

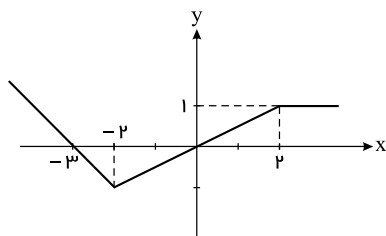
۱- اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر باشد، دامنه تابع با ضابطه $g(x) = \sqrt{2 - |f(x)|}$ کدام است؟

- (۱) $[-4, -2] \cup [1, 2]$ (۲) $(-\infty, -4] \cup [-2, 1] \cup [2, +\infty)$
- (۳) $[-6, -2] \cup [1, 3]$ (۴) $(-\infty, -6] \cup [-2, 1] \cup [3, +\infty)$

۲- اگر رابطه $f = \{(3, m^3 - m), (-3m, m), (1, -2), (3, 0), (2m, 2), (m, 3)\}$ تابع باشد؛ چند مقدار برای m موجود است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۳- نمودار تابع f به صورت زیر است. چند عدد صحیح در دامنه تابع $g(x) = \frac{1}{\sqrt{1 - f(x)}}$ قرار دارند؟



- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) صفر

۴- دو تابع با ضابطه‌های $f(x) = [x] + [-x]$ و $g(x) = x^2 + x - 2$ مفروض‌اند. اگر $g(f(x)) = -2$ باشد، مجموعه مقادیر x کدام است؟

- (۱) $\mathbb{R} - \mathbb{Z}$ (۲) \mathbb{R} (۳) \mathbb{Z} (۴) \emptyset

۵- اگر $f = \{(2, 1), (1, 6), (4, 6)\}$ و $g = \{(1, 2), (2, 4), (6, 1)\}$ باشد، آنگاه برد تابع $\frac{2f+g}{f \circ g}$ کدام است؟

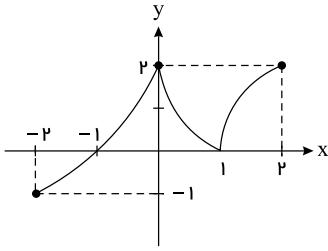
- (۱) $\{1, \frac{3}{4}\}$ (۲) $\{1, 14\}$ (۳) $\{\frac{3}{4}\}$ (۴) $\{14\}$

۶- تمام دامنه تابع $y = \sqrt{|x+1| + |x-3|} - 6$ کدام است؟

- (۱) $\mathbb{R} - (-2, 4)$ (۲) $\mathbb{R} - [-2, 4]$ (۳) $[-2, 4]$ (۴) $(-2, 4)$



۷- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. حاصل $(f \circ f)(-1) + (f \circ f)(2)$ کدام است؟



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۸- کدام رابطه یک تابع نیست؟

$y + \sqrt{y} = \sqrt{x}$ (۴)

$y - \sqrt{y} = \sqrt{x}$ (۳)

$2y + |y| = x$ (۲)

$2y - |y| = x$ (۱)

۹- توابع $f(x) = x^2 - x$ با شرط $2 \leq x \leq 4$ و $g(x) = |x - 1|$ با شرط $-4 \leq x \leq 4$ را در نظر بگیرید، در این صورت دامنه‌ی تابع $f \circ g$ کدام است؟

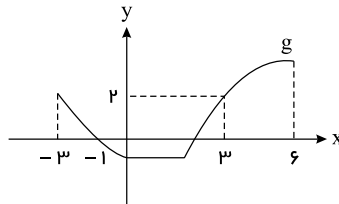
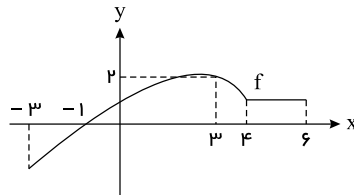
$[-3, 5] - [-1, 3]$ (۴)

$[-3, 4] - (-1, 3)$ (۳)

$[-3, 4]$ (۲)

$[-4, 4]$ (۱)

۱۰- نمودار توابع f و g به صورت مقابل است. دامنه تابع $h(x) = \frac{x}{\sqrt{g(x) - f(x)}}$ کدام است؟

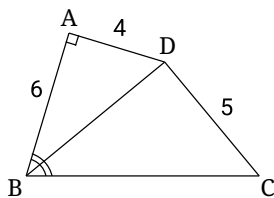


$[-3, -1) \cup (3, 6]$ (۴)

$(-1, 3) \cup [4, 6)$ (۳)

$(-1, 3) \cup [4, 6]$ (۲)

$(-3, -1) \cup (3, 6)$ (۱)



۱۱- در شکل مقابل، BD نیمساز $\hat{A}BC$ است. طول BC کدام است؟

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

۱۲- درستی کدام یک از گزاره‌های زیر با استفاده از مثال نقض رد می‌شود؟

(۲) اگر $2 + 3p$ اول باشد، p نیز اول است.

(۱) میانگین پنج عدد طبیعی متوالی عدد وسطی است.

(۴) اگر x گنگ باشد، $\frac{1}{x}$ نیز گنگ است.

(۳) مربع هر عدد اول بزرگ‌تر از ۳ در تقسیم بر ۳ باقیمانده‌ای برابر ۱ دارد.

۱۳- کدام گزاره مثال نقض دارد؟

(۲) اگر k حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد $4k + 1$ مربع کامل است.

(۱) میانگین پنج عدد طبیعی متوالی همان عدد وسطی است.

(۴) به ازای هر عدد طبیعی n ، عبارت $n^2 - 5n + 7$ فرد است.

(۳) هر عدد طبیعی را می‌توان به صورت مجموع چند عدد طبیعی متوالی نوشت.



۱۴- a_1 و a_2 و a_3 عددهایی صحیح هستند و b_1 و b_2 و b_3 هم همان اعداد ولی به ترتیب دیگری قرار گرفته‌اند. آنگاه
 $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$

- ① همواره زوج است. ② همواره فرد است.
 ③ فقط در حالتی که a_1 و a_2 و a_3 زوج باشند، زوج است. ④ اگر a_1 و a_2 و a_3 فرد باشند، فرد است.

۱۵- اگر $A = \begin{bmatrix} \tan x & 1 \\ -1 & -\tan x \end{bmatrix}$ ، آنگاه حاصل $A^5 - A^6 + A^7$ کدام است؟ $(x \neq \frac{k\pi}{2})$

- ① I ② $-I$ ③ $3I$ ④ $-3I$

۱۶- در معادله $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -x \\ 1 \\ x \end{bmatrix} = 0$ مجموع مجذورهای ریشه‌ها کدام است؟

- ① ۱۱ ② ۸ ③ ۵ ④ ۳

۱۷- اگر A و B دو ماتریس مربعی از مرتبه ۲ باشند به طوری که $B^2 = B$ و $A = 3B - I$ ، آنگاه، حاصل $B^3 + A^3 - (B^2 - I)$ کدام است؟

- ① $9B - I$ ② $9B$ ③ $63B$ ④ $63B + I$

۱۸- چند نقطه در صفحه وجود دارد که فاصله آن‌ها از هر کدام از دو خط متقاطع d_1 و d_2 برابر ۲ سانتی‌متر باشد؟

- ① صفر ② ۱ ③ ۲ ④ ۴

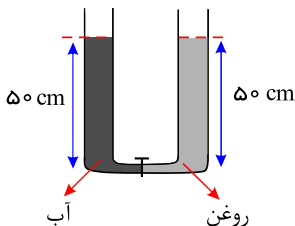
۱۹- در اثبات درستی رابطه $\frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ به کمک اثبات بازگشتی به کدام رابطه بدیهی می‌رسیم؟ (a و b دو عدد حقیقی مثبت و غیرصفر هستند.)

- ① $(a+b)^2 \geq 0$ ② $(a-b)^2 \geq 0$ ③ $(a+2b)^2 \geq 0$ ④ $(a-2b)^2 \geq 0$

۲۰- اگر x, y و z سه عدد حقیقی باشند، در اثبات درستی گزاره $x^2 + y^2 + z^2 \geq -xy + xz - yz$ به روش بازگشتی، به کدام رابطه بدیهی می‌رسیم؟

- ① $(x-y)^2 + (x+z)^2 + (z-y)^2 \geq 0$ ② $(x+y)^2 + (x-z)^2 + (z+y)^2 \geq 0$
 ③ $(x+y)^2 + (x-z)^2 + (z-y)^2 \geq 0$ ④ $(x+y)^2 + (x+z)^2 + (z+y)^2 \geq 0$

۲۱- در شکل روبه‌رو، قطر قاعده دو استوانه برابرند. اگر شیر ارتباط بین دو طرف را باز کنیم، سطح آب چند سانتی‌متر پایین می‌آید؟ (از حجم لوله رابط

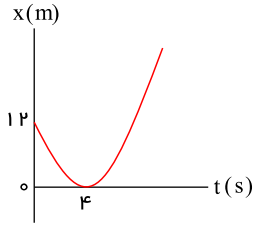


صرف نظر کنید، $800 \frac{kg}{m^3}$ = چگالی روغن و $1000 \frac{kg}{m^3}$ چگالی آب)

- ① ۱۰ ② ۵ ③ ۴ ④ ۲٫۵



۲۲- مطابق شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی به صورت سهمی است. سرعت متحرک در لحظه $t = ۸s$ چند متر بر ثانیه است؟



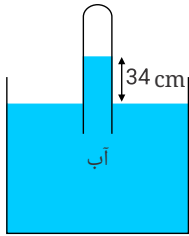
۱۲ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۲۳- در شکل روبه‌رو، فشار گاز جمع شده در انتهای لوله، ۷۲ سانتی‌متر جیوه است. چگالی آب $۱g/cm^3$ و چگالی جیوه $۱۳,۶g/cm^3$ است. اگر اختلاف سطح آب در لوله و ظرف $۳۴cm$ باشد، فشار هوا چند سانتی‌متر جیوه است؟



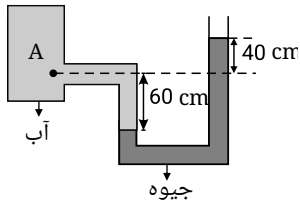
۶۸ (۴)

۶۹,۵ (۳)

۷۴,۵ (۲)

۷۶ (۱)

۲۴- در شکل روبه‌رو، اختلاف فشار نقطه A و فشار هوا چند کیلوپاسکال است؟



$$\left(g = ۱۰ \frac{N}{kg}, \rho_{\text{آب}} = ۱ \frac{g}{cm^3}, \rho_{\text{جیوه}} = ۱۳,۶ \frac{g}{cm^3} \right)$$

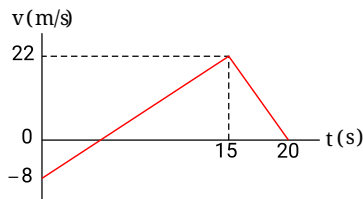
۶۰ (۴)

۱۳۰ (۳)

۱۳۶ (۲)

۱۳,۶ (۱)

۲۵- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر مسیری مستقیم حرکت می‌کند، به صورت شکل زیر است، مسافت پیموده شده توسط این متحرک در بازه زمانی



۰.۵ تا ۲.۰، چند متر است؟

۱۹۲ (۴)

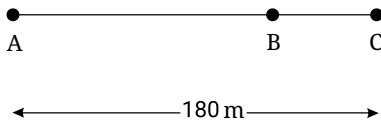
۱۸۰ (۳)

۱۷۶ (۲)

۱۶۰ (۱)



۲۶- دو متحرک همزمان از نقطه‌های A و C با سرعت‌های ثابت به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند و در نقطه B از کنار هم می‌گذرند و در ادامه، $۱۶s$ طول می‌کشد تا متحرک اول از B به C برسد و $۲۵s$ طول می‌کشد تا دومی از B به A برسد. بزرگی سرعت متحرک اول چند متر بر ثانیه است؟



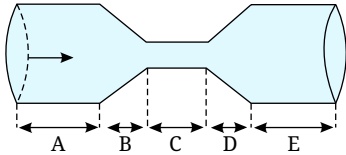
۸ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۳ (۱)

۲۷- در لوله‌ای پر از آب مطابق شکل، آب از چپ به راست در جریان است. در هریک از قسمت‌های B ، C و D تندی آب به ترتیب از راست به چپ، چگونه تغییر می‌کند؟



(۴) کاهش، کاهش، افزایش

(۳) افزایش، افزایش، کاهش

(۲) افزایش، ثابت، کاهش

(۱) کاهش، ثابت، افزایش

۲۸- دو دوندۀ A و B که سرعت A سه برابر سرعت B است، همزمان از دو نقطه به سمت یکدیگر شروع به دویدن می‌کنند، بعد از ۴ ساعت به یکدیگر می‌رسند. چند ساعت پس از شروع حرکت دوندۀ B به مکان اولیه A می‌رسد؟

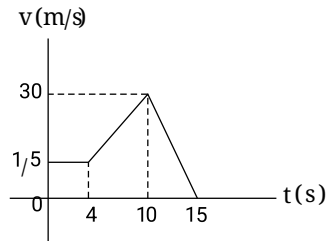
۸ (۴)

۴ (۳)

۱۶ (۲)

۱۲ (۱)

۲۹- نمودار سرعت - زمان خودرویی که در راستای محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. شتاب خودرو در لحظه $t = ۱۳s$ چند متر بر مربع ثانیه است؟



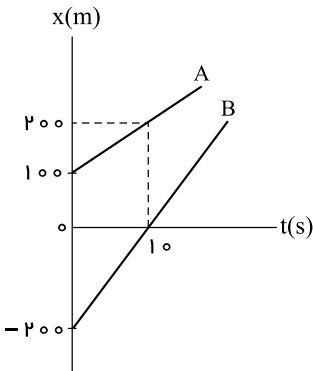
-۶ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

-۴ (۱)

۳۰- شکل زیر، نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد. در این مسیر، به مدت چند ثانیه فاصله دو متحرک از هم، کمتر یا مساوی ۲۰ متر است؟



۲ (۴)

۴ (۳)

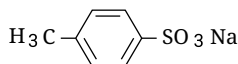
۶ (۲)

۸ (۱)



۳۱- کدام عبارت دربارهٔ پاک‌کننده‌ها درست است؟

- ① صابون‌های مایع، نمک‌های آمونیوم و پتاسیم اسیدهای چرب‌اند.
 ② در کلویید چربی در آب که به کمک صابون تشکیل می‌شود، سرقطبی مولکول‌های صابون به سمت درون قطره چربی است.
 ③ در پاک‌کننده‌های غیرصابونی به جای گروه CO_3^- گروه، SO_3^{2-} قرار گرفته است.
 ④ در پاک‌کننده‌های غیرصابونی، چربی به زنجیر آلکیل که بخش قطبی مولکول پاک‌کننده را تشکیل می‌دهد، می‌چسبد.



۳۲- آیا ترکیب زیر را به‌عنوان شوینده جهت تولید صنعتی پیشنهاد می‌کنید و دلیل آن، کدام است؟

- ① آری، زیرا، بهتر از شوینده‌های موجود با زنجیر هیدروکربنی ۱۲ کربنی، در آب حل می‌شود.
 ② خیر، زیرا، انحلال‌پذیری آن از شوینده‌های موجود با زنجیر هیدروکربنی ۱۲ کربنی، در آب کمتر است.
 ③ آری، زیرا، بخش ناقطبی آن، جاذبهٔ بیشتری با لکهٔ چربی روی لباس، نسبت به شوینده‌های موجود دارد.
 ④ خیر، زیرا، بخش ناقطبی آن، جاذبهٔ کمتری با لکهٔ چربی روی لباس، نسبت به شوینده‌های موجود دارد.

۳۳- چند مورد از مطالب زیر درست هستند؟

- کلوئید، مخلوطی ناهمگن، حاوی توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت است.
- در آب دریا و آب‌های مناطق کویری، مقادیر اندکی از یون‌های $Mg^{2+}(aq)$ و $Ca^{2+}(aq)$ وجود دارد.
- سوسپانسیون‌ها را می‌توان همانند پلی بین کلوئیدها و محلول‌ها در نظر گرفت.
- صابون جامد را از گرم کردن مخلوط روغن‌های گوناگون گیاهی یا جانوری با سدیم هیدروکسید تهیه می‌کنند.
- چربی‌ها مخلوطی از اسیدهای چرب و پلی‌استرهای بلندزنجیر (با جرم مولی زیاد) هستند.

- ① ۳ ② ۴ ③ ۱ ④ ۲

۳۴- فرمول مولکولی یک پاک‌کنندهٔ غیرصابونی که زنجیر آلکیل سیرشدهٔ آن، ۱۴ اتم کربن دارد، کدام است؟

- ① $C_{14}H_{29}SO_3Na$ ② $C_{13}H_{29}SO_3Na$ ③ $C_{16}H_{33}SO_3Na$ ④ $C_{16}H_{33}SO_3Na$

۳۵- چند مورد از ویژگی‌های داده‌شده در جدول زیر نادرست بیان شده‌اند؟

کلوئید	محلول	سوسپانسیون	نوع مخلوط
			ویژگی
نور را پخش نمی‌کند	نور را پخش نمی‌کند	نور را پخش می‌کند	رفتار در برابر نور
ناهمگن	همگن	ناهمگن	همگن / ناهمگن
ناپایدار	پایدار	ناپایدار	پایداری
سس مایونز	رنگ	شربت معده	مثال

- ① ۴ ② ۳ ③ ۵ ④ ۲

۳۶- کدام گزینه جاهای خالی عبارت‌های زیر را به‌ترتیب از راست به چپ به‌درستی پر می‌کند؟

الف) محلول کات‌کیود در آب نور را

ب) در شرایط یکسان ارتفاع کف ایجادشده در مخلوط صابون جامد و آب سخت از صابون جامد و آب مقطر است.

پ) از میان رنگ پوششی، ژله، سس مایونز و شربت معده مادهٔ کلوئید می‌باشند.

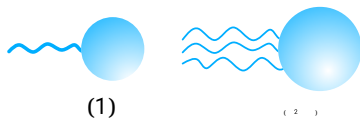
- ① عبور نمی‌دهد - بیشتر - ۲ ② عبور می‌دهد - کمتر - ۳ ③ عبور نمی‌دهد - کمتر - ۳ ④ عبور می‌دهد - بیشتر - ۳



۳۷- کدام گزینه درست است؟

- ۱) در شرایط یکسان، ارتفاع کف صابون در آب دریا بیشتر از آب چشمه است.
- ۲) در شرایط یکسان، پاک کردن لکه چربی از پارچه نخی دشوارتر از پارچه پلی استر است.
- ۳) لکه های سفید ایجاد شده پس از شستن لباس با صابون بر روی آن ها نشان دهنده تشکیل رسوب $(RCOO)_2Na$ است.
- ۴) افزودن آنزیم به صابون، قدرت پاک کنندگی آن را در از بین بردن لکه چربی روی پارچه نخی و پلی استر افزایش می دهد.

۳۸- با توجه به شکل های داده شده، کدام گزینه درست است؟



۱) در چربی ها تنها مولکول های از نوع «۲» یافت می شود.

۲) سدیم هیدروکسید با هر دو ماده «۱» و «۲»، واکنش داده و صابون تولید می کند.

۳) شکل «۱» یک اسید چرب تک عاملی و شکل «۲» یک اسید چرب سه عاملی است.

۴) نیروی بین مولکولی غالب در شکل «۱» از نوع وان دروالس و در شکل «۲» از نوع پیوند هیدروژنی است.

۳۹- اگر برای سوزاندن کامل ۱۲٫۸ گرم از یک اسید چرب یک عاملی با زنجیر هیدروکربنی سیر شده، مقدار ۲۵٫۷۶ لیتر گاز اکسیژن در شرایط STP

مصرف شود، تعداد اتم های کربن در آن چقدر است؟ ($O = 16, C = 12, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$)

۱۵ ۴

۱۶ ۳

۱۷ ۲

۱۸ ۱

۴۰- کدام یک از گزینه های زیر نادرست است؟

۱) فرمول کلی لکه های سفید رنگی که بر اثر شست و شوی لباس ها با صابون در آب سخت ایجاد می شود به صورت $RCOOMg$ و $RCOOCa$ می باشد.

۲) در فرآیند پاک کردن لکه چربی به کمک آب و صابون، صابون از سمت گروه هیدروکربنی خود به لکه چربی می چسبد.

۳) به منظور افزایش خاصیت پاک کنندگی و ضد عفونی کنندگی صابون ها، به ترتیب به آن ها نمک های فسفات دار و ماده شیمیایی کلردار می افزایند.

۴) پاک کننده های صابونی برخلاف پاک کننده های خورنده تنها بر اساس برهم کنش میان ذره ای عمل می کنند.