پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۲ رونویسی درون اندامک‌های راکیزه و سبزدیسه و همچنین باکتری‌ها، با عمل ترجمه در یک محل انجام می‌گیرد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱) یاخته‌های باکتری فاقد اندامک‌های درون یاخته‌ای هستند.

گزینهٔ ۳) این مورد مربوط به نخستین مرحله از فرایند ترجمه است.

گزینهٔ ۴) مرحله آغاز رونویسی با اتصال آنزیم رونویسی‌کننده (رنابسپاراز) به توالی راه‌انداز که نوعی توالی بین ژنی است، شروع می‌شود.

۲ - گزینه ۲ پیش‌مادهٔ آنزیم‌های مؤثر در فرایند همانندسازی و رونویسی DNA می‌باشد که به بررسی آن در گزینه‌ها خواهیم پرداخت.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: هلیکاز در همانندسازی ضمن شکستن پیوندهای هیدروژنی ساختاری Y شکل ایجاد می‌کند. همان‌طور که می‌دانید پیش‌مادهٔ این آنزیم DNA می‌باشد که در ساختار خود باز آلی یوراسیل ندارد.

گزینهٔ «۲»: آنزیم رنابسپاراز (RNA پلی‌مراز) موجب برقراری پیوند فسفودی‌استر میان نوکلئوتیدهایی با باز یوراسیل می‌شود. پیش‌مادهٔ تمامی رنابسپارازها (RNA پلیمراز) دنا می‌باشد که در فرایند رونویسی با تمامی مولکول‌های رنا در حال ساخت پیوندهای هیدروژنی برقرار کرده است.

گزینهٔ «۳»: دنابسپاراز (DNA پلیمراز) در هنگام فعالیت نوکلئازی خود موجب شکستن پیوندهای فسفودی‌استر می‌شود. پیش‌مادهٔ این آنزیم دنا می‌باشد که در جایگاه فعال آنزیم قرار می‌گیرد. همچنین می‌دانیم که آنزیم مؤثر در رونویسی رنابسپاراز (RNA پلیمراز) است که زیرواحدهای آمینواسیدی دارد.

گزینهٔ «۴»: آنزیم رنابسپاراز (RNA پلیمراز) در پروکاریوت‌ها هم، موجب شکسته شدن پیوندهای هیدروژنی می‌شود؛ ولی این یاخته‌ها فاقد هسته هستند.

۳ - گزینه ۴ در مراحل آغاز و پایان ترجمه، رنای ناقل و پادرمزه وارد جایگاه A نمی‌شود. در هر دو مرحله، زیرواحدهای رناتن می‌توانند به‌صورت جدا از هم دیده شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در مرحلهٔ طویل شدن، در جایگاه A پیوند پپتیدی تشکیل می‌شود. اگر رمزه ACU وارد جایگاه P رناتن شود، توالی UGA می‌تواند به‌عنوان پادرمزه در جایگاه P باشد.

گزینهٔ «۲»: در مرحلهٔ طویل شدن پیوند هیدروژنی شکسته و تشکیل می‌شود. (به‌ترتیب در جایگاه E و A) در مرحلهٔ پایان، جایگاه A توسط عوامل آزادکننده اشغال می‌شود.

گزینهٔ «۳»: در مرحلهٔ آغاز ترجمه فقط یک رنای ناقل در جایگاه P دیده می‌شود، اما در این مرحله خروج رنای ناقل بدون آمینواسید از جایگاه E مشاهده نمی‌شود.

۴ - گزینه ۲ بخش راه‌انداز رونویسی نمی‌شود، بنابراین رونوشت ندارد.

رد گزینهٔ ۱ محصول نهایی همهٔ ژن‌ها، پلی‌پپتید نیست، که همهٔ آنها پیوند پپتیدی داشته باشند.

رد گزینهٔ ۳ ممکن است در طول یک رنای پیک رمزه AUG چند بار تکرار شده باشد. در ضمن بیان همهٔ ژن‌ها لزوماً ترجمه لازم ندارد. محصول نهایی برخی ژن‌ها $rRNA$ است.

۵ - گزینه ۴ توالی TGA در دنا به‌صورت رمزه ACU درمی‌آید که پادرمزه UGA بر روی رنای ناقل مناسب می‌باشد.

۶ - گزینه ۳ اگر نیازی به محصول ژن نباشد، از آن ژن رونویسی صورت نمی‌گیرد. مفهوم تنظیم بیان ژن ریشه در آن دارد که یاخته در چه زمانی به آن ژن نیاز دارد تا آن را روشن کند، چرا که فرآیند پروتئین‌سازی برای یاخته هزینه‌بر است و بی‌جهت به مصرف انرژی نمی‌پردازد.

در مورد گزینهٔ «۱»: کدون‌های پایان هیچ آمینواسیدی را رمز نمی‌کنند.

در مورد گزینهٔ «۲»: در هوهسته‌ای‌ها (یوکاریوت‌ها) سه نوع رنابسپاراز (RNA پلیمراز) در هستهٔ یاخته وجود دارد (نه یک نوع)

در مورد گزینهٔ «۴»: در عمل پیرایش که برای بعضی از $mRNA$ها رخ می‌دهد، طول رنا کاهش می‌یابد نه برای همهٔ انواع رناها!

۷ - گزینه ۴ در مرحلهٔ آغاز و طویل‌شدن زنجیره‌ای از ریبونوکلئوتیدها ساخته می‌شود (درستی گزینهٔ ۱) اما در مرحلهٔ آغاز زنجیره به اندازه‌ای طویل نیست که از آنزیم رنابسپاراز (RNA پلیمراز) خارج شود (نادرستی گزینهٔ ۴).

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۲»: در هر دو مرحله پایان و طویل‌شدن می‌توانیم حرکت آنزیم RNA پلیمراز را مشاهده کنیم.

گزینه «۳»: در مرحلهٔ آغاز و طویل‌شدن می‌توان شکسته‌شدن پیوند هیدروژنی بین دئوکسی ریبونوکلئوتیدهای DNA توسط آنزیم RNA پلیمراز را مشاهده کرد.

۸ - گزینه ۱ این توالی می‌تواند مکملی در رنا داشته باشد به‌صورت UAA

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۲): می‌تواند برای ساخت پادرمزه UAA الگو باشد.

گزینهٔ (۳): ممکن است در ساخت انواع رنا الگو باشد.

گزینهٔ (۴): در ساختار رنا، باز T نداریم.

۹ - گزینه ۲ سلول‌هایی که شکل و کار متفاوتی دارند، پروتئین‌های مختلفی دارند، می‌دانیم رناهای پیک به پروتئین ترجمه می‌شوند، پس این سلول‌ها رناهای پیک متفاوتی نیز دارند.

۱۰ - گزینه ۲ برخی از مولکول‌های رنا دارای خاصیت آنزیمی هستند که در یاخته‌های یوکاریوتی ممکن است در هسته، میتوکندری یا کلروپلاست تولید شوند. در همهٔ این محل‌ها برای تولید مولکول رنا، نوعی آنزیم رنابسپاراز به بخشی از مولکول دنا متصل می‌شود.

۱۱ - گزینه ۳ کم‌خونی داسی‌شکل یک نوع جهش (از نوع جانشینی) یک جفت نوکلئوتید DNA در کروموزوم‌های مستقل از جنس است و درنتیجه اولین جایی که آسیب دیده، دنا DNA است.

۱۲ - گزینه ۲ اولین قدم برای ساختن پروتئین، رونویسی است. در رونویسی از یک ژن ممکن نیست همهٔ نوکلئوتیدهای آن مورد استفاده قرار بگیرند. چون ژن به بخشی از مولکول DNA (که دو رشته‌ای است) گفته می‌شود و در رونویسی از هر ژن، فقط یک رشته از آن به عنوان الگو مورد استفاده قرار می‌گیرد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: پیوندهای هیدروژنی در مراحل دوم و سوم رونویسی شکسته می‌شوند.

گزینهٔ «۳»: رونویسی در پروکاریوت‌ها با اتصال RNA پلی‌مراز به توالی راه‌انداز آغاز می‌شود.

گزینهٔ «۴»: اولین قدم برای ساخت پروتئین‌ها، رونویسی است، نه ترجمه!

۱۳ - گزینه ۳ گزینهٔ ۳ صحیح است زیرا ← در این مرحله بر روی کدون دوم در جایگاه A، هیچ $tRNA$یی قرار نمی‌گیرد و نوکلئوتیدهای کدون دوم، بدون مکمل باقی می‌مانند.

گزینهٔ ۱ نادرست است، زیرا ← این مرحله با تکمیل ساختار ریبوزوم به پایان می‌رسد ولی این گزینه مربوط به مرحله طویل شدن می‌باشد.

گزینهٔ ۲ نادرست است، زیرا ← تنها $tRNA$ آغازگر و متیونین آغازی در این مرحله وارد جایگاه P می‌شوند.

گزینهٔ ۴ نادرست است، زیرا ← در این مرحله هیچ پیوند پپتیدی بین آمینواسیدها تشکیل نمی‌گردد.

۱۴ - گزینه ۳ تعدادی از هورمون‌های هیپوتالاموس یعنی اکسی توسین و ضد ادراری در هیپوتالاموس سنتز و هیپوفیز پسین ترشح می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱) در هستهٔ نوکلئوتیدی آزاد سه فسفات نیز دیده می‌شود.

گزینهٔ ۲) در هیپوفیز پیشین ادامه نمی‌یابد بلکه فقط در هیپوفیز پسین ادامه می‌یابد.

گزینهٔ ۴) $tRNA$ که بوسیلهٔ رنابسپاراز ساخته می‌شود دارای پیوند هیدروژنی است.

۱۵ - گزینه ۴ فرآیند پیرایش فقط مخصوص یاخته‌های یوکاریوتی بوده و تنها درمورد رنای پیک رخ می‌دهد. اما فعالیت نوکلئازی رنابسپاراز که منجر به فرآیند ویرایش می‌شود، علاوه بر یوکاریوت‌ها در پروکاریوت‌ها نیز قابل مشاهده است. درنتیجه، پیرایش برخلاف ویرایش قطعاً درون هسته قابل مشاهده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در هر دو فرآیند تمامی طول ژن مورد استفاده قرار می‌گیرد. نکتهٔ حائز اهمیت آن است که در طی همانندسازی برخلاف رونویسی تمامی طول دنا مورد استفاده قرار می‌گیرد.

گزینهٔ (۲): قانون چارگاف درمورد کل مولکول دنا صادق است؛ نه یک رشته از آن.

گزینهٔ (۳): پیوند فسفودی‌استر در رشتهٔ تازه ساخت دنا حین ویرایش و در رشتهٔ رنا حین پیرایش دچار هیدرولیز می‌گردد.

۱۶ - گزینه ۴ واکنش موازنه شده به‌صورت روبه‌رو است:

$$۲RCOONa + CaCl_۲ \rightarrow (RCOO)_۲Ca + ۲NaCl$$

ابتدا، مقدار صابونی که با آب سخت به‌طور کامل واکنش می‌دهد را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{صابون } ۴٫۷۲g = \frac{\text{صابون } ۲۳۶g}{\text{صابون } ۱mol} \times \frac{\text{صابون } ۲mol}{۱mol\ CaCl_۲} \times \frac{۱mol\ Ca^{۲+}}{۱mol\ CaCl_۲} \times \frac{۱mol\ Ca^{۲+}}{۴۰g\ Ca^{۲+}} \times \frac{۲۰۰۰g\ Ca^{۲+}}{۱۰^۶g \text{ محلول}} \times \frac{۱g \text{ محلول}}{۱mL \text{ محلول}} \times ۲۰۰mL \text{ محلول}$$

با توجه به اینکه جرم صابون موردنیاز برابر ۴٫۷۲ گرم است، بنابراین تمام صابون اضافه شده (۱۰۰%) به حالت رسوب در می‌آید.

۱۷ - گزینه ۲ فرمول صابون جامد ۲۰ کربنه به‌صورت $C_{۱۹}H_{۳۹}COO^-Na^+$ می‌باشد و واکنش این صابون با منیزیم کلرید به‌صورت زیر است:

$$۲C_{۱۹}H_{۳۹}COONa(aq) + MgCl_۲(aq) \rightarrow (C_{۱۹}H_{۳۹}COO)_۲Mg(s) + ۲NaCl(aq)$$

از غلظت نمک خوراکی $(NaCl)$ حاصل به مقدار صابون شرکت‌کرده در واکنش می‌رسیم:

$$\text{صابون } ۳٫۳۴g = \frac{\text{صابون } ۳۳۴g}{\text{صابون } ۱mol} \times \frac{\text{صابون } ۲mol}{۲molNaCl} \times \frac{۲٫۵ \times ۱۰^{-۳}molNaCl}{\text{محلول } ۱L} \times \text{محلول } ۴L = \text{صابون } ?g$$

$$\text{درصد صابون شرکت‌نکرده در واکنش} = \frac{۱۶٫۷ - ۳٫۳۴}{۱۶٫۷} \times ۱۰۰ = ۸۰\%$$

۱۸ - گزینه ۲ بررسی موارد:

- مورد اول : نادرست. جامدهای یونی اکسیژن‌دار، باز آرنیوس به شمار می‌آیند مانند $Na_۲O$.

- مورد دوم: درست. به موادی که انحلال آنها در آب به‌صورت یونی باشد، محلول الکترولیت می‌گویند و تفاوتی ندارد که میزان انحلال‌پذیری آنها چقدر است. فقط این نکته اهمیت دارد که هر مقدار که در آب حل می‌شود چه کم باشد (کم‌محلول)، و چه زیاد (محلول) به‌صورت یونی حل شود.

- مورد سوم: درست. مانند HCl که یک ترکیب مولکولی است امّا در آب یونیده شده و محلول آن رسانای قوی جریان برق است.

- مورد چهارم: نادرست. در لحظهٔ تعادل یونش اسید ضعیف، لزوماً غلظت مولی یون‌ها با غلظت مولکول‌های یونیده‌نشدهٔ اسید برابر نیست بلکه به غلظت اوّلیه اسید و ثابت یونش اسید بستگی دارد.

۱۹ - گزینه ۳ بررسی موارد:

مورد الف) درست است.

مورد ب) نادرست؛ علاوه‌بر زنجیرهٔ هیدروکربنی حلقهٔ بنزنی نیز جزو بخش ناقطبی آن محسوب می‌شود.

پ) درست است.

ت) نادرست؛ در ساختار این پاک‌کننده ۹ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

۲۰ - گزینه ۲ فرمول عمومی صابون مایع که در آن فلز به‌کار رفته باشد، به‌صورت $RCOOK$ خواهد بود. از طرف دیگر، چون زنجیر هیدروکربنی R دارای یک پیوند دوگانه است، پس می‌توان $R = C_nH_{۲n-۱}$ در نظر گرفت. همچنین از آنجا که تعداد کل اتم های کربن صابون برابر ۱۸ است، پس n برابر با ۱۷ خواهد بود و فرمول صابون به‌صورت زیر می‌باشد:

$$C_{۱۷}H_{۳۳}COOK \text{ یا } C_{۱۸}H_{۳۳}O_۲K$$

$$\text{درصد جرمی فلز} = \frac{\text{جرم } K}{\text{جرم صابون}} \times ۱۰۰ = \frac{۳۹}{۳۲۰} \times ۱۰۰ \simeq ۱۲٫۱۸$$

۲۱ - گزینه ۲ ابتدا باید تعداد اتم‌های کربن و هیدروژن را در پاک‌کنندهٔ صابونی به دست آوریم:

فرمول عمومی پاک‌کننده‌های صابونی به‌صورت $C_nH_{۲n-۱}O_۲Na$ است.

$$\frac{۴۵}{۸} = \frac{\text{درصد جرمی کربن}}{\text{درصد جرمی اکسیژن}} = \frac{n \times ۱۲}{۲ \times ۱۶} \Rightarrow n = ۱۵$$

$$\text{تعداد اتم‌های هیدروژن} = ۲(۱۵) - ۱ = ۲۹$$

فرمول عمومی پاک‌کننده‌های غیرصابونی با زنجیر هیدروکربنی سیر شده به‌صورت $C_nH_{۲n+۱}C_۶H_۴SO_۳Na$ است.

$$۲n + ۱ + ۴ = ۲۹ \Rightarrow n = ۱۲$$

$$\Rightarrow \text{فرمول شیمیایی پاک کنندهٔ غیرصابونی} = C_{۱۸}H_{۲۹}SO_۳Na$$

$$\text{درصد جرمی اتم گوگرد} = \frac{\text{جرم اتم گوگرد}}{\text{جرم ترکیب}} \times ۱۰۰ = \frac{۱(۳۲)}{۱۸(۱۲) + ۲۹(۱) + ۱(۳۲) + ۳(۱۶) + ۱(۲۳)} \times ۱۰۰ = \frac{۳۲}{۳۴۸} \times ۱۰۰ = ۹٫۲\%$$

۲۲ - گزینه ۲

$$BaO(s) + H_۲O(l) \rightarrow Ba^{۲+}(aq) + ۲OH^-(aq)$$

هر مول CaO، ۳ مول یون ایجاد می‌کند؛ بنابراین ۳ مول از آن ۹ مول یون تولید می‌کند. پس در هر ۹ لیتر آب، ۹ مول یون وجود خواهد داشت و غلظت یون‌های تولیدشده ۱ مول بر لیتر می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: شیمی‌دان‌ها از جمله آرنیوس، قبل از توصیف علمی اسیدها و بازها، با برخی ویژگی‌ها و واکنش‌های بین این مواد آشنا بودند.

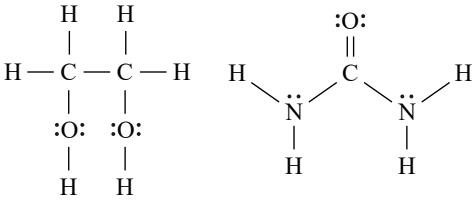
گزینهٔ «۳»: این عنصر یک نافلز $(_{۱۶}S)$ است و اکسیدهای نافلزی، اسید آرنیوس محسوب می‌شوند.

گزینهٔ «۴»: نادرست است. زیرا سرکه یک اسید است و در محلول‌های اسیدی $\frac{[H_۳O^+]}{[OH^-]} > ۱$ یا $\frac{[OH^-]}{[H_۳O^+]} < ۱$ می‌باشد.

۲۳ - گزینه ۳ اتیلن گلیکول به‌دلیل داشتن پیوند $O-H$ و اوره به‌دلیل داشتن پیوند $N-H$ می‌توانند با مولکول‌های خود و یا با مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی برقرار کنند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: اتیلن گلیکول دارای دو گروه هیدروکسیل است و اوره چهار جفت الکترون ناپیوندی دارد.



گزینهٔ «۲»: روغن زیتون با فرمول مولکولی $C_{۵۷}H_{۱۰۴}O_۶$ دارای ۳ نوع عنصر است و وازلین با فرمول مولکولی $C_{۲۵}H_{۵۲}$ دارای ۲ نوع عنصر است و وازلین در دستهٔ آلکان‌ها طبقه‌بندی می‌شود.

فرمول عمومی آلکان‌ها $C_nH_{۲n+۲}$ است.

گزینهٔ «۴»: وازلین و بنزین $(C_۸H_{۱۸})$ هر دو هیدروکربن هستند و گشتاور دوقطبی آن‌ها حدود صفر است.

۲۴ - گزینه ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱) هر دو مولکول حاوی H متصل به عناصر N یا O هستند.

گزینهٔ ۲) اتیلن گلیکول (ضد یخ) یک الکل دو عاملی $HO-CH_۲-CH_۲-OH$ است.

گزینهٔ ۳) در اسیدهای چرب ($RCOOH$)، زنجیرهٔ R طولانی بوده و بخش ناقطبی غالب است که باعث می‌شود ماده در آب نامحلول باشد.

گزینهٔ ۴) فرمول روغن زتون به‌صورت $C_{۵۷}H_{۱۰۴}O_۶$ می‌باشد.

۲۵ - گزینه ۳ قدرت پاک‌کنندگی صابون‌ها در آب‌های سخت کاهش می‌یابد و آب‌های سخت دارای یون‌های کلسیم و منیزیم است. این یون‌ها مربوط به گروه قلیایی خاکی هستند نه گروه قلیایی.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: پارچه‌های نخی نسبت به پارچه‌های پلی‌استر، چسبندگی کمتری به چربی‌ها دارند.

گزینهٔ ۲: افزایش دما قدرت پاک‌کنندگی صابون‌ها را افزایش می‌دهد.

گزینهٔ ۴: صابون همانند الکل‌ها دارای هر دو بخش قطبی و ناقطبی می‌باشد.

۲۶ - گزینه ۴ از معادلهٔ مستقل از شتاب کمک می‌گیرید.

$$\Delta x = \frac{v_۰ + v}{۲}\Delta t \Rightarrow -۱۲۲٫۵ - ۰ = \frac{۰ + v}{۲} \times ۵ \Rightarrow v = -۴۹m/s \Rightarrow |v| = ۴۹m/s$$

۲۷ - گزینه ۱ برای این که دو متحرک به یکدیگر برخورد نکنند باید مجموع اندازهٔ جابه‌جایی آن‌ها تا لحظهٔ توقف برابر با ۸۰ متر باشد. با استفاده از معادلهٔ سرعت - جابه‌جایی، داریم:

$$v^۲ = v_۰^۲ + ۲a\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{v^۲ - v_۰^۲}{۲a} \Rightarrow |\Delta x_۱| = \frac{|۰ - ۱۶^۲|}{۲|a|}\ ,\ |\Delta x_۲| = \frac{|۰ - ۲۰^۲|}{۲|a|}$$

$$|\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 80 \Rightarrow \frac{16^2}{2|a|} + \frac{20^2}{2|a|} = 80 \Rightarrow |a| = 4/1 \frac{m}{s^2}$$

۲۸ - گزینه ۳ ابتدا با استفاده از معادلهٔ سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت، شتاب حرکت کامیون را محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \Rightarrow 0 = (\frac{72}{3/6})^2 + 2a \times 50 \Rightarrow a = -4\frac{m}{s^2}$$

جابه‌جایی کامیون در یک ثانیهٔ ابتدایی بعد از ترمز برابر است با:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = \frac{1}{2} \times (-4) \times 1^2 + 20 \times 1 \Rightarrow \Delta x_1 = 18m$$

برای محاسبهٔ جابه‌جایی در یک ثانیهٔ انتهایی حرکت قبل از توقف، می‌توان حرکت را معکوس در نظر گرفت. به‌این صورت که فرض کنیم کامیون از حال سکون و با شتاب $4\frac{m}{s^2}$ در مسیری مستقیم شروع به حرکت کرده است و جابه‌جایی آن در یک ثانیهٔ ابتدایی حرکتش برابر است با:

$$|\Delta x_2| = \frac{1}{2}|a|t^2 + v'_0 t = \frac{1}{2} \times 4 \times 1^2 + 0 \Rightarrow \Delta x_2 = 2m$$

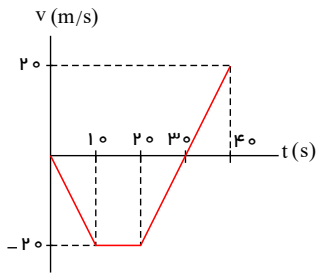
بنابراین:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{18}{2} = 9$$

۲۹ - گزینه ۳

$$\begin{cases} \Delta v(\text{ثانیهٔ اول } 10) = -2 \times 10 = -20 \frac{m}{s} \\ \Delta v(\text{ثانیهٔ دوم } 10) = 0 \\ \Delta v(\text{ثانیهٔ آخر } 20) = 2 \times (40 - 20) = +40 \frac{m}{s} \end{cases}$$

در بازهٔ زمانی $20s$ تا ۳۵ ثانیه حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است و متحرک یک بار تغییر جهت می‌دهد.



۳۰ - گزینه ۳

ابتدا سرعت و جابه‌جایی متحرک را پس از $20s$ به‌دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 20 + 0 \Rightarrow v = 40\frac{m}{s}$$

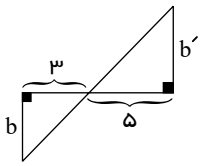
$$\Delta x_1 = \frac{v + v_0}{2}\Delta t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{40 + 0}{2} \times 20 = 400m$$

در مرحله دوم بیان شده سرعت متحرک با آهنگ ثابت $4m/s^2$ کاهش می‌یابد یعنی شتاب متحرک در این مرحله $-4m/s^2$ است.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x_2 \Rightarrow 0 - (40)^2 = 2(-4)\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 200m$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = 400 + 200 = 600m$$

۳۱ - گزینه ۳ ساده‌ترین راه، رسم نمودار $(v - t)$ و استفاده از مساحت زیر نمودار آن‌هاست:



$$\Rightarrow \frac{b'}{b} = \frac{5}{3} \Rightarrow b' = \frac{5}{3}b$$

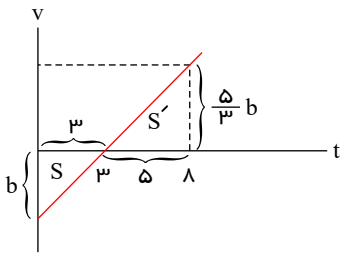
$$|S| = \frac{1}{2}(3)(b) = \frac{3b}{2}$$

$$S' = \frac{1}{2}(\frac{5}{3}b)(5) = \frac{25}{6}b$$

$$\Delta x = S' - |S| = \frac{8}{3}b$$

$$L = S' + |S| = \frac{34}{6}b$$

$$\frac{\Delta x}{L} = \frac{\frac{8}{3}b}{\frac{34}{6}b} = \frac{8}{17}$$



۳۲ - گزینه ۴ سرعت در $t = ۰$ در جهت محور x است (دقت کنید در جهت محور x بودن الزاماً به مفهوم $x > ۰$ بودن نیست بلکه یعنی جهت سرعت متحرک در جهت $(+)$ محور x است، درحالی که ممکن است $x < ۰$ باشد.) پس $v_۰ > ۰$.

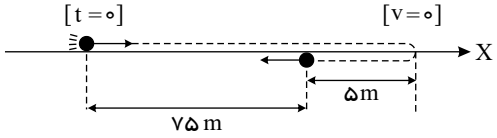
به کمک سرعت متوسط در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت جابه‌جایی متحرک را می‌یابیم:

$$\vec{v_{av}} = \frac{\vec{\Delta x}}{\Delta t} = ۷/۵\vec{i} \Rightarrow (\frac{\Delta x}{\Delta t})\vec{i} = ۷/۵\vec{i}$$
$$\Rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta t} = ۷/۵ \Rightarrow \Delta x = ۷/۵ \times ۱۰ = ۷۵m \quad (۱)$$

تندی متوسط متحرک در همین مدت $۸/۵\frac{m}{s}$ شده است، از اینکه تندی متوسط متحرک بیشتر از سرعت متوسط متحرک شده است، در می‌یابیم که الزاماً متحرک تغییر جهت داده است. یعنی مسافت طی شده بیشتر از جابه‌جایی است.

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{L}{۱۰} = ۸/۵ \Rightarrow L = ۸۵m \quad (۲)$$

با توجه به مقادیر (۱) و (۲):

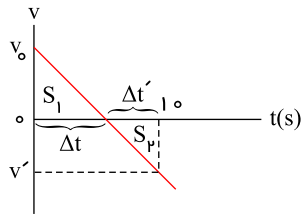


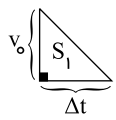
حرکت شتابدار با شتاب ثابت است. نمودار $(v - t)$ یک خط مایل است با $v_۰ > ۰$

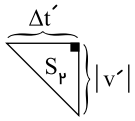
$$(۱)\ ,\ (۲) \Rightarrow S_۱ = ۸۰m\ ,\ S_۱ + |S_۲| = ۸۵m \Rightarrow |S_۲| = ۵m$$

$$\frac{|v'|}{v_۰} = \frac{\Delta t'}{\Delta t}\ ,\ \begin{cases} S_۱ = \frac{۱}{۲}v_۰\Delta t = ۸۰ \\ S_۲ = \frac{۱}{۲}|v'|\Delta t' = ۵ \end{cases}$$

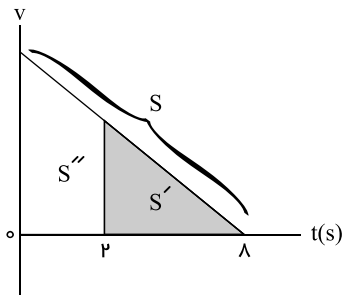
$$\Rightarrow \frac{|v'|}{|v|} \times \frac{\Delta t'}{\Delta t} = \frac{۵}{۸۰} = \frac{۱}{۱۶} \quad (۳)$$
$$\xrightarrow{(۳)} (\frac{\Delta t'}{\Delta t})^۲ = \frac{۱}{۱۶} \Rightarrow \frac{\Delta t'}{\Delta t} = \frac{۱}{۴}\ \frac{\Delta t'}{۱۰ - \Delta t'} = \frac{۱}{۴}$$
$$\Rightarrow \Delta t' = ۲s \Rightarrow \Delta t = ۸s$$



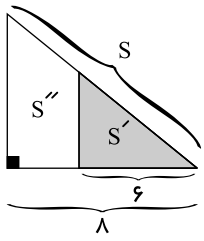




$$\Rightarrow S' = ?$$
$$\Rightarrow S''_{(۰-۲s)} = \Delta x = L = ?$$
$$\Rightarrow S_۱ = ۸۰m$$



$$\Rightarrow \frac{S'}{S} = (\frac{۶}{۸})^۲ = \frac{۹}{۱۶} \Rightarrow \frac{S'}{۸۰} = \frac{۹}{۱۶}$$
$$\Rightarrow S' = ۴۵ \Rightarrow \text{مجهول سؤال} = S - S' = ۸۰ - ۴۵ = ۳۵m$$



توجه: می‌توان پس از مشخص شدن $\Delta t = ۸s$، از روش زیر بهره برد به نحوی که: در بازهٔ زمانی $(۰ - ۸s)$ و $(۲s - ۸s)$، به مسئله وارونه نگاه کنیم تا $v_۰ = ۰$ شود. آنگاه:

ازمون سیمی ۲۵مهر

$$(۰ \to ۸s) \to (۸s \to ۰) \Rightarrow \begin{cases} v_۰ = v_{(t=۸s)} = ۰ \\ |\Delta x| = \frac{۱}{۲}a\Delta t^۲ \Rightarrow ۸۰ = \frac{۱}{۲}|a| \times ۸^۲ \Rightarrow |a| = ۲/۵\frac{m}{s^۲} \end{cases}$$

$$(۲s \to ۸s) \to (۸s \to ۲s) \begin{cases} v_۰ = v_{(t=۸s)} = ۰ \\ |\Delta x| = \frac{۱}{۲}a\Delta t^۲ = \frac{۱}{۲}(۲/۵)۶^۲ = ۴۵m \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مجهول تست} = S - S' = ۸۰ - ۴۵ = ۳۵m$$

۳۳ - گزینه ۴ قضیهٔ کار و انرژی جنبشی را دو بار، یکی در مرحلهٔ رفت و دیگری در مرحلهٔ برگشت، به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$W_t = \Delta K$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{بالا رفتن} \to W_{mg} + W_{fk} = \Delta K \Rightarrow -mgh - f_k d = \frac{۱}{۲}m(۰^۲ - v_۱^۲) \quad (۱) \\ \text{پایین آمدن} \to W_{mg} + W_{fk} = \Delta K \Rightarrow mgh - f_k d = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - ۰^۲) \quad (۲) \end{array}\right\}$$

$$(۲), (۱) \Rightarrow ۲\cancel{m}\, gh = \frac{۱}{۲}\cancel{m}\,(v_۲^۲ + v_۱^۲)$$

$$\to \boxed{h = \frac{v_۱^۲ + v_۲^۲}{۴g}}$$

$$h = \frac{v_۱^۲ + v_۲^۲}{۴g} = \frac{۱۰^۲ + ۵^۲}{۴ \times ۱۰} = \frac{۱۲۵}{۴۰} = ۳/۱۲۵m$$

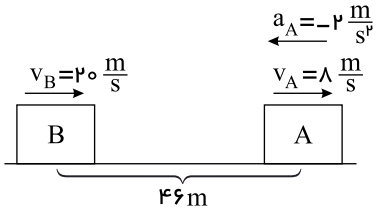
$$\sin ۳۰ = \frac{\text{مقابل } h}{\text{وتر } d} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{۳/۱۲۵}{d} \Rightarrow \boxed{d = ۶/۲۵m}$$

۳۴ - گزینه ۱ با توجه به اینکه نیروی باد (که در اینجا کار انجام می‌دهد) و جابه‌جایی قایق‌ها یکسان است، کار کل انجام‌شده روی آنها یکسان، پس طبق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی، تغییر انرژی جنبشی آنها نیز یکسان است. بنابراین داریم:

$$W_t = \Delta K = K_f - K_i \xrightarrow{k_i = ۰} W_t = K_f \Rightarrow \frac{W_{t۲}}{W_{t۱}} = \frac{(\frac{۱}{۲}mv_f^۲)_۲}{(\frac{۱}{۲}mv_f^۲)_۱} \xrightarrow{W_{t۲} = W_{t۱}} \frac{m_۲}{m_۱}(\frac{v_{f۲}}{v_{f۱}})^۲ = ۱ \xrightarrow{m_۲ = ۴m_۱} ۴ \times (\frac{v_{f۲}}{v_{f۱}})^۲ = ۱ \Rightarrow (\frac{v_{f۱}}{v_{f۲}})^۲ = ۴ \Rightarrow \frac{v_{f۱}}{v_{f۲}} = ۲$$

۳۵ - گزینه ۲ با توجه به طولانی بودن متن سوال، سعی می‌کنیم که شکل سوال را مرحله به مرحله رسم کنیم و به تحلیل سوال بپردازیم.

در مرحلهٔ اول داریم:



دقت کنید که حرکت متحرک A کندشونده است.

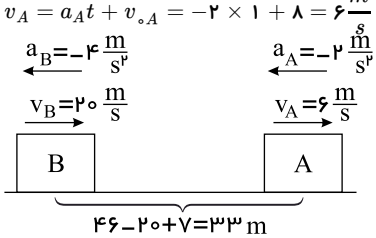
در مدت یک ثانیه، جابه‌جایی هر یک را می‌یابیم.

$$\Delta x_A = \frac{۱}{۲}a_A t^۲ + v_{۰A}t = \frac{۱}{۲}(-۲)(۱)^۲ + ۸ \times ۱ = ۷m$$

$$\Delta x_B = v_B t = ۲۰ \times ۱ = ۲۰m$$

پس از یک ثانیه از شروع حرکت کندشوندهٔ A داریم:

$$v_A = a_A t + v_{۰A} = -۲ \times ۱ + ۸ = ۶\frac{m}{s}$$



از اینجا به بعد، معادلهٔ حرکت هریک را می‌نویسیم تا لحظهٔ به هم رسیدن آنها را بیابیم:

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0 \xrightarrow[x_{0A}=33m]{x_{0B}=0} \begin{cases} x_A=\frac{1}{2}(-2)t^2+6t+33 \\ x_B=\frac{1}{2}(-4)t^2+20t \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_A=-t^2+6t+33 \\ x_B=-2t^2+20t \end{cases} \xrightarrow{x_A=x_B} -t^2+6t+33=-2t^2+20t$$

$$\Rightarrow t^2-14t+33=0 \Rightarrow \begin{cases} t_1=3s \\ t_2=11s \end{cases}$$

پس در $t_1=3s$ خودروی B به A می‌رسد. در این لحظه داریم:

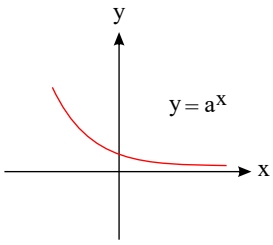
$$v=at+v_0 \Rightarrow v_B=-4\times 3+20 \Rightarrow v_B=8\frac{m}{s}$$

سؤال: از کجا فهمیدید که در $t=11s$ به هم نمی‌رسند؟

پاسخ: با توجه به اینکه وقتی دو متحرک در فاصلهٔ ۳۳ متری هم هستند، حرکت آنها کندشونده است، متحرک A بعد از $t_{S_A}=|\frac{v_{0A}}{a_A}|=\frac{6}{2}=3s$

و متحرک B بعد از $t_{S_B}=|\frac{v_{0B}}{a_B}|=\frac{20}{4}=5s$ متوقف می‌شوند؛ پس حرکت آنها کمتر از ۱۱ ثانیه طول می‌کشد.

۳۶ - گزینه ۲ تابع $y=a^x$ به‌ازای $0<a<1$ اکیداً نزولی است و به صورت



است و به‌ازای $a=0$ و $a=1$ تابع ثابت و درنتیجه هم صعودی و هم نزولی است پس برای آنکه تابع داده شده نزولی باشد باید:

$$0\le\frac{3m+1}{4}\le 1 \to 0\le 3m+1\le 4 \to -1\le 3m\le 3 \to \frac{-1}{3}\le m\le 1$$

که در این بازه، اعداد صحیح صفر و یک قرار دارند.

۳۷ - گزینه ۱

$$\begin{cases} f(x)=x^2-x-2 \Rightarrow f(g(x))=(g(x))^2-(g(x))-2 \\ f(g(x))=x^2+x-2 \end{cases}$$

حال با تغییر متغیر $g(x)=t$ و تساوی دو رابطه‌ی بالا داریم:

$$\Rightarrow t^2-t-2=x^2+x-2 \Rightarrow t^2-t=x^2+x$$

$$\Rightarrow (t-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}=(x+\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4} \to (t-\frac{1}{2})^2=(x+\frac{1}{2})^2$$

$$\Rightarrow (t-\frac{1}{2})=\pm(x+\frac{1}{2})$$

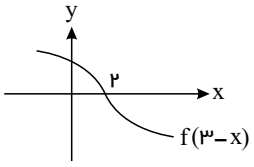
$$\Rightarrow \begin{cases} t-\frac{1}{2}=x+\frac{1}{2} \Rightarrow t=x+1 \Rightarrow g(x)=x+1 \\ t-\frac{1}{2}=-x-\frac{1}{2} \Rightarrow t=-x \Rightarrow g(x)=-x \end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} (f+g)(x)=f(x)+g(x)=x^2-x-2+(-x)=x^2-2x-2 \\ (f+g)(x)=f(x)+g(x)=x^2-x-2+x+1=x^2-1 \end{cases}$$

۳۸ - گزینه ۲ f اکیداً صعودی و $y=3-x$ اکیداً نزولی است، پس ترکیب آن‌ها یعنی $f(3-x)$ اکیداً نزولی است. چون $f(1)=0$ است، $x=1$ صفر تابع $f(x)$ و $x=2$ صفر تابع $f(3-x)$ است.

پس به‌طور نمادین تابع $f(3-x)$ به‌صورت مقابل است.



$$g(x)=\sqrt{\frac{x-4}{f(3-x)}} \Rightarrow \frac{x-4}{f(3-x)}\ge 0$$

$\Rightarrow$

x	$-\infty$		۲		۴		$+\infty$
$x-۴$		$-$		$-$	۰	$+$	
$f(۳-x)$		$+$	۰	$-$		$-$	
$\frac{x-۴}{f(۳-x)}$		$-$	ت ن	$+$	۰	$-$	

۴ و ۳ : اعداد صحیح $۲ < x \leq ۴ \Rightarrow$

۳۹ - گزینه ۲ می‌دانیم اگر $f(a)=b$ باشد آن‌گاه $f^{-۱}(b)=a$ است.

$$f^{-۱}(g(۲a))=۶ \Rightarrow f(۶)=۳=g(۲a)=\frac{۲a}{۲a-۱} \Rightarrow ۶a-۳=۲a \Rightarrow ۴a=۳ \Rightarrow a=\frac{۳}{۴}$$

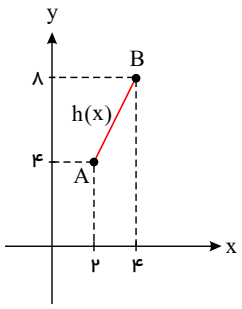
۴۰ - گزینه ۲ می‌دانیم ترکیب هرتابع وارون‌پذیر با تابع وارونش، تابع همانی است و داریم:

$$(f^{-۱}of)(x)=x\ ,\ x\in D_f \qquad , \qquad (fof^{-۱})(x)=x\ ,\ x\in R_f$$

ابتدا دامنه و برد تابع را می‌یابیم.

$$f(x)=\sqrt{۴-x}+۲\ ,\ ۴-x\geq ۰ \Rightarrow x\leq ۴ \Rightarrow D_f=(-\infty,۴]$$

$$\sqrt{۴-x}\geq ۰ \Rightarrow \sqrt{۴-x}+۲\geq ۲ \Rightarrow f(x)\geq ۲ \Rightarrow R_f=[۲,+\infty)$$
$$h(x)=(fof^{-۱})(x)+(f^{-۱}of)(x) \Rightarrow D_h=D_{fof^{-۱}}\cap D_{f^{-۱}of}=D_{f^{-۱}}\cap D_f=R_f\cap D_f=[۲,۴]$$
$$\Rightarrow h(x)=x+x=۲x\ ,\ x\in[۲,۴]$$



$$\Rightarrow AB=\sqrt{(۴-۲)^۲+(۸-۴)^۲}=\sqrt{۴+۱۶}=\sqrt{۲۰}=۲\sqrt{۵}$$

۴۱ - گزینه ۲

برای پیدا کردن ضابطهٔ تابع وارون ابتدا x را برحسب y به‌دست می‌آوریم و سپس جای x و y را عوض می‌کنیم.

$$f(x)=y=x+\sqrt{x}=(\sqrt{x}+\frac{۱}{۲})^۲-\frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{۴y+۱}{۴}=(\sqrt{x}+\frac{۱}{۲})^۲$$
$$\Rightarrow \sqrt{x}+\frac{۱}{۲}=\frac{\sqrt{۴y+۱}}{۲} \Rightarrow x=(\frac{\sqrt{۴y+۱}-۱}{۲})^۲$$
$$\xrightarrow[\text{عوض می‌کنیم}]{\text{جای } x \text{ و } y \text{ را}} y=(\frac{\sqrt{۴x+۱}-۱}{۲})^۲=f^{-۱}(x) \Rightarrow \begin{cases} a=۴ \\ b=۲ \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b}=۲$$

۴۲ - گزینه ۴

$$f^{-۱}=\{(۲,۱),(۵,۲),(۳,۰),(-۱,۴)\} \quad , \quad g=\{(۲,۳),(-۱,۴),(۴,۱),(۳,۰)\}$$

$$gof^{-۱}(x)=g(f^{-۱}(x))= \begin{matrix} g(f^{-۱}(۲))=g(۱)=\varnothing \\ g(f^{-۱}(۵))=g(۲)=۳ \\ g(f^{-۱}(۳))=g(۰)=\varnothing \\ g(f^{-۱}(-۱))=g(۴)=۱ \end{matrix} \Rightarrow gof^{-۱}(x)=\{(۵,۳)\ ,\ (-۱,۱)\}$$

۴۳ - گزینه ۴ توجه کنید اگر $x=-۳$ باشد $g(-۳)=f(-۱)$ است.

$$f^{-۱}\left(g^{-۱}(f(-۱))\right)=f^{-۱}\left(g^{-۱}(g(-۳))\right)=f^{-۱}(-۳)=\frac{(-۳)^۳}{۹}+\sqrt[۳]{-۲۷}$$
$$=-۳-۳=-۶$$

توجه کنید اگر $x\in D_g$ باشد آن‌گاه $g^{-۱}(g(x))=x$ است به همین علت $g^{-۱}(g(-۳))=-۳$ است.

۴۴ - گزینه ۲ می‌دانیم اگر $f(a)=b$ باشد آن‌گاه $f^{-۱}(b)=a$ است.

$$g^{-۱}of^{-۱}(a)=۸ \rightarrow g^{-۱}(f^{-۱}(a))=۸ \rightarrow f^{-۱}(a)=g(۸) \rightarrow f^{-۱}(a)=\sqrt{۵(۸)+۹}=\sqrt{۴۹}=۷$$

$$\rightarrow f^{-۱}(a)=۷ \rightarrow f(۷)=a \rightarrow a=۳$$

۴۵ - گزینه ۱ برای پیدا کردن ضابطهٔ معکوس یک تابع کافی است x را برحسب y به‌دست آوریم و در آخر جای x و y را عوض می‌کنیم.

$$y = \underbrace{x^{۲} + ۶x} - ۱ \to y = (x+۳)^{۲} - ۹ - ۱ \to y = (x+۳)^{۲} - ۱۰$$

$$\to (x+۳)^{۲} = y + ۱۰ \to \underbrace{x+۳} = \pm\sqrt{y+۱۰} \xrightarrow{x \le -۴} x + ۳ = -\sqrt{y+۱۰}$$

$$\to x = -۳ - \sqrt{y+۱۰} \to f^{-۱}(x) = -۳ - \sqrt{x+۱۰}$$

از طرفی دامنهٔ تابع معکوس همان برد تابع اصلی است.

$$y = (x+۳)^{۲} - ۱۰ \xrightarrow{x \le -۴} x + ۳ \le -۱ \to (x+۳)^{۲} \ge ۱ \to (x+۳)^{۲} - ۱۰ \ge -۹$$

$$\to y \ge -۹ \to D_{f^{-۱}} = x \ge -۹$$