زیر است:




پس تابع در $(۱,۲)$ نزولی است. حال ضابطهٔ معکوس را پیدا می‌کنیم.

$$f(x)=-x^{۲}+۲x-(x-۱)^{۲}+۱ \Rightarrow x=۱\pm\sqrt{۱-y}$$

برد $f^{-۱}$ باید بازهٔ $(۱,۲)$ باشد، پس علامت $+$ را قبول می‌کنیم:

$$\Rightarrow f^{-۱}(x)=۱+\sqrt{۱-x}$$

روش دوم:

متوجه شدیم که تابع، $y=-x^{۲}+۲x$ $(۱<x<۲)$ است. یک عدد دلخواه مثلاً $x=\frac{۳}{۲}$ در تابع قرار می‌دهیم.

$$x=\frac{۳}{۲}\Rightarrow y=\frac{۳}{۴}:\begin{vmatrix}\frac{۳}{۲}\\ \frac{۳}{۴}\end{vmatrix}\in f\Rightarrow\begin{vmatrix}\frac{۳}{۴}\\ \frac{۳}{۲}\end{vmatrix}\in f^{-۱}$$

فقط در گزینهٔ سوم صدق می‌کند. →

**۲** ۱ ۲ ۳ ۴ اگر نمودار تابع $y=|\frac{۱}{۲}x|-۲$ را ۴ واحد به‌سمت چپ منتقل کنیم معادله به‌صورت $y=|\frac{۱}{۲}(x+۴)|-۲$ درمی‌آید و اگر یک واحد به بالا منتقل کنیم به‌صورت $y=|\frac{۱}{۲}(x+۴)|-۲+۱$ درمی‌آید.

$$\begin{cases} y_{\text{قدیم}}=|\frac{۱}{۲}x|-۲ \\ y_{\text{جدید}}=|\frac{۱}{۲}x+۲|-۱ \end{cases}\xrightarrow{\text{تلاقی}}|\frac{۱}{۲}x|-۲=|\frac{۱}{۲}x+۲|-۱$$

$$\xrightarrow{\times ۲}|x|-۴=|x+۴|-۲\Rightarrow|x|-|x+۴|=۲\xrightarrow[\text{مشاهدهٔ گزینه‌ها}]{}x=-۳$$

**۳** ۱ ۲ ۳ ۴ کافی است نمودار تابع درجه‌ی دوم داده شده را با نیمساز ناحیهٔ اول $(y=x)$ تلاقی دهیم و معادلهٔ تلاقی باید ریشه‌ی مضاعف داشته باشد.

معادلهٔ تلاقی: $\begin{cases} y=۲x^{۲}+(m+۱)x+m+۶ \\ y=x \end{cases}\xrightarrow{\text{تلاقی}}۲x^{۲}+(m+۱)x+m+۶=x\Rightarrow \boxed{۲x^{۲}+mx+m+۶=۰}$

شرط ریشه‌ی مضاعف: $\Delta=b^{۲}-۴ac=m^{۲}-۴(۲)(m+۶)=m^{۲}-۸m-۴۸=۰$

$$\Rightarrow(m-۱۲)(m+۴)=۰\Rightarrow m=۱۲,-۴$$

حال باید بررسی کنیم به ازای کدام مقدار $m$، طول نقطهٔ تماس مثبت است (در ناحیهٔ اول $x$ مثبت است).

$m=۱۲$ : $۲x^{۲}+۱۲x+۱۸=۰\Rightarrow x^{۲}+۶x+۹=۰\Rightarrow(x+۳)^{۲}=۰\Rightarrow x=-۳$ غ ق ق

$m=-۴$ : $۲x^{۲}-۴x+۲=۰\Rightarrow x^{۲}-۲x+۱=۰\Rightarrow(x-۱)^{۲}=۰\Rightarrow x=۱$ ق ق

**۴** ۱ ۲ ۳ ۴ روش اول:

$$۲x-۳=t\Rightarrow ۲x=t+۳\Rightarrow x=\frac{t+۳}{۲}$$

$$=t^{۲}+۹+۶t-۷t-۲۱+۱۳=t^{۲}-t+۱\Rightarrow f(x)=x^{۲}-x+۱\Rightarrow f(t)=۴(\frac{t+۳}{۲})^{۲}-۱۴(\frac{t+۳}{۲})+۱۳=(t+۳)^{۲}-۷(t+۳)+۱۳$$

روش دوم: یک عدد دلخواه مانند $x=۲$ را انتخاب می‌کنیم.

$$f(۲x-۳)=۴x^۲-۱۴x+۱۳ \xrightarrow{x=۲} f(۱)=۱۶-۲۸+۱۳ \to f(۱)=۱$$

تنها گزینهٔ چهارم است که اگر به جای $x$ آن عدد یک قرار دهیم T حاصل برابر یک می‌شود.

**۵** ۱ ۲ ۳ **۴** روش اول:

ابتدا دامنهٔ تعریف دو تابع $f$ , $g$ را به‌دست می‌آوریم:

$$D_f: ۳-x \geq ۰ \to x \leq ۳$$

$$D_g: x^۲+۲x=x(x+۲)>۰ \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} x<-۲ \text{ یا } x>۰$$

$$D_{fog}=\{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}=\{x<-۲ \text{ یا } x>۰ \mid \log_۲^{x^۲+۲x} \leq ۳\}$$

$$=\{x<-۲ \quad \text{یا} \quad x>۰ \mid x^۲+۲x \leq ۲^۳\}=\{x<-۲ \quad \text{یا} \quad x>۰ \mid x^۲+۲x-۸ \leq ۰\}$$

$$=\{x<-۲ \quad \text{یا} \quad x>۰ \mid (x+۴)(x-۲) \leq ۰\}=\{x<-۲ \quad \text{یا} \quad x>۰ \mid -۴ \leq x \leq ۲\}$$

$$=-۴ \leq x<-۲ \quad \text{یا} \quad ۰<x \leq ۲ \Rightarrow D_{fog}=[-۴,-۲) \cup (۰,۲]$$

البته می‌توانیم $fog(x)$ را تشکیل داده (تابع را ساده نکنید) سپس دامنه‌ی آن را به‌دست آورید.

روش دوم:

$x=-۱$: در دامنهٔ تعریف $g$ قرار ندارد. بنابراین در دامنهٔ تعریف $fog$ هم نباید باشد، یعنی هر گزینه‌ای که $x=-۱$ دارد نادرست است. پس فقط گزینهٔ چهارم درست است.

**۶** **۱** ۲ ۳ ۴ می‌دانیم: برای اینکه ۳ واحد به سمت $x$ های مثبت منتقل شود باید به‌جای $x$ عبارت $x-۳$ و برای اینکه به طرف $y$ های منفی منتقل شود باید به کل تابع عدد ۲− اضافه شود؛ بنابراین داریم:

$$y=-(x-۳)^۲+۲(x-۳)+۵-۲=-x^۲+۶x-۹+۲x-۶+۳ \Rightarrow y=-x^۲+۸x-۱۲$$

و برای اینکه این تابع بالای نیمساز ربع اول قرار گیرد باید:

$$-x^۲+۸x-۱۲>x \Rightarrow x^۲-۷x+۱۲<۰ \Rightarrow (x-۳)\cdot(x-۴)<۰ \Rightarrow ۳<x<۴$$

**۷** ۱ **۲** ۳ ۴

شرط آنکه سهمی همواره پایین محور $x$ها باشد، آن است که $a<۰$ و $\Delta<۰$ باشد:

$$a<۰ \Rightarrow ۱-m<۰ \Rightarrow m>۱ \quad (I)$$

$$\Delta<۰ \xrightarrow{b^۲-۴ac<۰} ۴(m-۳)^۲-۴(۱-m)(-۱)<۰ \xrightarrow{\div ۴} (m-۳)^۲+(۱-m)<۰$$

$$\Rightarrow m^۲-۶m+۹+۱-m<۰ \Rightarrow m^۲-۷m+۱۰<۰ \Rightarrow (m-۲)(m-۵)<۰ \Rightarrow ۲<m<۵ \quad (II)$$

از اشتراک $I$ و $II$ به جواب $۲<m<۵$ می‌رسیم.

**۸** ۱ ۲ **۳** ۴ در تابع با ضابطه‌ی $f(x)=ab^x$ , $f(۰)=\frac{۳}{۲}$ و $f(-۲)=\frac{۳}{۳۲}$ است، پس داریم:

$$f(۰)=\frac{۳}{۲} \Rightarrow ab^۰=\frac{۳}{۲} \Rightarrow a=\frac{۳}{۲}$$

$$f(-۲)=\frac{۳}{۳۲} \Rightarrow \frac{۳}{۲}b^{-۲}=\frac{۳}{۳۲} \Rightarrow \frac{۱}{b^۲}=\frac{۱}{۱۶} \Rightarrow b^۲=۱۶ \xrightarrow{b>۰} b=۴$$

حال با معلوم بودن مقادیر $a$ و $b$، ضابطه‌ی تابع $f$ را نوشته و سپس $f(\frac{۳}{۲})$ را به‌دست می‌آوریم:

$$a=\frac{۳}{۲} \text{ , } b=۴ \Rightarrow f(x)=\frac{۳}{۲}\times ۴^x \Rightarrow f(\frac{۳}{۲})=\frac{۳}{۲}\times ۴^{\frac{۳}{۲}}=\frac{۳}{۲}\sqrt{۴^۳}=\frac{۳}{۲}\times ۸=۱۲$$

**۹** ۱ **۲** ۳ ۴ برای این‌که رابطه‌ای نشان‌دهنده تابع باشد هیچ دو زوج مرتب متمایزی نباید دارای مولفه اول برابر داشته باشد.

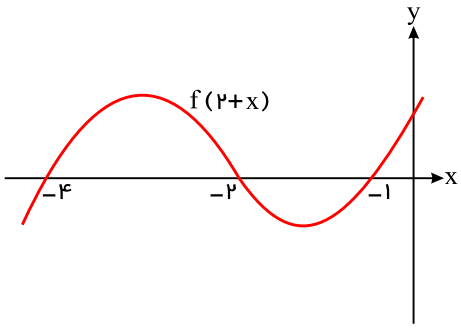
$$(۳,m^۲) \text{ , } (۳,m+۲) \Rightarrow m^۲=m+۲ \Rightarrow m^۲-m-۲=۰ \Rightarrow \begin{cases} m=-۱ \\ m=۲ \end{cases}$$

$m=-۱ \Rightarrow \{(۳,۱),(۲,۱),(-۳,-۱),(-۲,-۱),(۳,۱),(-۱,۴)\} \to$ تابع است

$m=۲ \Rightarrow \{(۳,۴),\underline{(۲,۱)},(-۳,۲),(-۲,۲),(۳,۴),\underline{(۲,۴)}\} \to$ تابع نیست

**۱۰** **۱** ۲ ۳ ۴ برای رسم نمودار $f(x+۲)$ باید نمودار $f(x)$ را ۲ واحد به سمت چپ انتقال دهیم.

با توجه به شکل داده‌شده $D_f = R \Leftarrow$




$$-\frac{f(x)}{f(۲+x)} \geq ۰ \Rightarrow \frac{f(x)}{f(۲+x)} \leq ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(x) \geq ۰ \ , \ f(۲+x) < ۰ \\ \text{یا} \\ f(x) \leq ۰ \ , \ f(۲+x) > ۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(x) \geq ۰ \ , \ f(۲+x) < ۰ \Rightarrow [-۲, ۰] \cup [۱, \infty) \cap (-۲, -۱) \cup (-\infty, -۴) \Rightarrow (-۲, -۱) & (۱) \\ f(x) \leq ۰ \ , \ f(۲+x) > ۰ \Rightarrow (-\infty, -۲] \cup [۰, ۱] \cap (-۴, -۲) \cup (-۱, +\infty) \Rightarrow (-۴, -۲) \cup [۰, ۱] & (۲) \end{cases}$$

$$(۱) \cup (۲) \Rightarrow (-۲, -۱) \cup (-۴, -۲) \cup [۰, ۱] \Rightarrow \underbrace{-۳, ۰, ۱}_{\text{۳ عدد صحیح}}$$

**۱۱** ۱ ۲ **۳** ۴ در مولکول دنا دو رشته برعکس هم‌اند، یعنی در مقابل سرقند، سرفسفات رشتهٔ دیگر قرار دارد. پس اگر $A$ قند باشد $B$ فسفات است و برعکس و با توجه به این‌که دو سر یک رشته هم باهم متفاوت است؛ پس اگر $A$ قند باشد، $C$ فسفات است. اگر $A$ قند باشد آنگاه $B$ و $C$ هر دو فسفات‌اند.

بنابراین گزینهٔ ۳ پاسخ است.

**۱۲** ۱ ۲ ۳ **۴** ایوری با استفاده از پروتئازها اثبات نمود، محصولاتِ رناتن یعنی پروتئین‌ها، نقشی در انتقال صفت ندارند و عامل اصل و موثر در انتقال صفت، دنا است.

**۱۳** ۱ ۲ **۳** ۴ منظور از ساختار آلی نیتروژن‌دار در مولکول دنا، همان باز آلی است؛ بین بازهای آلی در یک رشتهٔ دنا، پیوند هیدروژنی تشکیل نمی‌شود؛ پیوندهای هیدروژنی در مولکول دنا، همواره بین دو رشتهٔ مقابل هم شکل می‌گیرند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در هر رشتهٔ دنا، بین دو فسفات متوالی، یک قند دئوکسی‌ریبوز وجود دارد؛ قند دئوکسی‌ریبوز شامل پنج کربن است که چهار کربن آن به‌صورت یک حلقهٔ آلی قرار گرفته‌اند.

۲) قندی که یک اتم اکسیژن کمتر از ریبوز دارد، دئوکسی‌ریبوز است. بین دو قند دئوکسی‌ریبوز در هر رشتهٔ دنا، قطعا یک گروه فسفات وجود دارد.

۴) نوکلئوتید، واحد سازندهٔ نوکلئیک اسید به حساب می‌آید؛ در فاصلهٔ بین دو پیوند فسفودی‌استر در یک رشتهٔ دنا همیشه فقط یک نوکلئوتید قرار می‌گیرد.

**۱۴** **۱** ۲ ۳ ۴ گریفیت، مخلوطی از باکتری‌های پوشینه‌دار مرده و بدون پوشینهٔ زنده را به موش‌ها تزریق کرد. او مشاهده کرد که همهٔ موش‌ها مردند. او در بررسی شش‌های موش‌های مرده، مشاهده کرد که در خون این موش‌ها بعضی از باکتری‌های بدون پوشینه، پوشینه‌دار شدند.

**۱۵** ۱ ۲ ۳ **۴** $DNA$ دورشته‌ای است و تعداد بازهای مکمل در آن با هم برابر است. $(A = T, C = G)$

در $RNA$، باز آلی $T$ وجود ندارد (رد گزینهٔ ۱). از طرفی مولکول‌های $RNA$ تک‌رشته‌ای بوده و بازها در آن جفت نمی‌شوند. به همین دلیل تعداد نوکلئوتیدهای $G$دار با $C$دار برابر نمی‌باشد (رد گزینهٔ ۲) و اگر در مولکول $DNA$ خطی تعداد نوکلئوتید $n$ باشد، تعداد پیوند قند - فسفات $۲n - ۲$ می‌باشد (رد گزینهٔ ۳).

**۱۶** ۱ ۲ **۳** ۴ باز آلی نیتروژن‌دار تک‌حلقه‌ای یوراسیل فقط در نوکلئوتیدهای $RNA$ و باز آلی نیتروژن‌دار تک‌حلقه‌ای تیمین فقط در نوکلئوتیدهای $DNA$ قابل مشاهده‌اند. بنابراین این دو باز را هرگز هم‌زمان در یک مولکول $DNA$ و یا $RNA$ نمی‌توان یافت.

**۱۷** ۱ ۲ **۳** ۴ دنا بسپاراز فعالیت بسپارازی و نوکلئازی دارد، پس در صورتی که آنزیمی با خاصیت نوکلئازی به محیط کشت دارای باکتری‌های بدون کپسول و کپسول‌دار اضافه شود، انتقال اطلاعات رخ نمی‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: از غدد دیوارهٔ معده پروتئاز و لیپاز ترشح می‌شود.

گزینهٔ ۲: در بزاق امیلاز، که نوعی کربوهیدراز است، وجود دارد.

گزینهٔ ۴: در دستگاه گوارش تنها پروتئازها به‌صورت غیرفعال وارد لولهٔ گوارشی می‌شوند.

**۱۸** ۱ **۲** ۳ ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: الف) نوعی باز آلی نیتروژن‌دار پیریمیدین (تک‌حلقه) می‌باشد.

گزینهٔ «۲»: ب) جزئی از ساختار قند پنج‌کربنه است و زیرمجموعه پیوند فسفو دی‌استر نیست.

گزینهٔ «۳»: ج) همهٔ بازهای آلی پورین ($A$ و $G$) مشترک بین $DNA$ و $RNA$ می‌باشند.

گزینهٔ «۴»: د) محل قرارگیری اتم اکسیژن در ساختار قند پنج‌کربنی می‌باشد.

**۱۹** ۱ ۲ **۳** ۴ در مرحلهٔ (د) و (ج) باکتری پوشینه‌دار کشته شده با حرارت (گرما) وجود دارد که در این حالت دنای حلقوی آن به‌صورت آزاد در محیط قابل مشاهده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱) در مرحلهٔ (الف) همانند (د) در شش‌ها باکتری پوشینه‌دار وجود دارد، ولی در شش‌ها پوشینه‌دار نشده‌اند.

گزینهٔ ۲) در هر دو مرحله دستگاه ایمنی تحریک می‌شود.

گزینهٔ ۴: در هر دو مرحله علائم بیماری بروز نمی‌کند.

**۲۰** ۱ ۲ **۳** ۴ منظور از ساده‌ترین قندها گلوکز و فروکتوز می‌باشد.

سوخت اصلی سلولها در انسان، گلوکز است. گلوکز، نوعی مونوساکارید شش‌کربنی است و در ساختار خود یک اتم کربن، بیشتر از قند موجود در آدنوزین تری فسفات ($ATP$) که نوعی

مونوساکارید پنج‌کربنی است، دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در ساختار مونوساکارید، گروه فسفات وجود ندارد.

گزینهٔ (۲): سلولز، فراوان‌ترین ترکیب آلی طبیعت است و نوعی پلی‌ساکارید فاقد انشعاب است. از تجزیهٔ کامل سلولز، گلوکز حاصل می‌شود.

گزینهٔ (۴): در ساختار آمینواسیدها، نیتروژن وجود دارد که در کربوهیدرات‌ها دیده نمی‌شود.

**۲۱** ۱ ۲ ۳ ۴ ریبوزوم‌ها یا رناتن‌ها از اجزاء سلولی است که به آن کارخانهٔ سنتز پروتیئن می‌گویند و دارای دو زیرواحد بزرگ و کوچک است. در ساختار ریبوزوم رنا و پروتئین دیده می‌شود و دارای ۲۴ نوع مونومر است. ۲۰ نوع آمینواسید + آدنین + گوانین + سیتوزین + یوراسیل.

**۲۲** ۱ ۲ ۳ ۴ استرپتوکوکوس نومونیای پوشینه‌دار، در زمان گریفیت به‌عنوان عامل آنفولانزا شناخته می‌شود. این باکتری دارای پوشینه است که اطراف باکتری را احاطه می‌کند. این پوشینه، باکتری را در برابر دستگاه ایمنی بدن محافظت می‌کند.

**۲۳** ۱ ۲ ۳ ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در آزمایش‌های اول و چهارم گریفیت موش‌ها زنده نماندند. در آزمایش اول باکتری‌های زندهٔ پوشینه‌دار و در آزمایش چهارم مخلوطی از باکتری‌های پوشینه‌دار کشته شده و فاقد پوشینهٔ زنده به موش‌ها تزریق شد.

گزینهٔ «۲»: در آزمایش اول و چهارم در خون و شش‌های موش‌های مرده تعداد زیادی باکتری پوشینه‌دار زنده مشاهده شد، توجه کنید که در آزمایش اول گرما دخالتی نداشت.

گزینهٔ «۳»: در آزمایش دوم و سوم موش‌ها زنده ماندند که در این بین گرما تنها در آزمایش سوم استفاده شد.

گزینهٔ «۴»: منظور آزمایش چهارم است که از مخلوط دو نوع باکتری استفاده شد. این مخلوط درنهایت باعث مرگ موش‌ها گردید.

**۲۴** ۱ ۲ ۳ ۴ اسید نوکلئیک دارای باز یوراسیل قطعاً $RNA$ است و قطعاً قند آن ریبوز است، ولی در یک $RNA$ ممکن است $U$ نباشد و فقط $A \cdot C \cdot G$ باشد و پیوندهای هیدروژنی در $RNA$ بین نوکلئوتیدهای یک رشته نیز تشکیل می‌شود.

**۲۵** ۱ ۲ ۳ ۴ دقت کنید دو رشتهٔ دنا برعکس هم‌اند، یعنی در مقابل سر قند یک رشتهٔ سر فسفات رشتهٔ دیگر قرار می‌گیرد، پس داریم:

قند $-GAATTC-$ فسفات

قند $-CTTAAC-$ فسفات

**۲۶** ۱ ۲ ۳ ۴ می‌دانیم که در ظروفی با دیوارهٔ قائم و یکنواخت (مانند استوانهٔ قائم یا مکعب یا...) برای تعیین فشار وارد بر کف ظرف از طرف مایع (بدون در نظر گرفتن فشار هوا)، علاوه‌بر $P=\rho gh$، از رابطهٔ $P=\frac{F}{A}=\frac{mg}{A}$ نیز می‌توان استفاده کرد.

در اینجا همهٔ آب از مکعب به استوانه منتقل شده، پس جرم آب در هر دو ظرف یکسان است. بنابراین، اگر اختلافی بین فشارها باشد، باید ناشی از اختلاف سطح قاعدهٔ ظروف باشد ولی در اینجا مساحت کف ظرف‌ها نیز یکسان است.

$$A(\text{مکعب}) = ۶۰ \times ۶۰ = ۳۶۰۰cm^۲$$
$$A(\text{استوانه}) = ۰/۳۶m^۲ = ۳۶۰۰cm^۲$$

بنابراین فشار وارد بر کف هر دو ظرف یکسان است.

$$P=\frac{mg}{A} \xrightarrow[A_۱=A_۲]{m_۱=m_۲} P_۱=P_۲$$

**۲۷** ۱ ۲ ۳ ۴ می‌خواهیم ببینیم فشار چه ارتفاعی از آب برابر $۲۵cm\ Hg$ است. $۱۰۰ - ۷۵ = ۲۵$

همان‌طور که می‌دانید فشار ۲۵ سانتی‌متر از جیوه برابر فشاری معادل با ستون ۲۵ سانتی‌متر از جیوه است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$(\rho h)_{\text{آب}} = (\rho' h')_{\text{جیوه}} \Rightarrow ۱ \times h = ۱۳/۶ \times ۲۵$$
$$\Rightarrow h = ۱۳/۶ \times ۲۵cm = \frac{۱۳/۶ \times ۱۰۰}{۴}cm \Rightarrow h = \frac{۱۳/۶}{۴}m = ۳/۴m$$

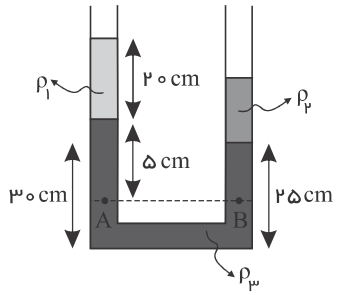
**۲۸** ۱ ۲ ۳ ۴ اگر تکه‌های شیشه را گرم کنیم مولکول‌های شیشه به‌هم نزدیک و نیروی مولکولی آن که کوتاه‌برد است باعث به‌هم نزدیک شدن می‌شود.

**۲۹** ۱ ۲ ۳ ۴ شرط حفظ تعادل، وجود فشار برابر در داخل و خارج است. فشار بیرون، ناشی از فشار هوا و فشار ناشی از وزنه است، بنابراین داریم:

$$P_۰ + P_{\text{وزنه}} = P_{\text{داخل}} \Rightarrow ۱۰^۵ + \frac{F}{A} = ۲ \times ۱۰^۵ \Rightarrow \frac{F}{A} = ۱۰^۵ \Rightarrow \frac{F}{۴ \times ۱۰^{-۶}} = ۱۰^۵ \Rightarrow F = ۰/۴N$$
$$\Rightarrow mg = ۰/۴ \Rightarrow m = \frac{۴}{۱۰۰}kg$$

**۳۰** ۱ ۲ ۳ ۴

در ابتدا با استفاده از اصل همترازی نقاط هم‌فشار در یک مایع، حاصل‌ضرب $\rho_۲h_۲$ و بعد از آن جرمش را محاسبه می‌کنیم.




$$P_A = P_B \rightarrow \rho_۱h_۱ + \rho_۳h_۳ = \rho_۲h_۲ \rightarrow ۰/۸ \times ۲۰ + ۲/۴ \times ۵ = \rho_۲h_۲ \rightarrow \rho_۲h_۲ = ۲۸$$

و برای تعیین جرم داریم:

$$m_۲ = \rho_۲V_۲ = \rho_۲A_۲h_۲ = ۲۸ \times ۲ \Rightarrow m = ۵۶g$$

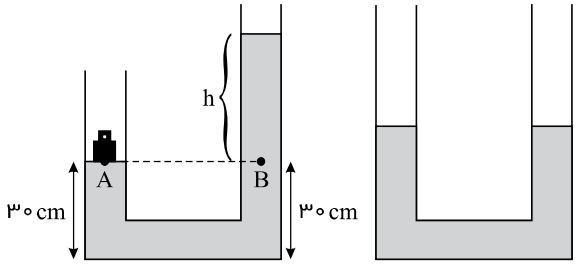
**۳۱** ۱ ۲ ۳ ۴ اختلاف فشار دو نقطه در مایع به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P_۲ - P_۱ = \rho gh \Rightarrow (۱۰۵ - ۱۰۱) \times ۱۰^۳ = \rho \times ۱۰ \times ۰/۲$$
$$\Rightarrow \rho = ۲۰۰۰\frac{kg}{m^۳} = ۲۰۰۰\frac{g}{L}$$

(دقت کنید که یکای $\frac{kg}{m^۳}$ و $\frac{g}{L}$ یکسان هستند.)

**۳۲** ۱ ۲ ۳ ۴

$$P_A = P_B \Rightarrow \frac{mg}{A} = \rho gh \Rightarrow \frac{۰/۳ \times ۱۰}{۵ \times ۱۰^{-۴}} = ۱۲۰۰ \times ۱۰ \times h$$
$$\frac{۳}{۵} \times ۱۰^۴ = ۱۲ \times ۱۰^۳h \Rightarrow h = \frac{۳۰}{۶۰}m = ۰/۵m = ۵۰cm$$

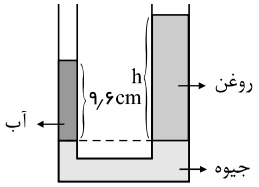



بعد از برداشتن وزنه، ارتفاع مایع در دو طرف لوله یکسان می‌شود. پس اگر مایع در لولهٔ سمت چپ به اندازهٔ $x$ بالا برود سطح مایع در لولهٔ سمت راست به اندازهٔ $x$ پایین می‌رود.

$$۳۰ + x = ۸۰ - x \Rightarrow ۲x = ۵۰ \Rightarrow x = ۲۵cm$$

پس ارتفاع نهایی مایع در لولهٔ سمت چپ یا راست $۵۵cm$ می‌شود.

**۳۳** ۱ ۲ ۳ ۴ شکل جدید لوله را پس از اضافه کردن روغن و هم‌ترازی جیوه در دو طرف لوله، رسم می‌کنیم:




همترازی : $\rho_{\text{آب}}h_{\text{آب}} = \rho_{\text{روغن}}h_{\text{روغن}} = ۱ \times ۹/۶ = ۰/۸h_{\text{روغن}} \Rightarrow h_{\text{روغن}} = ۱۲cm$

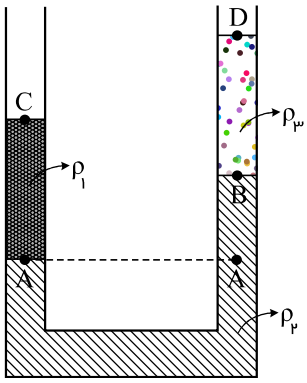
حال می‌توان به‌کمک رابطهٔ چگالی، جرم روغن اضافه‌شده را حساب کرد:

$$m = \rho V = \rho Ah = ۰/۸ \times ۸ \times ۱۲ = ۷۶/۸g$$

**۳۴** ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به شکل، فشار نقاط $C$ و $D$ با فشار هوای محیط برابر است، یعنی $P_C = P_D = P_\circ$

از طرفی فشار نقطهٔ $B$ بیشتر از نقطهٔ $D$ است و با توجه به شکل، فشار نقطهٔ $A$ نیز بیشتر از $B$ است؛ بنابراین داریم:




$$P_A > P_B > P_C = P_D$$

**۳۵** ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به رابطهٔ بین فشار و نیروی وارد بر سطح داریم:

$$P_{\text{کل}} = \frac{F}{A} \xrightarrow{P_{\text{کل}} = P_\circ + \rho gh} P_\circ + \rho gh = \frac{F}{A}$$

$$\Rightarrow ۱۰^۵ + ۱۰۲۰ \times ۱۰ \times h = \frac{۷۳۲۰۰}{۱۲۰۰ \times ۱۰^{-۴}}$$

$$۱۰^۳ + ۱۰۲h = ۶۱ \times ۱۰^۲ \Rightarrow h = ۵۰m$$

**۳۶** ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا همهٔ اتم‌ها را هشت‌تایی می‌کنیم:

$$[: N \equiv N - N \equiv N - \ddot{\underset{\cdot\cdot}{N}} :]^q$$

این ترکیب از ۵ اتم نیتروژن $(N)$ تشکیل شده است و هر اتم نیتروژن در حالت خنثی ۵ الکترون در لایهٔ ظرفیت دارد، بنابراین این گونه در حالت خنثی باید دارای $۵ \times ۵ = ۲۵$ الکترون باشد.

با شمارش تعداد الکترون‌ها، مشاهده می‌شود که این گونه فقط ۲۴ الکترون دارد، بنابراین بار الکترکی این یون $(q)$ برابر $+۱$ است.

بار یون = مجموع شمار الکترون‌های ظرفیت اتم‌ها − مجموع شمار الکترون‌های به کار رفته در ساختار لوویس $\Rightarrow q = (۵ \times ۵) - ۲۴ = +۱$

**۳۷** ۱ ۲ ۳ ۴

از فرمول طلایی زیر استفاده می‌کنیم که در آن، $a$ درصد جرمی، $d$ چگالی و $M$ جرم مولی است.

فرمول مولکولی اتانول: $C_۲H_۵OH$

$$C_m = \frac{۱۰ad}{M} = \frac{۱۰ \times ۲۳ \times ۰/۹}{۴۶} = ۴/۵M$$

**۳۸** ۱ ۲ ۳ ۴ اگر فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر را $x$ در نظر بگیریم، می‌توان نوشت:

روش اول:

$$\bar{M} = \frac{M_۱F_۱ + M_۲F_۲}{F_۱ + F_۲}$$

$$۱۰۷/۸۷ = \frac{۱۰۶/۹۱(۱۰۰ - x) + ۱۰۸/۹x}{۱۰۰}$$

درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر $x \approx ۴۸/۲۴$

روش دوم:

$$\bar{M} = M_۱ + \frac{F_۲}{۱۰۰}(M_۲ - M_۱) \Rightarrow ۱۰۷/۸۷ = ۱۰۶/۹۱ + \frac{F_۲}{۱۰۰}(۱۰۸/۹۰ - ۱۰۶/۹۱) \Rightarrow ۰/۹۶ = \frac{F_۲}{۱۰۰} \times ۱/۹۹ \Rightarrow F_۲ = \frac{۹۶}{۱/۹۹} \simeq ۴۸/۲۴$$

**۳۹** ۱ ۲ ۳ ۴ با فرض اینکه ۱۰۰ گرم آب داریم، جرم محلول سیرشدهٔ پتاسیم دی‌کرومات در دمای $۹۰^\circ C$ برابر $۱۷۰g$ و جرم محلول سیرشدهٔ پتاسیم دی‌کرومات در دمای $۲۵^\circ C$ برابر $۱۱۴g$ می‌باشد؛ بنابراین با کاهش دما از $۹۰^\circ C$ به $۲۵^\circ C$، $۱۴ = ۵۶g$ رسوب تشکیل می‌شود.

$$\text{درصد نمک پتاسیم دی‌کرومات رسوب کرده} = \frac{\text{جرم رسوب}}{\text{جرم کل حل شونده}} \times ۱۰۰ \Rightarrow \frac{۵۶}{۷۰} \times ۱۰۰ = ۸۰\%$$

مقدار پتاسیم دی‌کرومات که به شکل محلول باقی‌مانده، مقدار $۱۴g$ حل شونده در $۱۰۰g$ آب است.

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times ۱۰۰ = \frac{۱۴}{۱۱۴} \times ۱۰۰ \simeq ۱۲/۳\%$$

**۴۰** ۱ ۲ ۳ ۴

$$gC_2H_5OH = 11/5mL \times \frac{0/8g}{1mL} = 9/2g$$

$$molC_2H_5OH = 9/2g \times \frac{1mol}{46g} = 0/2mol$$

$$molH_2O = 14/4g \times \frac{1mol}{18g} = 0/8mol$$

$$C_2H_5OH \text{ درصد مولی} = \frac{0/2}{(0/2+0/8)} \times 100 = 20\%$$

**۴۱** ۱ ۲ ۳ ۴

$$PCl_3 \Rightarrow \quad e^- = 5 + 3(7) = 26e^-$$
$$NO_3^- \Rightarrow \quad e^- = 5 + 3(6) - (-1) = 24e^-$$
$$SO_3^{2-} \Rightarrow \quad e^- = 6 + 3(6) - (-2) = 26e^-$$
$$CO_3^{2-} \Rightarrow \quad e^- = 4 + 3(6) - (-2) = 24e^-$$
$$C_6H_5 - COO^- \Rightarrow \quad e^- = 7(4) + 5(1) + 2(6) - (-1) = 46e^-$$

**۴۲** ۱ ۲ ۳ ۴ فرمول یون فسفات به‌صورت $PO_4^{3-}$ است، درنتیجه نماد یون پایدار $X$ به صورت $X^{2+}$ است و این عنصر می‌تواند متعلق به گروه ۲ باشد. فرمول سولفید عنصر $X$ به‌صورت $XS$ $(S^{2-})$ و فرمول نیترید $(N^{3-})$ آن به صورت $X_3N_2$ است.

**۴۳** ۱ ۲ ۳ ۴

کربن با $FeO$ واکنش می‌دهد چون واکنش‌پذیری کربن از $Na$ کم‌تر است.

$$2FeO + C \rightarrow CO_2 + 2Fe$$

$$\frac{x}{2 \times 72} = \frac{336 \times 10^{-3}}{22/4} \rightarrow x = 2/16g$$

$$gNa_2O = 6/5 - 2/16 = 4/34$$

$$4/34gNa_2O \times \frac{1molNa_2O}{62gNa_2O} = 0/07molNa_2O$$

$$2/16gFeO \times \frac{1molFeO}{72gFeO} = 0/03molFeO$$

$$\text{نسبت کاتیون به آنیون} = \frac{0/03Fe^{2+} + 2 \times 0/07Na^+}{(0/03+0/07)O^{2-}} = 1/7$$

**۴۴** ۱ ۲ ۳ ۴

$$SO_2 \rightarrow 10 \ , \ O_2 \rightarrow 10 \ , \ N_2 \rightarrow 50 \ , \ CO \rightarrow 30$$

با عبور مخلوط گازی از روی کلسیم اکسید، فقط گاز $SO_2$ طبق واکنش زیر به کلسیم سولفات (جامد) تبدیل می‌شود که از مخلوط گازی جدا می‌شود.

$$CaO + SO_2 \rightarrow CaSO_3$$

$$O_2 \rightarrow 10 \Rightarrow \text{درصد جرمی} : \frac{10}{90} = \frac{1}{9}$$

$$N_2 \rightarrow 50 \Rightarrow \text{درصد جرمی} : \frac{50}{90} = \frac{5}{9}$$

$$CO \rightarrow 30 \Rightarrow \text{درصد جرمی} : \frac{30}{90} = \frac{3}{9}$$

$$\frac{N_2}{O_2} = \frac{\frac{5}{9}}{\frac{1}{9}} = 5 \ , \ \frac{CO}{O_2} = \frac{\frac{3}{9}}{\frac{1}{9}} = 3$$

**۴۵** ۱ ۲ ۳ ۴ عبارت‌های (ب) و (پ) درست‌اند.

آ) ایزوتوپ‌های یک عنصر، عدد اتمی یکسانی دارند. اما اتم $A$ دارای ۲۸ پروتون است درحالی که اتم $M$، ۲۷ پروتون دارد.

ب) با توجه به رابطهٔ عدد جرمی می‌توان نوشت:

$$A = N + Z \rightarrow 60 = N + 27 \rightarrow N = 33$$
$$N - Z = 33 - 27 = 6$$

پ) آرایش الکترونی اتم $M$ به‌صورت زیر است:

$$_{27}M : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^7 4s^2$$
$$\begin{matrix} \ell = 0 \text{ مجموع الکترون‌ها با } \\ \ell = 1 \text{ مجموع الکترون‌ها با } \end{matrix} \begin{matrix} = 8 \\ = 12 \end{matrix} \Rightarrow 8 + 12 = 20$$

ت) با توجه به آرایش الکترونی اتم $X$، اختلاف خواسته شده برابر ۲ است.

$$_{۲۴}X : [_{۱۸}Ar]۳d^{۵}۴s^{۱} \Rightarrow ۷ - ۵ = ۲$$

**۴۶** ۱ ۲ ۳ ۴

$a)\ ۲Cr(s) + ۶H_۲SO_۴(aq) \rightarrow Cr_۲(SO_۴)_۳(aq) + ۳SO_۲(g) + ۶H_۲O(l)$ مجموع ضرایب $= ۱۸$

$b)\ ۲Ag(s) + ۲H_۲SO_۴(aq) \rightarrow Ag_۲SO_۴(aq) + SO_۲(g) + ۲H_۲O(l)$ مجموع ضرایب $= ۸$

$c)\ ۲H_۳PO_۴(aq) + ۳Zn(OH)_۲(s) \rightarrow Zn_۳(PO_۴)_۲(s) + ۶H_۲O(l)$ مجموع ضرایب $= ۱۲$

$d)\ ۴NH_۳(g) + ۵O_۲(g) \rightarrow ۴NO(g) + ۶H_۲O(l)$ مجموع ضرایب $= ۱۹$

**۴۷** ۱ ۲ ۳ ۴

آلومینیم سولفید $\Rightarrow Al_۲S_۳ \equiv ۵$ یون $\equiv ۲Al^{۳+} \equiv ۳S^{۲-}$

$$۱۰gAl_۲S_۳ \times \frac{۱molAl_۲S_۳}{۱۵۰gAl_۲S_۳} \times \frac{۵ \times ۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳} \text{ یون}}{۱molAl_۲O_۳} \simeq ۲ \times ۱۰^{۲۳} \text{ یون}$$

$$\frac{S \text{ جرم}}{Al \text{ جرم}} = \frac{۲ \times ۲۷}{۳ \times ۶۴} = \frac{۱۶}{۹}$$

**۴۸** ۱ ۲ ۳ ۴

$$CO_۳^{۲-} \Rightarrow \left[ :\ddot{O}: \right]^{۲-}$$

**۴۹** ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا به کمک درصد جرمی، انحلال‌پذیری را حساب می‌کنیم.

$$a^\circ C \Rightarrow \begin{cases} ۳۷/۵g \text{ حل‌شونده} \Rightarrow \text{جرم آب} = \text{جرم محلول} - \text{جرم حل‌شونده} = ۱۰۰ - ۳۷/۵ = ۶۲/۵g \\ ۱۰۰g \text{ محلول} \Rightarrow S = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم حلال}} \times ۱۰۰ = \frac{۳۷/۵}{۶۲/۵} \times ۱۰۰ = ۶۰ \Rightarrow \text{از روی نمودار} \Rightarrow a = ۴۰^\circ \end{cases}$$

$$b^\circ \Rightarrow \begin{cases} ۱۶/۷g \text{ حل‌شونده} \Rightarrow \text{جرم آب} = \text{جرم محلول} - \text{جرم حل‌شونده} = ۱۰۰ - ۱۶/۷ = ۸۳/۳g \\ ۱۰۰g \text{ محلول} \Rightarrow S = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم حلال}} \times ۱۰۰ = \frac{۱۶/۷}{۸۳/۳} \times ۱۰۰ \simeq ۲۰ \Rightarrow \text{از روی نمودار} \Rightarrow b = ۱۰^\circ C \end{cases}$$

$$a - b = ۴۰ - ۱۰ = ۳۰^\circ C$$

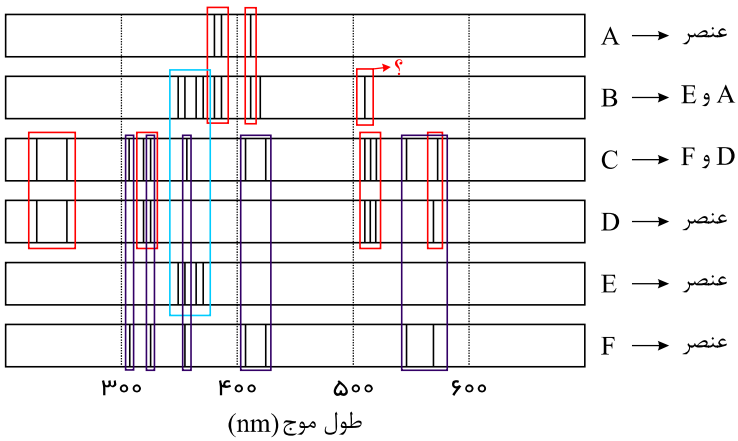
**۵۰** ۱ ۲ ۳ ۴ عددهای کوانتومی $n = ۴$ و $l = ۱$، مربوط به زیرلایهٔ $۴p$ است که طبق گفتهٔ سؤال این زیرلایه دارای ۶ الکترون است.

$$^{A}X^{۲-} : [_{۱۸}Ar]۳d^{۱۰}۴s^{۲}۴p^{۶} \xrightarrow{-۲e^-} {}^{A}X : [_{۱۸}Ar]۳d^{۱۰}۴s^{۲}۴p^{۴} \Rightarrow Z = ۳۴ \Rightarrow X : {}_{۳۴}Se$$

$$\begin{cases} n - e^- = ۹ \overset{(*)}{\Rightarrow} n = ۴۵ \xrightarrow{Z=۳۴} A = n + p = ۷۹ \\ e^-_{X^{۲-}} = ۳۶ (*) \end{cases}$$

عنصر $X$ یا همان $_{۳۴}Se$، همانند عنصر $_{۱۶}S$، متعلق به گروه ۱۶ جدول دوره‌ای است.

**۵۱** ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به موارد مشخص‌شده در شکل زیر، $C$ مخلوطی از دو عنصر فلزی $D$ و $F$ است.




بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: $B$ مخلوطی شامل عنصرهای فلزی $A$ و $E$ است؛ اما خط مشخص‌شده در شکل فوق در طیف نشری ــ خطی عنصرهای $A$ و $E$ مشاهده نمی‌شود! پس می‌توان نتیجه گرفت در مخلوط $B$، علاوه بر عنصرهای فلزی $A$ و $E$ عنصر دیگری نیز وجود دارد.

گزینهٔ «۲»: طیف نشری ــ خطی $F$، تنها مربوط به یک عنصر است.

گزینهٔ «۴»: طول موج خطوط ایجادشده در طیف نشری ــ خطی عنصر $E$، کوتاه‌تر از طول موج خطوط ایجادشده در طیف نشری ــ خطی عنصر $A$ است؛ بنابراین الکترون‌های برانگیخته در اتم $E$، هنگام بازگشت به حالت پایه، انرژی بیشتری آزاد می‌کنند.

**۵۲** ۱ ۲ ۳ **۴**

$$\left.\begin{array}{l} {}_{۲۸}Ni \text{ با } X \text{ هم‌دوره بودن} \rightarrow X \text{ شمارهٔ دورهٔ} = ۴ \\ {}_{۴۳}Tc \text{ با } X \text{ هم‌گروهی} \rightarrow X \text{ شمارهٔ گروه} = ۴ + ۳ = ۷ \end{array}\right\} \Rightarrow {}_{۲۷}Co : [{}_{۱۸}Ar]۳d^{۵}۴s^{۲}$$

بررسی گزینه‌ها:

$$(۱) \text{ و } (۴) : X_۲O_۳ \rightarrow {}_{۲۷}X^{۳+} : [{}_{۱۸}Ar]۳d^{۴}$$
$$(۲) \text{ و } (۳) : XCl_۲ \rightarrow {}_{۲۷}X^{۲+} : [{}_{۱۸}Ar]۳d^{۵}$$

بنابراین گزینهٔ «۴» درست است.

**۵۳** ۱ ۲ ۳ **۴** معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش‌ها به‌صورت زیر است:

$$(NH_۴)_۲Cr_۲O_۷(s) \xrightarrow{\Delta} N_۲(g) + Cr_۲O_۳(s) + ۴H_۲O(g)$$
$$۲NaHCO_۳(s) \xrightarrow{\Delta} Na_۲CO_۳(s) + CO_۲(g) + H_۲O(g)$$

ابتدا مجموع جرم گازهای حاصل از تجزیهٔ $NaHCO_۳$ را حساب می‌کنیم:

$$۲NaHCO_۳ \sim ۱\boxed{۱CO_۲ + ۱H_۲O}$$
$$\Rightarrow \frac{۲۵/۲g NaHCO_۳}{۲ \times ۸۴} = \frac{y\ g\ gas}{۱(۴۴) + ۱(۱۸)} \Rightarrow y = ۹/۳g\ gas$$

اکنون می‌توان $x$ را به دست آورد:

$$۱(NH_۴)_۲Cr_۲O_۷ \sim ۱\boxed{۱N_۲ + ۴H_۲O}$$
$$\Rightarrow \frac{x g (NH_۴)_۲Cr_۲O_۷}{۱ \times ۲۵۲} = \frac{۹/۳g\ gas}{۱(۲۸) + ۴(۱۸)} \Rightarrow x = ۲۳/۴۳۶g(NH_۴)_۲Cr_۲O_۷$$

**۵۴** ۱ **۲** ۳ ۴

$$n = \frac{m}{M_w} \rightarrow M_w(MNO_۳) = \frac{(۳۰۰ \times \frac{۱۷۰}{۱۰^{۶}})gMNO_۳}{۶ \times ۱۰^{-۴}} = ۸۵g \cdot mol^{-۱}$$
$$M_{(M)} + ۱(۱۴) + ۳(۱۹) = ۸۵ \rightarrow M_{(M)} = ۲۳g \cdot mol^{-۱} \rightarrow {}^{۲۳}Na$$

**۵۵** ۱ **۲** ۳ ۴

$$A \rightarrow ۱۱e^-_{(n=۳)} \Rightarrow {}_{۲۳}V$$
$$E \rightarrow ۳e^-_{(n=۳)} \Rightarrow {}_{۱۳}Al$$
$$X \rightarrow ۷e^-_{(n=۳)} \Rightarrow {}_{۱۷}Cl$$
$$D \rightarrow ۹e^-_{(n=۳)} \Rightarrow {}_{۲۱}Sc$$

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»:

$$D, X \Rightarrow ScCl_۳ \Rightarrow \frac{\text{کاتیون}}{\text{آنیون}} = \frac{۱}{۳}$$
$$X, E \Rightarrow AlCl_۳ \Rightarrow \frac{\text{آنیون}}{\text{کاتیون}} = ۳$$

گزینهٔ «۲»:

$$X \Rightarrow {}_{۱۷}Cl \Rightarrow \text{یون پایدار} : Cl^- \rightarrow ?e^-_{(۳s)} = ۲e^-$$
$$D \Rightarrow {}_{۲۱}Sc \Rightarrow \text{یون پایدار} : Sc^{۳+} \rightarrow ?e^-_{(۳p)} = ۶e^-$$
$$\Rightarrow \text{اختلاف مورد نظر} = ۶ - ۲ = ۴$$

گزینهٔ «۳»:

$$\begin{cases} Z_D - Z_E = ۲۱ - ۱۳ = ۸ \\ Z_A - Z_X = ۲۳ - ۱۷ = ۶ \end{cases} \Rightarrow \text{نسبت مورد نظر} = \frac{۸}{۶} = \frac{۴}{۳}$$

گزینهٔ «۴»: $A$ و $X$ به‌ترتیب فلز و نافلزند و ترکیب حاصل از واکنش آنها یونی است نه مولکولی!