

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۲ در یک رشته پلی نوکلئوتیدی در حال شکل گیری، هر نوکلئوتید سه فسفات که با نوکلئوتید دارای باز آلی گوانین پیوند فسفودی استر برقرار می کند، به هنگام اضافه شدن به انتهای رشته پلی نوکلئوتیدی دو تا از فسفات های خود را از دست می دهد و به صورت تک فسفات به رشته متصل می شود.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ۱: در ساختار مولکول رنا، نوکلئوتید یوراسیل دار می تواند با نوکلئوتید گوانین دار پیوند فسفودی استر برقرار کند.

گزینه ۳: نوکلئوتیدهای شرکت کننده در ساختار رنا، دارای قند ریبوز می باشند.

گزینه ۴: نوکلئوتیدهای دارای باز آلی دو حلقه ای نیز می توانند با این نوکلئوتید پیوند فسفودی استر برقرار کنند.

۲ - گزینه ۳ یاخته های زنده سنگفرشی پوست جزئی از یاخته های بافت پوششی هستند که قدرت همانندسازی و تقسیم بالایی دارد.

اولین مرحله در فرایند همانندسازی، قرارگیری آنزیم هلیکاز به روی هر دو رشته مولکول دنا می باشد که این امر به جهت باز کردن مارپیچ دنا و جدا کردن دو رشته آن از هم می باشد. سپس دنباسپارازها بر روی دو رشته حرکت کرده و در مقابل نوکلئوتیدهای الگو، نوکلئوتیدهای مکمل را قرار می دهند. نوکلئوتیدها براساس رابطه مکملی مقابل هم قرار می گیرند و در انتها در طی تشکیل پیوند فسفودی استر دو گروه فسفات از نوکلئوتیدهای آزاد، جدا می شوند.

۳ - گزینه ۳ بر اساس روش همانندسازی نیمه حفاظت شده، در هر مولکول DNA ساخته شده، یک زنجیره از قدیم و یک زنجیره جدید (رادیکاتیو) وجود خواهد داشت.

۴ - گزینه ۴ در یک لایه، نوکلئیک اسید و یک لایه، فسفولیپید وجود دارد و در هر دو فسفات وجود دارد.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ۱) در این آزمایش از پروتئاز استفاده نکرد.

گزینه ۲) فقط در یک لایه، DNA وجود دارد و می تواند موجب کپسول دار شدن باکتری زنده بدون کپسول شود.

گزینه ۳) در آزمایش های ایوری، تزریق به موش، صورت نگرفت.

۵ - گزینه ۱ در یک مولکول DNA حلقوی باکتری ها، اگر تعداد نوکلئوتیدها را n فرض کنید، تعداد بازهای آلی دو حلقه ای نصف نوکلئوتیدها، یعنی $\frac{n}{2}$ است. تعداد پیوندهای فسفودی استر با تعداد نوکلئوتیدها برابر است (یعنی n) و تعداد پیوندهای قند - فسفات، دو برابر تعداد نوکلئوتیدها (یعنی $2n$) است. حال اگر $n = 20$ فرض شود:

$$\frac{2n}{\frac{n}{2}} \Rightarrow \frac{2 \times 20}{\frac{20}{2}} = \frac{40}{10} = 4$$

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ۲: در DNA حلقوی تعداد فسفودی استر با قندهای دئوکسی ریبوز برابر است نه ریبوز.

گزینه ۳: تعداد پیوند قند فسفات بیشتر از تعداد باز آلی است.

گزینه ۴: تعداد پیوند فسفودی استر نمی تواند بیشتر از تعداد پیوند هیدروژنی باشد.

در یک مولکول DNA حلقوی با n نوکلئوتید:
۱- تعداد نوکلئوتید = تعداد قند = تعداد باز آلی = تعداد فسفات n
۲- تعداد پیوند قند - باز آلی n
۳- تعداد پیوند بین مونومرها یا فسفودی استر n
۴- تعداد پیوند قند - فسفات $2n$
۵- تعداد بازهای پورینی = تعداد بازهای پیریمیدینی $\frac{n}{2}$
۶- تعداد پیوند فسفودی استر (n) با تعداد پیوند قند-باز برابر می باشد.

۶ - گزینه ۴ بررسی گزینه ها:

گزینه ۱: باکتری های پوشینه دار در بدن میزبان زنده می ماند و باعث مرگ میزبان می شوند. این نشان می دهد که سیستم ایمنی میزبان قادر به از بین بردن این باکتری ها نیست، در حالی که باکتری های بدون پوشینه را از بین می برد.

گزینه ۲، ۳ و ۴: ویژگی تمامی جانداران می باشد.

گزینه ۴: ممکن است باکتری پوشینه دار، ابتدا فاقد پوشینه باشد که از والد فاقد پوشینه ایجاد شده است، ولی در اثر منتقل شدن ماده ژنتیک باکتری پوشینه دار، دارای پوشینه شود.

۷ - گزینه ۲ در مولکول DNA زمانی تعداد پیوندهای فسفودی استر با تعداد پیوندهای قند-باز برابر می شود که مولکول DNA حلقوی باشد. همیشه تعداد پیوندهای قند-باز برابر با تعداد نوکلئوتیدهاست. در حالی که، در یک مولکول DNA خطی تعداد پیوندهای فسفودی استر دو عدد از تعداد نوکلئوتیدها کمتر است.

در واقع، در یک مولکول DNA ، دو نوع پیوند قند - فسفات وجود دارد. ۱- پیوند قند با فسفات درون هر نوکلئوتید ۲- پیوند قند یک نوکلئوتید با فسفات نوکلئوتید دیگر، حال با یک محاسبه کوچک می توان دریافت که در DNA حلقوی، تعداد پیوند قند-فسفات دو برابر تعداد فسفات موجود است.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ۱: رشته های پلی نوکلئوتیدی مولکول DNA حلقوی اینطور نیستند.

گزینه ۳: تعداد پیوند قند - فسفات ($2n$) در یک مولکول DNA حلقوی ۲ برابر تعداد قندهای پنج کربنه (n) می باشد.



گزینه (۴): تعداد پیوند فسفودی‌استر در مولکول DNA حلقوی برابر با تعداد نوکلئوتید (n) می‌باشد.

۸ - گزینه ۴ آنزیم هلیکاز پیوند هیدروژنی را می‌شکند. آنزیم دنابسپاراز پیوند فسفودی‌استر را با فعالیت پلیمرازی خود تشکیل می‌دهد و می‌تواند این پیوند را با فعالیت نوکلئازی خود نیز بشکند. دقت کنید برای تشکیل پیوند هیدروژنی نیازی به هیچ آنزیمی نیست و این پیوند خود به خود تشکیل می‌شود.

۹ - گزینه ۲ برخی از ترکیباتی که در جایگاه فعال آنزیم‌ها قرار می‌گیرند، پیش‌ماده آن آنزیم نیستند. مثال چنین ترکیباتی، آرسنیک و سیانید است که با قرارگیری در جایگاه فعال آنزیم، مانع عملکرد آن می‌شوند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: متنوع‌ترین گروه مولکول‌های زیستی پروتئین‌ها هستند، که همه آنها در ساختار خود پیوند هیدروژنی دارند، نه برخی از آنها!

گزینه ۳: همه مولکول‌های پروتئینی از تک‌پارهای آمینواسید تشکیل شده‌اند و در ساختار سوم آنها، تاخوردگی بیشتر الگوهای پیوندی هیدروژنی (مانند صفحات و یا مارپیچ‌ها) مشاهده می‌شود. (نه برخی از آنها)

گزینه ۴: آنزیم‌ها همگی دارای جایگاه فعال هستند، دقت کنید که بیشتر آنزیم‌ها پروتئینی هستند و در نتیجه تشکیل پیوندهای پپتیدی ایجاد می‌شوند، نه برخی از آنها.

۱۰ - گزینه ۱ هم در آزمایش ایوری و هم مزلسون و استال دنا استخراج شد.

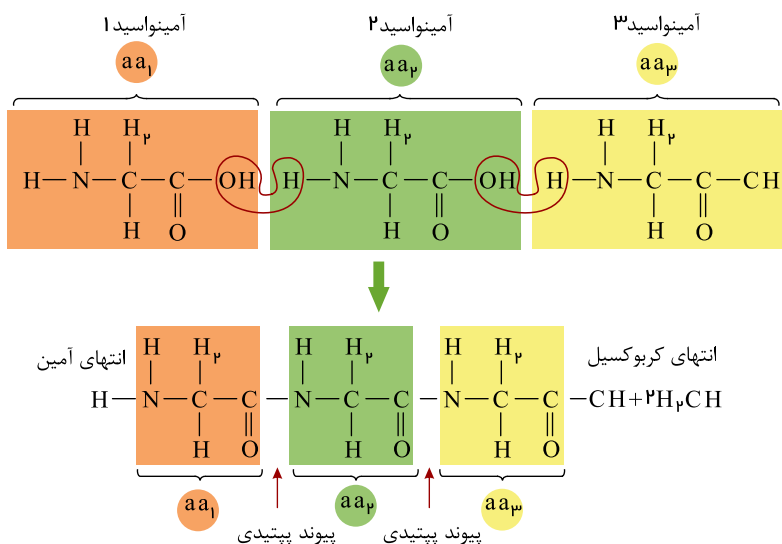
در آزمایش ایوری به کمک فراگریزانه و در آزمایش مزلسون و استال برای فراگریزانه.

۱۱ - گزینه ۴ طبق کتاب درسی، مهم‌ترین عوامل همانندسازی عبارتند از:

مولکول دنا، واحدهای سازنده دنا (نوکلئوتیدها) و آنزیم‌های لازم برای همانندسازی (دنا‌سپاراز، هلیکاز و ...). درحالی‌که رنا (مولکولی که دستورالعمل دنا را اجرا می‌کند). در کتاب درسی جزو مهم‌ترین عوامل مؤثر در همانندسازی نیست.

۱۲ - گزینه ۳ باز آلی نیتروژن‌دار تک‌حلقه‌ای یوراسیل فقط در نوکلئوتیدهای RNA و باز آلی نیتروژن‌دار تک‌حلقه‌ای تیمین فقط در نوکلئوتیدهای DNA قابل مشاهده‌اند. بنابراین این دو باز را هرگز هم‌زمان در یک مولکول DNA و یا RNA نمی‌توان یافت.

۱۳ - گزینه ۳ با توجه به شکل مقابل پیوند اشتراکی بین C و N است.



۱۴ - گزینه ۲ بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۱: در جایگاه آغاز همانندسازی ابتدا هیستون‌ها از آن جدا می‌شوند، سپس دو رشته دنا با فعالیت هلیکاز از هم فاصله می‌گیرند.

گزینه ۳: دنابسپاراز یکی از مهم‌ترین آنزیم‌های همانندسازی است اما تنها آنزیم نیست بلکه انواع دیگری از آنزیم‌ها نیز در این فرایند نقش دارند.

گزینه ۴: هر دوراهی همانندسازی از یک ساختار Y مانند تشکیل شده است.

۱۵ - گزینه ۴ پروتئین‌هایی ساختار چهارم دارند که دو یا چند زنجیره‌ای باشند. این زنجیره‌ها تاخوردگی و دارای شکل خاصی هستند و در شکل‌گیری ساختار چهارم نقش کلیدی دارند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: ساختار سوم در اثر برهم کنش‌های آب‌گریز به وجود می‌آید و تشکیل پیوندهای یونی و ... موجب تثبیت آن می‌شود.

گزینه ۲: تغییر یک آمینواسید در ساختار اول ممکن است باعث تغییر در فعالیت پروتئین شود.

گزینه ۳: در ساختار دوم بین بخش‌هایی از زنجیره پیوند هیدروژنی برقرار می‌شود.

۱۶ - گزینه ۳ برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی مواد شوینده، به آن‌ها نمک‌های فسفات می‌افزایند، زیرا این نمک‌ها با یون‌های کلسیم و منیزیم موجود در آب‌های سخت واکنش می‌دهند و از تشکیل رسوب و لکه جلوگیری می‌کنند.

۱۷ - گزینه ۳ بررسی عبارت‌ها:

(آ) نادرست؛ اتیلن گلیکول دارای فرمول شیمیایی $C_2H_6O_2$ است.

(ب) درست؛ به جز نمک خوراکی بقیه در هگزان حل می‌شود. چون بنزین، وازلین و روغن زیتون همگی غیرقطبی هستند و در حلال غیرقطبی هگزان حل می‌شوند.

(پ) نادرست؛ در ساختار لوویس باید جفت الکترون‌های ناپیوندی نیز نمایش داده شود.

N یک جفت و O دو جفت الکترون ناپیوندی دارند.



(ت) درست؛ تعداد هیدروژن در وازلین ۵۲ و در روغن زیتون ۱۰۴ است.

۱۸ - گزینه ۱ صابون‌های مایع نمک‌های آمونیوم و پتاسیم اسیدهای چرب‌اند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۲) سر ناقطبی مولکول‌های صابون در چربی نفوذ می‌کند.

گزینه ۳) گروه سولفونات، SO_3^- است.

گزینه ۴) زنجیر آلکیل بخش ناقطبی پاک‌کننده را تشکیل می‌دهد.

۱۹ - گزینه ۴ در بخش ناقطبی، زنجیره کربنی این ترکیب بسیار کوچک است؛ در نتیجه نمی‌تواند با چربی‌ها جاذبه وان‌دروالس برقرار کند و نسبت به سایر شوینده‌ها جاذبه کمتری با لکه‌های چربی ایجاد می‌کند.

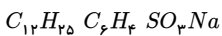
۲۰ - گزینه ۴ مورد اول و چهارم درست بیان شده‌اند.

مورد دوم: نادرست. در این نوع آب‌ها مقادیر چشم‌گیری از یون‌های $Ca^{2+}(aq)$ و $Mg^{2+}(aq)$ وجود دارد.

مورد سوم: نادرست. کلئید را می‌توان همانند پلی بین محلول‌ها و سوسپانسیون‌ها در نظر گرفت.

مورد پنجم: نادرست. چربی‌ها مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای بلند زنجیر (با جرم مولی زیاد) هستند.

۲۱ - گزینه ۴ نمونه‌ای از پاک‌کننده غیر صابونی با زنجیر سیر شده آلکیل به صورت زیر است:



حال اگر به جای $C_{12}H_{25}$ - گروه آلکیل $C_{14}H_{29}$ قرار گیرد، فرمول آن به صورت $C_{14}H_{29}SO_3Na$ است، و به طور کامل و مرتب شده خواهیم داشت: $C_{14}H_{29}SO_3Na$ حلقه بنزنی

۲۲ - گزینه ۴ چون صورت تست از ما خواسته ماهانه چند قالب صابون تولید می‌شود بنابراین صابون مورد نظر جامد بوده و فرمول آن به صورت $RCOONa$ است. R زنجیره کربنی است و تعداد کربن و هیدروژن آن از فرمول C_nH_{2n+1} به دست می‌آید. طبق صورت تست $n = 15$ می‌باشد پس فرمول صابون به صورت $C_{15}H_{31}CO_2Na$ خواهد بود.

$$\text{قالب صابون} = 500 = \frac{1 \text{ قالب صابون}}{69.5 \text{ g صابون}} \times \frac{278 \text{ g صابون}}{1 \text{ mol صابون}} \times \frac{1 \text{ mol صابون}}{23 \text{ g Na}} \times \frac{1 \text{ mol Na}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} = 2,875 \text{ kg Na}$$

$$15000 = 500 \times 30 = \text{تولید صابون در یک ماه}$$

۲۳ - گزینه ۳ عبارتهای الف، پ و ت درست هستند.

ترکیب داده شده مربوط به یک استر است که به دلیل غلبه بخش ناقطبی بر بخش قطبی در آن، در آب نامحلول است و در حلال‌های ناقطبی مانند بنزین حل می‌شود.

۲۴ - گزینه ۳ بررسی موارد:

مورد الف) درست است.

مورد ب) نادرست؛ علاوه بر زنجیره هیدروکربنی حلقه بنزنی نیز جزو بخش ناقطبی آن محسوب می‌شود.

پ) درست است.

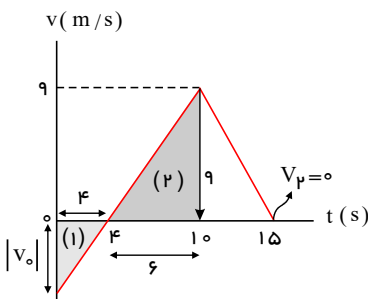
ت) نادرست؛ در ساختار این پاک‌کننده ۹ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

۲۵ - گزینه ۲ کلئیدها نور را پخش می‌کنند.

کلئیدها ته‌نشین نمی‌شوند و پایدارند.

رنگ نوعی کلئید است.

۲۶ - گزینه ۱



برای محاسبه‌ی شتاب متوسط از روی نمودار سرعت - زمان، از رابطه‌ی $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$ استفاده می‌کنیم. به همین منظور کافی است تا به کمک تشابه مثلث‌ها، سرعت در لحظه‌ی $t = 0$ را به دست آوریم:

$$\text{تشابه مثلث‌های (۱) و (۲): } \frac{4}{10 - 4} = \frac{|v_0|}{9} \Rightarrow |v_0| = 6 \frac{m}{s}$$

همان‌طور که از روی نمودار مشخص است، v_0 عددی منفی است و می‌توان نوشت:

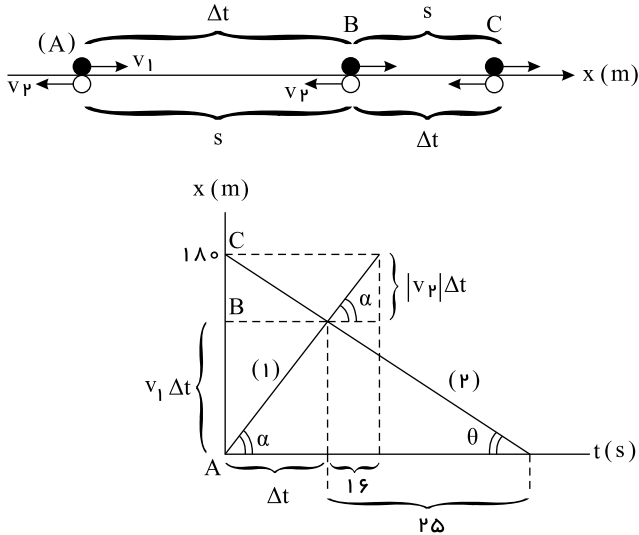
$$a_{av} = \frac{0 - (-6)}{15 - 0} = 0.4 \frac{m}{s^2} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow v_0 = -6 \frac{m}{s} \\ t_2 = 15s \Rightarrow v_2 = 0 \end{cases}$$

۲۷ - گزینه ۲ این تست سالیان بسیار قبل در کنکور (البته با محاسبات ساده‌تر) مطرح شده بود و تست بسیار جالبی است. می‌خواهیم یک روش خلاقانه ارائه کنیم!

دیرستان دخترانه علوی واحد شرق



کافی است امتداد مسیر را منطبق بر محور x گرفته و نمودار $x - t$ دو متحرک را در یک دستگاه رسم کنیم. شیب خط مماس بر نمودار $(x - t)$ برابر سرعت (لحظه‌ای) در آن لحظه است.



۲ نکته:

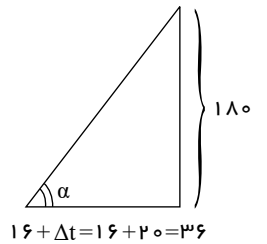
- (۱) دقت داریم که $v_1 > 0$ و $v_2 < 0$ $\Delta x_2 = v_2 \Delta t$ $\Delta x_1 = v_1 \Delta t$ جابه‌جایی در مدت زمان Δt برابر دو متحرک

(*) $\frac{|v_2| \Delta t}{16} = \text{شیب خط } 1 = v_1$ سرعت متحرک (۱)

(**) $\frac{v_1 \Delta t}{25} = \text{شیب خط } 2 = v_2$ سرعت متحرک (۲)

$\frac{v_1 \Delta t}{25} = \frac{v_2 \Delta t}{16} \Rightarrow \frac{v_1}{25} = \frac{v_2}{16} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{25}{16} \Rightarrow \frac{v_1}{5} = \frac{v_2}{4} \Rightarrow \frac{v_1}{5} = 1 \Rightarrow v_1 = 5 \frac{m}{s}$

$\Delta t = 20s \Rightarrow v_1 = 1 \frac{180}{\Delta t} = \frac{180}{20} = 9 \frac{m}{s} \Rightarrow v_1 = 9 \frac{m}{s}$



۲۸ - گزینه ۱ راه‌حل اول:

$2s < t < 4s, \vec{v}_{av} = (-6m/s)\vec{i} \Rightarrow \frac{\vec{d}(4s) - \vec{d}(2s)}{4s - 2s} = (-6m/s)\vec{i}$

$4s < t < 8s, \vec{v}_{av} = (18m/s)\vec{i} \Rightarrow \frac{\vec{d}(8s) - \vec{d}(4s)}{8s - 4s} = (18m/s)\vec{i}$

$\Rightarrow \begin{cases} \vec{d}(4s) - \vec{d}(2s) = (-12m)\vec{i} \\ \vec{d}(8s) - \vec{d}(4s) = (+72m)\vec{i} \end{cases} \Rightarrow \vec{d}(8s) - \vec{d}(2s) = (+60m)\vec{i}$

$\begin{cases} t_1 = 2s \\ t_2 = 8s \end{cases} \Rightarrow \vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}(8s) - \vec{d}(2s)}{8s - 2s} = \frac{(+60m)\vec{i}}{6s} = (+10m/s)\vec{i}$

راه‌حل دوم:

متحرک در بازه $2s < t < 4s$ (مدت ۲ ثانیه) سرعت متوسط $-6\vec{i}$ متر بر ثانیه و در بازه $4s < t < 8s$ (مدت ۴ ثانیه) سرعت متوسط $+18\vec{i}$ متر بر ثانیه داشته است.

$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{d}_1 + \Delta \vec{d}_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{\vec{v}_1 \Delta t_1 + \vec{v}_2 \Delta t_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{(-6\vec{i}) \times 2 + (+18\vec{i}) \times 4}{2 + 4} = \frac{+60\vec{i}}{6} = +10\vec{i}$

۲۹ - گزینه ۲ اگر فشار هوای محبوس در بالای مخزن را P_G بنامیم، باتوجه به برابر بودن فشار در نقاط هم‌سطح از یک مایع، خواهیم داشت: (سعی می‌کنیم که P_G را در معادلات حذف کنیم.)

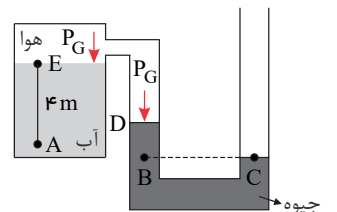
$P_B = P_C = P_G + DB$ فشار ستون P_0

$\rightarrow P_G = P_0 - \rho_{Hg}gh_{DB}$

$P_A = P_G + \rho_{H_2O} \cdot g \cdot h_{EA} \rightarrow P_A = P_0 - \rho_{Hg}gh_{DB} + \rho_{H_2O}gh_{EA} \rightarrow$

$P_A = 10^5 - 136000 \times 10 \times 0.15 + 1000 \times 10 \times 4$

$P_A = 119600 P_0 = 119.6 kPa$



۳۰ - گزینه ۳

حجم استخر را برحسب مترمکعب و حجم آجر را هم برحسب مترمکعب می‌یابیم. سپس برای تعیین آجرها، حجم استخر را به حجم آجر تقسیم می‌کنیم. بنابراین:



$$V = (4 \times 10^{-1} \times 10^2)(40 \times 10)(30 \times 10^{-6} \times 10^6) = 48 \times 10^4 m^3$$

$$V' = (40 \times 10^{-2})(5 \times 10^{-1})(300 \times 10^{-3}) = 6 \times 10^{-2} m^3$$

$$\frac{V}{V'} = \frac{48 \times 10^4}{6 \times 10^{-2}} = 8 \times 10^6 \text{ اجر}$$

$$10^{-2} = \text{سانتی و } 10^6 = \text{مگا و } 10^2 = \text{هکتو و } 10^1 = \text{دکا و } 10^{-3} = \text{میلی}$$

یادآوری چند پیشوند:

۳۱ - گزینه ۲

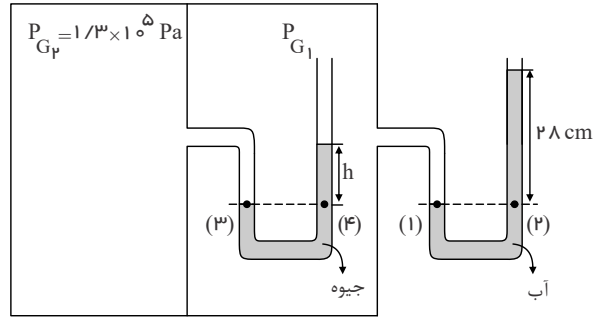
ابتدا در لوله U شکل سمت راست با مساوی قرار دادن فشار طرفین فشار P_{G_1} را حساب می‌کنیم.

$$P_0 = 10^5 Pa$$

$$P_1 = P_2 \Rightarrow P_{G_1} = P_{\text{آب}} + P_0$$

$$P_{G_1} = \rho'gh' + P_0$$

$$\Rightarrow P_{G_1} = 1000 \times 10 \times 0.28 + 10^5 \Rightarrow P_{G_1} = 100000 + 28000 = 102800 Pa$$



حال در لوله سمت چپ فشار طرفین را مساوی قرار می‌دهیم تا h به دست آید.

$$P_r = P_{G_f} \Rightarrow P_{G_f} = P_{\text{جیوه}} + P_{G_1} \Rightarrow 1.3 \times 10^5 = \rho gh + 102800$$

$$\Rightarrow 130000 - 102800 = 13600 \times 10 \times h \Rightarrow h = 0.2 m = 20 cm$$

۳۲ - گزینه ۱ معادله مکان - زمان درجه ۲ بر حسب زمان است. بنابراین حرکت با شتاب ثابت بر خط راست است. (مشابه کتاب درسی از مشتق کمک نمی‌گیریم).

$$\begin{cases} x = 2t^2 + 4t - 8 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{2} = 2 \rightarrow a = +4 \\ v_0 = +4 \end{cases} \rightarrow v = at + v_0 = 4t + 4$$

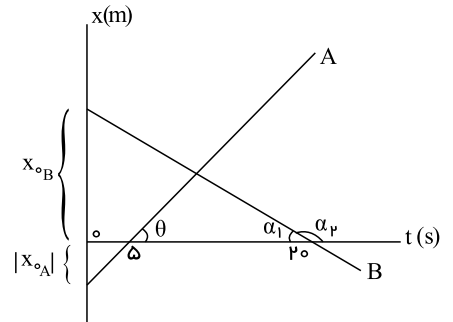
مشخص است که $v \neq 0$ یعنی متحرک بر خط راست، بدون تغییر جهت است.

$$\frac{L}{|\Delta x|} = 1 \quad \text{بنابراین:}$$

۳۳ - گزینه ۳ ابتدا رابطه بین x_{OA} و x_{OB} را محاسبه می‌کنیم، سپس مقدار هریک را تعیین می‌کنیم.

$$x_{OB} + |x_{OA}| = 150 m \quad (1)$$

$$\begin{cases} v_A > 0 \\ v_B < 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{تندی (A) = 2(تندی B)}} v_A = 2|v_B|$$



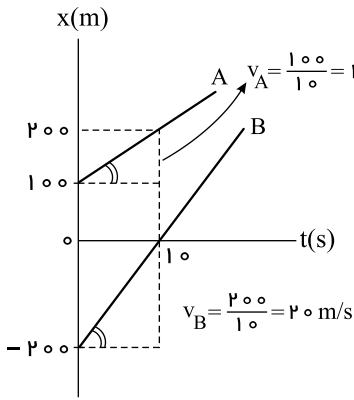
می‌دانیم شیب خطوط مماس بر نمودار مکان - زمان برابر سرعت لحظه‌ای است و اگر نمودار یک خط مایل باشد، خود شیب این خط برابر سرعت لحظه‌ای آن متحرک است.

$$\begin{cases} v_A = A_{\text{تندی}} = \frac{|x_{OA}|}{\Delta t} \quad (2) \\ |v_B| = \frac{x_{OB}}{20} \quad (3) \end{cases} \xrightarrow{v_A = 2|v_B|} \frac{|x_{OA}|}{\Delta t} = 2 \frac{x_{OB}}{20} = \frac{x_{OB}}{10} \Rightarrow |x_{OA}| = \frac{x_{OB}}{2} \Rightarrow x_{OB} = 2|x_{OA}| \xrightarrow{(1)} \begin{cases} |x_{OA}| = 50 \Rightarrow x_{OA} = -50 m \\ x_{OB} = 100 m \end{cases}$$

$$(2) \Rightarrow v_A = \frac{50}{5} = 10 \frac{m}{s}, \quad (3) \Rightarrow v_B = -\frac{100}{20} = -5 \frac{m}{s}$$

در نهایت معادلات مکان - زمان دو متحرک را می‌نویسیم و فاصله دو متحرک را به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} x_A = v_A t + x_{OA} \\ x_B = v_B t + x_{OB} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 10t - 50 \\ x_B = -5t + 100 \end{cases} \Rightarrow x_A - x_B = 15t - 150 \Rightarrow x_A - x_B = 15 \times 20 - 150 = 150 m \Rightarrow x_A - x_B = 150 m$$



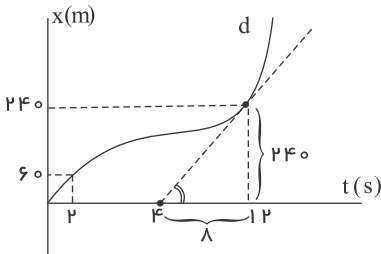
در ابتدا سرعت هر یک از متحرک‌ها و به دنبال آن مسیر حرکت آنها را رسم می‌کنیم و معادله حرکت آنها را می‌نویسیم. می‌دانیم که شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان با سرعت متحرک برابر است. در اینجا که سرعت متحرک‌ها ثابت است، داریم:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = 10t + 100 \\ x_B = 20t - 200 \end{cases}$$

با توجه به اینکه تندی متحرک B بیشتر از متحرک A است، مرتباً به متحرک A نزدیک شده و بعد از رسیدن به متحرک A، از آن جلو می‌افتد، پس دوبار فاصله آنها از هم ۲۰ متر می‌شود.

$$|x_A - x_B| = 20m \Rightarrow \begin{cases} x_A - x_B = 20m \\ x_B - x_A = 20m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10t_1 + 100 - (20t_1 - 200) = 20 \rightarrow t_1 = 28s \\ 20t_2 - 200 - (10t_2 + 100) = 20 \rightarrow t_2 = 32s \end{cases} \rightarrow \Delta t = t_2 - t_1 = 4s$$

ابتدا مکان متحرک را در لحظه $t_p = 14s$ می‌یابیم. می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ برابر سرعت لحظه‌ای متحرک است. بنابراین داریم:



$$V_{t=12} = \text{شیب خط مماس بر } x - t = \frac{240}{8} = 30 \frac{m}{s}$$

از طرفی مطابق فرض سؤال داریم:

$$V_{t=12} = V_{av(2-14)} \rightarrow 30 = \frac{x_{14} - x_2}{14 - 2} \xrightarrow{x_2 = 60m} x_{14} - 60 = 360 \rightarrow x_{14} = 420m$$

در نهایت داریم:

$$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{60 - 0}{2} = 30 \frac{m}{s} \rightarrow \frac{V_{av}}{V'_{av}} = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$$

$$V'_{av} = \frac{x_{14} - x_{12}}{14 - 12} = \frac{420 - 240}{2} = 90 \frac{m}{s}$$

$$f = \{(2, a), (a, a^2 - 2), (a, 3a - 4), (a^2 - 6, b)\}$$

$$\text{شرط تابع بودن} \Rightarrow a^2 - 2 = 3a - 4 \Rightarrow a^2 - 3a + 2 = 0 \Rightarrow (a - 1)(a - 2) = 0 \Rightarrow a = 1, a = 2$$

$$a = 1: f = \{(2, 1), (1, -1), (-5, b)\} \Rightarrow b \in \mathbb{R} \Rightarrow b^2 \geq 0 \Rightarrow -b^2 \leq 0$$

$$a = 2: f = \{(2, 2), (2, 2), (2, b)\} \Rightarrow b = 2 \Rightarrow a^2 - b^2 = 4 - 4 = 0$$

باتوجه به رابطه (۱) گزینه ۴ صحیح است.

۳۷ - گزینه ۲ باتوجه به وجود $\frac{1}{x}$ در ضابطه تابع f ، پس $x = 0$ در دامنه تابع f قرار ندارد یعنی یکی از دو مقدار a و b برابر صفر است. (مثلاً $a = 0$). حال چون فقط یک عدد دیگر (b) در دامنه f وجود ندارد، دو حالت به وجود می‌آید.

حالت ۱- مخرج ریشه مضاعف دارد و آن ریشه مضاعف هم همان b است.

$$x^2 + 6x + k = 0 \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow 36 - 4k = 0 \Rightarrow k = 9 \Rightarrow x^2 + 6x + 9 = 0 \Rightarrow (x + 3)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow b = -3 \Rightarrow |k + a + b| = |9 + 0 - 3| = 6$$

حالت ۲- مخرج دو ریشه دارد که یکی از آنها $x = 0$ است.

$$x^2 + 6x + k = 0 \xrightarrow{x=0} k = 0 \Rightarrow x^2 + 6x = 0 \Rightarrow x(x + 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -6 \Rightarrow b = -6 \end{cases}$$

$$|k + a + b| = |0 + 0 - 6| = 6$$



ابتدا دامنه تعریف دو تابع f, g را به دست می آوریم:

$$D_f: 3 - x \geq 0 \rightarrow x \leq 3$$

$$D_g: x^2 + 2x = x(x+2) > 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} x < -2 \text{ یا } x > 0$$

$$\begin{aligned} D_{fog} &= \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x < -2 \text{ یا } x > 0 \mid \log_p^{x^2+2x} \leq 3\} \\ &= \{x < -2 \text{ یا } x > 0 \mid x^2 + 2x \leq 2^3\} = \{x < -2 \text{ یا } x > 0 \mid x^2 + 2x - 8 \leq 0\} \\ &= \{x < -2 \text{ یا } x > 0 \mid (x+4)(x-2) \leq 0\} = \{x < -2 \text{ یا } x > 0 \mid -4 \leq x \leq 2\} \\ &= -4 \leq x < -2 \text{ یا } 0 < x \leq 2 \Rightarrow D_{fog} = [-4, -2) \cup (0, 2] \end{aligned}$$

البته می توانیم $fog(x)$ را تشکیل داده (تابع را ساده نکنید) سپس دامنه ی آن را به دست آورید.

روش دوم:

$x = -1$: در دامنه تعریف g قرار ندارد. بنابراین در دامنه تعریف fog هم نباید باشد، یعنی هر گزینه ای که $x = -1$ دارد نادرست است. پس فقط گزینه چهارم درست است.

۳۹ - گزینه ۳

گزینه ۱ تابع نیست. $|x| + |y| = 1, x = 0 \Rightarrow |y| = 1 \Rightarrow y = \pm 1$

گزینه ۲ $y^2 + x^2 = -1 \Rightarrow y^2 = -x^2 - 1, x = -2 \Rightarrow y^2 = -(-2)^2 - 1 = 7$

$\Rightarrow y^2 = 7 \Rightarrow y = \pm\sqrt{7}$ تابع نیست.

گزینه ۳ $|y| + x^2 + 1 - 2x = 0 \Rightarrow |y| + (x-1)^2 = 0$

مجموع دو عبارت نامنفی زمانی صفر است که هر دو با هم صفر باشند.

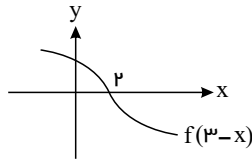
$y = 0, x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow \{(1, 0)\}$ تابع است.

گزینه ۴ $y = \begin{cases} x+2 & x \geq 0 \Rightarrow x=0 \Rightarrow y=2 \\ x-1 & x \leq 0 \Rightarrow x=0 \Rightarrow y=-1 \end{cases}$ تابع نیست.

۴۰ - گزینه ۲ f اکیداً صعودی و $y = 3 - x$ اکیداً نزولی است، پس ترکیب آن ها یعنی $f(3-x)$ اکیداً نزولی است. چون $f(1) = 0$ است، $x = 1$ صفر تابع $f(x)$ و $x = 2$ صفر تابع

$f(3-x)$ است.

پس به طور نمادین تابع $f(3-x)$ به صورت مقابل است.



$$g(x) = \sqrt{\frac{x-4}{f(3-x)}} \Rightarrow \frac{x-4}{f(3-x)} \geq 0$$

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$
$x-4$	-	-	0	+
$f(3-x)$	+	0	-	-
$\frac{x-4}{f(3-x)}$	-	+	0	-

$2 < x \leq 4 \Rightarrow$ اعداد صحیح ۳ و ۴

۴۱ - گزینه ۴

زمانی رابطه ای به شکل زوج مرتب تابع است که تمام زوج های مرتب آن مؤلفه های اول متفاوت داشته باشند یا اگر مؤلفه اول دو زوج مرتب یکسان بود مؤلفه های دومشان نیز با هم برابر باشند

$$\begin{cases} (3, m^3 - m) \\ (3, 0) \end{cases} \Rightarrow m^3 - m = 0 \Rightarrow m(m^2 - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \quad I \\ m^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \quad II \\ m = -1 \quad III \end{cases} \end{cases}$$

با فرض I:

$$m = 0 \Rightarrow \begin{cases} (-3m, m) = (0, 0) \\ (2m, 2) = (0, 2) \\ (m, 3) = (0, 3) \end{cases} \Rightarrow m \neq 0$$

فرض II:

$$m = 1 \Rightarrow \begin{cases} (1, -2) = (1, -2) \\ (m, 3) = (1, 3) \end{cases} \Rightarrow m \neq 1$$

فرض III:



$$m = -1 \Rightarrow \begin{cases} (-3m, m) = (3, -1) \\ (3, 0) \end{cases} \Rightarrow m \neq -1$$

پس گزینه ۴ درست است و هیچ مقداری برای m نیست تا f تابع شود.

۴۲ - گزینه ۱

تابع $\sqrt{x - f(x)} = \sqrt{4x - x^2}$ وقتی با معنی است که $4x - x^2 \geq 0$ باشد

$$4x - x^2 \geq 0 \rightarrow x(4 - x^2) \geq 0 \rightarrow \begin{array}{c|cccccc} x & -\infty & -2 & 0 & 2 & +\infty \\ \hline \text{عبارت} & + & \circ & - & \circ & - \end{array}$$

بنابراین دامنه‌ی تعریف تابع به صورت $[-\infty, -2] \cup [0, 2]$ است.

۴۳ - گزینه ۴

$$g(f(x)) = \frac{2\left(\frac{2x-1}{x+1}\right) + 2}{2 - \left(\frac{2x-1}{x+1}\right)} = \frac{4x - 2 + 2x + 2}{2x + 2 - 2x + 1} = \frac{6x}{3} = 2x$$

۴۴ - گزینه ۱ با توجه به نمودار $f(x)$ و دامنه‌ی تابع‌های رادیکالی داریم:

$$\sqrt{xf(x)}: \text{ دامنه} \rightarrow xf(x) \geq 0 \Rightarrow xy \geq 0 \xrightarrow{x, y \text{ باید هم علامت باشند}} [-2, 0] \cup [1, 4]$$

۴۵ - گزینه ۳ روش اول:

$$f(g(x)) = 8x^2 + 6x + 5 \rightarrow f(g(x)) = 8x^2 + 6x + 5 \rightarrow f(2x+1) = 8x^2 + 6x + 5$$

برای پیدا کردن $f(x)$ باید $2x + 1$ را مساوی t قرار دهیم.

$$2x + 1 = t \rightarrow 2x = t - 1 \rightarrow x = \frac{t-1}{2}$$

$$\text{پس: } f(t) = 8\left(\frac{t-1}{2}\right)^2 + 6\left(\frac{t-1}{2}\right) + 5 \rightarrow f(t) = 8\left(\frac{t^2 + 1 - 2t}{4}\right) + 3(t-1) + 5$$

$$\rightarrow f(t) = 2t^2 + 2 - 4t + 3t - 3 + 5 \rightarrow f(t) = 2t^2 - t + 4$$

$$\rightarrow f(x) = 2x^2 - x + 4$$

روش دوم: $f(2x+1) = 8x^2 + 6x + 5$ است. به جای x یک عدد دلخواه مثلاً صفر قرار می‌دهیم:

$$x = 0 \rightarrow f(1) = 5$$

گزینه‌ای درست است که اگر در آن $x = 1$ را قرار دهیم حاصل برابر ۵ شود که گزینه‌ی سوم است.