پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱ ابتدا تمام زوایا را برحسب ۱۵° می‌نویسیم:

$$\cos ۲۸۵^\circ = \cos(۲۷۰^\circ + ۱۵^\circ) = \sin ۱۵^\circ \quad , \quad \sin ۲۵۵^\circ = \sin(۲۷۰^\circ - ۱۵^\circ) = -\cos ۱۵^\circ$$
$$\sin ۵۲۵^\circ = \sin(۵۴۰^\circ - ۱۵^\circ) = \sin(۱۸۰^\circ - ۱۵^\circ) = \sin ۱۵^\circ \quad , \quad \sin ۱۰۵^\circ = \sin(۹۰^\circ + ۱۵^\circ) = \cos ۱۵^\circ$$

بنابراین داریم: $\dfrac{\cos ۲۸۵^\circ - \sin ۲۵۵^\circ}{\sin ۵۲۵^\circ - \sin ۱۰۵^\circ} = \dfrac{\sin ۱۵^\circ + \cos ۱۵^\circ}{\sin ۱۵^\circ - \cos ۱۵^\circ}$

صورت و مخرج را بر $\cos ۱۵^\circ$ تقسیم می‌کنیم. در نتیجه:

$$\frac{\tan ۱۵^\circ + ۱}{\tan ۱۵^\circ - ۱} = \frac{۰/۲۸ + ۱}{۰/۲۸ - ۱} = \frac{۱/۲۸}{-۰/۷۲} = \frac{-۱۲۸}{۷۲} = -\frac{۱۶}{۹}$$

۲ - گزینه ۴ مساحت هر چهارضلعی از نصف حاصل‌ضرب دو قطر در سینوس زاویهٔ بینشان به دست می‌آید.

$$S = \frac{۱}{۲}(۱۲)(۸\sqrt{۳})(\sin ۶۰^\circ) = (۴۸\sqrt{۳})(\frac{\sqrt{۳}}{۲}) = ۲۴ \times ۳ = ۷۲$$

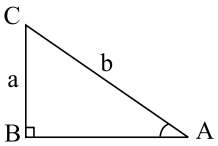
۳ - گزینه ۳ $\cos C$ را دو مثلث $\overset{\triangle}{OBC}$ و $\overset{\triangle}{OHC}$ می‌نویسیم:

$$\overset{\triangle}{OBC} : \cos C = \frac{OC}{BC}$$
$$\overset{\triangle}{OHC} : \cos C = \frac{CH}{OC}$$
$$\cos C = \frac{CH}{OC} = \frac{OC}{BC} \Rightarrow OC^۲ = BC \cdot CH$$
$$OC^۲ = ۳ \times \sqrt{۳} = ۳\sqrt{۳}$$

۴ - گزینه ۱ $\cos \alpha$ را با استفاده از دو مثلث قائم‌الزاویهٔ $\overset{\triangle}{ABD}$ و $\overset{\triangle}{AEC}$ می‌نویسیم:

$$\left.\begin{array}{l} \overset{\triangle}{ABD} : \cos \alpha = \dfrac{AB}{\frac{x}{۲}} \\ \overset{\triangle}{AEC} : \cos \alpha = \dfrac{\frac{۹x}{۲}}{AC} \end{array}\right\} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{AB}{\frac{x}{۲}} = \frac{\frac{۹x}{۲}}{AC} \Rightarrow AB \cdot AC = \frac{۹x^۲}{۴}$$
$$۱۶AB = AC \Rightarrow AB \times ۱۶AB = \frac{۹x^۲}{۴} \Rightarrow ۱۶AB^۲ = \frac{۹x^۲}{۴} \xrightarrow{\sqrt{\ }} ۴AB = \frac{۳x}{۲}$$
$$\Rightarrow AB = \frac{۳x}{۸} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{AB}{\frac{x}{۲}} = \frac{\frac{۳x}{۸}}{\frac{x}{۲}} = \frac{۳}{۴}$$

۵ - گزینه ۲



$$C = \frac{۳\sqrt{۱۰}}{۷}$$

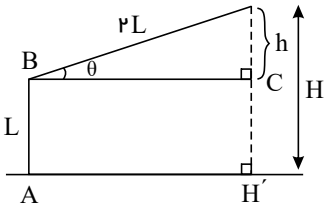
$$sin\ A = \frac{a}{b} = \frac{۲}{۷} \Rightarrow a = \frac{۲}{۷}b$$

از رابطهٔ فیثاغورس استفاده می‌کنیم.

$$a^۲ + c^۲ = b^۲ \Rightarrow (\frac{۲}{۷}b)^۲ + \frac{۹۰}{۴۹} = b^۲$$
$$\frac{۴b^۲}{۴۹} + \frac{۹۰}{۴۹} = b^۲ \Rightarrow ۴b^۲ + ۹۰ = ۴۹b^۲ \Rightarrow ۴۵b^۲ = ۹۰ \Rightarrow b^۲ = ۲ \Rightarrow b = \sqrt{۲}$$

۶ - گزینه ۳ ابتدا ارتفاع نوک گیرهٔ این روبات تا سطح زمین را به‌صورت تابعی از θ می‌نویسیم:

$$h = ۲L\sin\theta \Rightarrow H = L + ۲L\sin\theta$$



می‌دانیم بیش‌ترین مقدار ممکن زمانی رخ می‌دهد که $\sin\theta = ۱$ باشد که در این‌صورت: $H = ۳L$

پس طبق فرض، روبات در حالتی قرار دارد که:

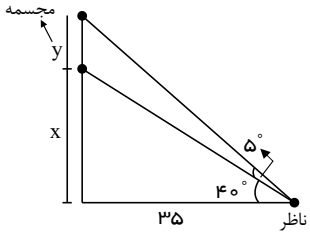
$$H = \frac{۳L}{۲} \Rightarrow L + ۲L\sin\theta = \frac{۳L}{۲} \Rightarrow ۲L\sin\theta = \frac{L}{۲} \Rightarrow \sin\theta = \frac{۱}{۴}$$

$$\Rightarrow \cos\theta = \sqrt{۱ - \sin^{۲}\theta} = \frac{\sqrt{۱۵}}{۴}$$

درنتیجه:

$$AH' = BC = ۲L\cos\theta = ۲L \times \frac{\sqrt{۱۵}}{۴} = \frac{\sqrt{۱۵}}{۲}L$$

۷ - گزینه ۳ با در نظر گرفتن شکل زیر داریم:



$$\tan ۴۰^{\circ} = \frac{x}{۳۵}$$

$$\tan ۴۰^{\circ} = \frac{۸}{۱۰} \Rightarrow \frac{x}{۳۵} = \frac{۸}{۱۰} \Rightarrow x = ۲۸m$$

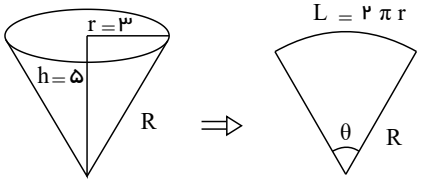
$$\tan ۴۵^{\circ} = \frac{x+y}{۳۵} = ۱ \Rightarrow x + y = ۳۵ \Rightarrow ۲۸ + y = ۳۵$$

$$\Rightarrow y = ۷m$$ ارتفاع مجسمه ۷ متر است.

۸ - گزینه ۲

ابتدا طبق شکل مقابل اندازهٔ مولد R را می‌یابیم.

محیط قاعدهٔ مخروط برابر طول کمان مقابل به زاویهٔ θ در قطاع است.



$$R^{۲} = r^{۲} + h^{۲} = ۹ + ۲۵ = ۳۴ \rightarrow R = \sqrt{۳۴}$$

$$L = ۲\pi r = ۲\pi \times ۳ = ۶\pi$$

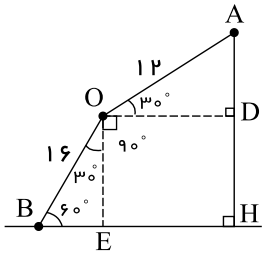
$$\theta = \frac{L}{R} = \frac{۶\pi}{\sqrt{۳۴}} \rightarrow \text{مساحت } S = \frac{\theta}{۲\pi} \times \pi R^{۲} = \frac{\frac{۶\pi}{\sqrt{۳۴}}}{۲\pi} \times \pi \times ۳۴$$

$$S = \frac{۶\pi}{۲\pi\sqrt{۳۴}} \times \pi \times ۳۴ = \frac{۳\pi \times ۳۴}{\sqrt{۳۴}} = ۳\pi\sqrt{۳۴}$$

۹ - گزینه ۱

با توجه به شکل داریم:

$$\left.\begin{array}{l} AH = AD + DH \\ OE = DH \end{array}\right\} \rightarrow AH = AD + OE$$



$\overset{\triangle}{OBE}: \sin ۶۰^\circ = \frac{oE}{oB} \Rightarrow OE = OB \times \sin ۶۰^\circ = OB \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۱۶ \times \frac{۱/۷۵}{۲} = ۱۴$

$\overset{\triangle}{OAD}: \sin ۳۰^\circ = \frac{AD}{OA} \Rightarrow = \frac{۱}{۲} = \frac{AD}{۱۲} \Rightarrow AD = ۶$

پس: $AH = ۱۴ + ۶ = ۲۰$

۱۰ - گزینه ۱

$\tan\alpha = AA' \Rightarrow \tan\alpha = \frac{\sqrt{۳}}{۳} \xrightarrow{۰<\alpha<۹۰^\circ} \alpha = ۳۰^\circ$

$OB' = \cos\alpha = \cos ۳۰^\circ = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۱۱ - گزینه ۲

$y = \frac{۴x+۱}{x-۲} \in Z \Rightarrow$ باید : $x-۲ | ۴x+۱ \xrightarrow{x-۲|x-۲} x-۲ | ۴x+۱-۴(x-۲)$

$\Rightarrow x-۲ | ۹ \Rightarrow x-۲ \in \{-۹,-۳,-۱,۱,۳,۹\} \xrightarrow{+۲} x \in \{-۷,-۱,۱,۳,۵,۱۱\}$

چون قرار است نقطهٔ مورد نظر در ربع دوم باشد بایستی $x < ۰$ و $y > ۰$ باشد.

$x = -۱ \to y = \frac{۴x+۱}{x-۲} = ۱ \to$ در ربع دوم است.

$x = -۷ \to y = \frac{۴x+۱}{x-۲} = \frac{-۲۷}{-۹} = ۳ \to$ در ربع دوم است.

۱۲ - گزینه ۱ طبق قضیهٔ تقسیم داریم:

$a = bq + r \Rightarrow ۶۲ + b = bq + ۱۷ \Rightarrow ۴۵ = b(q-۱) \xrightarrow{b>۱۷} \begin{cases} b = ۴۵ \\ q-۱ = ۱ \to q = ۲ \end{cases}$

۱۳ - گزینه ۳ طبق قضیهٔ تقسیم داریم:

$a = ۴q + ۳ \xrightarrow{\times ۲} ۲a = ۸q + ۶ \xrightarrow{+۵} ۲a + ۵ = ۸q + ۱۱ = ۸(q+۱) + ۳ \Rightarrow ۲a = ۸k + ۳ \Rightarrow r = ۳$

۱۴ - گزینه ۳ از روی معادلهٔ دایره، مختصات مرکز را به‌دست می‌آوریم:

مرکز دایره : $O(-\frac{\frac{۴a}{۷}}{۲}, -\frac{b}{۲}) = (۲,-۱) \Rightarrow \begin{cases} a = -۷ \\ b = ۲ \end{cases}$

معادله دایره : $x^۲ + y^۲ - ۴x + ۲y - ۷ = ۰$

شعاع دایره : $R = \frac{۱}{۲}\sqrt{(-۴)^۲ + ۲^۲ - ۴ \times (-۷)} = \frac{۱}{۲}\sqrt{۱۶ + ۴ + ۲۸} = \frac{\sqrt{۴۸}}{۲} = \frac{۴\sqrt{۳}}{۲} = ۲\sqrt{۳}$

۱۵ - گزینه ۲

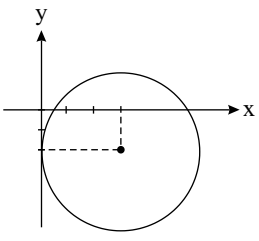
$a = ۱۵q + ۷ \xrightarrow[\text{طرفین اضافه می‌کنیم ۰}]{\text{۴۰ واحد به}} a + ۴۰ = ۱۵q + ۴۷ \Rightarrow a + ۴۰ = ۱۵\underbrace{(q+۳)}_{q'} + ۲ \Rightarrow a + ۴۰ = ۱۵q' + ۲$

خارج‌قسمت ۳ واحد افزایش و باقیمانده ۵ واحد کاهش یافته است.

۱۶ - گزینه ۲

از روی معادلهٔ استاندارد این دایره، مختصات مرکز و اندازهٔ شعاع دایره به‌صورت زیر است:

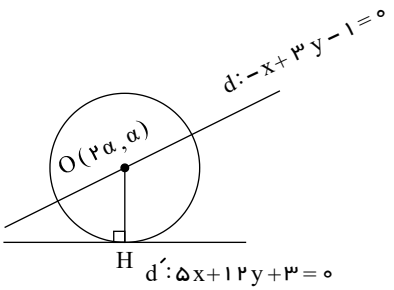
شعاع دایره : $R = ۳$ مختصات مرکز دایره : $O(۳,-۲)$



مطابق شکل، این دایره فقط در نواحی اول و چهارم مختصات قرار دارد.

۱۷ - گزینه ۲

می‌دانیم مرکز دایره روی هر قطری از دایره قرار دارد، پس:



$$O=(۲\alpha,\alpha)\in d\rightarrow ۳\alpha-۲\alpha-۱=۰\rightarrow \alpha=۱\rightarrow O=(۲,۱)$$

از طرفی طبق فرض، دایره بر خط d' مماس است، پس فاصلهٔ مرکز دایره از d' همان شعاع دایره است:

$$OH=R=\frac{|۱۲\times ۱+۵\times ۲+۴|}{\sqrt{۵^۲+۱۲^۲}}=\frac{۲۶}{۱۳}=۲$$

معادله دایره : $(x-۲)^۲+(y-۱)^۲=۲^۲$

$$\rightarrow x^۲-۴x+۴+y^۲-۲y+۱=۴\rightarrow x^۲+y^۲-۴x-۲y+۱=۰$$

۱۸ - گزینه ۳ کافیست رابطهٔ $a^۲+b^۲-۴c>۰$ را در معادله‌های ضمنی داده شده، بررسی کنیم:

(الف) بررسی رابطهٔ : $۳x^۲+۳y^۲+۶x-۱۲y+۳=۰\xrightarrow{\div ۳}x^۲+y^۲+۲x-۴y+۱=۰$

$\rightarrow a^۲+b^۲-۴c=۴+۱۶-۴>۰\rightarrow$ دایره است.

(ب) بررسی رابطهٔ : $x^۲+y^۲+۲\sqrt{۳}x+۴y+۱۲=۰\rightarrow a^۲+b^۲-۴c=(۲\sqrt{۳})^۲+۴^۲-۴(۱۲)=۱۲+۱۶-۴۸<۰\rightarrow$ دایره نیست.

(پ) بررسی رابطهٔ : $x^۲+y^۲+۲x+۳y+۴=۰\rightarrow a^۲+b^۲-۴c=۲^۲+۳^۲-۴(۴)<۰$ دایره نیست.

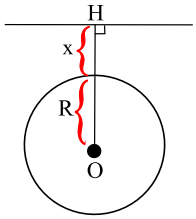
(ت) بررسی رابطهٔ : $۲x^۲+۲y^۲-۴y+۲=۰\rightarrow x^۲+y^۲-۲y+۱=۰\rightarrow a^۲+b^۲-۴c=۰+(-۲)^۲-۴(۱)=۰\rightarrow$ دایره نیست.

۱۹ - گزینه ۲

$$d|n^۲+n\xrightarrow{\times ۲}d|۲n^۲+۲n\xrightarrow{(-)}d|۳n$$
$$d|۲n+۵\xrightarrow{\times n}d|۲n^۲+۵n$$
$$d|۲n+۵\xrightarrow{\times ۳}d|۶n+۱۵\xrightarrow{(-)}d|۱۵\xrightarrow{d\text{ اول است}}d=۳\text{ یا }۵$$
$$d|۳n\xrightarrow{\times ۲}d|۶n$$
مجموع مقادیر $d=۳+۵=۸$

۲۰ - گزینه ۲ ابتدا مرکز و شعاع دایره را یافته و سپس فاصلهٔ مرکز دایره از خط موردنظر را می‌یابیم:

$$x^۲+y^۲-۲x+۴y=۴\Rightarrow (x-۱)^۲+(y+۲)^۲=۹$$
$$\Rightarrow\begin{cases}O(۱,-۲)\\R=۳\end{cases}\Rightarrow OH=|\frac{۳(۱)+۴(-۲)-۱۵}{\sqrt{۹+۱۶}}|=۴$$
$$x=OH-R=۴-۳=۱$$



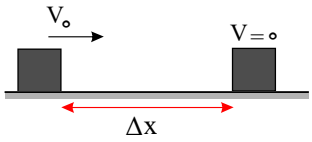
۲۱ – گزینه ۱ شخص قایق را به سمت چپ هُل می‌دهد تا بتواند به سمت راست حرکت کند. بنابراین نیرویی که از طرف قایق به شخص وارد می‌شود برابر است با:

$F_{۱۲} = m_۱ a_۱ = ۶۰ \times ۲ = ۱۲۰N$ (به سمت راست)

طبق قانون سوم نیوتون، عکس‌العمل این نیرو به قایق و به طرف چپ وارد می‌شود. بنابراین:

$F_{۲۱} = m_۲ a_۲ \Rightarrow ۱۲۰ = ۱۰۰ a_۲ \Rightarrow a_۲ = ۱/۲\ m/s^۲$ (به سمت چپ)

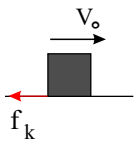
۲۲ – گزینه ۴ با توجه به اینکه پس از پرتاب تنها نیروی مؤثر بر جسم‌ها در راستای افقی، نیروی اصطکاک است، پس حرکت جسم‌ها کند شونده بوده و پس از طی مسافت Δx متوقف می‌شوند.



$F_{net} = ma \rightarrow -f_k = ma \rightarrow -\mu_k mg = ma \rightarrow a = -\mu_k g$

$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x_{\text{توقف}} \xrightarrow{v=۰} \Delta x_{\text{توقف}} = \frac{-v_۰^۲}{۲a} = \frac{v_۰^۲}{۲\mu_k g}$

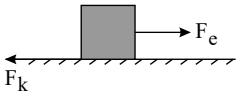
$\frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \frac{v_{۰A}^۲}{v_{۰B}^۲} \times \frac{\mu_{k_B}}{\mu_{k_A}} \xrightarrow[\mu_{kA}=۲\mu_{kB}]{v_{۰A}=v_{۰B}} \frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \frac{۱}{۲}$



توجه داشته باشید که جرم وزنه‌ها در مسافت توقف آنها تأثیری ندارد.

۲۳ – گزینه ۳ وزن، نیروی گرانشی ای است که زمین به وزنه وارد می کند و واکنش آن به زمین وارد می شود و جهت آن نیرو از زمین به سمت وزنه است.

۲۴ – گزینه ۱



چون سرعت ثابت است، نیروهای وارد بر جسم متوازن‌اند، یعنی نیروی محرک F و نیروی مقاوم اصطحکاک جنبشی هم اندازه‌اند.

$\vec{v} = \text{ثابت} \rightarrow \vec{a} = \vec{۰} \rightarrow \vec{F}_{net} = m\vec{a} = \vec{۰}$

$F_e - f_k = ۰ \rightarrow F_e = f_k$

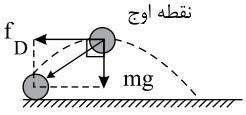
$f_k = k\Delta x = \mu_k \times mg$

$\mu_k \times ۵۰ = ۲۰۰ \times \frac{۵}{۱۰۰} \Rightarrow ۵۰\mu_k = ۱۰ \Rightarrow \mu_k = ۰/۲$

۲۵ – گزینه ۱ با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

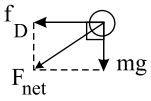
$F - f_k = ma \Rightarrow F - \mu_k mg = ma \Rightarrow ۲۴ - \mu_k \times ۶ \times ۱۰ = ۶ \times ۳ \Rightarrow \mu_k = ۰/۱$

۲۶ – گزینه ۲ نیروی مقاومت هوا در خلاف جهت حرکت است، پس در نقطهٔ اوج، این نیرو افقی است. نیروهای وارد بر توپ را در نقطهٔ اوج رسم کرده و برآیند آن‌ها را به‌دست می‌آوریم:



$F_{net} = \sqrt{f_D^۲ + (mg)^۲}$

همچنین اندازهٔ برآیند نیروها برابر ma است، پس:



$F_{net} = ma \Rightarrow \sqrt{f_D^۲ + (mg)^۲} = m(\frac{۴}{۳})g \xrightarrow{\text{توان ۲}} f_D^۲ = \frac{۱۶}{۹}(mg)^۲ - (mg)^۲ \Rightarrow f_D^۲ = \frac{۷}{۹}(mg)^۲ \Rightarrow f_D = \frac{\sqrt{۷}}{۳}mg$

۲۷ – گزینه ۱ ابتدا شتاب نیروی ترمز را می‌یابیم. سپس با توجه با معلوم بودن سرعت اولیه و نهایی (توقف)، جابه جایی اتومبیل از لحظهٔ ترمز تا توقف را می‌یابیم. دقت کنید که در اینجا سرعت باید برحسب $\frac{m}{s}$ باشد.

$v = ۵۴ \div ۳٫۶ = ۱۵$

$\Rightarrow F_{net} = ma \Rightarrow ۰ - \mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g \Rightarrow a = -۰٫۲ \times ۱۰ = -۲\frac{m}{s^۲}$

$x_{\text{توقف}} = \frac{v_۰^۲}{۲|a|} = \frac{(۱۵)^۲}{۲ \times ۲} = \frac{۲۲۵}{۴} \simeq ۵۶m$

۲۸ - گزینه ۲ می‌دانیم نیروی فنر، همان نقش وزن ظاهری جسم را بر عهده دارد. یعنی $(F_e = F_N)$ پس با نوشتن قانون دوم نیوتون و جهت شتاب در هر مرحله داریم:

$\left.\begin{array}{l} \text{آسانسور تند شونده بالا میرود} : F_۱ = m(g+a) = m(۱۰+۲) = ۱۲m \\ \text{آسانسور تند شونده پایین میرود} : F_۲ = m(g-a) = m(۱۰-۲) = ۸m \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{F_۲}{F_۱} = \frac{۸m}{۱۲m} = \frac{۲}{۳}$

۲۹ - گزینه ۳ چون حرکت آسانسور به سمت پایین کند شونده است پس: $a = -۲$

$mg - T = ma \Rightarrow ۱۰m - ۲٫۴ = -۲m \rightarrow ۱۲m = ۲٫۴ \rightarrow m = ۰٫۲kg = ۲۰۰g$

۳۰ - گزینه ۱

$v_۰ = ۷۲\frac{km}{h} = ۲۰\frac{m}{s}$

شتاب حرکت کندشونده اتومبیل توسط نیروی اصطکاک لغزشی ایجاد می‌شود. پس با استفاده از قانون دوم نیوتون، شتاب را می‌یابیم.

$F_{net} = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g$

$a = -\frac{۱}{۴} \times ۱۰ = -\frac{۵}{۲}\frac{m}{s^۲}$

$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۰ - ۲۰^۲ = ۲(-\frac{۵}{۲})(\Delta x) \Rightarrow ۴۰۰ = ۵\Delta x \Rightarrow \Delta x = ۸۰m$

۳۱ - گزینه ۳ در ابتدا نیروی خالص سپس بزرگی نیروی خالص و در نهایت بزرگی شتاب جسم را می‌یابیم.

$\left.\begin{array}{l} \vec{F_۱} = ۳\vec{i} - ۴\vec{j} \\ \vec{F_۲} = -۶\vec{i} + ۸\vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow \vec{F} = \vec{F_۲} + \vec{F_۱} = -۳\vec{i} + ۴\vec{j} \Rightarrow F_{net} = \sqrt{(-۳)^۲ + (۴)^۲} = ۵N$

$a = \frac{F_{net}}{m} = \frac{۵}{۰٫۵} = ۱۰\frac{m}{s^۲}$

۳۲ - گزینه ۴ ابتدا غلظت یون هیدرونیوم را محاسبه می‌کنیم:

$pH = ۱ \rightarrow [H^+] = ۰٫۱mol \cdot L^{-۱}$

با توجه به رابطهٔ ثابت یونش داریم:

$K_a = \frac{[H^+]^۲}{[HA]_{\text{اولیه}} - [H^+]} \Rightarrow ۰٫۲۵ = \frac{(۰٫۱)^۲}{[HA]_{\text{اولیه}} - ۰٫۱} \Rightarrow [HA]_{\text{اولیه}} = ۰٫۱۴mol \cdot L^{-۱}$

حال می‌توان نوشت:

$۱L \text{ محلول} \times \frac{۰٫۱۴mol}{۱L \text{ محلول}} \times \frac{۱۶۳٫۵g}{۱mol} = ۲۲٫۸۹g$

۳۳ - گزینه ۱ عبارت (ت) جمله را به درستی تکمیل نمی‌کند.

بررسی موارد:

مورد (ب): طبق نظریهٔ آرنیوس هیدروژن کلرید $(HCl(g))$ یک اسید است، زیرا پس از حل‌شدن در آب محلول هیدروکلریک اسید $(HCl(aq))$ را پدید می‌آورد و یون‌های هیدروژن (H^+) و کلرید (Cl^-) تولید می‌کند.

$HCl(g) \xrightarrow{\text{آب}} H^+(aq) + Cl^-(aq)$

مورد (پ): معادلهٔ بازی بودن سدیم هیدروکسید $(NaOH(s))$ به‌صورت زیر است و این یک باز آرنیوس است، زیرا پس از حل‌شدن در آب تولید یون هیدروکسید می‌نماید.

$NaOH(s) \xrightarrow{\text{آب}} Na^+(aq) + OH^-(aq)$

مورد (ت): معادلهٔ اسیدی بودن $N_۲O_۵(s)$ به‌صورت زیر است:

$N_۲O_۵(s) + H_۲O(l) \rightarrow ۲H^+(aq) + ۲NO_۳^-(aq)$

۳۴ - گزینه ۴

باتوجه به رابطهٔ $[H_۳O^+][OH^-] = ۱۰^{-۱۴}$ داریم:

$pH = ۸٫۵ \Rightarrow [H_۳O^+] = ۱۰^{-۸٫۵} \Rightarrow [OH^-] = ۱۰^{-۵٫۵}$

$pH = ۷٫۴ \Rightarrow [H_۳O^+] = ۱۰^{-۷٫۴}$

$\text{نسبت خواسته‌شده} = \frac{۱۰^{-۵٫۵}}{۱۰^{-۷٫۴}} = ۱۰^{۱٫۹} = ۱۰ \times (۱۰^{۰٫۳})^۳ = ۱۰ \times ۲^۳ = ۸۰$

۳۵ - گزینه ۴

$CH_۳COOH \rightleftharpoons CH_۳COO^-(aq) + H^+(aq)$

$K_a = \frac{[CH_۳COO^-][H^+]}{[CH_۳COOH]} = \frac{۲ \times ۱۰^{-۴} \times ۲ \times ۱۰^{-۴}}{[CH_۳COOH]} = ۱٫۸ \times ۱۰^{-۵}$

$\Rightarrow [CH_3COOH] = ۲۲ \times ۱۰^{-۴}$

$\text{درصد یونش} = \frac{\text{غلظت یون هیدرونیوم}}{\text{غلظت استیک اسید اولیه}} \times ۱۰۰$

غلظت استیک اسید یونیده شده + غلظت استیک اسید موجود در تعادل = غلظت استیک اسید اولیه

$= ۲۲ \times ۱۰^{-۴} + ۲ \times ۱۰^{-۴} = ۲۴ \times ۱۰^{-۴} mol \cdot L^{-۱}$

$\text{درصد یونش} = \frac{۲ \times ۱۰^{-۴}}{۲۴ \times ۱۰^{-۴}} \times ۱۰۰ \simeq ۸/۳\%$

۳۶ - گزینه ۲ نادرست. آرنیوس طی پژوهش‌هایی که روی رسانایی الکتریکی ترکیب‌های محلول در آب (نه ترکیب‌های یونی) انجام داد به نظریه‌ای برای اسیدها و بازها دست یافت.

- درست.
- نادرست. محلول آبی HCl هیدروکلریک اسید نام دارد نه $HCl(g)$.
- درست. N_2O_5 (اکسید نافلزی) و K_2O (اکسید فلزی) به ترتیب اسید و باز آرنیوس هستند. با حل شدن در آب (واکنش با آب) به ترتیب یون‌های $H^+(aq)$ و $OH^-(aq)$ پدید می‌آورند.

۳۷ - گزینه ۲ بررسی موارد نادرست:

مورد اول: مطابق متن کتاب درسی درست است.

مورد دوم: HCN اسید ضعیف است و به‌طور کامل یونیده نمی‌شود. بنابراین، $[CN^-]$ در آب کمتر از $۰/۱ mol \cdot L^{-۱}$ است.

مورد سوم: فورمیک اسید قوی‌تر از استیک اسید است. بنابراین، H محلول ۰/۰۲ مولار فورمیک اسید کمتر از H محلول ۰/۰۲ مولار استیک اسید است. زیرا، غلظت یون هیدرونیوم در محلول فورمیک اسید بیشتر است.

مورد چهارم: آمونیاک الکترولیت ضعیف است.

۳۸ - گزینه ۴ بیشترین تفاوت pH مربوط به محلول‌هایی است که بیشترین اختلاف در غلظت یون هیدرونیوم را دارند. بنابراین بیشترین تفاوت میان ضعیف‌ترین اسید (استیک اسید) و قوی‌ترین اسید (سولفوریک اسید یا هیدروکلریک اسید) است و از سوی دیگر سولفوریک اسید به‌دلیل دوپروتونه بودن، غلظت یون هیدرونیوم بیشتری نسبت به هیدروکلریک اسید دارد.

۳۹ - گزینه ۲ در محلول‌های بازی غلظت یون هیدروکسید بیشتر از یون هیدرونیوم است.

بررسی موارد:

«الف»: اکسیدهای نافلزی، اسید آرنیوس هستند. این مواد در آب به‌صورت شیمیایی حل می‌شوند و فراوردهٔ واکنش به‌صورت یونی در آب حل می‌شود و غلظت یون H^+ را زیاد می‌کند.

$SO_3(g) + H_2O(l) \rightarrow H_2SO_4(aq) \rightarrow H^+(aq) + HSO_4^-(aq)$

«ب»:

$NaOH(aq) \rightarrow Na^+(aq) + OH^-(aq)$

غلظت یون OH^- را زیاد کرده پس باز آرنیوس است.

«پ»: اغلب اکسیدهای فلزی گروه ۱ و ۲، باز آرنیوس هستند. این مواد در آب به‌صورت شیمیایی حل می‌شوند و غلظت یون OH^- را زیاد می‌کنند.

$K_2O(s) + H_2O(l) \rightarrow ۲KOH(aq) \rightarrow ۲K^+(aq) + ۲OH^-(aq)$

«ت»: اکسیدهای نافلزی، اسید آرنیوس هستند. این اکسیدها در آب به‌صورت شیمیایی حل می‌شوند و غلظت یون H^+ را زیاد می‌کنند.

$N_2O_3(g) + H_2O(l) \rightarrow ۲HNO_2(aq) \rightleftarrows ۲H^+(aq) + ۲NO_2^-(aq)$

۴۰ - گزینه ۱

$CaO(s) + H_2O(aq) \rightarrow Ca(OH)_2(aq)$

$Ca(OH)_2(aq) + H_2SO_4(aq) \rightarrow CaSO_4(s) + ۲H_2O(l)$

اکسیدهای فلزی (نظیر کلسیم اکسید) خاصیت بازی دارند و کاغذ pH را به رنگ آبی در می‌آورند و چون خاصیت بازی دارند، با اسیدها (مثل H_2SO_4) واکنش می‌دهند.

اکسیدهای نافلزی (مانند فسفرپنتااکسید) خاصیت اسیدی دارند و کاغذ pH را به رنگ قرمز در می‌آورند و چون خاصیت اسیدی دارند، با بازها ($NaOH$) واکنش می‌دهند.

۴۱ - گزینه ۲ گزاره‌های «ب» و «ت» نادرست هستند.

بررسی موارد:

مورد «الف»: HF یک الکترولیت ضعیف است. بخشی از مولکول‌های آن به یون تبدیل می‌شوند و بقیه به شکل مولکولی در آب حل می‌شوند.

مورد «ب»: HF اسید ضعیف و HCl اسید قوی است. در شرایط یکسان چون HCl کامل و HF به‌صورت جزئی یونیده می‌شود، شمار یون‌ها در محلول HCl بیشتر است.

مورد «پ»: درست است.

مورد «ت»: شکر یک ماده غیرالکترولیت است و در آب به‌صورت مولکولی حل می‌شود. غلظت یون‌ها در محلول شکر بسیار ناچیز است. لامپی که در محلول شکر قرار بگیرد روشن نمی‌شود.

هیدروفلوئوریک اسید یک الکترولیت ضعیف است که هنگام انحلال در آب مقدار کمی یون تولید می‌کند. وجود همین یون‌ها باعث برقرارشدن جریان و روشن‌شدن لامپ می‌شود.