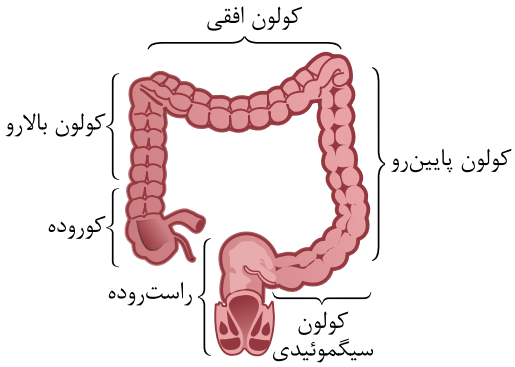
پاسخ‌نامه تشریحی

۱ ۱ ۲ ۳ **۴** فقط مورد (ب) نادرست است.

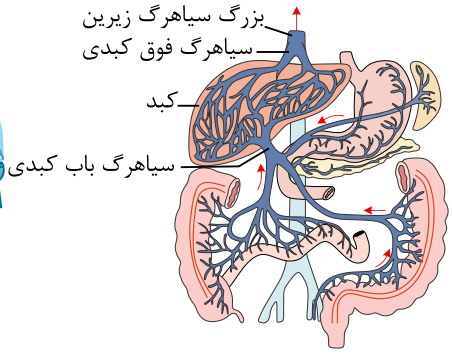
* بررسی موارد:

الف) با توجه به شکل زیر ابتدای رودهٔ بزرگ بالاتر از راست‌روده قرار گرفته است.

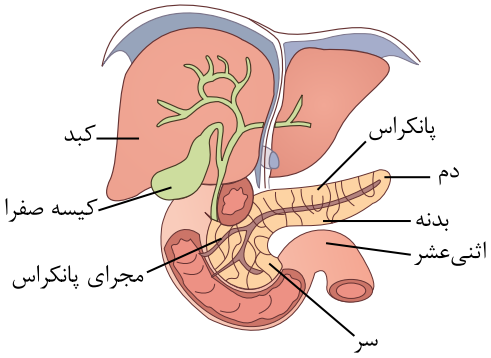


ب) زیرا با توجه به شکل زیر در پشت پانکراس لولهٔ گوارش دیده نمی‌شود امّا در بالای آن معده دیده می‌شود.

ج) با توجه به شکل زیر بخشی از معده بالاتر از اسفنکتر انتهای مری قرار گرفته همانند بخشی از کبد که بالاتر از این ناحیه واقع شده است.



د) اگر به شکل روبه‌رو دقت کنیم درمی‌یابیم که عبارت داده شده کاملاً صحیح می‌باشد.



۲ ۱ ۲ ۳ **۴** سکرتین با تأثیر بر ترشح بی‌کربنات به خنثی کردن کیموس اسیدی در دوازدهه کمک می‌کند. اما گاسترین ترشح اسید و آنزیم را زیاد می‌کند.

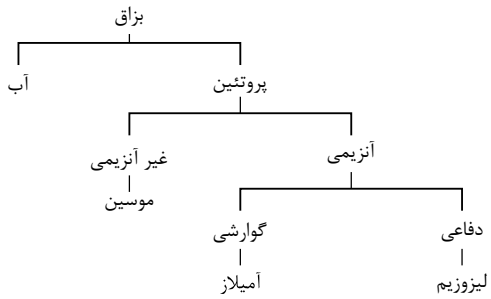
بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) سکرتین باعث افزایش ترشح بی‌کربنات به دوازدهه می‌شود و نه به خون.

۲) هر دو به خون وارد می‌شوند.

۳) پروتئازهای لوزالمعده فعال نیستند.

۳ ۱ **۲** ۳ ۴ پروتئین‌های موجود در بزاق شامل پروتئین‌های غیرآنزیمی (موسین) و آنزیمی (آمیلاز گوارشی و لیزوزیم دفاعی) است. همهٔ پروتئین‌ها توسط بافت پوششی غدد بزاقی ترشح می‌شوند. در زیر این یاخته‌ها یک لایه غشای پایه وجود دارد که شامل شبکه‌ای از رشته‌های پروتئینی و گلیکوپروتئینی است.



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در مورد لیزوزیم صادق نیست.

گزینهٔ «۳»: حرکات آرواره عامل گوارش مکانیکی است نه ترشح بزاق.

گزینهٔ «۴»: ایجاد محیط مناسب جهت فعالیت آنزیم‌ها حاصل جویدن و گوارش مکانیکی (آسیاب شدن غذا) است.

۴ ۱ ۲ **۳** ۴ یاخته‌های اصلی غده‌ها، آنزیم‌های گوارشی معده (پروتئازها) را ترشح می‌کنند که در عمق غدد معدی قرار گرفته‌اند، اما یاخته‌های پوششی سطحی که بی‌کربنات ترشح می‌کنند در سطح حفرهٔ معدی قرار دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: لزوماً همهٔ یاخته‌های ترشح‌کننده مادهٔ مخاطی و یاخته‌های کناری، در مجاورت یاخته‌های اصلی قرار ندارند.

گزینهٔ «۲»: هر دو دستگاه گلژی گسترده‌ای دارند.

گزینهٔ «۴»: یاخته‌های پوششی سطحی و برخی از یاخته‌های غده‌های معده، مادهٔ مخاطی زیادی ترشح می‌کنند که لایهٔ ژله‌ای حفاظتی را قلیایی می‌کند. یاخته‌های پوششی مخاط معده در بافت پیوندی زیرین فرو رفته‌اند و حفره‌های معده را به وجود می‌آورند. مجاری غده‌های معده، به این حفره‌ها راه دارند. ترشحات یاخته‌های درون غدد معدی برخلاف یاخته‌های سطحی، ابتدا به درون مجاری و سپس به درون حفرات معده وارد می‌شود.

۵ ۱ ۲ ۳ **۴** در صورتی که ایدهٔ اصلی طرح سؤال را متوجه شده باشید، پاسخ دادن به آن کمتر از ۱۰ ثانیه طول می‌کشد!!!!

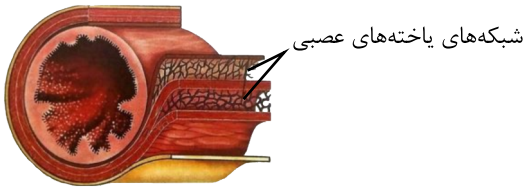
سوال، درستی عباراتی را می‌خواهد که در مورد غدد موجود در لولهٔ گوارش مطرح شده‌اند. عبارت‌های «ب»، «ج» و «د» اندام‌های مرتبط با لوله گوارش هستند و در لولهٔ گوارش قرار ندارند. در مورد عبارت «الف» هم باید به این نکته توجه کنید که غدد ترشح‌کنندهٔ گاسترین در مجاورت پیلور قرار دارند و پیلور در سمت راست بدن واقع شده است. راستش عبارت «الف» را گذاشتیم که قشنگ از ایدهٔ طرح سؤال دور شوید. اگر ایدهٔ طرح این سؤال را از ابتدا درست تشخیص داده‌اید به شما تبریک می‌گوییم. اما یک یادآوری! دستگاه گوارش دارای دو بخش است. لولهٔ گوارشی و اندام‌ها و غدد مرتبط با آن. کبد، لوزالمعده و کیسهٔ صفرا از اندام‌های مرتبط با لولهٔ گوارش هستند. پس عبارت‌های «ب»، «ج» و «د» هرچند جملات درستی هستند اما مدنظر نبوده و نادرست محسوب می‌شوند. کلیشه و ایدهٔ این نوع سؤال را به‌خاطر مبارک بسپارید. از ما گفتن بود .....!!!

۶ ۱ ۲ ۳ **۴** – ترشحات پانکراس، کبد و غدد بزاقی به درون لوله گوارشی می‌ریزد و به گوارش غذا کمک می‌کنند.

– ترشحات مخاطی نای به درون نای ترشح شده و به همراه ناخالصی‌های به دام افتاده در آن با حرکات ضربانی مژک‌ها به سمت حلق رانده می‌شوند که در آنجا ممکن است به لولهٔ گوارش منتقل شوند و به معده بروند تا توسط شیرهٔ معده نابود شوند.

۷ ۱ **۲** ۳ ۴ لایهٔ زیرمخاطی (نه لایهٔ مخاطی)، نوعی بافت پیوندی با رگ‌های خونی فراوان است. لایهٔ مخاطی، یک لایهٔ بافت پوششی به‌همراه آستر پیوندی است.

۸ ۱ ۲ **۳** ۴ شبکه‌های عصبی روده‌ای می‌توانند مستقل از دستگاه عصبی خودمختار فعالیت کنند. اما دستگاه عصبی خودمختار با آنها ارتباط دارد و بر عملکرد آنها تأثیر می‌گذارد.



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱) شبکه‌های یاخته‌های عصبی لولهٔ گوارش در زیرمخاط و لایهٔ ماهیچه‌ای دیده می‌شود.

گزینهٔ ۲) در ساختار لولهٔ گوارش از مری تا مخرج، شبکه‌های یاخته‌های عصبی وجود دارند.

گزینهٔ ۴) همان‌طور که بیان شد، شبکه‌های عصبی روده‌ای می‌توانند مستقل از دستگاه عصبی خودمختار فعالیت کنند؛ ولی دستگاه عصبی خودمختار با آنها ارتباط دارد و بر عملکرد آنها تأثیر می‌گذارد.

۹ ۱ ۲ **۳** ۴ کولون بالارو و کیسهٔ صفرا در سمت راست بدن، اسفنکتر تحتانی مری در چپ و رودهٔ کور در سمت راست می‌باشند، پیلور نیز در سمت راست بدن قرار دارد.

۱۰ ۱ **۲** ۳ ۴ موارد «ج» و «د» عبارات نادرستی هستند.

ج) بنداره‌های لولهٔ گوارش برای عبور مواد باز می‌شوند و همواره بسته و منقبض نیستند.

د) انتهای لوله گوارش، دو بنداره به‌ترتیب از نوع ماهیچه صاف و مخطط وجود دارد که هنگام دفع باز می‌شوند.

۱۱ ۱ ۲ ۳ **۴** در حرکات قطعه‌قطعه کننده بخش‌هایی از لوله گوارش به صورت یک در میان منقبض و شل می‌شوند که این امر در نتیجه انقباض ماهیچه‌ی لوله‌ی گوارش از جمله ماهیچه‌های حلقوی و به استراحت رفتن آنها پس از انقباض است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: حرکات کرمی شکل به ویژه (نه فقط) زمانی نقش مخلوط کنندگی دارد که با برخورد به یک بنداره متوقف می‌شود.

گزینهٔ «۲»: مثلاً هنگام برخورد محتویات معده به پیلور، حرکات کرمی شکل فقط نقش مخلوط کنندگی دارند.

گزینهٔ «۳»: هنگام استفراغ، جهت حرکت کرمی وارونه می‌شود.

۱۲ ۱ ۲ ۳ ۴ به‌علت کاهش ترشح صفرا، گوارش ترکیبات لیپیدی و در نتیجه جذب آنها کاهش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌های «۲» و «۴»: یکی از اعمال صفرا این است که پس از ورود به روده اثر لیپاز پانکراس را بر آنها آسان‌تر می‌کند، بنابراین در اثر کاهش ترشح صفرا (مثلاً در فرد مبتلا به سنگ کیسهٔ صفرا)، میزان جذب چربی‌ها (تری‌گلیسریدها) کاهش یافته و در نتیجه میزان تری‌گلیسریدها، در مویرگ‌های لنفی روده کاهش می‌یابد و بر میزان دفع لیپیدها از طریق روده افزوده می‌شود.

گزینه «۳»: در فرد مبتلا به سنگ کیسهٔ صفرا میزان ترشح صفرا کاهش می‌یابد، ولی ترشح لیپاز (آنزیم هضم‌کنندهٔ لیپیدها) کاهش پیدا نمی‌کند؛ فقط چون از میزان ترشح صفرا کم شده است، لیپاز پانکراس، به‌سختی بر لیپیدها اثر می‌کند و در نتیجه مقادیر کمتری چربی، هضم و در نتیجه کمتر جذب می‌شود.

۱۳ ۱ ۲ ۳ ۴ حرکات قطعه‌قطعه‌کننده، محتویات روده را به قطعات جدا از یکدیگر تقسیم می‌کند نه حرکات کرمی. سایر گزینه‌ها درست هستند.

۱۴ ۱ ۲ ۳ ۴ مراحل پایانی گوارش شیمیایی مواد غذایی در لولهٔ گوارشی انسان، در رودهٔ باریک صورت می‌گیرد. قبل از رودهٔ باریک، مواد غذایی در معده قرار دارد. در دیوارهٔ معدهٔ انسان، یاخته‌های پوششی سطحی، با فرو رفتن در بافت پیوندی زیرین خود، حفره‌هایی را به وجود آورده‌اند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱) در رودهٔ باریک (نه معده)، در نتیجهٔ فعالیت پروتئازهای لوزالمعده و آنزیم‌های یاخته‌های رودهٔ باریک، پروتئین‌ها به واحدهای سازندهٔ خود، یعنی آمینواسیدها، آب‌کافت می‌شوند.

گزینهٔ ۳) آمیلاز بزاق و لوزالمعده، نشاسته را به دی‌ساکاریدی به نام مالتوز و مولکول‌های درشت‌تر تبدیل می‌کند. یاخته‌های رودهٔ باریک آنزیم‌هایی دارند که این مولکول‌ها را به مونوساکارید تبدیل می‌کنند.

گزینهٔ ۴) منظور از ترکیب فاقد آنزیم، صفرا است. صفرا به ابتدای رودهٔ باریک (دوازدهه) وارد می‌شود؛ نه معده.

۱۵ ۱ ۲ ۳ ۴ منظور از آنزیم‌هایی که در یک فرد بالغ، آغازگر روند هضم پروتئین‌ها می‌باشند، پپسینوژن است که از سلول‌های اصلی معده ترشح می‌شوند. پپسینوژن پس از تماس با کلریدریک‌اسید (که از سلول‌های کناری معده ترشح می‌شود)، به مولکول‌های کوچک‌تر تبدیل شده و به‌صورت پپسین فعال در می‌آید.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱ و ۲: این آنزیم از تمام غدد معده که در سراسر معده پراکنده است ترشح می‌شود.

گزینه ۳: پپسین فعال، پروتئین‌ها را به مولکول‌های کوچک‌تر پپتیدی (نه مستقیماً به آمینواسیدها) تجزیه می‌کند.

۱۶ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\boxed{n+e+p=۴۹} \quad (۱)$$

$$\begin{cases} n-p=۱ \\ n-e=۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} p=n-۱ \\ e=n-۲ \end{matrix} \xrightarrow{\text{جاگذاری در معادله (۱)}} n+(n-۲)+(n-۱)=۴۹ \Rightarrow ۳n=۵۲ \Rightarrow n=\frac{۵۲}{۳}$$

تعداد نوترون‌ها باید یک عدد طبیعی باشد، پس این حالت ($n-e=۲$) نادرست است و باید حالت $e-n=۲$ را در نظر بگیریم. پس داریم:

$$\boxed{n+e+p=۴۹} \quad (۱)$$

$$\begin{cases} n-p=۱ \Rightarrow p=n-۱ \\ e-n=۲ \Rightarrow e=n+۲ \end{cases} \xrightarrow{\text{جاگذاری در معادله (۱)}} n+(n+۲)+(n-۱)=۴۹ \Rightarrow \boxed{n=۱۶} \;,\; e=n+۲=۱۶+۲=۱۸$$

این یون دارای ۱۶ نوترون، ۱۵ پروتون و ۱۸ الکترون است، پس یک آنیون می‌باشد. $X^{۳-}$

۱۷ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا فراوانی ایزوتوپ ^{۵۲}X که ایزوتوپ سبک‌تر است را تعیین می‌کنیم:

$$\bar{M}=\frac{M_۱F_۱+M_۲F_۲}{F_۱+F_۲}$$

$$۵۳/۲=\frac{۵۲F_۱+۵۴(۱۰۰-F_۱)}{۱۰۰} \Rightarrow F_۱=\%۴۰$$

روش اول:

$$?\ atom^{۵۲}X=۱۵۰g\ X\ \text{نمونه} \times \frac{۱amu}{۱/۶۶\times ۱۰^{-۲۴}g} \times \frac{۱atom\ X}{۵۳/۲amu\ X} \times \frac{۴۰atom^{۵۲}X}{۱۰۰atom\ X} \simeq ۶۷/۹\times ۱۰^{۲۲}atom$$

روش دوم:

$$?\ atom^{۵۲}X=۱۵۰g \times \frac{۱mol}{۵۳/۲g} \times \frac{۶/۰۲\times ۱۰^{۲۳}atom}{۱mol} \times \frac{۴۰atom\ ^{۵۲}X}{۱۰۰atom} \simeq ۶۷/۹\times ۱۰^{۲۲}atom$$

۱۸ ۱ ۲ ۳ ۴

$$A \text{ جرم اتمی میانگین} = \frac{(۴۵\times ۱۰)+(۴۷\times ۹۰)}{۱۰۰}=۴۶/۸amu$$

$$X \text{ جرم اتمی میانگین} = \frac{(۳۵\times ۲۰)+(۳۷\times ۸۰)}{۱۰۰}=۳۶/۶amu$$

$$M_{A_۲X_۳}=۲(۴۶/۸)+۳(۳۶/۶)=۹۳/۶+۱۰۹/۸=۲۰۳/۴amu$$

۱۹ ۱ ۲ ۳ ۴

$$F_۱=۲۰ \Rightarrow F_۲+F_۳=۸۰ \Rightarrow F_۳=۸۰-F_۲$$

$$۸۶٫۴ = \frac{(۸۴ \times ۲۰) + (۸۶ \times F_۲) + [۸۸(۸۰ - F_۲)]}{۱۰۰}$$
$$۸۶۴۰ = ۱۶۸۰ + ۸۶F_۲ + ۷۰۴۰ - ۸۸F_۲ \Rightarrow ۲F_۲ = ۸۷۲۰ - ۸۶۴۰$$
$$۲F_۲ = ۸۰ \Rightarrow F_۲ = ۴۰$$
$$F_۳ = ۴۰$$

۲۰ ۱ ۲ **۳** ۴

اختلاف شمار نوترون و پروتون $= a$ و عدد جرمی $= A$، عدد اتمی $= Z$

$$Z = \frac{A-a}{۲} \Rightarrow Z = \frac{۶۵-۷}{۲} \Rightarrow Z = ۲۹$$

$$_{۲۹}M : [_{۱۸}Ar]۳d^{۱۰}۴s^{۱} \Rightarrow _{۲۹}M^{۲+} : [_{۱۸}Ar]۳d^{۹}$$

۲۱ **۱** ۲ ۳ ۴ فرمول یون‌های نیترات، فسفات و سولفات به ترتیب $NO_۳^-$، $PO_۴^{۳-}$ و $SO_۴^{۲-}$ است:

$$\left.\begin{array}{l}\text{جمع جبری بار یون‌ها} = -۶ \\ \text{جمع تعداد اکسیژن‌ها} = ۱۱\end{array}\right\} \Rightarrow ۱۱ + (-۶) = ۵$$

۲۲ ۱ ۲ ۳ **۴** الکترون‌های برانگیخته لزوماً به حالت پایه برنمی‌گردند، به‌طور مثال الکترون اتم هیدروژن که در لایهٔ پنجم $(n = ۵)$ قرار دارد، می‌تواند به‌جای حالت پایه $(n = ۱)$ به لایهٔ سوم $(n = ۳)$ برگردد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: با دور شدن الکترون از هسته، انرژی آن افزایش می‌یابد.

گزینهٔ «۲»: الکترون‌ها در حالت عادی در هر لایه‌ای که قرار دارند، آن لایه، پایه محسوب می‌شود که می‌تواند هرکدام از لایه‌های $n = ۱$، $n = ۲$ و... باشد. فقط در اتم‌های هیدروژن و هلیم که تنها در لایهٔ اول الکترون دارند، $n = ۱$ حالت پایه محسوب می‌شود.

گزینهٔ «۳»: در طیف «نشری - خطی» اتم هیدروژن، نوار زردرنگ وجود ندارد.

۲۳ ۱ ۲ ۳ **۴** فقط اطلاعات ارایه‌شده در گزینهٔ (۴) می‌توانند درست باشند. عنصر شمارهٔ ۳۸ یک فلز از تناوب پنجم است که می‌تواند با از دست دادن دو الکترون به یون $M^{۲+}$ تبدیل شده و آرایش $_{۳۶}Kr$ را پیدا کند. این فلز با گوگرد $(S^{۲-})$ ترکیبی با فرمول MS تشکیل می‌دهند.

۲۴ ۱ ۲ ۳ **۴** عبارت‌های (آ)، (ب) و (پ) درست‌اند.

آ) نور ستارهٔ B (آبی) طول موج کوتاه‌تری از نور ستارهٔ A (قرمز) داشته و میزان انحراف آن در عبور از منشور بیشتر است.

ب) خطوط طیف نشری خطی عناصر H، Li و Na در طیف ستارهٔ A وجود دارند.

پ و ت) ستارهٔ B شامل عنصرهای H و He بوده و چون نسبت به A، عناصر سبک‌تری دارد و جرم ستاره‌ها یکسان است؛ می‌توان گفت ستارهٔ B جوان‌تر است.

۲۵ ۱ **۲** ۳ ۴

$$\left.\begin{array}{l} n + p = ۱۲۲ \\ n - e = \frac{p}{۳} \\ e - p = ۳ \end{array}\right\} \xrightarrow{e=p+۳} \left\{\begin{array}{l} n + p = ۱۲۲ \\ n - \frac{۴}{۳}p = ۳ \end{array}\right. \Rightarrow p = ۵۱, n = ۷۱, e = ۵۴$$

دقت کنید که در اتم X، تعداد الکترون‌ها و پروتون‌ها با هم برابر است.

$$n + p + e = ۷۱ + ۵۱ + ۵۱ = ۱۷۳$$

۲۶ ۱ ۲ ۳ **۴** خط طیفی $X_۲$ از خط طیفی $X_۱$، طول موج بلندتری دارد و از آن‌جا که می‌دانیم طول موج با انرژی رابطهٔ معکوس دارد، بنابراین اختلاف انرژی بین دو لایهٔ اولیه و نهایی در $X_۲$ کوچکتر از $X_۱$ می‌باشد. از طرف دیگر، از این نکته هم باید استفاده کنیم که در طیف نشری خطی هیدروژن، انتقال‌هایی که از لایه‌های بالاتر به لایهٔ $n = ۲$ انجام می‌گیرند، در محدودهٔ طول موج مرئی ۴۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر قرار می‌گیرند. از بین دو انتقال D و E که به $n = ۲$ می‌آیند، انتقال E، تفاوت انرژی کم‌تری نسبت به انتقال A دارد؛ پس خط طیفی $X_۲$ می‌تواند مربوط به انتقال E باشد.

۲۷ **۱** ۲ ۳ ۴ آرایش $_{۵۳}I^-$ و $_{۵۵}Cs^+$ به $_{۵۴}Xe$ ختم می‌شود. برای رسم آرایش الکترونی آنیونها کافی است با توجه به تعداد بار منفی به آخرین زیرلایه الکترون اضافه نماییم یا در واقع عدد اتمی آن عنصر را با تعداد بار منفی جمع نموده و آرایش آن‌را رسم کنیم.

$$_{۵۳}I^- \xrightarrow[۵۳+۱=۵۴]{Z=۵۳} [_{۵۴}Xe]$$

برای رسم آرایش الکترونی کاتیونها باید ابتدا آرایش اتم خنثی را رسم کنیم سپس مرتب شدهٔ آن را بنویسیم و با توجه به تعداد بار مثبت، از آخرین زیرلایه(ها) الکترون کم کنیم.

$$_{۵۵}Cs^+ \xrightarrow{\text{خنثی}} [_{۵۴}Xe]\ ۶s^{۱} \xrightarrow{-۱\ e^-} [_{۵۴}Xe]$$

۲۸ **۱** ۲ ۳ ۴ عبارت‌های (آ) و (ت) درست‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) ترتیب پرشدن زیرلایه‌ها به n و l بستگی دارد.

پ) در سومین دورهٔ جدول دوره‌ای، ۸ عنصر جای دارد که از میان آن‌ها دو عنصر $(Cl$ و $Ar)$ گازی‌اند.

۲۹ ۱ **۲** ۳ ۴ اتم M، ۲ الکترون بیشتر از $M^{۲+}$ دارد؛ بنابراین عدد اتمی M برابر با ۲۹ است:

$$_{۲۹}M : ۱s^۲۲s^۲۲p^۶۳s^۲۳p^۶۳d^{۱۰}۴s^{۱} \Rightarrow _{۲۹}M^{۲+} \xrightarrow{-۲\ e^-} ۱s^۲/۲s^۲, ۲p^۶/\underbrace{۳s^۲, ۳p^۶, ۳d^۹}_{\text{۱۷ الکترون}}$$

۳۰ ۱ ۲ ۳ **۴**

بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) انرژی هر رنگ نور مریی، با طول موج آن نسبت عکس دارد.

ت) هر چه فاصلهٔ میان لایه‌های انتقال الکترون در اتم برانگیختهٔ هیدروژن بیشتر باشد، انرژی بیشتر و طول موج نور، کوتاه‌تر است.

۳۱ ۱ ۲ **۳** ۴

با توجه به اینکه نمودار $x-t$ ، دو متحرک خط راست می‌باشد درنتیجه هر دو حرکت با سرعت ثابت انجام می‌دهند. پس ابتدا معادله حرکت دو متحرک را می‌نویسیم و مختصات نقاط داده شده را درآنها جایگذاری می‌کنیم:

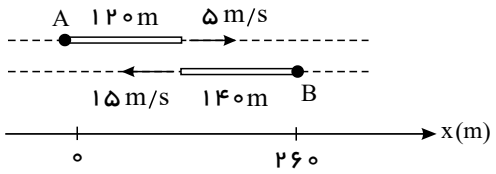
$$\begin{cases} x_A = v_A t + x_{\circ A} \\ x_B = v_B t + x_{\circ B} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۶۵\circ = v_A \times ۳\circ + x_{\circ A} \\ ۶\circ\circ = v_B \times ۳\circ + x_{\circ A} + ۴۳\circ \end{cases}$$

با کم کردن دو معادله ازیکدیگرداریم:

$$۵\circ = ۳\circ(v_A - v_B) - ۴۳\circ \Rightarrow ۴۸\circ = ۳\circ(v_A - v_B) \Rightarrow v_A - v_B = ۱۶\frac{m}{s}$$

۳۲ ۱ **۲** ۳ ۴

لحظهٔ رسیدن قطارها به هم:



قطارها وقتی به‌طور کامل از کنار هم عبور می‌کنند که انتهای آن‌ها به‌هم برسند (A, B).

$$\begin{cases} x_A = ۵t + \circ \\ x_B = -۱۵t + ۲۶\circ \end{cases} \xrightarrow{x_A = x_B} ۲\circ t = ۲۶\circ \Rightarrow t = ۱۳s$$

۳۳ ۱ **۲** ۳ ۴

زمانی که قطار از روی پل می‌گذرد باید طول قطار نیز از روی پل عبور کند.

طول پل + طول قطار $= \Delta x$

$$\left.\begin{matrix} v = ۳\circ \frac{m}{s} \\ t = ۲\circ\ s \end{matrix}\right\} \rightarrow \Delta x = v \cdot t \Rightarrow ۳\circ \frac{m}{s} \times ۲\circ s = ۶\circ\circ m$$

$۶\circ\circ = x + ۲\circ\circ \rightarrow$ طول قطار $= ۶\circ\circ - ۲\circ\circ = ۴\circ\circ m$

۳۴ ۱ ۲ **۳** ۴

از دید ناظر ساکنی که کنار پله‌برقی ایستاده و به مسافر نگاه می‌کند داریم:

$v_۱$ سرعت پله:

$v_۲ =$ سرعت شخص

در حالت اول $d = v_۱ t_۱ \Rightarrow d = v_۱ \times ۶\circ \Rightarrow v_۱ = \frac{d}{۶\circ}$

در حالت دوم $d = v_۲ t_۲ \Rightarrow d = v_۲ \times ۱۸\circ \Rightarrow v_۲ = \frac{d}{۱۸\circ}$

در حالت سوم $d = (v_۱ + v_۲)t \Rightarrow t = \frac{d}{\frac{d}{۶\circ} + \frac{d}{۱۸\circ}} = \frac{d}{\frac{۴d}{۱۸\circ}} \Rightarrow t = ۴۵s$

۳۵ ۱ ۲ ۳ **۴**

دو متحرک در نقطهٔ C به‌هم رسیده‌اند.

$$\begin{matrix} AC = ۰/۴AB = v_۱ \times t \\ BC = ۰/۶AB = v_۲ \times t \end{matrix} \Rightarrow \frac{v_۱}{v_۲} = \frac{۲}{۳}$$

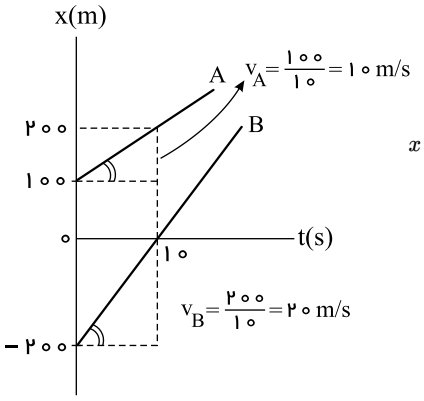
متحرک ۲ از C تا A می‌رود. $\Rightarrow AC = ۰/۴AB = v_۲ \times t_۲$

متحرک ۱ از C تا B می‌رود. $\Rightarrow BC = ۰/۶AB = v_۱ \times t_۱$

$$\frac{۰/۴AB}{۰/۶AB} = \frac{v_۲}{v_۱} \times \frac{t_۲}{t_۱} \Rightarrow \frac{۲}{۳} = \frac{۳}{۲} \times \frac{t_۲}{t_۱} \Rightarrow \frac{t_۲}{t_۱} = \frac{۴}{۹}$$

۳۶ ۱ ۲ **۳** ۴

در ابتدا سرعت هر یک از متحرک‌ها و به دنبال آن مسیر حرکت آنها را رسم می‌کنیم و معادلهٔ حرکت آنها را می‌نویسیم. می‌دانیم که شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان با سرعت متحرک برابر است. در اینجا که سرعت متحرک‌ها ثابت است، داریم:



$$x=vt+x_{\circ}\Rightarrow\begin{cases}x_A=۱۰t+۱۰۰\\x_B=۲۰t-۲۰۰\end{cases}$$

با توجه به اینکه تندی متحرک B بیشتر از متحرک A است، مرتباً به متحرک A نزدیک شده و بعد از رسیدن به متحرک A، از آن جلو می‌افتد، پس دوبار فاصلهٔ آنها از هم ۲۰ متر می‌شود.

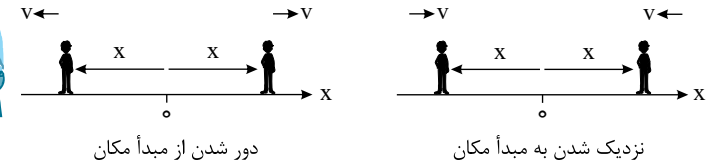
$$|x_A-x_B|=۲۰m\rightarrow\begin{cases}x_A-x_B=۲۰m\\x_B-x_A=۲۰m\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}۱۰t_۱+۱۰۰-(۲۰t_۱-۲۰۰)=۲۰\rightarrow t_۱=۲۸s\\۲۰t_۲-۲۰۰-(۱۰t_۲+۱۰۰)=۲۰\rightarrow t_۲=۳۲s\end{cases}\rightarrow\Delta t=t_۲-t_۱=۴s$$

۳۷ ۱ ۲ **۳** ۴ وقتی سرعت متحرک ثابت است، سرعت متوسط آن در هر بازهٔ زمانی با سرعت آن در هر لحظه (که مقداری ثابت بود) برابر است. (درستی گزینهٔ ۱)

توجه کنیم متحرک می‌تواند به مبدأ مکان $(x=۰)$ نزدیک یا دور شود اما در حرکت با سرعت ثابت متحرک تغییر جهت نمی‌دهد و همواره از مبدأ حرکت (عمل شروع حرکت = مکان اولیه) در حال دور شدن است. (درستی گزینهٔ ۲)

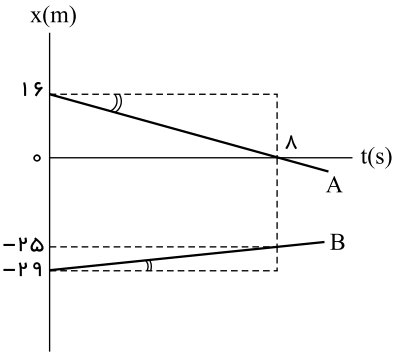
و از آنجایی که سرعت ثابت است شتاب همواره ثابت و برابر صفر است که در نتیجه شتاب متوسط همیشه صفر است (درستی گزینهٔ ۴)

در مورد گزینهٔ (۳) تنها زمانی که متحرک در حال دور شدن از مبدأ مکان است بردار سرعت و مکان هم‌جهت هستند و در حالی که متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان است این دو بردار خلاف جهت هم هستند.



۳۸ ۱ ۲ ۳ ۴ **۱**

می‌دانیم که شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان با سرعت متحرک برابر است. بنابراین در ابتدا معادلهٔ حرکت هریک از دو متحرک را می‌نویسیم.



$$\Rightarrow v_A=\text{شیب خط}=\frac{-۱۶}{۸}=-۲\frac{m}{s}$$

$$v_B=\text{شیب خط}=\frac{۴}{۸}=\frac{۱}{۲}\frac{m}{s}$$

$$x=vt+x_{\circ}\Rightarrow\begin{cases}x_A=-۲t+۱۶\\x_B=\frac{۱}{۲}t-۲۹\end{cases}$$

و در لحظهٔ به هم رسیدن دو متحرک به یکدیگر داریم:

$$x_A=x_B\Rightarrow-۲t+۱۶=\frac{۱}{۲}t-۲۹\Rightarrow\frac{۵}{۲}t=۴۵\Rightarrow t=۱۸s$$

و مکان هریک در این لحظه برابر است با:

$$x_B=x_A=-۲t+۱۶\xrightarrow{t=۱۸s}x_A=-۲\times۱۸+۱۶\Rightarrow x_B=x_A=-۲۰m$$

۳۹ ۱ ۲ **۳** ۴ فاصلهٔ بین دو متحرک در دو حالت، به صورت زیر تغییر می‌کند (با توجه به گزینه‌ها، $v_۲>v_۱$ است؛ بنابراین در حالت دوم، اختلاف سرعت‌ها برابر $v_۲-v_۱$ است، نه $v_۱-v_۲$):

$$\begin{matrix}\text{وقتی در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند: }\Delta x=(v_۲+v_۱)t\\\text{وقتی در یک جهت حرکت می‌کنند: }\Delta x'=(v_۲-v_۱)t\end{matrix}\Rightarrow\begin{cases}۱۶=(v_۲+v_۱)\times۱\\۲۴۰=(v_۲-v_۱)\times۶۰\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}۱۶=v_۲+v_۱\\۴=v_۲-v_۱\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}v_۲=۱۰\frac{m}{s}\\v_۱=۶\frac{m}{s}\end{cases}\Rightarrow\frac{v_۲}{v_۱}=\frac{۱۰}{۶}=\frac{۵}{۳}$$

۴۰ ۱ ۲ ۳ ۴

حرکت سرعت ثابت $\rightarrow v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۲۶ - ۸}{۱۰ - ۴} = ۳\ \frac{m}{s}$

$x = vt + x_{\circ} \xrightarrow{v=۳\frac{m}{s}} x = ۳t + x_{\circ} \xrightarrow[x=۸m]{t=۴s} ۸ = ۱۲ + x_{\circ} \rightarrow x_{\circ} = -۴m \rightarrow x = ۳t - ۴$

۴۱ ۱ ۲ ۳ ۴

روش اول:

می‌دانیم برای نوشتن معادلهٔ درجهٔ دومی که ریشه‌هایش عکس ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ دوم داده شده‌ای باشد باید جای a و c را عوض کنیم و برای نوشتن معادلهٔ درجهٔ دومی که ریشه‌هایش k واحد کمتر از ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ دوم داده شده‌ای باشد، باید x را به $x + k$ تبدیل کنیم.

$۲x^۲ - ۳x - ۱ = ۰ \xrightarrow[\text{جای } a,c \text{ عوض}]{\text{معکوس}} -x^۲ - ۳x + ۲ = ۰ \xrightarrow[x \to x+۱]{\text{یک واحد کمتر}} -(x+۱)^۲ - ۳(x+۱) + ۲ = ۰$

$\Rightarrow -x^۲ - ۲x - ۱ - ۳x - ۳ + ۲ = ۰ \Rightarrow x^۲ + ۵x + ۲ = ۰$

۴۲ ۱ ۲ ۳ ۴

شرط آنکه یک معادلهٔ درجهٔ دوم دارای دو ریشهٔ حقیقی منفی متمایز باشد آن است که $\Delta > ۰$، $S < ۰$ و $P > ۰$ باشد.

$\Delta > ۰ \xrightarrow{b^۲ - ۴ac > ۰} ۴m^۲ - ۴(m-۶)(-۳) > ۰ \Rightarrow m^۲ + ۳m - ۱۸ > ۰ \Rightarrow (m+۶)(m-۳) > ۰$

$\xrightarrow{\text{تعیین علامت}} m < -۶ \quad \text{یا} \quad m > ۳ \quad (I)$

$S < ۰ \Rightarrow \frac{-b}{a} < ۰ \Rightarrow \frac{۲m}{m-۶} < ۰ \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} ۰ < m < ۶ \qquad (II)$

$P > ۰ \Rightarrow \frac{c}{a} > ۰ \Rightarrow \frac{-۳}{m-۶} > ۰ \Rightarrow m - ۶ < ۰ \Rightarrow m < ۶ \qquad (III)$

از اشتراک جواب‌های I و II و III به جواب $۳ < m < ۶$ می‌رسیم.

۴۳ ۱ ۲ ۳ ۴

$x^۲ - ۶x + ۴ = ۰ \rightarrow \begin{cases} \text{جمع ریشه‌ها: } \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = ۶ \\ \text{ضرب ریشه‌ها: } \alpha\beta = \frac{c}{a} = ۴ \end{cases}$

$\frac{\sqrt{\alpha}}{\beta} + \frac{\sqrt{\beta}}{\alpha} = A \rightarrow A^۲ = \frac{\alpha}{\beta^۲} + \frac{\beta}{\alpha^۲} + \frac{۲\sqrt{\alpha\beta}}{\alpha\beta} \rightarrow A^۲ = \frac{\alpha^۳ + \beta^۳}{(\alpha\beta)^۲} + \frac{۲}{\sqrt{\alpha\beta}} = \frac{(\alpha+\beta)^۳ - ۳\alpha\beta(\alpha+\beta)}{(\alpha\beta)^۲} + \frac{۲}{\sqrt{\alpha\beta}}$

$\rightarrow A^۲ = \frac{۶^۳ - ۳(۴)(۶)}{۱۶} + \frac{۲}{۲} = \frac{۱۴۴}{۱۶} + ۱ = ۹ + ۱ \rightarrow A^۲ = ۱۰ \xrightarrow{A>۰} A = \sqrt{۱۰}$

۴۴ ۱ ۲ ۳ ۴

برای حل معادلهٔ $x - ۲\sqrt{x} + m - ۱ = ۰$ از روش تغییر متغیر بهره می‌گیریم. اگر به‌جای عبارت $\sqrt{x}$، t قرار دهیم، داریم:

$(\sqrt{x})^۲ - ۲(\sqrt{x}) + m - ۱ = ۰ \xrightarrow{\sqrt{x}=t} t^۲ - ۲t + m - ۱ = ۰$

برای اینکه معادلهٔ داده‌شده در تست، دو جواب متمایز برای x داشته باشد، باید در معادلهٔ $t^۲ - ۲t + m - ۱ = ۰$ یکی از حالات زیر اتفاق بیفتد:

۱ـ دارای دو ریشهٔ حقیقی متمایز مثبت باشد، برای این منظور داریم:

شرط وجود دو ریشهٔ مثبت $\Rightarrow \begin{cases} \Delta > ۰ \Rightarrow ۴ - ۴(m-۱) > ۰ \Rightarrow ۸ - ۴m > ۰ \Rightarrow m < ۲ \\ \frac{c}{a} > ۰ \Rightarrow \frac{m-۱}{۱} > ۰ \Rightarrow m - ۱ > ۰ \Rightarrow m > ۱ \\ -\frac{b}{a} > ۰ \Rightarrow -\frac{-۲}{۱} > ۰ \Rightarrow ۲ > ۰ \text{ برقرار است} \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} ۱ < m < ۲$

۲ـ دارای یک ریشهٔ صفر و یک ریشهٔ مثبت باشد. برای این منظور باید $c = ۰$ و $-\frac{b}{a} > ۰$ باشد. داریم:

$m - ۱ = ۰ \Rightarrow m = ۱$

حال از اجتماع مقادیر به‌دست‌آمده در (۱) و (۲)، حدود m برابر است با: $۱ \le m < ۲$

۴۵ ۱ ۲ ۳ ۴

y همواره مثبت است و می دانیم شرط مثبت بودن یک عبارت درجه‌ی دوم آن است که $\Delta < ۰$, $a > ۰$ باشد.

$I : a > ۰ \rightarrow m + ۲ > ۰ \rightarrow m > -۲$

$II : \Delta < ۰ \rightarrow ۱۶ - ۴(m+۲)(m-۱) < ۰ \rightarrow ۱۶ - ۴m^۲ + ۴m - ۸m + ۸ < ۰$

$\rightarrow ۴m^۲ + ۴m - ۲۴ > ۰ \rightarrow m^۲ + m - ۶ > ۰ \rightarrow (m+۳)(m-۲) > ۰ \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} m < -۳, m > ۲$

از اشتراک I , II به جواب $m > ۲$ می رسیم.

۴۶ ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم $\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = ۴$ و $\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = -۲$ است. α ریشهٔ معادله است، پس در معادله صدق می‌کند.

$\alpha \xrightarrow{\text{صدق در معادله}} \alpha^۲ - ۴\alpha - ۲ = ۰ \Rightarrow \alpha^۲ = ۴\alpha + ۲ \xrightarrow{\times\alpha} \alpha^۳ = ۴\alpha^۲ + ۲\alpha$

$$\Rightarrow \sqrt{\alpha^۳ + ۴\beta^۲ + ۲\beta} = \sqrt{۴\alpha^۲ + ۲\alpha + ۴\beta^۲ + ۲\beta} = \sqrt{۴(\alpha^۲ + \beta^۲) + ۲(\alpha + \beta)} = \sqrt{۴((\alpha + \beta)^۲ - ۲\alpha\beta) + ۲(\alpha + \beta)}$$
$$= \sqrt{۴(۱۶ + ۴) + ۲(۴)} = \sqrt{۸۰ + ۸} = \sqrt{۸۸} = ۲\sqrt{۲۲}$$

۴۷ ۱ ۲ ۳ **۴**

در سهمی به معادلهٔ $y = ax^۲ + bx + c$ خط به معادلهٔ $x = -\frac{b}{۲a}$ محور تقارن است.

$$y = (a-۱)x^۲ + x + ۳ \xrightarrow[x=\frac{-b}{۲a}]{\text{محور تقارن}} x = \frac{-۱}{۲(a-۱)} \xrightarrow{x=۲} -\frac{۱}{۲(a-۱)} = ۲$$
$$\Rightarrow a - ۱ = -\frac{۱}{۴} \Rightarrow \text{ضابطهٔ تابع}: y = -\frac{۱}{۴}x^۲ + x + ۳$$

نقاط برخورد منحنی با محور xها عبارتند از:

$$-\frac{۱}{۴}x^۲ + x + ۳ = ۰ \xrightarrow{\times(-۴)} x^۲ - ۴x - ۱۲ = ۰ \Rightarrow (x-۶)(x+۲) = ۰ \xrightarrow{x>۰} x = ۶ \, , x = -۲$$

مقدار مثبت $x = ۶$ است.

۴۸ **۱** ۲ ۳ ۴ باتوجه به اینکه $f(x) = ax^۲ + bx + c$ است، داریم:

$$f(۰) = -۲ \to c = -۲$$
$$f(۲) = ۲ \to ۴a + ۲b + c = ۲ \to ۴a + ۲b = ۴$$
$$x_S = -\frac{b}{۲a} \to ۲ = -\frac{b}{۲a} \to ۴a = -b \xrightarrow{۴a+۲b=۴} -b + ۲b = ۴ \to b = ۴ \, , \; a = -۱$$

پس $f(x) = -x^۲ + ۴x - ۲$ است و درضمن α و β ریشه‌های معادلهٔ $f(x) = ۰$ هستند و می‌دانیم $\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = ۴$ و $\alpha\beta = \frac{c}{a} = ۲$ است.

$$\alpha\beta^۳ + ۲\alpha^۲ = \alpha\beta(\beta^۲) + ۲\alpha^۲ = ۲\beta^۲ + ۲\alpha^۲ = ۲(\alpha^۲ + \beta^۲) = ۲((\alpha+\beta)^۲ - ۲\alpha\beta) = ۲(۱۶ - ۴) = ۲۴$$

۴۹ ۱ ۲ ۳ **۴** چون $f(-۱) = f(۴) = ۰$ پس ضابطهٔ f را می‌توانیم به‌صورت $f(x) = k(x+۱)(x-۴)$ در نظر بگیریم. از طرف دیگر طول رأس سهمی برابر $\frac{-۱+۴}{۲} = \frac{۳}{۲}$ است و عرض آن برابر -۵ است. پس:

$$f(\frac{۳}{۲}) = -۵ \Rightarrow k(\frac{۳}{۲} + ۱)(\frac{۳}{۲} - ۴) = -۵$$
$$-\frac{۲۵}{۴}k = -۵ \Rightarrow k = \frac{۴}{۵}$$

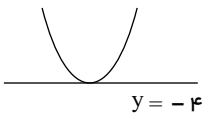
بنابراین:

$$f(x) = \frac{۴}{۵}(x+۱)(x-۴) = \frac{۴}{۵}x^۲ - \frac{۱۲}{۵}x - \frac{۱۶}{۵}$$

پس $a = \frac{۴}{۵}$, $b = \frac{۱۲}{۵}$, $c = -\frac{۱۶}{۵}$ و درنتیجه:

$$a + b - c = \frac{۴}{۵} + \frac{۱۲}{۵} + \frac{۱۶}{۵} = \frac{۳۲}{۵}$$

۵۰ ۱ ۲ **۳** ۴ مطابق شکل مقابل $y = -۴$ باید عرض رأس سهمی باشد.



عرض رأس سهمی به معادلهٔ $y = ax^۲ + bx + c$ برابر $\frac{۴ac - b^۲}{۴a}$ است.

پس:

$$\frac{۴a(a-۳) - (-\sqrt{۸})^۲}{۴a} = -۴$$
$$۴a^۲ - ۱۲a - ۸ = -۱۶a \Rightarrow ۴a^۲ + ۴a - ۸ = ۰ \Rightarrow a^۲ + a - ۲ = ۰$$
$$a = -۲ \, , \; a = ۱$$

جواب ۲- قابل قبول نیست چون سهمی مینیمم ندارد.پس مجموع مقادیر ممکن برای a برابر ۱ است.