

پاسخنامه تشریحی

- ۱ - گزینه ۴ میانه‌ها، مناطقی از دنا هستند که پس از رونویسی، در فرایند پیرایش RNA پیک اولیه، رونوشت آن‌ها حذف می‌شود و در RNA پیک بالغ وجود ندارد. اولین نوکلئوتید رونویسی شده در ناحیه بیانه قرار داد. بررسی سایر گزینه‌ها:
- گزینه ۱: رونوشت میانه‌ها از RNA پیک اولیه جدا می‌شود، نه از خود ژن.
- گزینه ۲: رونوشت میانه‌ها حذف می‌شود، در نتیجه ترجمه نمی‌شود. پس فاقد رمز آمینواسیدها می‌باشد.
- گزینه ۳: میانه‌ها توالی‌های درون ژنی هستند، نه بین‌ژنی.
- ۲ - گزینه ۲ رونویسی از کروموزوم‌های اصلی در یوکاریوت‌ها در هسته صورت می‌گیرد. پروکاریوت‌ها هسته و راکیزه ندارند.
- ۳ - گزینه ۳ رنابسپاراز ۲ پروتئین است و مونومرهایش با پیوند پپتیدی به هم متصل می‌باشند. در حالی که، RNA ناقل اسید نوکلئیک است که در آن مونومرها با پیوند فسفودی‌استر به هم متصل شده‌اند.
- ۴ - گزینه ۲ بیشتر آمینواسیدها بیش از یک کدون دارند. رمزه‌های پایان، پادرمزه ندارند. پادرمزه شامل سه باز است (نه سه جفت باز!). اما هر پادرمزه قطعاً مربوط به یک نوع آمینواسید خاص است.
- ۵ - گزینه ۲ اینترون‌ها (میانه‌ها) ترجمه نمی‌شوند. اگزون‌ها (بیانه) و میانه موجود در ژن‌های پروتئین در هوسته‌ای‌ها توسط رنابسپاراز ۲ رونویسی می‌شوند.
- ۶ - گزینه ۲ در مبارزه با سلول‌های سرطانی لنفوسیت‌های T کشنده نقش دارند. و با تولید پروتئین پرفورین با سلول‌های سرطانی مبارزه می‌کند.
- ۷ - گزینه ۳ رونویسی ژن انسولین در هوسته‌ای در هسته و در پروکاریوت‌ها در سیتوپلاسم صورت می‌گیرد.
- ۸ - گزینه ۲ رنابسپاراز یک آنزیم (پروتئین) می‌باشد که خود از روی RNA پیک ساخته می‌شود. در انسان، رنابسپاراز ۲، رونویسی از ژن رنابسپاراز را انجام می‌دهد.
- ۹ - گزینه ۳ ریزویوم نوعی باکتری است. در باکتری‌ها، هر مولکول RNA از روی بخشی از یک رشته دنا سیتوپلاسمی (حلقوی) ساخته می‌شود. سایر گزینه‌ها:
- گزینه ۱: در یوکاریوت‌ها مولکول‌های RNA درون هسته تولید می‌شوند. مولکول‌های RNA انواع مختلفی دارند؛ برخی RNAها در تنظیم بیان ژن نقش دارند و محل فعالیت آنها می‌تواند هسته باشد.
- گزینه ۲: برخی مولکول‌های RNA خاصیت آنزیمی دارند.
- گزینه ۴: از اطلاعات دنا برای تولید پلی‌پپتید و یا RNA استفاده می‌شود. که در هر صورتی ابتدا باید در اثر رونویسی RNA ساخته شود.
- ۱۰ - گزینه ۲ بررسی گزینه‌ها:
- گزینه ۱: رناتن یعنی ریبوزوم که ۲۴ نوع مونومر دارد، ۲۰ نوع آمینواسید و ۴ نوع نوکلئوتید، آدنین و گوانین و سیتوزین و یوراسیل‌دار با قند ریبوز.
- گزینه ۲: راه‌انداز یعنی بخشی از DNA که دارای ۴ نوع مونومر است. نوکلئوتیدهای آدنین و گوانین و سیتوزین و تیمین‌دار با قند دئوکسی ریبوز ژن را تشکیل می‌دهند.
- گزینه ۳: دنابسپاراز یک نوع آنزیم پروتئینی است که عموماً ۲۰ نوع مونومر آمینواسیدی دارد.
- گزینه ۴: کروموزوم شامل DNA + پروتئین‌هایی مثل هیستون است که ۲۴ نوع مونومر در آن دیده می‌شود.
- ۱۱ - گزینه ۱ رنابسپاراز ۲ یک پروتئین در هوسته‌ای‌ها است در نتیجه محل ساخت آن، سیتوپلاسم و محل فعالیت آن داخل هسته می‌باشد.
- ۱۲ - گزینه ۳ اولین قدم برای تولید پروتئین، رونویسی است و به کمک آنزیم رنابسپاراز صورت می‌گیرد. رنابسپاراز از یک رشته ژن به عنوان الگو استفاده می‌کند. بررسی سایر گزینه‌ها:
- گزینه ۱: رنابسپاراز حداکثر از ۴ نوع مونومر (نوکلئوتیدهای ریبوزدار) برای تولید محصولات استفاده می‌کند.
- گزینه ۲: رنابسپاراز پیوند فسفودی‌استر تشکیل می‌دهد. (نه پپتیدی)
- گزینه ۴: رنابسپاراز یوکاریوتی در سیتوپلاسم ساخته می‌شود ولی برای فعالیت وارد هسته می‌شود.
- ۱۳ - گزینه ۱ در ساختار آنزیم رنابسپاراز که پروتئینی است، پیوندهای هیدروژنی بین واحدهای سازنده آن دیده می‌شوند. در حین فعالیت آنزیم رنابسپاراز، پیوندهای هیدروژنی درون ساختار این آنزیم شکسته نمی‌شوند. اگر این اتفاق رخ دهد، آنزیم می‌باشد از هم بررسی سایر گزینه‌ها:
- ۲) در هیچ مرحله‌ای از رونویسی فاصله رنابسپاراز و آخرین نوکلئوتید قابل رونویسی افزایش نمی‌یابد.
- ۳) جداسدن نوکلئوتیدهای RNA (ریبوزدار) از نوکلئوتیدهای دنا (دئوکسی ریبوزدار) طی مراحل طولی شدن و پایان رونویسی قابل انجام است.
- ۴) در مرحله طولی شدن رشته پلی‌نوکلئوتیدی RNA (RNA) طولی‌تر می‌شود.
- ۱۴ - گزینه ۲ یکی از آنزیم‌های موجود در هسته که توانایی شکستن پیوندهای فسفودی‌استر بین نوکلئوتیدهای رشته جدید دنا را دارد، آنزیم دنابسپاراز است. نکته اصلی و مهم این تست آن است که دقت داشته باشید علاوه بر دنابسپاراز، آنزیم‌های مؤثر در فرایند پیرایش، پیوندهای فسفودی‌استر ساختار RNA پیک را می‌شکنند. این آنزیم‌ها نیز در فضای هسته فعالیت کرده و RNA اولیه حاصل از رونویسی را تحت تأثیر قرار داده و رونوشت‌های اینترونی آن را حذف می‌کنند. گزینه‌های اول، سوم و چهارم مواردی هستند که از نظر علمی در ارتباط با



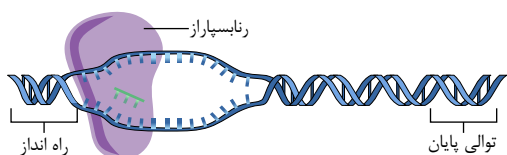
دنا بسپاراز کاملاً صادق می‌باشند؛ اما در ارتباط با آنزیم‌های ویرایش کننده صدق نمی‌کنند. تنها گزینه درست، مورد دوم است. چرا که برای تولید هر نوع آنزیم پروتئینی، ابتدا لازم است تا با اتصال رنابسپاراز به بخشی از مولکول دنا (راه‌انداز و ژن مربوطه)، رنای پیک ساخته شود.

۱۵ - گزینه ۴ مدنظر سؤال با توجه به اطلاعات کتاب درسی درباره رونویسی در یوکاریوت‌ها است، در برخی از ژن‌ها، به صورت هم‌زمان تعداد زیادی رنابسپاراز از ژن رونویسی می‌کنند. اما تمامی این رنابسپارازها باید از یک نوع باشند. مثلاً اگر ژن موردنظر مربوط به رنای پیک باشد، فقط رنابسپارازهای نوع ۲ می‌توانند از روی آن رونویسی انجام دهند. بررسی سایر گزینه‌ها:

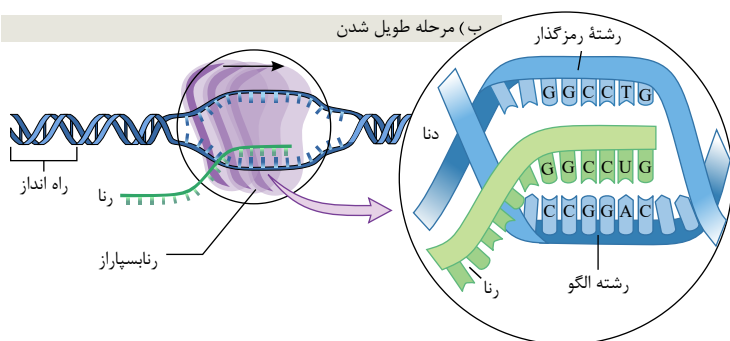
گزینه ۱: در هر ژن، همواره فقط یک رشته (رشته الگو) مورد رونویسی قرار می‌گیرد.

گزینه ۲: در مرحله طولیل شدن، بخشی از رنای در حال ساخت از رشته الگوی خود جدا می‌شود.

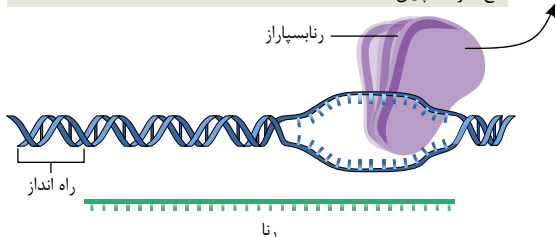
الف) مرحله آغاز



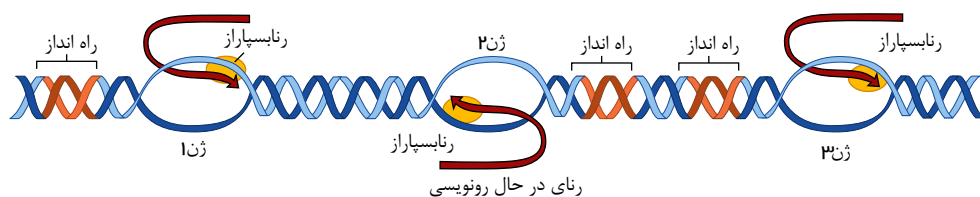
ب) مرحله طولیل شدن



ج) مرحله پایان



گزینه ۳: مشاهده می‌شود که جهت رونویسی در هر رشته دنا، می‌تواند متفاوت با رشته دیگر باشد.



۱۶ - گزینه ۲ از آبکافت استر، الکل و کربوکسیلیک اسید حاصل می‌شود. با توجه به ساختار استر داده شده بخش الکلی آن دارای ۳ اتم کربن می‌باشد و مابقی کربن‌ها مربوط به بخش کربوکسیلیک اسید آن هستند. فرمول استر مورد نظر $C_{57}H_{110}O_6$ می‌باشد. واکنش آبکافت این استر را نوشته و موازنه می‌کنیم:



$$\text{جرم مولی استر داده شده} = 890 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\text{جرم مولی اسید چرب} = 284 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\text{اسید چرب} = \frac{3 \text{ mol}}{1 \text{ mol استر}} \times \frac{1 \text{ mol استر}}{890 \text{ g استر}} \times \frac{1000 \text{ g استر}}{1 \text{ kg استر}} = 3.37 \text{ kg استر} = 3370 \text{ g استر}$$

$$\text{اسید چرب} = \frac{284 \text{ g اسید چرب}}{1 \text{ mol اسید چرب}} \times \frac{3370 \text{ g استر}}{100} = 3834 \text{ g اسید چرب}$$

این مرحله را می‌توان به روش تناسب نیز انجام داد:



$$\frac{57.34 \times 1000 \times 75 g}{1 \times 890 \times 100 g} = \frac{x g}{3 \times 284} \Rightarrow x = 3834 g \text{ اسید چرب}$$

۱۷ - گزینه ۴ همه موارد درست‌اند.

بررسی موارد:

مورد اول: اتیلن گلیکول یک الکل دو عاملی است و به دلیل برخورداری از گروه عاملی هیدروکسیل، با آب پیوند هیدروژنی برقرار می‌کند.

مورد دوم: روغن زیتون همانند استرهای بلند زنجیر ناقطبی است و در حلال ناقطبی هگزان حل می‌شود.

مورد سوم: اسیدهای چرب، کربوکسیلیک‌اسیدهایی با زنجیر کربنی بلند هستند که فرمول عمومی آن‌ها (با گروه هیدروکربنی خطی و سیرشده) به صورت $C_nH_{2n}O_2$ می‌باشد.

مورد چهارم: صابون ماده‌ای است که هم در آب و هم در چربی حل می‌شود. در حالی که اسیدهای چرب دارای مولکول‌های ناقطبی بوده و در آب حل نمی‌شوند.

۱۸ - گزینه ۳ صابون‌های مایع آمونیوم‌دار با فرمول $RCOONH_4$ ، عنصر فلزی در ساختار خود ندارند.

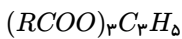
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: در ساختار عسل همانند متانول (ساده‌ترین الکل) گروه‌های هیدروکسیل وجود دارد و هر دوی آنها می‌توانند با آب پیوند هیدروژنی برقرار کنند.

گزینه ۲: اسیدهای چرب سیرشده، کربوکسیلیک‌اسیدهایی با زنجیر بلند کربنی هستند که فرمول عمومی آنها $C_nH_{2n}O_2$ می‌باشد، پس فرمول اسید چرب مورد نظر $C_{17}H_{34}O_2$ بوده و

جرم مولی آن برابر $270 g \cdot mol^{-1}$ می‌باشد.

گزینه ۴: شکل نشان‌دهنده استری با جرم مولی زیاد است که در ساختار آن ۶ اتم اکسیژن وجود دارد.



۱۹ - گزینه ۴ عبارت‌های دوم و سوم نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت دوم: با وجود اینکه وبا بارها در جهان همه گیر شده و جان میلیون‌ها نفر را گرفته است، این بیماری هنوز هم می‌تواند برای هر جامعه‌ای تهدیدکننده باشد.

عبارت سوم: ساده‌ترین و مؤثرترین راه پیشگیری بیماری وبا، رعایت بهداشت فردی و همگانی است. راه‌های دیگری هم که جنبه عمومی دارد، وجود دارد.

۲۰ - گزینه ۴ چربی‌ها مخلوطی از اسیدهای چرب (گزینه ۱ و ۳) و استرهای با جرم مولی بالا (گزینه ۲) هستند. گزینه ۴ نشان‌دهنده یک الکل است.

۲۱ - گزینه ۲ طبق نمودار صفحه ۳ کتاب درسی میزان افزایش امید به زندگی (شیب نمودار) در مناطق کم‌برخوردار نسبت به برخوردار بیشتر است.

بررسی سایر گزینه‌های درست:

گزینه ۱: وبا یک بیماری واگیردار است که به دلیل آلوده شدن آب و نبود بهداشت شایع می‌شود.

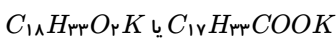
گزینه ۳: فرمول وازلین، $C_{25}H_{52}$ است. با توجه به تعداد اتم‌های هیدروژن و کربن در این ترکیب، وازلین یک آلکان است. آلکان‌ها و سایر مواد ناقطبی در حلال‌های شبیه خود به خوبی حل می‌شوند (محلول در چربی هستند).

گزینه ۴: نیروی بین مولکولی غالب در چربی‌ها و مولکول‌های بنزین، نیروی وان‌دروالسی است.

۲۲ - گزینه ۴ فرمول عمومی صابون مایع پتاسیم‌دار با زنجیر سیر نشده با یک پیوند دوگانه به صورت $C_nH_{2n-2}O_2K$ یا $C_nH_{2n-1}COOK$ می‌باشد (n : تعداد کل کربن‌های صابون

n' : تعداد کربن‌های زنجیر هیدروکربنی)

بنابراین خواهیم داشت:



۲۳ - گزینه ۴ جهت زدودن آلاینده‌ها باید به بررسی ساختار و رفتار ذره‌های سازنده آلاینده‌ها و مواد شوینده و نیز نیروهای بین‌مولکولی آن‌ها پرداخت.

۲۴ - گزینه ۱ بررسی موارد:

مورد اول نادرست است. چند هزار سال پیش از میلاد، انسان‌ها به همراه آب از موادی شبیه صابون امروزی استفاده می‌کردند.

مورد دوم نادرست است. وبا هنوز هم می‌تواند برای هر جامعه تهدیدکننده باشد.

مورد سوم نادرست است. شاخص امید به زندگی نشان می‌دهد با توجه به خطراتی که انسان‌ها در طول زندگی با آن مواجه هستند، به طور میانگین چند سال در این جهان زندگی می‌کنند.

مورد چهارم درست است.

۲۵ - گزینه ۱ همه عبارت‌های مطرح شده درست‌اند.

ا) ساختار (۱) مربوط به اسید چرب است که گروه کربوکسیل بخش قطبی و گروه هیدروکربنی بخش ناقطبی آن را تشکیل می‌دهد.

ب) ساختار (۲) مربوط به یک استر سه عاملی با بخش هیدروکربنی بلند زنجیر است. (استر سنگین)

پ) ساختار (۳) مربوط به صابون است که هم در آب و هم در چربی حل می‌شوند. در حالی که استرهای سنگین و اسیدهای چرب تنها در موارد ناقطبی حل می‌شوند.

ت) صابون‌ها به دلیل برخورداری از بخش قطبی و بخش ناقطبی هم در آب هم در چربی حل می‌شوند.

ث) بخش آب‌دوست صابون را گروه $-COO^-$ و بخش آب‌گریز آن را زنجیر هیدروکربنی تشکیل می‌دهد.

۲۶ - گزینه ۲ به محل تماس لوله‌ها و سطح مایع درون ظرف هم توجه داشته باشیم!

$$(a_{av})_{\Delta s-10s} = \frac{v_{10} - v_{\Delta}}{10s - \Delta s} = -4 \Rightarrow v_{10} - v_{\Delta} = -20 \frac{m}{s} \quad (1)$$

$$(a_{av})_{10s-12s} = \frac{v_{12} - v_{10}}{12s - 10s} = 2 \Rightarrow v_{12} - v_{10} = 4 \frac{m}{s} \quad (2)$$

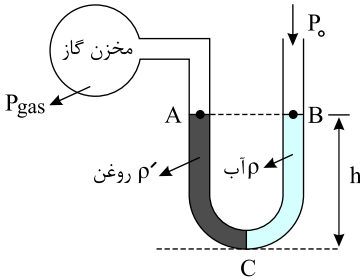
$$(1), (2) \Rightarrow (v_{12} - v_{10}) + (v_{10} - v_{\Delta}) = 4 + (-20) \Rightarrow v_{12} - v_{\Delta} = -16 \Rightarrow (a_{av})_{\Delta s-12s} = \frac{v_{12s} - v_{\Delta s}}{12s - \Delta s} = -\frac{16m}{7s^2}$$

$$\Rightarrow (a_{av})_{\Delta s-12s} = -\frac{16}{7} \frac{m}{s^2}$$

چون \vec{a}_{av} ها و \vec{v} ها همگی در امتداد محور x بودند.

۲۸ - گزینه ۳

در نگاه اول ممکن است تصور شود گزینه ۴، درست است. اگر چنین بود و گاز با هوای بیرون هیچ اختلاف فشاری نداشت به نظر شما با توجه به یکسان بودن حجم آنها، این گونه سطح بالای دو مایع هم تراز بود؟



$$P_C = P_A + \rho'gh = P_0 + \rho gh$$

$$P_A - P_0 = (\rho - \rho')gh \Rightarrow P_A - P_0 = \left[\left(\frac{1 - 0.8}{0.2} \right) \times 10^3 \right] (10) \left(\frac{68}{100} \right) = 20 \times 68 Pa$$

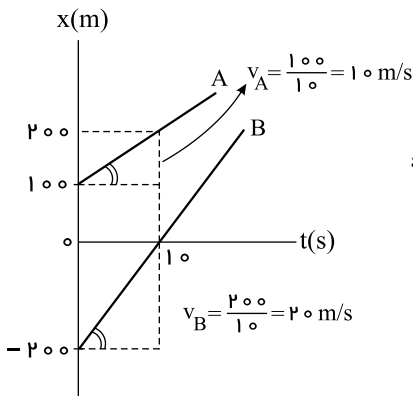
برای تبدیل فشار برحسب پاسکال به سانتی متر جیوه و بالعکس می توان از رابطه زیر کمک گرفت:

$$\rho_{cmHg} = \frac{20 \times 68}{1360} = 1 cmHg = 10 (mmHg)$$

۲۹ - گزینه ۱ در بازه زمانی که تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط متحرک با یکدیگر برابر هستند، جهت حرکت متحرک تغییر نمی کند.

۳۰ - گزینه ۳

در ابتدا سرعت هر یک از متحرک ها و به دنبال آن مسیر حرکت آنها را رسم می کنیم و معادله حرکت آنها را می نویسیم. می دانیم که شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان با سرعت متحرک برابر است. در اینجا که سرعت متحرک ها ثابت است، داریم:

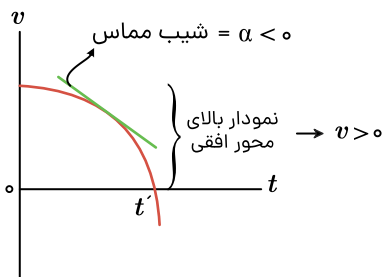


$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = 10t + 100 \\ x_B = 20t - 200 \end{cases}$$

با توجه به اینکه تندی متحرک B بیشتر از متحرک A است، مرتباً به متحرک A نزدیک شده و بعد از رسیدن به متحرک A، از آن جلو می افتد، پس دوبار فاصله آنها از هم ۲۰ متر می شود.

$$|x_A - x_B| = 20m \Rightarrow \begin{cases} x_A - x_B = 20m \\ x_B - x_A = 20m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10t_1 + 100 - (20t_1 - 200) = 20 \rightarrow t_1 = 28s \\ 20t_2 - 200 - (10t_2 + 100) = 20 \rightarrow t_2 = 32s \end{cases} \rightarrow \Delta t = t_2 - t_1 = 4s$$

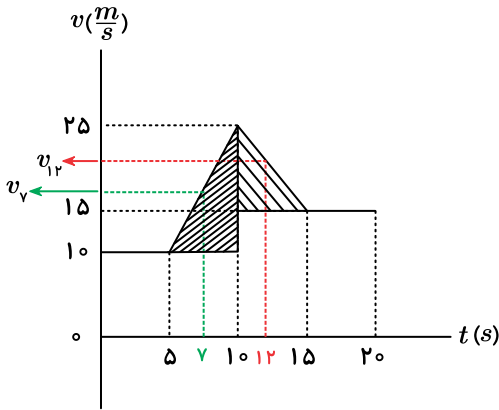
۳۱ - گزینه ۳



حرکت سرعت ثابت $\rightarrow v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۲۶ - ۸}{۱۰ - ۴} = ۳ \frac{m}{s}$

$x = vt + x_0 \xrightarrow{v=۳\frac{m}{s}} x = ۳t + x_0 \xrightarrow{t=۴s, x=۸m} ۸ = ۱۲ + x_0 \rightarrow x_0 = -۴m \rightarrow x = ۳t - ۴$

۳۳ - گزینه ۱ به کمک تشابه، سرعت در لحظات ۷s و ۱۲s :

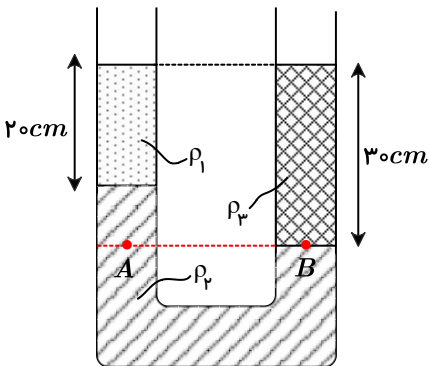


$$\begin{cases} \frac{v_7 - 10}{7 - 5} = \frac{25 - 10}{10 - 5} \Rightarrow v_7 = 16 \frac{m}{s} \\ \frac{v_{12} - 15}{12 - 12} = \frac{25 - 15}{15 - 10} \Rightarrow v_{12} = 21 \frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow a_{av} = \frac{v_{12} - v_7}{12 - 7} = \frac{21 - 16}{5} = 1 \frac{m}{s^2}$$

۳۴ - گزینه ۱ دو ثانیه دوم، یعنی بازه زمانی ۲ تا ۴ ثانیه:

$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۳(۴^۲ - ۲^۲)}{۴ - ۲} = \frac{۳ \times ۱۲}{۲} = ۱۸ \frac{m}{s^2}$

۳۵ - گزینه ۴



$P_A = P_B$
 $P_0 + \rho_1 gh_1 + \rho_2 gh_2 = P_0 + \rho_3 gh_3$
 $\Rightarrow \rho_1 ۲۰ + \rho_2 ۱۰ = \rho_3 ۳۰$
 $\xrightarrow{\rho_2 = ۲\rho_1} ۲\rho_1 + ۱ \times ۲\rho_1 = \rho_3 \times ۳$
 $\Rightarrow ۴\rho_1 = ۳\rho_3 \Rightarrow \frac{\rho_3}{\rho_1} = \frac{۴}{۳}$

۳۶ - گزینه ۲ ابتدا دامنه‌ی تعریف دو تابع f, g را بدست می‌آوریم.

$f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2} \rightarrow D_f = R - \{-1, 1\}$

$g(x) = \sqrt{x-x^2} \rightarrow D_g : x-x^2 \geq 0 \rightarrow x(1-x) \geq 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} 0 \leq x \leq 1$

$D_{g \circ f} = \{x \in D_f, f(x) \in D_g\} = \underbrace{\{x \neq 1, x \neq -1\}}_I, 0 \leq \frac{1+x^2}{1-x^2} \leq 1$

$\frac{1+x^2}{1-x^2} \geq 0 \rightarrow 1-x^2 > 0 \rightarrow x^2 < 1 \rightarrow -1 < x < 1 \quad (II)$

$\frac{1+x^2}{1-x^2} \leq 1 \rightarrow \frac{1+x^2}{1-x^2} - 1 \leq 0 \rightarrow \frac{1+x^2-1+x^2}{1-x^2} \leq 0 \rightarrow \frac{۲x^2}{1-x^2} \leq 0$

$\rightarrow \frac{x}{- \infty \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad + \infty}$
 عبارت ≤ 0 | - تن | + تن | + تن | - تن

$\rightarrow x < -1$ یا $x > 1$ یا $x = 0 \quad (III)$



از اشتراک I و II و III به جواب $x = 0$ می‌رسیم.

۳۷ - گزینه ۴ روش اول:

$$\begin{aligned} 2x - 3 = t &\Rightarrow 2x = t + 3 \Rightarrow x = \frac{t+3}{2} \\ \Rightarrow f(t) &= 4\left(\frac{t+3}{2}\right)^2 - 14\left(\frac{t+3}{2}\right) + 13 = (t+3)^2 - 7(t+3) + 13 \\ &= t^2 + 9 + 6t - 7t - 21 + 13 = t^2 - t + 1 \Rightarrow f(x) = x^2 - x + 1 \end{aligned}$$

روش دوم: یک عدد دلخواه مانند $x = 2$ را انتخاب می‌کنیم.

$$f(2x - 3) = 4x^2 - 14x + 13 \xrightarrow{x=2} f(1) = 16 - 28 + 13 \rightarrow f(1) = 1$$

تنها گزینه چهارم است که اگر به جای x آن عدد یک قرار دهیم حاصل برابر یک می‌شود.

۳۸ - گزینه ۱

$$\begin{cases} f(x) = x^2 - x - 2 \Rightarrow f(g(x)) = (g(x))^2 - (g(x)) - 2 \\ f(g(x)) = x^2 + x - 2 \end{cases}$$

حال با تغییر متغیر $t = g(x)$ و تساوی دو رابطه‌ی بالا داریم:

$$\begin{aligned} \Rightarrow t^2 - t - 2 &= x^2 + x - 2 \Rightarrow t^2 - t = x^2 + x \\ \Rightarrow \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} &= \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} \rightarrow \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 \\ \Rightarrow \left(t - \frac{1}{2}\right) &= \pm \left(x + \frac{1}{2}\right) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t - \frac{1}{2} = x + \frac{1}{2} \Rightarrow t = x + 1 \Rightarrow g(x) = x + 1 \\ t - \frac{1}{2} = -x - \frac{1}{2} \Rightarrow t = -x \Rightarrow g(x) = -x \end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} (f+g)(x) = f(x) + g(x) = x^2 - x - 2 + (-x) = x^2 - 2x - 2 \\ (f+g)(x) = f(x) + g(x) = x^2 - x - 2 + x + 1 = x^2 - 1 \end{cases}$$

۳۹ - گزینه ۴

$$2x - x^2 \geq 0 \Rightarrow x(2 - x) \geq 0$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c} x \\ \hline -\infty \quad 0 \quad 2 \quad +\infty \\ \hline < 0 & - & + & - \\ \hline \end{array} \Rightarrow 0 \leq x \leq 2$$

حال برای پیدا کردن دامنه $f(3-x)$ کافی است $x - 3$ را بین صفر و ۲ قرار دهیم.

$$0 \leq 3 - x \leq 2 \Rightarrow -3 \leq -x \leq -1 \Rightarrow 3 \geq x \geq 1 \Rightarrow x \in [1, 3]$$

البته می‌توانید ابتدا ضابطه $f(3-x)$ را به دست آورید و سپس زیر رادیکال را بزرگ‌تر مساوی صفر قرار دهید.

۴۰ - گزینه ۴

$$g(f(x)) = \frac{2\left(\frac{2x-1}{x+1}\right) + 2}{2 - \left(\frac{2x-1}{x+1}\right)} = \frac{4x - 2 + 2x + 2}{\frac{2x+2-2x+1}{x+1}} = \frac{6x}{3} = 2x$$

۴۱ - گزینه ۳

$$f(x) = |x|, g(x) = (x+1)^2$$

$$f \circ g(1 - \sqrt{2}) = f(g(1 - \sqrt{2})) = f((1 - \sqrt{2} + 1)^2) = f((2 - \sqrt{2})^2) = |(2 - \sqrt{2})^2|$$

$$= (2 - \sqrt{2})^2 = 4 - 4\sqrt{2} + 2 = 6 - 4\sqrt{2}$$

$$g \circ f(1 - \sqrt{2}) = g(f(1 - \sqrt{2})) = g(|1 - \sqrt{2}|) = g(-1 + \sqrt{2}) = (-1 + \sqrt{2} + 1)^2 = 2$$

$$\Rightarrow f \circ g(1 - \sqrt{2}) - g \circ f(1 - \sqrt{2}) = 6 - 4\sqrt{2} - 2 = 4 - 4\sqrt{2} = 4(1 - \sqrt{2})$$

۴۲ - گزینه ۲ ابتدا دامنه‌ی تعریف دو تابع f و g را بدست می‌آوریم.



$$f(x) = \frac{1-x^2}{1+x^2} \rightarrow D_f = R$$

$$g(x) = \sqrt{x-x^2} \rightarrow D_g : x-x^2 \geq 0 \rightarrow x(1-x) \geq 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} 0 \leq x \leq 1$$

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f, f(x) \in D_g\} = \underbrace{\{x \in R\}}_I, 0 \leq \frac{1-x^2}{1+x^2} \leq 1$$

$$\underbrace{\frac{1-x^2}{1+x^2}}_+ \geq 0 \rightarrow 1-x^2 \geq 0 \rightarrow x^2 \leq 1 \rightarrow -1 \leq x \leq 1 : II$$

$$\frac{1-x^2}{1+x^2} \leq 1 \rightarrow \frac{1-x^2}{1+x^2} - 1 \leq 0 \rightarrow \frac{1-x^2-1-x^2}{1+x^2} \leq 0 \rightarrow \frac{\underbrace{-2x^2}_{\text{منفی یا صفر}}}{\underbrace{1+x^2}_+} \leq 0$$

از اشتراک سه جواب به دست آمده به جواب $1 \leq x \leq 1$ می‌رسیم. $(x \in [-1, 1])$

۴۳ - گزینه ۱

$$\left. \begin{aligned} f(f(5)) &= f(5 - \sqrt{5+4}) = f(2) = 2(2) + 3 = 7 \\ f(f(1)) &= f(2(1) + 3) = f(5) = 5 - \sqrt{5+4} = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 7 + 2 = 9$$

۴۴ - گزینه ۴ برای آن که $g(f(a)) = 5$ باشد، باید مقدار $f(a)$ یعنی ورودی تابع g برابر با ۶ باشد، چون $g(6) = 5$ است. برای این منظور ضابطه‌ی تابع f را برابر ۶ قرار می‌دهیم. داریم.

$$f(a) = 6 \Rightarrow a + \sqrt{a} = 6 \xrightarrow{\text{مشاهده‌ی گزینه‌ها}} a = 4$$

۴۵ - گزینه ۲

$$f(g(x)) = f(2x-1) \xrightarrow{f(g(x)) = \frac{x}{x-3}} f(2x-1) = \frac{x}{x-3} \xrightarrow{2x-1=3 \rightarrow x=2} f(2) = \frac{2}{2-3} = -2$$