

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳ در گیاهان C_3 و C_4 جذب CO_2 محیط در روز انجام می‌گیرد که روییسکو در هر دو توانایی تسریع واکنش‌های کربوکسیلازی و اکسیژنازی را دارد. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): در گیاهان C_3 و CO_2 در دو مرحله تثبیت می‌شود.

گزینه (۲): در گیاهان C_3 سازگاری جهت جلوگیری از تنفس نوری دیده نمی‌شود.

گزینه (۴): در گیاهان C_4 مولکول CO_2 به‌صورت ترکیب ۴ کربنه وارد محل چرخه کالوین می‌شود.

۲ - گزینه ۱ کروموزم‌های کمکی (پلازمیدها)، مولکول‌های DNA حلقوی هستند و در باکتری‌ها یافت می‌شوند. همه پلازمیدها توسط آنزیم‌های $EcoRI$ بریده نمی‌شوند. (رد گزینه ۲) همانندسازی پلازمیدها مستقل از کروموزوم اصلی است. (رد گزینه ۳) پلازمیدها می‌توانند حامل ژن‌هایی باشند که روی کروموزوم اصلی یافت نمی‌شوند. (رد گزینه ۴)

۳ - گزینه ۴ منظور سؤال، گیاهان CAM مانند آناناس و کاکتوس است که در طول روز روزنه‌های هوایی را بسته و در طول شب باز می‌کنند. در این گیاهان برخلاف گیاهان C_3 که تثبیت اولیه و نهایی‌شان در دو سلول میانبرگ و غلاف آوندی صورت می‌گیرد و جدایی مکانی دارد، تثبیت اولیه و نهایی کربن هر دو در یاخته میانبرگ صورت می‌گیرد؛ ولی جدایی زمانی دارد (تثبیت اولیه در شب و تثبیت نهایی در روز) بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: گیاهان CAM برخلاف گیاهان C_3 نسبت به تنفس نوری و عملکرد اکسیژنازی روییسکو مقاوم هستند.

گزینه ۲: تثبیت اولیه و نهایی کربن در گیاهان CAM در دو زمان متفاوت (شب و روز) صورت می‌گیرد.

گزینه ۳: گیاهان CAM تثبیت اولیه کربن را در شب؛ یعنی هنگامی که روزنه‌های هوایی باز است و تثبیت نهایی کربن را در روز یعنی هنگامی که روزنه‌های هوایی بسته‌اند؛ انجام می‌دهند.

۴ - گزینه ۴ انتهای چسبنده یک بخش تک‌رشته‌ای دارد که فاقد پیوند هیدروژنی است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): مثلاً اگر جایگاه تشخیص یک آنزیم برش‌دهنده $CGAATTCG$ باشد و این آنزیم برش‌دهنده نیز بین A و G را برش بزند، انتهای چسبنده حاصل دارای توالی $AATT$ خواهد بود که مشابه آنزیم $ECOR1$ می‌باشد. پس ممکن است که انتهای چسبنده مربوط به دو آنزیم برش‌دهنده متفاوت، مشابه هم باشند.

گزینه (۲): تعداد نوکلئوتیدهای یک انتهای چسبنده همواره از تعداد نوکلئوتیدهای جایگاه تشخیص آن آنزیم برش‌دهنده کمتر است.

گزینه (۳): جایگاه تشخیص آنزیم برش‌دهنده قسمتی از DNA است که می‌تواند درون ژن قرار داشته باشد و توسط RNA پلی‌مراز رونویسی شود.

۵ - گزینه ۴ گیاهان CAM تثبیت CO_2 جو را در شب و تثبیت CO_2 در چرخه کالوین را در روز که روزنه‌هایشان بسته است، انجام می‌دهند. هم‌زمان با مصرف $NADPH$ در آنها (روز)، روزنه‌های گیاهان C_3 باز است و کربن‌دی‌اکسید جو را جذب می‌کنند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: مصرف CO_2 در چرخه کالوین در روز است. روزنه‌های گیاهان C_3 در روز باز هستند. (البته در صورتی که نور شدید و کم‌آبی وجود نداشته باشد).

گزینه ۲: فعالیت آنزیم روییسکو در یک نوع یاخته است.

گزینه ۳: برگ یا ساقه یا هر دوی آنها.

۶ - گزینه ۴ تنفس نوری با فعالیت اکسیژنازی آنزیم روییسکو آغاز می‌شود. ریبولوزیس فسفات، چه در واکنش اکسیژنازی و چه در واکنش کربوکسیلازی آنزیم روییسکو، پیش‌ماده این آنزیم است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): تنفس نوری در کلروپلاست آغاز و در میتوکندری پایان می‌یابد.

گزینه (۲): در تنفس نوری ATP تولید نمی‌شود.

گزینه (۳): تنفس نوری در گیاهان C_3 برخلاف گیاهان C_4 به ندرت انجام می‌شود.

۷ - گزینه ۴ در گیاهان C_3 در طول روز تثبیت CO_2 هم در سلول‌های میانبرگ و هم در سلول‌های غلاف آوندی صورت می‌گیرد.

۸ - گزینه ۴ در باکتری‌ها، پلازمیدها (DNA حلقوی کوچک) به غشای پلاسمایی متصل نیستند. با اینکه در این سلول‌ها کروموزوم اصلی به غشاء سلول متصل است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): آنزیم‌های درون سلول عبارت‌اند از آنزیم‌های پروتئینی و آنزیم از جنس RNA ($rRNA$). در سلول‌های پروکاریوتی همه آنزیم‌های پروتئینی به‌طور مستقیم از ترجمه درون سیتوپلاسم ساخته می‌شوند و آنزیم $rRNA$ به واسطه رونویسی ساخته می‌شود که درون سیتوپلاسم انجام می‌گیرد.

گزینه (۲): برخی از باکتری‌ها کپسول و گروهی از آنها دیواره دارند. پس می‌توان نتیجه گرفت برخی از باکتری‌های دیواره‌دار، کپسول دارند.

گزینه (۳): آنزیم لیزوزیم یکی از اجزای اولین خط دفاع غیراختصاصی است که موجب تخریب دیواره پیتیدوگلیکانی سلول‌های باکتری می‌شود.

۹ - گزینه ۲ در مهندسی ژنتیک، ژن تولید انسولین را از سلول‌های انسانی خارج کرده و به ژنگان باکتری وارد می‌کنند، بنابراین مشابه جهش جابه‌جایی است.

۱۰ - گزینه ۴ هر چهار مورد نادرست می‌باشند.

بررسی موارد:



مورد الف) نادرست- آنزیم‌هایی که منجر به شکستن پیوند فسفودی‌استر می‌شوند، عبارتند از DNA پلی‌مراز (طی ویرایش) و آنزیم برش‌دهنده مانند $EcoR1$ که پلی‌مراز نیست.

مورد ب) نادرست- آنزیم‌هایی که منجر به سنتز فسفودی‌استر می‌شوند، عبارتند از: DNA پلی‌مراز، RNA پلی‌مراز و لیگاز (که پلی‌مراز نیست).

مورد ج) نادرست- آنزیم‌هایی که می‌توانند موجب شکستن پیوند هیدروژنی شوند، عبارتند از: RNA پلی‌مراز، هلیکاز و آنزیم برش‌دهنده‌ای که بتواند انتهای چسبنده تولید کند. آنزیم برش‌دهنده و RNA پلی‌مراز در همانندسازی دخالت ندارد.

مورد د) نادرست- $rRNA$ نوعی آنزیم است و در جایگاه فعال آن، نوکلئوتید به کار رفته است، نه آمینواسید!

۱۱ - گزینه ۳ موارد (ب) و (ج) به‌درستی بیان شده‌اند.

بررسی موارد:

الف) در هوای گرم و خشک، روزنه‌ها برای کاهش تعرق بسته می‌شوند.

ب و ج) با بسته بودن روزنه‌ها و تداوم فتوسنتز، میزان اکسیژن بالا می‌رود و فعالیت روبیسکو به سمت تنفس نوری و اکسیژنازی پیش می‌رود.

د) ترکیب ۵ کربنه ناپایدار است که به مولکول‌های ۳ و ۲ کربنی شکسته می‌شود.

۱۲ - گزینه ۳

بررسی عبارت‌ها:

عبارت الف) تنفس نوری به ندرت رخ می‌دهد.

عبارت ب) یاخته‌های میانبرگ نیز با توجه به شکل مقابل کلروپلاست دارند.

عبارت پ) از دو آنزیم استفاده نمی‌کنند و از تعداد آنزیم‌های زیاد گوناگونی استفاده می‌کنند که این آنزیم‌ها در دو مرحله تثبیت اولیه و تثبیت کالوین فعالیت انجام می‌دهند.

عبارت ت) اسید چهار کربنی در میانبرگ‌ها تشکیل شده و به یاخته‌های غلاف آوندی منتقل می‌شود.



۱۳ - گزینه ۳ موارد (آ)، (ب) و (پ) نادرست است.

شکل مربوط به دمای نوترکیب است که می‌تواند پروتئین نوترکیب را تولید کند و میزان آن باکتری یا مخمر باشد.

بررسی سایر موارد:

آ: پلاسمین و آمیلاز پروتئین هستند که می‌توانند توسط دمای نوترکیب تولید شوند.

ب: رنابسپاراز ۲ پروتئین ولی کوتین یک ترکیبی لیپیدی است پس فقط رنابسپاراز می‌تواند به‌طور مستقیم توسط دمای نوترکیب تولید شود.

پ: جاندار همزیست در رودهٔ بزرگ انسان باکتری است و جاندار همزیست ریشهٔ تیرهٔ پروانه‌واران نیز باکتری ریزوبیوم است. هر دو می‌توانند میزبان دمای نوترکیب باشند زیرا هر دو توانایی پذیرش دیسک را دارند.

ت: آنزیم اتصال‌دهندهٔ ژن موردنظر به دیسک لیگاز است که توانایی تشکیل پیوند فسفودی‌استر را دارد، در حالی که آنزیم برش‌دهنده که جزء سامانهٔ دفاعی باکتری‌ها است، پیوند فسفودی‌استر را می‌شکند.

۱۴ - گزینه ۴ همهٔ سلول‌های فتوسنتزکننده (پروکاریوتی یا یوکاریوتی) موادی دارند که نور را جذب می‌کنند و آن را به دام می‌اندازند؛ به این ترکیبات رنگیزه می‌گویند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: سلول‌های گیرنده نور در جانوران، رنگیزهٔ بینایی نام دارند ولی فتوسنتز نمی‌کنند.

گزینهٔ ۲: باکتری‌های فتوسنتزکننده، اندامک غشاءدار ندارند و فتوسنتز را به جای کلروپلاست در غشای سلول انجام می‌دهند.

گزینهٔ ۳: تمام یوکاریوت‌ها، اندامک دارند ولی فقط برخی از آن‌ها (اکثر گیاهان و برخی آغازیان) فتوسنتزکننده‌اند.

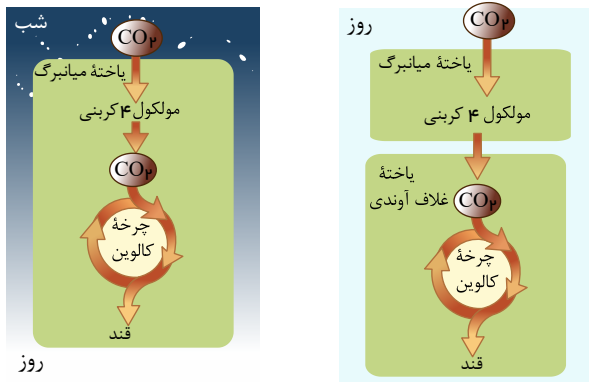
۱۵ - گزینه ۱ منظور سؤال از گیاهانی که روزنه‌ها به‌طور معمول در شب باز است، گیاه CAM می‌باشد و در همهٔ گیاهان (CAM , C_p , C_3) چرخهٔ کالوین در روز انجام می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) در گیاه CAM در شب یک مرحله تثبیت CO_2 داریم نه دو مرحله

(۳) در گیاهان CAM همانند گیاهان C_p تثبیت CO_2 جو در اسید چهار کربنه انجام می‌شود.

(۴) در گیاهان CAM دو مرحله تثبیت CO_2 در یک یاخته انجام می‌شود و در دو زمان متفاوت ولی در گیاهان C_p دو مرحله تثبیت CO_2 در دو یاختهٔ مختلف انجام می‌شود.



۱۶ - گزینه ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱) درست، شکل مربوط به مبدل کاتالیستی خودرو دیزلی است.

گزینه (۲) درست، فقط در خودروهای بنزینی با مبدل واکنش $2NO(g) \rightarrow N_2(g) + O_2(s)$ انجام می‌شود و گاز O_2 خارج می‌شود.

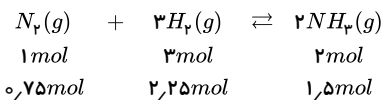
گزینه (۳) درست، واکنش $CxHy + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$ در هر دو مبدل انجام می‌شود.

گزینه (۴) نادرست، فقط در مبدل خودروهای دیزلی NH_3 وارد می‌شود. واکنش: $NO(g) + NO_2(g) + 2NH_3(g) \rightarrow 2N_2(g) + 3H_2O$ انجام می‌شود. در مبدل خودروهای بنزینی میزان NO_2 کاسته نمی‌شود.

۱۷ - گزینه ۲ • عبارت اول درست است. هابر و همکارش بوش برای تلاش در تهیه آمونیاک از واکنش گازهای نیتروژن و هیدروژن، جایزه نوبل دریافت کردند.

• عبارت دوم درست است. در واکنش هابر، N_2 و H_2 به طور کامل مصرف نمی‌شود و در دمای معین حالت تعادل می‌رسد.

• عبارت سوم نادرست است. مطابق معادله موازنه شده واکنش هابر به ازای ۱٫۵ مول آمونیاک، ۲٫۲۵ مول H_2 مصرف می‌شود.



• عبارت چهارم نادرست است. واکنش هابر در جهت رفت (تولید NH_3) گرماده است و با افزایش دما، بازده تولید NH_3 کاهش می‌یابد.

۱۸ - گزینه ۳ بررسی موارد:

مورد (آ) نادرست. فرآورده‌ها نسبت به واکنش دهنده‌ها ناپایدارترند.

مورد (ب) نادرست. سرعت واکنش رفت کمتر از سرعت واکنش برگشت است؛ ولی نسبت عددی خطی بین سرعت و انرژی فعالسازی وجود ندارد.

مورد (پ) درست. با توجه به رابطه (مجموع انتالپی پیوندهای فرآورده‌ها - مجموع انتالپی پیوندهای واکنش دهنده‌ها) (ΔH) و مثبت بودن ΔH می‌توان نتیجه گرفت مجموع انتالپی پیوندهای فرآورده‌ها از واکنش دهنده‌ها کمتر است.

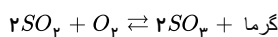
مورد (ت) نادرست. انتالپی واکنش ذکر شده برابر ۱۸ - کیلوژول است.

۱۹ - گزینه ۴ ΔH واکنش $AB + C \rightarrow AC + B$ برابر -120 kJ است، اما در سؤال واکنش برگشت مورد سؤال قرار گرفته که باید ΔH را در یک منفی ضرب کنیم.

$$\Delta H_{\text{برگشت}} = +120 \leftarrow$$

انرژی فعالسازی واکنش برابر ۵۰ کیلوژول است.

۲۰ - گزینه ۲



- افزایش فشار و وارد کردن مقداری O_2 به ظرف تعادل، واکنش را در جهت رفت پیش می‌برد.

- افزایش دما و افزایش حجم ظرف، تعادل را به سمت برگشت جابه‌جا می‌کند.

- کاتالیزگر تاثیری بر جابه‌جایی هیچ تعادلی ندارد.

۲۱ - گزینه ۲ با توجه به نمودارها واکنش ۲ گرماده است. بنابراین با توجه به انرژی فعالسازی کم‌تر، تجزیه ClO آسان‌تر است.

۲۲ - گزینه ۴

براساس اطلاعات مسئله، جدول غلظت اولیه و تعادلی را تشکیل می‌دهیم:

$SO_2 + Cl_2(g) \rightleftharpoons SO_2(g) + Cl_2(g)$				
غلظت اولیه	$\frac{1,6\text{mol}}{2L} = 0,8$		۰	۰
تغییر غلظت	-x		+x	+x
غلظت تعادلی	$0,8 - x$		x	x

$$0,8 - x + x + x = \frac{2,4}{2L} = 1,2$$



$$0.8 + x = 1.2 \Rightarrow x = 0.4$$

$$K = \frac{[SO_3][Cl_2]}{[SO_2][Cl_2]} = \frac{\frac{4}{10} \times \frac{4}{10}}{\frac{4}{10}} = 0.4 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

۲۳ - گزینه ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: نادرست. بر روی سطح قطعه سرامیکی کاتالیزگرهای رودیم (Rh)، پلاتین (Pt) و پالادیم (Pd) نشانده شده است.

گزینه ۲: نادرست. مبدل‌های کاتالیستی پس از مدتی کارآیی خود را از دست می‌دهند.

گزینه ۳: نادرست. در گازهای خروجی از آگزوز خودروها به هنگام روشن و گرم شدن خودرو به‌ویژه در روزهای سرد زمستان گازهای CO ، C_xH_y و NO بیشتری مشاهده می‌شود.

گزینه ۴: درست.

۲۴ - گزینه ۱ هرگاه در یک واکنش به حالت تعادل در دمای ثابت، غلظت یکی از فراورده‌ها کاهش یابد، واکنش در جهت رفت تا آنجا پیش می‌رود که به ثابت تعادل آغازی برسد. همچنین توجه شود با تغییر غلظت، ثابت تعادل تغییر نمی‌کند.

۲۵ - گزینه ۱ ΔH در هر دو مسیر یکسان و برابر 40 kJ است.

$$(1) \Rightarrow x - 180 = -40$$

$$x = 140 \rightarrow x + y = 280 \rightarrow y = 140$$

$$(2) \Rightarrow z - y = -40 \rightarrow z - 140 = -40 \rightarrow z = 100$$

۲۶ - گزینه ۳ با توجه به تعریف تراز شدت صوت داریم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \beta = 10 \log 2 \sqrt{10 \times 10^5} = 10 \log 2 \times 10^{5.5}$$

$$\beta = 10 (\log 2 + 5.5 \log 10) \Rightarrow \beta = 10 (0.3 + 5.5) \Rightarrow \beta = 58 \text{ dB}$$

۲۷ - گزینه ۲ با استفاده از اختلاف دو تراز شدت صوت داده شده داریم:

$$\Delta\beta = \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \rightarrow 94 - 56 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \rightarrow 38 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \rightarrow 3.8 = \log \frac{I_2}{I_1}$$

$$\rightarrow 2 + 1.8 = \log \frac{I_2}{I_1} \xrightarrow{1.8 = 6 \times 0.3 = 6 \log 2} \log 10^2 + \log 2^6 = \log \frac{I_2}{I_1} \rightarrow \log 2^6 \times 10^2 = \log \frac{I_2}{I_1} \rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 2^6 \times 10^2 = 6.4 \times 10^3$$

تذکر: می‌توان پاسخ دیگری نیز برای این سوال پیدا کرد. یعنی:

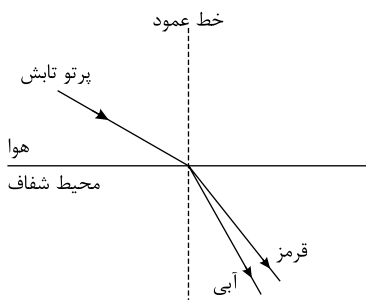
$$3.8 = \log \frac{I_2}{I_1} \rightarrow 5 - 1.2 = \log \frac{I_2}{I_1} \xrightarrow{1.2 = 4 \times 0.3 = 4 \log 2} \log 10^5 - \log 2^4 = \log \frac{I_2}{I_1}$$

$$\rightarrow \log \frac{10^5}{16} = \log \frac{I_2}{I_1} \rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 6.25 \times 10^3$$

که با توجه به اینکه این پاسخ در گزینه‌ها، نیست (در سوال ذکر شده کدام گزینه می‌تواند باشد) پاسخ همان گزینه ۲ است.

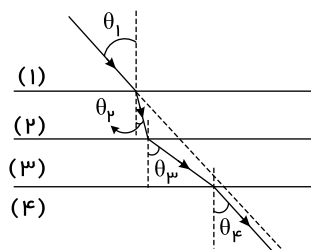
۲۸ - گزینه ۳

در عبور پرتوهای که از چند نور ترکیب شده‌اند، از هوا به یک محیط شفاف، (۱) پرتوهای تابش و شکست در دو طرف خط عمود بر سطح جداکننده دو محیط در نقطه تابش قرار دارند (۲) هر چه بسامد پرتو بیشتر باشد، میزان انحراف آن نیز بیشتر است. بنابراین در اینجا که بسامد پرتو آبی بیشتر از قرمز است، بیشتر منحرف می‌شود و گزینه ۳ صحیح است.



۲۹ - گزینه ۳

با توجه به قانون شکست عمومی، وقتی پرتوی مایل از یک محیط وارد محیط دیگری شود، هرچه زاویه بین پرتو و خط عمود در یک محیط بیشتر باشد، تندى انتشار موج در آن محیط بیشتر است. با توجه به شکل داریم:





$$\theta_r = \theta_i \rightarrow v_r = v_i$$

$$\theta_r < \theta_i \rightarrow v_r < v_i$$

$$\theta_r > \theta_i \rightarrow v_r > v_i$$

و در نهایت داریم:

$$v_r < v_i = v_r < v_r$$

۳۰ - گزینه ۲ ابتدا فرض می‌کنیم جذب صوت توسط هوا ناچیز باشد. در این صورت داریم: (با توجه به ثابت بودن بسامد و دامنه)

$$\frac{I_r}{I_i} = \left(\frac{r_i}{r_r}\right)^2$$

$$\beta_r - \beta_i = 10 \log \frac{I_r}{I_i} \Rightarrow \beta_r - \beta_i = 20 \log \left(\frac{r_i}{r_r}\right)$$

$$\beta_r - 120 = 20 \log \left(\frac{100}{2000}\right)$$

$$\beta_r = 120 + 20 \log \left(\frac{1}{20}\right)$$

$$= 120 + 20(\log 1 - \log 20) = 120 - 20(\log 2 + \log 10) = 120 - 20(0.3 + 1) = 94 \text{ dB}$$

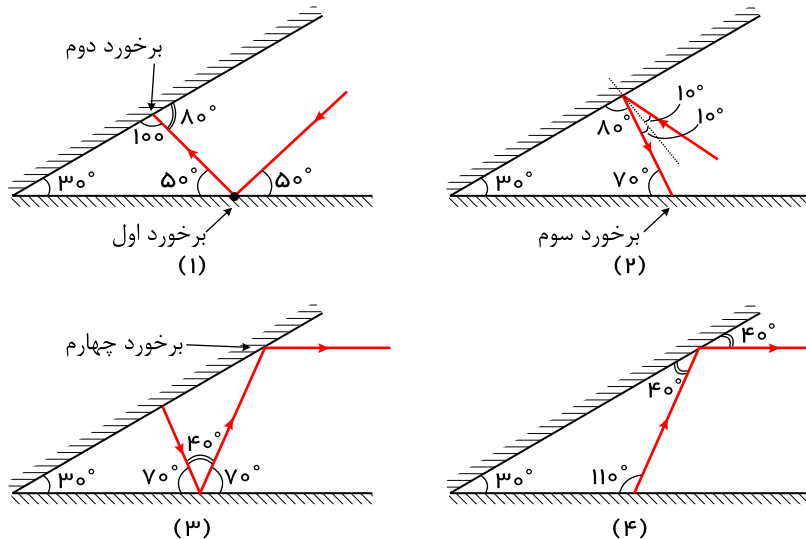
اکنون مقدار جذب توسط هوا را محاسبه می‌کنیم. در فاصله ۱۰۰ متر (۰٫۱ km) تا ۲ km، به ازای جذب ۸ دسی‌بل در هر کیلومتر داریم:

$$\beta = 8 \times (2 - 0.1) = 15.2 \text{ dB}$$

حال این مقدار را از مقدار ایده‌آل کم می‌کنیم.

$$\beta = 94 - 15.2 = 78.8 \text{ dB} \approx 79 \text{ dB}$$

۳۱ - گزینه ۲ اگر مسیر پرتو تابیده‌شده به آینه (۱) را دنبال کنیم، با توجه به اینکه مجموع زاویه‌های داخلی مثلث 180° است و همچنین زاویه‌های تابش و بازتابش برابرند، خواهیم داشت:



۳۲ - گزینه ۴

فاصله دو جبهه موج متوالی برابر با طول موج است. $x_A = \lambda_A, x_B = \lambda_B$

طبق رابطه اسنل داریم:

$$n_1 v_1 = n_2 v_2 \rightarrow \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} \rightarrow \frac{x_B}{x_A} = \frac{4}{3}$$

۳۳ - گزینه ۱

روش اول: صوت از دو مسیر، یکی از طریق هوا و دیگری از طریق ریل به گوش نفر دوم می‌رسد که طول طی شده برای هر دو مسیر یکسان است. بنابراین داریم:

$$\Delta x_1 = \Delta x_2$$

$$v_1 t_1 = v_2 t_2 \rightarrow 350 t_1 = 3500 t_2 \rightarrow t_1 = 10 t_2$$

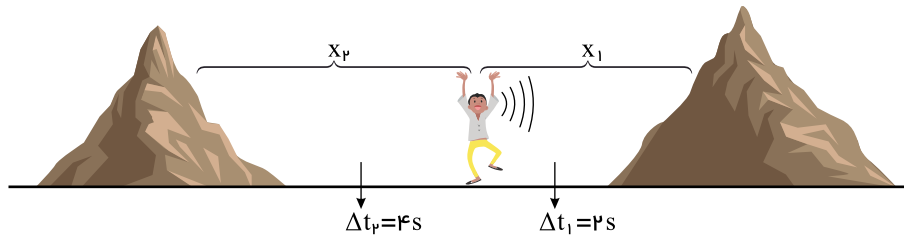
$$\Delta t = t_1 - t_2 = 1.8 \rightarrow 10 t_2 - t_2 = 1.8 \rightarrow 9 t_2 = 1.8 \rightarrow t_2 = 0.2 \text{ s}$$

$$\Delta x_2 = v_2 t_2 = 3500 \times 0.2 = 700 \text{ m}$$



$$\overline{AB} = d = \frac{v_1 v_2 \times \Delta t}{v_2 - v_1} = \frac{350 \times 3500 \times 1,8}{(3500 - 350)} = 3500 \times 0,2 = 700m$$

۳۴ - گزینه ۲



می دانیم که در اولین پژواک، صوت مسافتی معادل $2x_1$ و در دومین پژواک، مسافتی معادل $2x_p$ را می پیماید؛ بنابراین داریم:

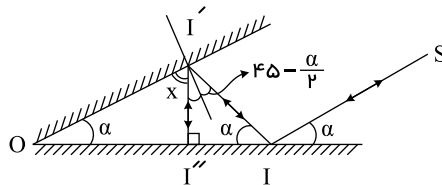
$$\Delta x = v(\Delta t) \Rightarrow \begin{cases} 2x_1 = v(2) \\ 2x_p = v(4) \end{cases} \Rightarrow x_p = 2x_1$$

و با توجه به فاصله بین دو صخره داریم:

$$L = x_p + x_1 \xrightarrow{x_p = 2x_1} 1020 = 2x_1 + x_1 = 3x_1 \Rightarrow x_1 = 340m$$

۳۵ - گزینه ۱

اگر مسیر پرتو SI را پس از بازتاب دنبال کنیم، داریم:



دقت کنید، شرط اینکه پرتو بعد از تابش به سطح آینه M_1 ، بر روی خودش بازتاب شود، این است که بر سطح آینه عمود باشد. در مثلث $II'I''$ زاویه $I'I'$ عبارت است از:

$$90 + I' + \alpha = 180 \rightarrow I' = 90 - \alpha$$

در مثلث $I'OI''$ داریم:

$$x + \alpha + 90 = 180 \rightarrow x + \alpha = 90 \quad (I)$$

از طرفی می دانیم که $90 = x + 45 - \frac{\alpha}{2}$ یعنی:

$$x - \frac{\alpha}{2} = 45 \quad (II)$$

$$(I), (II) \begin{cases} x + \alpha = 90 \\ x - \frac{\alpha}{2} = 45 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \alpha = 30^\circ \\ x = 60^\circ \end{cases}$$

۳۶ - گزینه ۲ در ابتدا قدرمطلق های توابع f و g را از بین می بریم.

$$f(x) = \frac{x}{5} - \frac{1}{5}|x| = \begin{cases} \frac{x}{5} - \frac{1}{5}x & ; x \geq 0 \\ \frac{x}{5} + \frac{1}{5}x & ; x < 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{x}{5} & x \geq 0 \\ x & x < 0 \end{cases}$$

$$g(x) = 4x + |x| = \begin{cases} 4x + x & ; x \geq 0 \\ 4x - x & ; x < 0 \end{cases} \Rightarrow g(x) = \begin{cases} 5x & x \geq 0 \\ 3x & x < 0 \end{cases}$$

$$x \geq 0 : fog(x) = f(g(x)) = \frac{3}{5}(5x) = 3x$$

$$x < 0 : fog(x) = f(g(x)) = 3x$$

یعنی $fog(x) = 3x$ است، پس مشتق آن برابر ۳ می باشد.

۳۷ - گزینه ۳ شرط اینکه تابع f در $x = a$ مشتق پذیر باشد آن است که تابع f در $x = a$ پیوسته باشد و مشتق های راست و چپ تابع f در $x = a$ باهم برابر باشند.

$$\text{پیوستگی} : \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{a}{ax+b} = \frac{a}{2a+b} \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (-x^2 + 6x) = -4 + 12 = 8 \\ f(2) = -4 + 12 = 8 \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{2a+b} = 8 \Rightarrow 2a+b=2$$

$$f'(2^+) = f'(2^-) : \frac{-8a}{(ax+b)^2} = -3x^2 + 6 \xrightarrow{x=2} \frac{-8a}{(2a+b)^2} = -12 + 6$$



$$\frac{2a+b=2}{4} \rightarrow \frac{-8a}{4} = -2 \Rightarrow -8a = -24 \Rightarrow a = 3, b = -4$$

۳۸ - گزینه ۳

$$\frac{f(2+h) - f(2)}{2+h-2} = \frac{8}{9} \Rightarrow \frac{2+h + \frac{1}{2+h} - 2 - \frac{1}{2}}{h} = \frac{8}{9} \Rightarrow 8h = 9h + \frac{9}{2+h} - \frac{9}{2}$$

$$h = \frac{9}{2} - \frac{9}{2+h} \Rightarrow h = \frac{18+9h-18}{2(2+h)} \Rightarrow 1 = \frac{9}{2(2+h)} \Rightarrow 4+2h = 9 \Rightarrow h = \frac{5}{2} = 2.5$$

۳۹ - گزینه ۲

روش اول:

با قرار دادن $t = -h^2$ داریم:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1-h^2)}{h^2} = \lim_{t \rightarrow 0^-} \frac{f(1) - f(1+t)}{-t} = \lim_{t \rightarrow 0^-} \frac{f(1+t) - f(1)}{t} = f'_-(1)$$

در نتیجه:

$$x < 1 \rightarrow f(x) = x^2 - 3x + 6 \rightarrow f'(x) = 2x - 3 \rightarrow f'(1^-) = 2 - 3 = -1$$

روش دوم:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1-h^2)}{h^2} = \frac{0}{0} \xrightarrow{HOP} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2hf'(1-h^2)}{2h} = \lim_{h \rightarrow 0} f'(1-h^2)$$

دقت کنید وقتی $h \rightarrow 0^\pm$ آن گاه $h^2 \rightarrow 0^+$ پس:

$$\lim_{h \rightarrow 0} f'(1-h^2) = f'(1-0^+) = f'(1^-)$$

$$x < 1 \rightarrow f(x) = x^2 - 3x + 6 \rightarrow f'(x) = 2x - 3 \rightarrow f'(1^-) = 2 - 3 = -1$$

۴۰ - گزینه ۱ می دانیم $(gof)'(x) = f'(x) \cdot g'(f(x))$ است.

برای آنکه خط مماس بر منحنی تابع gof موازی محور طول ها باشد، باید شیب آن برابر صفر باشد، پس باید معادله $(gof)'(x) = 0$ را حل کنیم.

$$f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \quad g(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x^2 - 6x \Rightarrow g'(x) = x^2 - x - 6$$

$$(gof)'(x) = f'(x) \cdot g'(f(x)) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \times g'(\sqrt{x}) = \frac{g'(\sqrt{x})}{2\sqrt{x}} = 0 \Rightarrow g'(\sqrt{x}) = 0$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x})^2 - \sqrt{x} - 6 = 0 \Rightarrow (\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = -2 \\ \sqrt{x} = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{غیق} \\ x = 9 \end{cases}$$

پس معادله $(gof)'(x) = 0$ فقط یک جواب دارد.

۴۱ - گزینه ۱ شیب خط مماس بر منحنی در $x = 2$ همان شیب خط گذرنده از دو نقطه $A(0, 3)$ و $B(-6, 0)$ است.

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0 - 3}{-6 - 0} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2 \text{ در شیب مماس} = \frac{1}{2} \Rightarrow f'(2) = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2-h)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2) + f(2) - f(2-h)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2) - (f(2-h) - f(2))}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} - \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2-h) - f(2)}{h}$$

$$= f'(2) + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+(-h)) - f(2)}{-h} = f'(2) + f'(2) = 2f'(2) = 2\left(\frac{1}{2}\right) = 1$$

البته حد داده شده را به کمک هوییتال می توان محاسبه کرد:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2-h)}{h} = \frac{0}{0} \xrightarrow{HOP} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(2+h) + f'(2-h)}{1} = 2f'(2) = 2\left(\frac{1}{2}\right) = 1$$

۴۲ - گزینه ۲ در توابع چندضابطه ای باید مشتق پذیری های تک تک ضابطه ها را بررسی کرده و مشتق پذیری نقطه مرزی را هم بررسی کنیم.

در مورد ضابطه بالایی واضح است که در دامنه اش در همه جا مشتق پذیر است. اما در مورد ضابطه پایینی، می دانیم که توابع قدرمطلق در ریشه های ساده داخل قدرمطلق، مشتق ناپذیرند. پس:



$$y_2 = \left| \underbrace{(x-2)}_{\substack{x=2 \\ \text{ریشه ساده}}} \underbrace{(x+3)}_{\substack{x=-3 \\ \text{ریشه مضاعف}}} \right|^2$$

لذا این تابع فقط یک ریشه ساده $x = 2$ دارد که آن هم جزء دامنه این ضابطه $(x < -1)$ نیست. پس این ضابطه هم هیچ نقطه مشتق ناپذیری ندارد. نهایتاً می‌رسیم به بررسی نقطه مرزی یعنی $x = -1$ ، ابتدا پیوستگی را در این نقطه بررسی می‌کنیم:

$$\begin{cases} f(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} x^3 = (-1)^3 = -1 \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} |(x-2)(x+3)| = |(-1-2)(-1+3)| = 12 \end{cases}$$

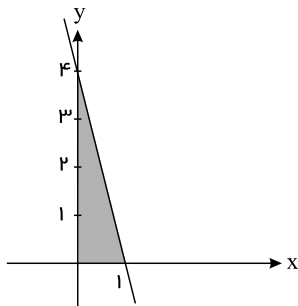
پس تابع در این نقطه پیوسته نیست و قطعاً مشتق ناپذیر است. لذا تابع فقط در یک نقطه مشتق ناپذیر است.

۴۳ - گزینه ۴ شیب نیم‌مماس چپ در $x = 1$ برابر با مشتق چپ در این نقطه است، پس داریم:

$$f'(1^-) = -4x = -4 \rightarrow \begin{cases} A \\ m = -4 \end{cases} \rightarrow y - 0 = -4(x - 1) \rightarrow y = -4x + 4$$

یک بار به x و بار دیگر به y صفر می‌دهیم:

$$x = 0 \rightarrow y = 4, y = 0 \rightarrow x = 1$$



$$\rightarrow S = \frac{4 \times 1}{2} = 2$$

۴۴ - گزینه ۲ برای حل این سؤال از مشتق حاصل ضرب استفاده می‌کنیم. $((uv)' = u'v + v'u)$

$$f(x) = x \cdot \sqrt[3]{\frac{3x+1}{x+2}} \Rightarrow f'(x) = \sqrt[3]{\frac{3x+1}{x+2}} + \frac{1 \left(\frac{3(x+2) - 1(3x+1)}{(x+2)^2} \right)}{3 \sqrt[3]{\left(\frac{3x+1}{x+2} \right)^2}} x = \sqrt[3]{\frac{3x+1}{x+2}} + \frac{\Delta x}{3(x+2)^2 \sqrt[3]{\left(\frac{3x+1}{x+2} \right)^2}}$$

$$\Rightarrow f'(-3) = \sqrt[3]{8} + \frac{\frac{1}{\Delta x}}{3 \sqrt[3]{64}} (-3) = 2 - \frac{15}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

۴۵ - گزینه ۲

$$f(x) = \sqrt{2x+1} + \frac{1}{x+1} \Rightarrow \begin{cases} f(0) = 1 + 1 = 2 \\ f(4) = 3 + \frac{1}{5} = 3,2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{آهنگ تغییر متوسط تابع در } [0, 4] = \frac{f(4) - f(0)}{4 - 0} = \frac{3,2 - 2}{4} = \frac{1,2}{4} = 0,3$$

آهنگ لحظه‌ای تغییر همان مشتق است:

$$f'(x) = \frac{1(2)}{2\sqrt{2x+1}} - \frac{1}{(x+1)^2}$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{3+1}} - \frac{1}{\left(\frac{3}{2}+1\right)^2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{\frac{25}{4}} = \frac{1}{2} - \frac{4}{25} = \frac{25-8}{50} = \frac{17}{50} = 0,34$$



بنابراین تفاضل آنها برابر $۰٫۰۴ = ۰٫۳ - ۰٫۳۴$ است.